

# 动态捷变全息 MIMO: 自由度、分集增益和阵列增益分析

白家乐<sup>1,2</sup>, 王慧明<sup>1,2\*</sup>, 金梁<sup>3</sup>, 楼洋明<sup>3</sup>

1. 西安交通大学信息与通信工程学院, 西安 710049

2. 智能网络与网络安全教育部重点实验室, 西安 710049

3. 信息工程大学信息技术研究所, 郑州 450003

\* 通信作者. E-mail: hmwang@mail.xjtu.edu.cn

收稿日期: 2024-09-04; 修回日期: 2024-11-14; 接受日期: 2025-01-02; 网络出版日期: 2025-02-21

国家自然科学基金面上项目 (批准号: 62171364) 和自然科学基金区域重点项目 (批准号: U22A2001) 资助

**摘要** 本文提出了一种基于智能超材料表面的动态捷变双端全息 MIMO 无线通信系统. 充分利用智能超表面能够灵活动态调控电磁信号的特点, 将其作为一种具有动态捷变能力的 MIMO 天线配置在发射端和接收端. 基于此提出了全息 MIMO 阵列的空时动态捷变框架, 在同一符号持续期内多次捷变超表面单元的相位响应, 构造等效扩展空时信道矩阵, 从而充分挖掘系统的通信能力. 论文详细分析了多径衰落信道下系统的复用增益 (自由度)、分集增益和阵列增益. 结果揭示了: (1) 自由度与捷变频率、径簇角度扩展、天线尺寸和收发端天线数的明确关系式, 该结论表明当接收天线数少于发射天线数时, 超表面单元相位响应动态捷变能够提高系统自由度; (2) 分集增益与捷变频率和自由度的明确关系式, 分集增益随捷变频率增加而增加; (3) 阵列增益和全息 MIMO 阵列尺寸成正比.

**关键词** 智能超表面, 全息 MIMO, 自由度, 分集增益, 阵列增益

## 1 引言

随着 5G 标准的成熟和 5G 网络的广泛部署, 如何充分有效利用无线通信频谱资源依然是研究的核心问题之一. 在 5G 和 6G 中一方面开始启用更高频段的频谱资源, 如毫米波与太赫兹技术; 另一方面则进一步引入大规模多天线技术, 期望通过深入挖掘无线通信的空域资源来实现频谱效率的进一步提升. 然而毫米波太赫兹等高频波段存在强烈的大气衰减和极高的自由空间损耗, 会严重降低无线通信系统的服务覆盖范围, 而大规模天线技术的能耗过高, 给整个通信系统的部署和应用带来过重的负担.

在此背景下, 新兴的全息 MIMO (holographic multi-input-multi-output) 技术作为有前途的节能和高效无线通信辅助技术被提出, 并得到学术界和工业界广泛研究<sup>[1,2]</sup>. 全息 MIMO 是指将大量亚波长

**引用格式:** 白家乐, 王慧明, 金梁, 等. 动态捷变全息 MIMO: 自由度、分集增益和阵列增益分析. 中国科学: 信息科学, 2025, 55: 639–653, doi: 10.1360/SSI-2024-0269

Bai J L, Wang H-M, Jin L, et al. Dynamic agile reconfigurable holographic MIMO: DoF, diversity gain, and array gain analysis. Sci Sin Inform, 2025, 55: 639–653, doi: 10.1360/SSI-2024-0269

表 1 现有全息 MIMO 研究成果梳理.

Table 1 Summary of existing holographic MIMO research.

Work	Channel model	Scatter	Research context
[7~12]	Wave-number channel	Rich	Space performance
[13]	Spatial channel	Rich	Space performance
[14~16]	LoS channel	-	Space performance
This paper	Spatial channel	Rich and sparse	Space-time performance

超表面单元集成到一个紧凑空间组成的 MIMO 阵列, 其空间电磁孔径连续、超表面单元数量趋于无限多, 每个超表面单元可被独立调控, 因此可以实现更高空间分辨率、能量和频谱效率. 智能超表面是一种创新的人工电磁元表面, 它在紧凑表面上集成了大量的低功耗被动可控单元, 通过数字编程智能控制每个单元的电磁特性, 实现对传输环境的重塑, 提升通信性能. 它可以作为无源反射器件提供额外反射路径提升能量效率, 改善小区边缘用户通信质量等<sup>[3~5]</sup>, 也可以部署在发射端实现信息调制提高传输速率和通信安全性等<sup>[6]</sup>. 目前大量工作研究了超表面全息 MIMO 下的信道建模、容量与自由度 (degrees of freedom, DoF) 等问题<sup>[2, 7~16]</sup>.

(1) 通信与信道建模. 在分析全息 MIMO 时, 主要挑战是缺乏精确有效的信道模型. 文献 [7] 通过傅里叶 (Fourier) 平面波表示信道响应, 建立了符合电磁学原理的信道模型. 具体而言, Pizzo 等<sup>[7, 8]</sup>建立了远场小尺度衰落的傅里叶平面波模型. 文献 [9] 进一步考虑了散射环境、收发阵列超表面单元数量对信道模型的影响. 文献 [10] 研究了多用户全息 MIMO 通信系统的信道模型. 文献 [11, 12] 中作者考虑了天线元件紧密部署产生的耦合效应. 此外, 文献 [13] 建立了全息 MIMO 下的空时相关信道模型. 以上信道模型为全息 MIMO 通信性能分析和系统设计奠定了基础, 初步表明了全息 MIMO 的优越性.

(2) 自由度和容量分析. 在全息 MIMO 系统中, 自由度对于实现高数据速率和可靠通信至关重要. 文献 [9, 12~14] 研究了各向同性散射环境下的信道空域自由度, 结果表明自由度与天线尺寸成正比. 文献 [7] 研究了非各向同性散射环境下的信道空域自由度, 结果表明散射环境同样会限制自由度, 然而作者并未给出散射环境与自由度之间的显式表达式. 作者在文献 [9] 中指出了自由度决定了高信噪比情况下的通信容量的斜率. 文献 [10] 分析了下行全息多用户 MIMO 通信系统的容量. 结果表明, 当天线间距减小, 信道相关性增强, 通信容量降低. 以上工作表明自由度与天线尺寸、间距和散射环境相关.

然而, 一方面, 目前基于全息 MIMO 的信道模型不能清晰直接地体现出信道空域特征 (径簇数量、角度扩展等), 如傅里叶平面波模型<sup>[7, 8]</sup> 仅从波数域对信道建模, 而空域模型<sup>[13]</sup> 仅考虑了各向同性散射环境下的信道模型, 也没有给出自由度与空域特征的直接关系; 另一方面, 上述研究结果只挖掘了全息 MIMO 在空域的潜力, 未考虑智能超表面实时操控相移响应的动态捷变特性对通信性能的影响<sup>[17~19]</sup>. 表 1<sup>[7~16]</sup> 给出了现有全息 MIMO 研究成果与本文的异同. 事实上, 动态捷变是智能超表面的一大特征, 其含义为“在符号持续期内多次快速调整超表面相位响应”. 每个超表面单元均可实时独立控制相位, 响应时间为纳秒级, 如文献 [20] 利用响应时间为 2 ns 的 PIN 管来调整单元相位响应. 该快速响应时间明显短于符号持续时间, 使所有超表面的相位响应可以在一个符号传输周期内动态敏捷地多次调整. 因此, 这种动态捷变特性可以在不扩展信号带宽的情况下, 实现对信号不同维度的多次观测, 可能会获得更好的通信性能.

为了全面深入挖掘全息 MIMO 在无线通信系统中的潜力, 本文提出了动态捷变全息 MIMO 系统, 该系统与现有全息 MIMO 系统最大的区别在于是否在符号持续期内多次快速改变超表面单元的相位响应. 在发射和接收端均配备多根基于智能超材料表面的全息天线, 每个天线由大量独立可控的超表面单元组成. 采用了空域多径信道模型<sup>[21]</sup>, 该模型刻画了天线尺寸和径簇角度扩展等空域特征对信道的影响. 本文提出了一种空时动态捷变框架, 通过实时控制全息 MIMO 天线的超表面单元相位响应,

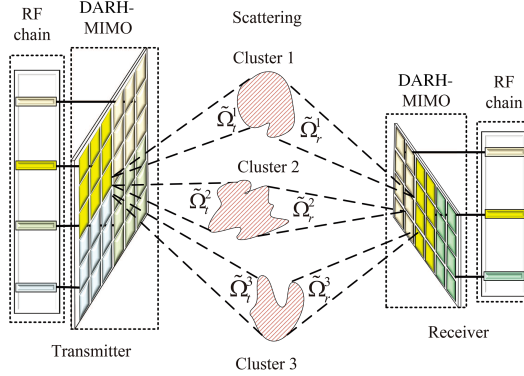


图 1 (网络版彩图) 动态捷变全息 MIMO.

Figure 1 (Color online) Dynamic agile reconfigurable holographic (DARH) MIMO.

构造等效扩展空时信道模型, 实现对信号的多维度观测. 具体而言, 利用全息 MIMO 的实时可控性, 在同一符号持续期内空时域联合动态捷变超表面单元的相位响应, 等效扩展空时信道维度, 充分利用传播环境中的信号多径, 从 MIMO 系统所能提供的三大增益: 复用增益 (自由度)、分集增益和阵列增益, 全面分析了动态捷变全息 MIMO 的潜力<sup>[21]</sup>. 本文主要贡献和结论总结为以下 4 点.

(1) 本文首次提出了利用智能超表面实时可控的能力在收发双端构造“动态捷变全息 MIMO”的思路, 通过动态捷变超表面单元相位响应, 构造等效扩展空时信道, 挖掘全息 MIMO 在无线通信中的巨大潜力. 该方案可以在不改变信号带宽的情况下, 实现对信号不同维度的多次观测, 从而实现传播环境的更好重塑和更充分利用.

(2) 分析了不同散射环境和收发天线配置情况下动态捷变全息 MIMO 的自由度, 揭示了自由度与动态捷变频率 (单符号内的捷变次数)、径簇角度扩展、天线尺寸和收发机天线数的明确关系表达式. 结果表明当接收机天线数少于发射天线数时, 可以捷变超表面单元相位响应提高自由度. 此外, 证明了收发双端动态捷变和仅接收端动态捷变效果相同.

(3) 分析了不同散射环境和收发天线配置情况下全息 MIMO 的分集增益, 给出了分集增益与超表面单元相位响应捷变次数和自由度的明确表达式. 结果表明收发双端动态捷变和仅收发任意单端动态捷变的分集增益相同, 任何收发天线配置情况下分集增益都随动态捷变次数增加而增加.

(4) 证明了阵列增益与全息 MIMO 阵列尺寸成正比, 超表面相位响应的动态捷变不会改变阵列增益.

## 2 动态捷变全息 MIMO 传输系统

本节描述本文提出的动态捷变全息 MIMO 传输系统, 如图 1 所示, 首先介绍单天线收发空域信道模型, 然后将此模型推广至 MIMO 系统, 最后介绍动态捷变下的全息 MIMO 空时信道模型. 为方便记号表示, SISO (single-input-single-output) 空域、MIMO 空域和 MIMO 空时域信道模型采用相同的数学字母表示, SISO 模型记号均无上标, MIMO 空域模型记号均用上标“~”标记, MIMO 空时复合模型记号均用上标“-”标记.

### 2.1 全息 SISO 天线空域信道模型

首先介绍收发天线模型. 每个天线由多个可重构超材料表面单元组成, 相邻超表面单元以亚波长间距排列, 具体地, 考虑单发单收 (SISO) 的全息天线传输系统, 超表面天线沿  $xz$  平面放置. 发射天线由  $N_s = N_{s,x}N_{s,z}$  个超表面单元组成,  $N_{s,x}$  为水平方向单元数量,  $N_{s,z}$  为垂直方向单元数量, 每个单元都可以调节相位, 相邻单元归一化间距为  $\Delta_s$ , 绝对间距为  $\Delta_s\lambda$ ,  $\lambda$  表示波长, 天线的水平和垂直归一

化尺寸分别表示为  $D_{s,x} = \Delta_s N_{s,x}$  和  $D_{s,z} = \Delta_s N_{s,z}$ . 发射天线超表面单元由  $n \in [1, N_s]$  逐行索引, 则第  $n$  个超表面单元相对于原点的位置为

$$\mathbf{s}_n = [s_{x,n}, s_{y,n}, s_{z,n}]^T = [s_x(n)\Delta_s, 0, s_z(n)\Delta_s]^T, \quad s_x(n) = \text{mod}(n-1, N_{s,x}), \quad s_z(n) = \lfloor n-1/N_{s,x} \rfloor,$$

此处  $s_x(n)$  和  $s_z(n)$  表示第  $n$  个超表面单元的水平索引. 同理接收天线由  $N_r$  个超表面单元组成, 相邻超表面单元间距  $\Delta_r$ , 天线的水平和垂直尺寸表示为  $D_{r,x}$  和  $D_{r,z}$ , 接收天线的超表面单元由  $m \in [1, N_r]$  逐行索引, 则第  $m$  个超表面单元相对于原点的位置表示为

$$\mathbf{r}_m = [r_{x,m}, r_{y,m}, r_{z,m}]^T = [r_x(m)\Delta_r, 0, r_z(m)\Delta_r]^T, \quad r_x(m) = \text{mod}(m-1, N_{r,x}), \quad r_z(m) = \lfloor m-1/N_{r,x} \rfloor,$$

此处  $r_x(m)$  和  $r_z(m)$  表示第  $m$  个超表面单元的水平索引.

接下来描述信道模型. 因为无线传播环境的复杂性导致无线信道是典型的多径信道. 考虑 SISO 收发平坦衰落多径信道模型. 基于经典的空域多径信道模型, 如 3GPP 协议 TR38.900 的簇延时线模型 [22], 散射环境中有  $L_s$  个离去径簇和  $L_r$  个到达径簇, 离去径簇  $l_s, l_s = 1, \dots, L_s$  中心离去俯仰角 (azimuth angle of departure, AoD)、离去方位角 (zenith angle of departure, ZoD) 为  $\bar{\phi}_{l_s}, \bar{\theta}_{l_s}$ , 角度扩展为  $\Delta\phi_{l_s}, \Delta\theta_{l_s}$ , 同理到达径簇  $l_r, l_r = 1, \dots, L_r$  中心到达俯仰角 (azimuth angle of arrival, AoA)、到达方位角 (zenith angle of arrival, ZoA) 为  $\bar{\phi}_{l_r}, \bar{\theta}_{l_r}$ , 角度扩展为  $\Delta\phi_{l_r}, \Delta\theta_{l_r}$ , 径簇中任意子径以径簇中心角为中心随机散布, 其 AoD( $\theta_{l_s}$ ), ZoD( $\phi_{l_s}$ ), AoA( $\theta_{l_r}$ ) 和 ZoA( $\phi_{l_r}$ ) 角度满足

$$\theta_{l_g} \in \Omega_{\theta}^{l_g} \triangleq [\bar{\theta}_{l_g} - \Delta\theta_{l_g}, \bar{\theta}_{l_g} + \Delta\theta_{l_g}], \quad \phi_{l_g} \in \Omega_{\phi}^{l_g} \triangleq [\bar{\phi}_{l_g} - \Delta\phi_{l_g}, \bar{\phi}_{l_g} + \Delta\phi_{l_g}], \quad g \in \{s, r\},$$

此处  $\Omega_{\theta}^{l_g}, \Omega_{\phi}^{l_g}$  表示径簇  $l_g$  的 AoD, ZoD, AoA 和 ZoA 角度范围, 径簇由角度范围内所有子径叠加生成, 同一径簇内所有子径具有相同的时延和功率. 记  $\boldsymbol{\alpha}_{l_g} \triangleq [\theta_{l_g}, \phi_{l_g}]^T$ ,  $\Omega_{l_g} \triangleq \Omega_{\theta}^{l_g} \times \Omega_{\phi}^{l_g}$ .

根据全息 MIMO 空域多径信道模型 [13], 当散射体处于发射源和接收器之间的区域时, 第  $m$  个接收超表面单元和第  $n$  个发射超表面单元间的信道响应  $h_{mn}$  表示为

$$h_{mn} = \frac{1}{\sqrt{L_s L_r}} \sum_{l_s=1}^{L_s} \sum_{l_r=1}^{L_r} \iint_{\Omega_{l_s} \times \Omega_{l_r}} q_m^r a_m(\boldsymbol{\alpha}_{l_r}) H_a(\boldsymbol{\alpha}_{l_r}, \boldsymbol{\alpha}_{l_s}) a_n^*(\boldsymbol{\alpha}_{l_s}) q_n^s d\boldsymbol{\alpha}_{l_s} d\boldsymbol{\alpha}_{l_r}, \quad (1)$$

此处  $a_m(\boldsymbol{\alpha}_{l_r}) = e^{-j2\pi(r_{x,m} \cos \phi_{l_r} \sin \theta_{l_r} + r_{y,m} \sin \phi_{l_r} \sin \theta_{l_r} + r_{z,m} \cos \theta_{l_r})}$  表示第  $m$  个超表面单元在第  $l_r$  条接收径簇到达方向  $\boldsymbol{\alpha}_{l_r}$  的接收响应,  $a_n(\boldsymbol{\alpha}_{l_s}) = e^{-j2\pi(s_{x,n} \cos \phi_{l_s} \sin \theta_{l_s} + s_{y,n} \sin \phi_{l_s} \sin \theta_{l_s} + s_{z,n} \cos \theta_{l_s})}$  表示第  $n$  个超表面单元在第  $l_s$  条径簇离去方向  $\boldsymbol{\alpha}_{l_s}$  的发射响应,  $q_m^r = e^{j\varphi_m^r}$  和  $q_n^s = e^{j\varphi_n^s}$  为第  $m$  个接收和第  $n$  个发射超表面单元可调相位响应,  $H_a(\boldsymbol{\alpha}_{l_r}, \boldsymbol{\alpha}_{l_s})$  为离去方向  $\boldsymbol{\alpha}_{l_s}$  和到达方向  $\boldsymbol{\alpha}_{l_r}$  间的无线环境信道系数.

由文献 [7~9, 21, 23] 可知, 当空域径簇角度连续, 在此连续角度范围内采样点数足够多, 采样间隔满足奈奎斯特 (Nyquist) 条件时, 空域连续角度信道 (1) 可以由有限离散采样角度无误恢复, 不丢失任何信道信息. 当第  $l_s$  条离去径簇采样点数为  $d_{l_s}$  (离去子径数) 和第  $l_r$  条到达径簇采样点数为  $d_{l_r}$  (到达子径数) 时 (采样点数  $d_{l_r}, d_{l_s}$  需足够多不丢失信道信息), 考虑到无论有多少超表面单元最终都连接到单个射频通道, 因此当发射天线和接收天线由  $N_s$  和  $N_r$  个超表面单元组成时, 收发天线之间的信道为

$$\begin{aligned} \mathbf{h} &= \sum_{m=1}^{N_r} \sum_{n=1}^{N_s} h_{mn} = \frac{1}{\sqrt{L_s L_r}} \sum_{m=1}^{N_r} \sum_{n=1}^{N_s} \sum_{l_s=1}^{L_s} \sum_{l_r=1}^{L_r} \sum_{q_{l_s}=1}^{d_{l_s}} \sum_{p_{l_r}=1}^{d_{l_r}} q_m^r a_m(\boldsymbol{\alpha}_{p_{l_r}}) H_a(\boldsymbol{\alpha}_{p_{l_r}}, \boldsymbol{\alpha}_{q_{l_s}}) a_n^*(\boldsymbol{\alpha}_{q_{l_s}}) q_n^s \\ &= \frac{1}{\sqrt{L_s L_r}} \sum_{m=1}^{N_r} \sum_{n=1}^{N_s} \sum_{l_s=1}^{L_s} \sum_{l_r=1}^{L_r} q_m^r \mathbf{a}_m^{l_r H} \mathbf{H}_a^{l_r l_s} \mathbf{a}_n^{l_s} q_n^s = \frac{1}{\sqrt{L_s L_r}} \sum_{l_s=1}^{L_s} \sum_{l_r=1}^{L_r} q_r^H \underbrace{\mathbf{A}_{l_r}^H \mathbf{H}_a^{l_r l_s} \mathbf{A}_{l_s}}_{\mathbf{H}_{l_r l_s}^H} \mathbf{q}_s = \mathbf{q}_r^H \mathbf{H}_w \mathbf{q}_s, \quad (2) \end{aligned}$$

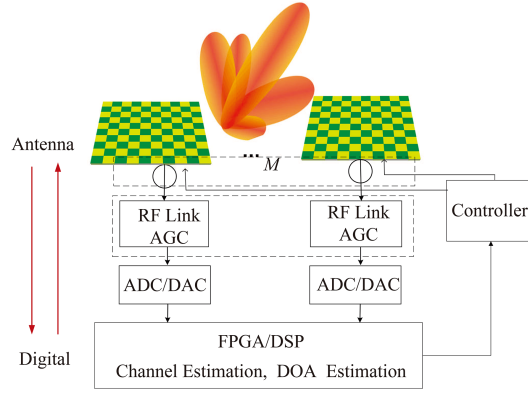


图 2 (网络版彩图) 动态捷变全息 MIMO 收发机结构.

Figure 2 (Color online) Structure of MIMO DARH transceiver.

此处  $a_m(\alpha_{p_{l_r}})$ ,  $a_n(\alpha_{q_{l_s}})$  和  $H_a(\alpha_{p_{l_r}}, \alpha_{q_{l_s}})$  为式 (1) 中  $a_m(\alpha_{l_r})$ ,  $a_n(\alpha_{l_s})$  和  $H_a(\alpha_{l_r}, \alpha_{l_s})$  离散表示,  $\mathbf{a}_m^{l_r} = [a_m(\alpha_1), \dots, a_m(\alpha_{d_{l_r}})]^H \in \mathbb{C}^{d_{l_r} \times 1}$  表示第  $m$  个接收超表面单元第  $l_r$  条到达径簇的接收响应,  $\mathbf{a}_n^{l_s} = [a_n(\alpha_1), \dots, a_n(\alpha_{d_{l_s}})]^H \in \mathbb{C}^{d_{l_s} \times 1}$  表示第  $n$  个发射超表面单元第  $l_s$  条离去径簇的发射响应,  $\mathbf{H}_a^{l_r l_s} \in \mathbb{C}^{d_{l_r} \times d_{l_s}}$  表示第  $l_s$  条离去径簇和第  $l_r$  条到达径簇间无线环境信道响应,  $\mathbf{q}_g = [q_1^g, \dots, q_{N_g}^g]^H \in \mathbb{C}^{N_g \times 1}$ ,  $g \in \{r, s\}$  表示接收和发射超表面单元的可调相位响应,  $\mathbf{A}_{l_g} = [\mathbf{a}_1^{l_g}, \dots, \mathbf{a}_{N_g}^{l_g}] \in \mathbb{C}^{d_{l_g} \times N_g}$  表示  $N_r(N_s)$  个接收(发射)超表面单元对所有到达(离去)径簇的接收响应(发射响应),  $\mathbf{H}_w^{l_r l_s} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_s}$  表示  $N_r$  个接收和  $N_s$  个超表面单元第  $l_r$  条到达径簇和第  $l_s$  条离去径簇间的散射信道, 由接收响应  $\mathbf{A}_{l_r}$ 、发射响应  $\mathbf{A}_{l_s}$  和无线环境信道响应  $\mathbf{H}_a^{l_r l_s}$  3 部分组成,  $\mathbf{H}_w = \frac{1}{\sqrt{L_s L_r}} \sum_{l_s=1}^{L_s} \sum_{l_r=1}^{L_r} \mathbf{H}_w^{l_r l_s} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_s}$  表示所有收发超表面单元间所有径簇的总散射信道.

由式 (2) 可知, 复合信道由收发双端可调相位响应  $q_m^r$ ,  $q_n^s$ 、接收响应  $a_m(\alpha_{p_{l_r}})$ 、发射响应  $a_n(\alpha_{q_{l_s}})$  和无线环境信道系数  $H_a(\alpha_{p_{l_r}}, \alpha_{q_{l_s}})$  5 部分共同决定. 传统信道建模没有充分考虑收发天线电磁特性的影响, 考虑到全息天线可操控性, 利用其构造天线不但可以使其在不同空间方向上具有不同电磁特征, 而且可以赋予时间上的可控时变性. 这是本文提出动态捷变全息 MIMO 的根本出发点.

## 2.2 全息 MIMO 天线空域信道模型

根据上述 SISO 信道模型, 将该系统推广到 MIMO 系统. 环境中存在  $\tilde{L}_g$ ,  $g \in \{r, s\}$  条离去和到达径簇, 每个径簇有  $\tilde{d}_{l_g}$  个子径, 将  $M$  个发射和  $N$  个接收天线紧密排列组成尺寸分别为  $\tilde{D}_{s,x} \times \tilde{D}_{s,z} = M D_{s,x} \times D_{s,z}$  和  $\tilde{D}_{r,x} \times \tilde{D}_{r,z} = N D_{r,x} \times D_{r,z}$  的发射和接收阵列, 如图 1 所示. 每个天线有  $N_g$  个超表面单元, 收发双端分别有  $NN_r$  和  $MN_s$  个单元, 收发机结构如图 2 所示. 故 MIMO 空域复合信道  $\tilde{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  表示为

$$\tilde{\mathbf{H}} = \frac{1}{\sqrt{\tilde{L}_s \tilde{L}_r}} \sum_{l_s=1}^{\tilde{L}_s} \sum_{l_r=1}^{\tilde{L}_r} \tilde{\mathbf{Q}}_r^H \underbrace{\tilde{\mathbf{A}}_{l_r}^H \tilde{\mathbf{H}}_a^{l_r l_s} \tilde{\mathbf{A}}_{l_s}}_{\tilde{\mathbf{H}}_w^{l_r l_s}} \tilde{\mathbf{Q}}_s = \tilde{\mathbf{Q}}_r^H \tilde{\mathbf{H}}_w \tilde{\mathbf{Q}}_s, \quad (3)$$

此处  $\tilde{\mathbf{H}}_w \in \mathbb{C}^{NN_r \times MN_s}$  为总散射信道, 由超表面单元排列方式和散射环境共同决定不可人为调控,

$$\tilde{\mathbf{H}}_w = \frac{1}{\sqrt{\tilde{L}_s \tilde{L}_r}} \sum_{l_s=1}^{\tilde{L}_s} \sum_{l_r=1}^{\tilde{L}_r} \tilde{\mathbf{H}}_w^{l_r l_s} = \frac{1}{\sqrt{\tilde{L}_s \tilde{L}_r}} \sum_{l_s=1}^{\tilde{L}_s} \sum_{l_r=1}^{\tilde{L}_r} \tilde{\mathbf{A}}_{l_r}^H \tilde{\mathbf{H}}_a^{l_r l_s} \tilde{\mathbf{A}}_{l_s}, \quad (4)$$

$\tilde{\mathbf{Q}}_r \triangleq \text{blkdiag}[\tilde{\mathbf{q}}_1^r, \dots, \tilde{\mathbf{q}}_N^r] \in \mathbb{C}^{NN_r \times N}$  表示接收阵列相位响应,  $\tilde{\mathbf{q}}_u^r = [q_{1,u}^r, \dots, q_{N_r,u}^r]^H \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ ,  $u \in \mathcal{U} \triangleq \{1, \dots, N\}$  表示第  $u$  个接收天线相位响应,  $\tilde{\mathbf{Q}}_s \triangleq \text{blkdiag}[\tilde{\mathbf{q}}_1^s, \dots, \tilde{\mathbf{q}}_M^s] \in \mathbb{C}^{MN_s \times M}$  表示发射阵列可调

相位响应矩阵,  $\tilde{\mathbf{q}}_v^s = [q_{1,v}^s, \dots, q_{N_s,v}^s]^H \in \mathbb{C}^{N_s \times 1}$ ,  $v \in \mathcal{V} \triangleq \{1, \dots, M\}$  表示第  $v$  个发射天线的可调相位响应,  $\tilde{\mathbf{A}}_{\tilde{l}_r}$ ,  $\tilde{\mathbf{H}}_a^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s}$ ,  $\tilde{\mathbf{A}}_{\tilde{l}_s}$  和  $\tilde{\mathbf{H}}_w^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s}$  与式 (2) 中  $\mathbf{A}_{l_r}$ ,  $\mathbf{H}_a^{l_r l_s}$ ,  $\mathbf{A}_{l_s}$  和  $\mathbf{H}_w^{l_r l_s}$  物理意义相同.

此空域复合信道下接收信号表示为  $\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{x} + \mathbf{w}$ ,  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_M]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  表示发射信号,  $\mathbf{w} = [w_{r,1}, \dots, w_{r,N}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  表示高斯 (Gauss) 白噪声,  $w_{r,u}$  表示每个接收天线的噪声.

### 2.3 动态捷变全息 MIMO 天线空时复合信道模型

由于动态捷变全息 MIMO 天线的实时可控性, 超表面相位响应时间一般为纳秒级<sup>[20]</sup>, 可以在同一符号持续期内空时域联合动态捷变超表面单元相位响应, 将上述 MIMO 空域信道模型推广为空时复合信道模型, 所有参数需考虑时间变量  $t$  的影响, 接收信号重新表示为  $\mathbf{y}(t) = \tilde{\mathbf{H}}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{w}(t) = \tilde{\mathbf{Q}}_r^H(t)\tilde{\mathbf{H}}_w(t)\tilde{\mathbf{Q}}_s(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{w}(t)$ . 为进一步讨论, 作以下两个假设.

(1) 在符号持续期  $T$  内  $\tilde{L}$  条径簇散射信道保持不变, 即  $\tilde{\mathbf{H}}_w^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s}(t_k) = \tilde{\mathbf{H}}_w^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s}(t) = \tilde{\mathbf{H}}_w^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s}$ ,  $\mathbf{x}(t_k) = \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}$ ,  $0 < t_k < T$ . 在典型的慢衰落以及块衰落信道下, 这一假设很容易成立.

(2) 超表面单元只操控信号相位, 可在  $(0, 2\pi]$  间连续调相,  $[\tilde{\mathbf{Q}}_r]_{i,u} = e^{j\varphi_{i,u}^r}$ ,  $\forall i \in \mathcal{I} \triangleq \{1, \dots, N_r\}$ ,  $\forall u \in \mathcal{U}$ ,  $[\tilde{\mathbf{Q}}_s]_{j,v} = e^{j\varphi_{j,v}^s}$ ,  $\forall j \in \mathcal{J} \triangleq \{1, \dots, N_s\}$ ,  $\forall v \in \mathcal{V}$ ,  $\varphi_{i,u}^r, \varphi_{j,v}^s \in (0, 2\pi]$ .

基于上述合理假设, 针对上述  $M$  发  $N$  收 MIMO 系统, 在符号持续期  $T$  内同步操控捷变  $K$  次接收和发射超表面相位响应. 将  $K$  次接收信号矢量堆叠成  $KN$  维的接收信号矢量为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}} &= \frac{1}{\sqrt{\tilde{L}_s \tilde{L}_r}} \sum_{\tilde{l}_s=1}^{\tilde{L}_s} \sum_{\tilde{l}_r=1}^{\tilde{L}_r} \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_r^H(t_1) & & \\ & \ddots & \\ & & \tilde{\mathbf{Q}}_r^H(t_K) \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{Q}}_r^H} \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_w^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s} & & \\ & \ddots & \\ & & \tilde{\mathbf{H}}_w^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{H}}_w^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s}} \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_s(t_1) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{Q}}_s(t_K) \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{Q}}_s} \mathbf{x} + \bar{\mathbf{w}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\tilde{L}_s \tilde{L}_r}} \sum_{\tilde{l}_s=1}^{\tilde{L}_s} \sum_{\tilde{l}_r=1}^{\tilde{L}_r} \bar{\mathbf{H}}_C^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s} \mathbf{x} + \bar{\mathbf{w}} = \bar{\mathbf{H}}_C \mathbf{x} + \bar{\mathbf{w}}, \end{aligned} \quad (5)$$

此处  $\bar{\mathbf{Q}}_r \in \mathbb{C}^{KN N_r \times KN}$  和  $\bar{\mathbf{Q}}_s \in \mathbb{C}^{KM N_s \times M}$  表示接收和发射阵列空时相位响应,  $\bar{\mathbf{H}}_w^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s} \in \mathbb{C}^{KN N_r \times KM N_s}$  表示第  $\tilde{l}_s$  条离去和第  $\tilde{l}_r$  条到达径簇间的空时散射信道,  $\bar{\mathbf{H}}_C^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s} = \bar{\mathbf{Q}}_r^H \bar{\mathbf{H}}_w^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s} \bar{\mathbf{Q}}_s \in \mathbb{C}^{KN \times M}$  表示第  $\tilde{l}_s$  条离去和第  $\tilde{l}_r$  条到达径簇间的空时复合信道,  $\bar{\mathbf{H}}_C = \frac{1}{\sqrt{\tilde{L}_s \tilde{L}_r}} \sum_{\tilde{l}_s=1}^{\tilde{L}_s} \sum_{\tilde{l}_r=1}^{\tilde{L}_r} \bar{\mathbf{H}}_C^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s} = \bar{\mathbf{Q}}_r^H \bar{\mathbf{H}}_w \bar{\mathbf{Q}}_s \in \mathbb{C}^{KN \times M}$  表示总空时复合信道,  $\bar{\mathbf{H}}_w = \frac{1}{\sqrt{\tilde{L}_s \tilde{L}_r}} \sum_{\tilde{l}_s=1}^{\tilde{L}_s} \sum_{\tilde{l}_r=1}^{\tilde{L}_r} \bar{\mathbf{H}}_w^{\tilde{l}_r \tilde{l}_s} \in \mathbb{C}^{KN N_r \times KM N_s}$  表示所有径簇间的总空时散射信道,  $\bar{\mathbf{w}} \in \mathbb{C}^{KN \times 1}$  表示高斯白噪声.

从上述分析可知, 在不改变信号带宽的情况下, 通过捷变全息 MIMO 相位响应, 重新构造了  $KN \times M$  维等效 MIMO 信道矩阵. MIMO 系统收发双端配置多天线挖掘信道空域资源, 可以提供自由度、分集增益和阵列增益, 3 种增益取决于空时复合信道的性能, 因此下面全面分析  $\bar{\mathbf{H}}_C$ .

### 3 动态捷变全息 MIMO 系统自由度分析

MIMO 系统的自由度是指传输系统能够提供的独立通信数据流的个数, 自由度也称复用增益, 它表征了高信噪比下通信容量随信噪比提升的速度. 由式 (5) 可知, 动态捷变全息 MIMO 系统通过捷变超表面单元相位响应构造了等效空时扩展信道, 根据 MIMO 通信的一般性理论, 式 (5) 中等效信道  $\bar{\mathbf{H}}_C$  的秩即为自由度.  $\bar{\mathbf{H}}_C = \bar{\mathbf{Q}}_r^H \bar{\mathbf{H}}_w \bar{\mathbf{Q}}_s$  由接收阵列空时相位响应  $\bar{\mathbf{Q}}_r$ 、发射阵列空时相位响应  $\bar{\mathbf{Q}}_s$  和总空时散射信道  $\bar{\mathbf{H}}_w$  组成, 因此  $\bar{\mathbf{H}}_C$  的秩 (自由度) 与收发天线数  $N_r$ ,  $M$ 、收发天线超表面单元数  $N_r$ ,  $N_s$ 、相位响应捷变次数  $K$ 、径簇数量和角度扩展相关.



因为收发两端全息 MIMO 可独立调相, 设计合适相位可以使得  $\overline{\mathbf{Q}}_r$  和  $\overline{\mathbf{Q}}_s$  列满秩, 所以  $\overline{\mathbf{H}}_C$  的秩取决于式 (5) 中的  $\overline{\mathbf{H}}_w$ . 将  $\overline{\mathbf{H}}_w$  重新表示为  $\overline{\mathbf{H}}_w = \text{diag} \{ \widetilde{\mathbf{H}}_w, \dots, \widetilde{\mathbf{H}}_w \}$ , 可知式 (4) 中的  $\widetilde{\mathbf{H}}_w$  决定  $\overline{\mathbf{H}}_w$  的秩,  $\widetilde{\mathbf{H}}_w$  由超表面单元排列方式和散射环境共同决定, 不可人为调控, 因此下面首先分析  $\widetilde{\mathbf{H}}_w$  的秩.

根据文献 [21],  $\widetilde{\mathbf{H}}_w$  的秩由所有径簇的角度扩展、收发阵列尺寸和阵列收发响应共同决定, 我们首先证明引理 1 (引理 1 中记号与式 (1) 和 (2) 中相同记号含义一致).

**引理1** 单极化沿  $xz$  平面放置尺寸为  $D_{g,x} \times D_{g,z}$ ,  $g \in \{r, s\}$  的全息 SISO 传输系统, 环境中存在  $L_r$  个到达和  $L_s$  个离去径簇, 第  $l_r$  个到达和第  $l_s$  个离去径簇间子径的 AoD, ZoD, AoA 和 ZoA 角度满足  $\theta_{l_g} \in \Omega_{\theta}^{l_g} \triangleq [\bar{\theta}_{l_g} - \Delta\theta_{l_g}, \bar{\theta}_{l_g} + \Delta\theta_{l_g}]$ ,  $\phi_{l_g} \in \Omega_{\phi}^{l_g} \triangleq [\bar{\phi}_{l_g} - \Delta\phi_{l_g}, \bar{\phi}_{l_g} + \Delta\phi_{l_g}]$ , 空域自由度为

$$\min(d_r, d_s), d_r \triangleq D_{r,z} D_{r,x} |\Omega_{\theta}^r| |\Omega_{\phi}^r|, d_s \triangleq D_{s,z} D_{s,x} |\Omega_{\theta}^s| |\Omega_{\phi}^s|, \quad (6)$$

此处  $\Omega_{\theta}^{l_g}$ ,  $\Omega_{\phi}^{l_g}$ ,  $\bar{\phi}_{l_g}$ ,  $\bar{\theta}_{l_g}$ ,  $\Delta\theta_{l_g}$ ,  $\Delta\phi_{l_g}$  为径簇  $l_g$  的 AoD, ZoD, AoA 和 ZoA 角度范围、中心角和角度扩展,  $\Omega_{\phi}^g \triangleq \Omega_{\phi}^1 \cup \dots \cup \Omega_{\phi}^{L_g}$ ,  $\Omega_{\theta}^g \triangleq \Omega_{\theta}^1 \cup \dots \cup \Omega_{\theta}^{L_g}$  表示所有径簇俯仰角和方位角的总角度范围,  $|\Omega_{\phi}^g| \triangleq \int_{\Omega_{\phi}^g} \sin \phi_{l_g} d\phi_{l_g} = \sum_{l_g=1}^{L_g} |\Omega_{\phi}^{l_g}| = \sum_{l_g=1}^{L_g} \int_{\Omega_{\phi}^{l_g}} \sin \phi_{l_g} d\phi_{l_g} = \sum_{l_g=1}^{L_g} 2 \sin \bar{\phi}_{l_g} \sin \Delta\phi_{l_g}$ ,  $|\Omega_{\theta}^g| \triangleq \int_{\Omega_{\theta}^g} \sin \theta_{l_g} d\theta_{l_g} = \sum_{l_g=1}^{L_g} \int_{\Omega_{\theta}^{l_g}} \sin \theta_{l_g} d\theta_{l_g} = \sum_{l_g=1}^{L_g} 2 \sin \bar{\theta}_{l_g} \sin \Delta\theta_{l_g}$ ,  $g \in \{r, s\}$ .

**证明** 详细证明过程见附录 A.

由引理 1 可知, 尺寸为  $D_{g,x} \times D_{g,z}$ ,  $g \in \{r, s\}$  的全息 SISO 传输系统, 当环境中存在  $L_r$  个到达和  $L_s$  个离去径簇时, 自由度为  $\min(d_r, d_s)$ . 进一步将该全息 SISO 系统推广至  $M$  发  $N$  收的全息 MIMO 阵列系统, 收发超表面单元组成的平面阵列放置于  $xz$  平面,  $M$  发  $N$  收 MIMO 发射阵列尺寸为  $\tilde{D}_{s,x} \times \tilde{D}_{s,z} = M D_{s,x} \times D_{s,z}$ , 接收阵列尺寸为  $\tilde{D}_{r,x} \times \tilde{D}_{r,z} = N D_{r,x} \times D_{r,z}$ , 散射环境中有  $\tilde{L}_g$  个径簇, 可得引理 2.

**引理2**  $\text{rank}(\widetilde{\mathbf{H}}_w) = \min(\tilde{d}_r, \tilde{d}_s)$ .

**证明** 详细证明过程见附录 B.

基于  $\widetilde{\mathbf{H}}_w$  的秩为  $\min(\tilde{d}_r, \tilde{d}_s)$ . 进一步分析式 (5) 中空时复合信道矩阵  $\overline{\mathbf{H}}_C$  的秩, 有定理 1.

**定理1**  $\text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_C) = \min(KN, M, \tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ .

**证明** 详细证明过程见附录 C.

由定理 1 可知,  $\overline{\mathbf{H}}_C$  秩为  $\text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_C) = \min(KN, M, \tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ , 即动态捷变全息 MIMO 系统的自由度为  $\min(KN, M, \tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ .

**结论1** 动态捷变全息 MIMO 自由度为  $\min(KN, M, \tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ , 该自由度由超表面单元相位响应捷变次数、接收天线数、发射天线数、散射环境和收发阵列尺寸共同决定,  $\min(\tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$  为散射环境空域自由度上界, 不可突破. 当发射天线数大于接收天线数 ( $M > N$ ) 时, 自由度受限于接收天线数, 动态捷变  $K$  次相位响应可以提高空时复合信道的行秩, 此时自由度为  $\min(KN, M, \tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ . 通过在时间维度动态捷变相位响应换取空间维度的提升, 在接收天线少于发射天线时可以提高自由度. 当发射天线数小于接收天线数 ( $M < N$ ) 时, 自由度受发射天线数限制,  $\text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_C) = \min(M, \tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ , 因此动态捷变相位响应不能提高自由度. 此外, 由空时复合信道模型 (5) 可知, 收发两端动态捷变和仅接收端端捷变的效果等价. 对于仅发射端捷变, 当利用发端动态捷变特性发射不同的数据流时, 例如发端动态捷变  $K$  次发射  $K$  个数据流, 此时每个数据流的发送时间仅为符号持续期的  $1/K$ , 相当于增加了通信带宽, 并不能提高自由度.

## 4 动态捷变全息 MIMO 系统分集增益分析

MIMO 系统的分集增益实质是提供多路独立衰落的冗余信号, 从而大幅降低接收端合并信号处于深衰落的概率, 保证通信的可靠性. 系统中的独立路径数即为分集增益, 因此式 (5)  $\overline{\mathbf{H}}_C$  中元素的

独立性决定分集增益的大小. 记  $\bar{h}_{uv}(t_k) \triangleq [\bar{\mathbf{H}}_C]_{ku,v}$ ,  $u \in \mathcal{U}$ ,  $v \in \mathcal{V}$ ,  $k \in \mathcal{K} \triangleq \{1, \dots, K\}$  表示  $t_k$  时刻下第  $u$  根接收天线与第  $v$  根发射天线之间的空时复合信道响应, 从以下两方面分析  $\bar{\mathbf{H}}_C$  信道特性: (1) 分析  $\bar{\mathbf{H}}_C$  各元素  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  的分布; (2) 分析不同时刻  $\bar{\mathbf{H}}_C$  各元素  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  之间的独立性. 首先考虑散射体丰富的场景.

(1) 分析空时复合信道  $\bar{\mathbf{H}}_C$  各元素  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  的分布. 根据式 (2) 可知,  $t_k$  时刻第  $u$  根接收天线与第  $v$  根发射天线间的空时复合信道响应等效表示为 2.1 小节的全息 SISO 空域信道模型

$$\bar{h}_{uv}(t_k) = \mathbf{q}_r^{uH}(t_k) \mathbf{H}_w^{uv} \mathbf{q}_s^v(t_k) = \sum_{m=1}^{N_r} \sum_{n=1}^{N_s} [\mathbf{H}_w^{uv}]_{mn} e^{j\varphi_{m,u}^r(t_k)} e^{j\varphi_{n,v}^s(t_k)}, \quad (7)$$

此处  $\mathbf{q}_r^u(t_k) \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ ,  $\forall u \in \mathcal{U}$  表示  $t_k$  时刻下第  $u$  根接收天线相位响应,  $\mathbf{q}_s^v(t_k) \in \mathbb{C}^{N_s \times 1}$ ,  $\forall v \in \mathcal{V}$  表示  $t_k$  时刻下第  $v$  根发射天线的相位响应,  $\mathbf{H}_w^{uv} \triangleq \widetilde{\mathbf{H}}_w((u-1)N_r+1 : uN_r, (v-1)N_s+1 : vN_s) \in \mathbb{C}^{N_r \times N_s}$  表示  $\widetilde{\mathbf{H}}_w$  (式 (4)) 第  $(u-1)N_r+1$  行到第  $uN_r$  行第  $(v-1)N_s+1$  列到第  $vN_s$  列间的分块矩阵, 物理意义为第  $u$  根接收到第  $v$  根发射天线间的散射信道.

$\bar{h}_{uv}(t_k)$  由  $\mathbf{H}_w^{uv}$ ,  $\varphi_{m,u}^r(t_k)$  和  $\varphi_{n,v}^s(t_k)$  三者共同决定. 为了得到  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  的分布, 需要分析收发超表面单元相位响应对  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  相位和幅度的影响以及  $\mathbf{H}_w^{uv}$  的分布特性, 因此有定理 2.

**定理 2** 当调整收发超表面单元相位响应只影响信号相位且空域自由度足够大时,  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  分布由  $\mathbf{H}_w^{uv}$  决定, 服从均值为 0、方差为  $N_r N_s$  的循环对称复高斯分布,  $\bar{h}_{uv}(t_k) \sim \mathcal{CN}(0, N_r N_s)$ .

**证明** 详细证明过程见附录 D.

由定理 2 可知  $\bar{h}_{uv}(t_k) \sim \mathcal{CN}(0, N_r N_s)$ , 其分布仅由  $\mathbf{H}_w^{uv}$  决定, 与超表面单元相位响应无关.

(2) 分析不同时刻下, 空时复合信道  $\bar{\mathbf{H}}_C$  中  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  之间的独立性. 因为不同收发天线间的空时复合信道响应  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  由相互独立的散射信道系数叠加生成, 因此任意时刻下不同收发天线间的  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  相互独立, 只需考虑不同时刻下相同收发天线信道系数的独立性. 将  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  重新记为  $\bar{h}_{uv}(t_k) = |\bar{h}_{uv}(t_k)| e^{j\angle \bar{h}_{uv}(t_k)}$ , 其中  $|\bar{h}_{uv}(t_k)| = |\sum_{m=1}^{N_r} \sum_{n=1}^{N_s} [\mathbf{H}_w^{uv}]_{mn} e^{j\varphi_{m,u}^r(t_k)} e^{j\varphi_{n,v}^s(t_k)}|$  为幅度,  $\angle \bar{h}_{uv}(t_k)$  为相位, 任意两个时刻  $\bar{h}_{uv}(t_{k1})$ ,  $\bar{h}_{uv}(t_{k2})$  的协方差表示为

$$\mathbb{E} \left\{ \bar{h}_{uv}(t_{k1}) \bar{h}_{uv}^*(t_{k2}) \right\} = |\bar{h}_{uv}(t_{k1})| |\bar{h}_{uv}(t_{k2})| \mathbb{E} \left\{ e^{j(\angle \bar{h}_{uv}(t_{k1}) - \angle \bar{h}_{uv}(t_{k2}))} \right\} = 0,$$

上述等式成立是因为相位在  $(0, 2\pi]$  间均匀分布, 其差也在  $(0, 2\pi]$  间均匀分布, 故不同时刻的  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  不相关. 由于  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  服从循环对称复高斯分布, 因此  $\bar{\mathbf{H}}_C$  中不同时刻空时复合信道响应  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  相互独立. 通过动态捷变在不同超表面单元施加不同相位响应, 使得任意时刻空时复合信道响应  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  相互独立.

为精确分析分集增益, 推导中断概率随 SNR 的衰减速率, 此速率为分集阶数. 中断概率为<sup>[23]</sup>

$$p_{\text{out}}^{\text{mimo}}(R) = \min_{\text{Tr}[\mathbf{K}_x] \leq P} P \left\{ \log \det \left( \mathbf{I}_{KN} + \frac{1}{\delta^2} \bar{\mathbf{H}}_C \mathbf{K}_x \bar{\mathbf{H}}_C^H \right) < R \right\}, \quad (8)$$

其中  $\mathbf{K}_x = \mathbb{E} \{ \mathbf{x} \mathbf{x}^H \}$  表示发射信号协方差矩阵,  $\delta^2$  表示噪声功率, 中断概率依赖于  $\bar{\mathbf{H}}_C$  的分布特征.

由定理 2 可知, 当任意一对收发天线间空域自由度足够大时,  $\bar{\mathbf{H}}_C$  各元素服从均值为 0、方差为  $N_r N_s$  的循环对称复高斯分布. 当散射环境为各向同性,  $\widetilde{\mathbf{H}}_w$  趋近于满秩且各元素独立同分布, 最优的协方差矩阵为  $\mathbf{K}_x = \frac{P}{KM} \mathbf{I}_M$ , 对中断概率做进一步处理

$$\begin{aligned} p_{\text{out}}^{\text{iid}}(R) &= P \left\{ \log \det \left( \mathbf{I}_{KN} + \text{SNR} \bar{\mathbf{H}}_C \bar{\mathbf{H}}_C^H \right) < R \right\} = P \left\{ \frac{1}{\ln 2} \ln \prod_{i=1}^{KN} (1 + \text{SNR} \lambda_i) < R \right\} \\ &\geq P \left\{ \frac{1}{\ln 2} \text{SNR} \sum_{i=1}^{KN} \lambda_i < R \right\} = P \left\{ \frac{1}{\ln 2} \text{SNR} \text{Tr} \left[ \bar{\mathbf{H}}_C \bar{\mathbf{H}}_C^H \right] < R \right\}, \end{aligned}$$



此处  $\text{SNR} = \frac{P}{KM\delta^2}$ ,  $\lambda_i$  表示  $\overline{\mathbf{H}}_C \overline{\mathbf{H}}_C^H$  的特征值.

可见中断概率与  $\text{Tr}[\overline{\mathbf{H}}_C \overline{\mathbf{H}}_C^H]$  有关,  $\text{Tr}[\overline{\mathbf{H}}_C \overline{\mathbf{H}}_C^H] = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^K |h_{ij}(t_k)|^2$  为  $2KMN$  个独立同分布实高斯随机变量的平方和, 服从广义卡方分布, 其概率密度函数为  $f(x) = \frac{1}{(KMN-1)!x^{2KMN}} x^{KMN-1} e^{-x}$ ,  $x \geq 0$ , 当  $x$  较小时  $e^{-x}$  近似为 1, 于是高信噪比时中断概率为

$$P \left\{ \text{Tr}[\overline{\mathbf{H}}_C \overline{\mathbf{H}}_C^H] < \frac{R \ln 2}{\text{SNR}} \right\} \approx \int_0^{\frac{R \ln 2}{\text{SNR}}} \frac{1}{(KMN-1)!x^{2KMN}} x^{KMN-1} dx = \frac{(R \ln 2)^{KMN}}{(KMN)!(\text{SNR})^{KMN}}. \quad (9)$$

高信噪情况下, 系统中断概率以  $\frac{1}{(\text{SNR})^{KMN}}$  规律减小, 系统分集增益为  $KMN$ .

当散射环境不再是密集各向同性散射, 而是散射体稀疏分布的场景时, 全息 MIMO 系统自由度  $\tilde{d}_r, \tilde{d}_s$  比较小, 定理 2 不再成立,  $\overline{\mathbf{H}}_C$  不再是趋近于独立同分布的瑞利 (Rayleigh) 衰落信道, 由定理 1 得  $\overline{\mathbf{H}}_C$  秩为  $\text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_C) = \min(KN, M, \tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ , 式 (5) 中  $\tilde{\mathbf{H}}(t_k)$  的秩为  $\text{rank}(\tilde{\mathbf{H}}(t_k)) = \min(N, M, \tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ . 与密集各向同性散射环境类似, 首先可以证明任意时刻  $t_k$  下  $\tilde{\mathbf{H}}(t_k)$  有  $\min(M, \tilde{d}_s) \min(N, \tilde{d}_r)$  个独立元素, 然后可以证明不同时刻  $t_k$  下  $\tilde{\mathbf{H}}(t_k)$  中元素不相关, 则动态捷变  $K$  次可以人为制造出  $K \min(M, \tilde{d}_s) \cdot \min(N, \tilde{d}_r)$  个独立信道, 可以提供  $K \min(M, \tilde{d}_s) \min(N, \tilde{d}_r)$  阶分集增益.

**结论 2** 动态捷变全息 MIMO 通过捷变超表面单元相位响应, 人为制造了快衰落、构造等效的空时扩展信道, 可以提高系统分集增益. 分集增益由时域分集 (捷变次数  $K$ ) 和空域分集 (收发天线数  $N, M$  和散射信道自由度  $\tilde{d}_r, \tilde{d}_s$ ) 共同决定, 任何收发天线配置情况下分集增益都随动态捷变次数增加而增加. 收发阵列双端或任意单端动态捷变, 在超表面单元上引起不同相位响应, 都可以使叠加产生的空时复合信道响应幅度随机变化, 增加信号传输的独立衰落路径数, 可以提供  $K \min(M, \tilde{d}_s) \min(N, \tilde{d}_r)$  阶分集增益, 从而降低中断概率与平均误码率.

## 5 动态捷变全息 MIMO 系统阵列增益分析

上述内容分析了动态捷变全息 MIMO 系统中的分集增益, 接下来我们将分析其对阵列增益的影响. 阵列增益为多个接收信号合并所带来信噪比的增益, 它表征了天线数量和尺寸对信噪比的影响, 天线数量越多, 尺寸越大, 阵列增益越大. 由近似中断概率可知, 传统 MIMO 模型传输方案的总接收信噪比可以分解为如下两项的乘积:

$$\text{Tr}[\mathbf{H}_{\text{tra}} \mathbf{H}_{\text{tra}}^H] \text{SNR} = MNSNR \cdot \frac{\text{Tr}[\mathbf{H}_{\text{tra}} \mathbf{H}_{\text{tra}}^H]}{MN}, \quad (10)$$

第 1 项对应阵列增益, 第 2 项对应分集增益,  $\mathbf{H}_{\text{tra}}$  的任意元素服从  $\mathcal{CN}(0, 1)$ ,  $\text{SNR} = \frac{P}{M\delta^2}$ .

动态捷变全息 MIMO 系统的总接收信噪比表示为

$$\tilde{G}_t \tilde{G}_r \text{Tr}[\overline{\mathbf{H}}_C \overline{\mathbf{H}}_C^H] \tilde{\text{SNR}} = \tilde{G}_t \tilde{G}_r KMNS\tilde{\text{SNR}} \cdot \frac{\text{Tr}[\overline{\mathbf{H}}_C \overline{\mathbf{H}}_C^H]}{KMN}, \quad (11)$$

$\tilde{G}_t = \frac{4\pi \tilde{D}_{s,x} \tilde{D}_{s,z}}{\lambda^2 M N_s}$ ,  $\tilde{G}_r = \frac{4\pi \tilde{D}_{r,x} \tilde{D}_{r,z}}{\lambda^2 N N_r}$  表示每个发射和接收超表面单元的增益. 由定理 2 可知  $\overline{\mathbf{H}}_C$  每个元素的功率为  $N_r N_s$ , 所以  $N_r N_s \frac{\text{Tr}[\mathbf{H}_{\text{tra}} \mathbf{H}_{\text{tra}}^H]}{MN} = \frac{\text{Tr}[\overline{\mathbf{H}}_C \overline{\mathbf{H}}_C^H]}{KMN}$ . 又因为动态捷变方案只是将整体传输时间分为了  $K$  个子时间段, 每个子时间段的发射功率为总功率的  $\frac{1}{K}$ , 所以  $\tilde{\text{SNR}} = \frac{1}{K} \text{SNR}$ , 式 (11) 可以重新表示为

$$\tilde{G}_t \tilde{G}_r M N N_s N_r \text{SNR} \cdot \frac{\text{Tr}[\mathbf{H}_{\text{tra}} \mathbf{H}_{\text{tra}}^H]}{MN} = \frac{16\pi^2 \tilde{D}_{s,x} \tilde{D}_{s,z} \tilde{D}_{r,x} \tilde{D}_{r,z} \text{SNR}}{\lambda^4} \cdot \frac{\text{Tr}[\mathbf{H}_{\text{tra}} \mathbf{H}_{\text{tra}}^H]}{MN}.$$

可知动态捷变全息 MIMO 系统的阵列增益与收发阵列尺寸  $\tilde{D}_{s,x} \tilde{D}_{s,z} \tilde{D}_{r,x} \tilde{D}_{r,z}$  成正比, 在时间维度快速捷变超表面单元相位响应不能提高阵列增益.

**结论 3** 全息 MIMO 阵列增益正比于天线尺寸  $\propto \tilde{D}_{s,x} \tilde{D}_{s,z} \tilde{D}_{r,x} \tilde{D}_{r,z}$ , 尺寸越大阵列增益越大.

表 2 总结了动态捷变全息 MIMO 的 3 种增益.

表 2 动态捷变全息 MIMO 系统增益总结表.

Table 2 Summary of communication gains for DARH MIMO systems.

Multiplexing gain (DoFs)	Diversity gain	Array gain
$\min(KN, M, \tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$	$K \min(M, \tilde{d}_s) \min(N, \tilde{d}_r)$	$\propto \tilde{D}_{s,x} \tilde{D}_{s,z} \tilde{D}_{r,x} \tilde{D}_{r,z}$

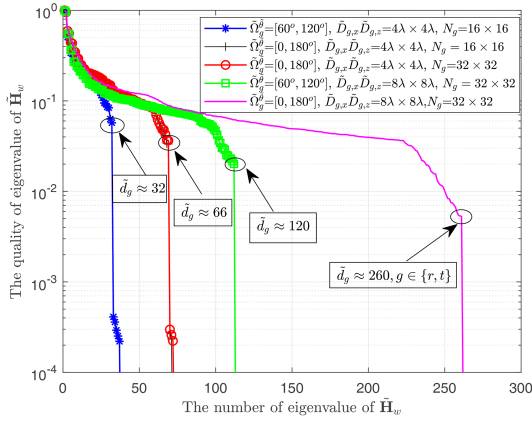

 图 3 (网络版彩图) 不同天线尺寸和径簇角度扩展下, 实际散射信道  $\tilde{H}_w$  自由度.

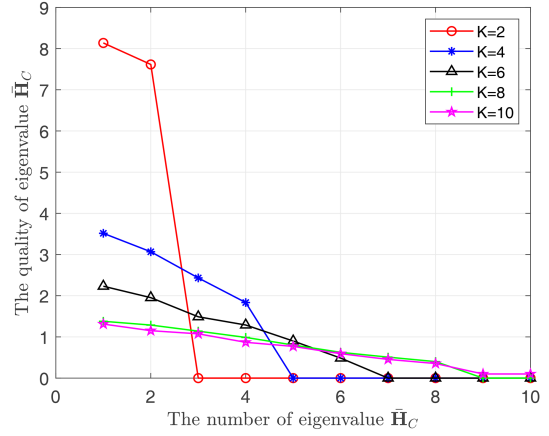
 Figure 3 (Color online) DoF of the scattering channel  $\tilde{H}_w$  for different DARH MIMO sizes and azimuth angular spreads.

 图 4 (网络版彩图)  $M = 8, N = 1$  时, 不同捷变次数  $K$  下, 空时复合信道  $\bar{H}_C$  的奇异值.

 Figure 4 (Color online) Eigenvalues of  $\bar{H}_C$  for different  $K$  by setting  $M = 8, N = 1$ .

## 6 仿真结果

本节给出了仿真验证结果, 以验证上述理论推导的结论. 动态捷变全息 MIMO 与传统全息 MIMO 最大的区别在于是否在符号持续期内多次改变超表面单元相位响应, 当只改变一次相位响应时, 二者等价, 即仿真结果中  $K = 1$  的性能曲线为传统全息 MIMO 的性能曲线.

图 3 给出了不同单天线尺寸超表面单元数量和径簇角度扩展下动态捷变全息 MIMO 实际散射信道的自由度. 这里为了便于展示, 俯仰角角度扩展均设为  $180^\circ$ . 由图 3 可知当全息 MIMO 尺寸越大、径簇角度扩展越大、空域自由度越大. 因为全息 MIMO 天线尺寸越大, 分辨率越高, 分辨出的独立路径数越多, 自由度越大. 当天线尺寸为  $4\lambda \times 4\lambda$ , 径簇方位角角度扩展为  $60^\circ$  时, 自由度约为 66, 当天线尺寸为  $8\lambda \times 8\lambda$ , 径簇方位角角度扩展为  $90^\circ$  时, 自由度约为 260, 与理论自由度相吻合. 对比天线尺寸  $4\lambda \times 4\lambda$  超表面单元数  $16 \times 16$  和天线尺寸  $4\lambda \times 4\lambda$  超表面单元数  $32 \times 32$  两条曲线, 当传输环境和天线尺寸相同时, 空域自由度相同, 与超表面单元数量无关.

图 4 给出了各向同性散射环境下, 不同捷变次数下空时复合信道矩阵  $\bar{H}_C$  的奇异值情况 (自由度). 发射天线数  $M = 8$ , 接收天线数  $N = 1$ , 每个天线尺寸为  $D_{s,x}D_{s,y} = 5\lambda \times 5\lambda$ , 此时实际散射信道的自由度约为 100. 由图 4 可知, 捷变次数越大  $\bar{H}_C$  的秩越大, 但  $\bar{H}_C$  的秩不能超过  $\min\{M, KN\}$ . 当捷变次数超过 8 时,  $\bar{H}_C$  的秩受限于发射天线数, 不随捷变次数增加而增加, 符合自由度理论分析结果. 此外, 随着  $K$  增加奇异值大小趋于相等, 信道质量越好, 越有利于通信.

图 5 给出了各向同性散射环境下, 不同相位响应捷变次数下系统误码率与信噪比的关系. 采用 QPSK 调制, 设置  $M = 4, N = 1$ , 每个天线由  $12 \times 12$  个超表面单元组成, 天线尺寸为  $3\lambda \times 3\lambda$ . 对比  $K = 1, K = 3$  和  $K = 6$  这 3 条曲线, 动态捷变全息 MIMO 系统的分集增益与随着超表面单元相位响应捷变次数的增大而增大. 因为捷变相位响应等效于人为制造快衰落, 捷变次数  $K$  越大时, 系统中独立路径数量越多 ( $KMN$ ), 深衰落概率越小, 误码率越低. 对比发射或接收任意一端和两端同时捷变的

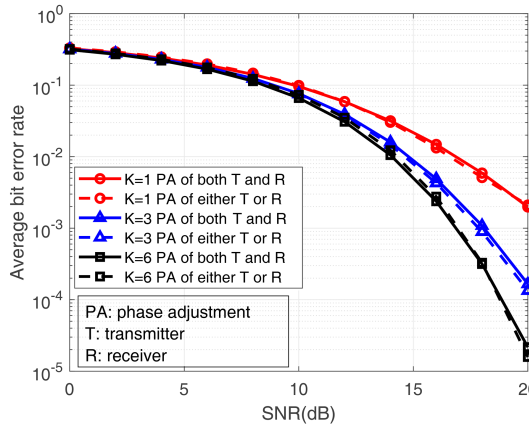


图 5 (网络版彩图) 单流数据传输下平均误码率与信噪比的关系。

Figure 5 (Color online) Average bit error rate (BER) versus SNR for single-stream data transmission.

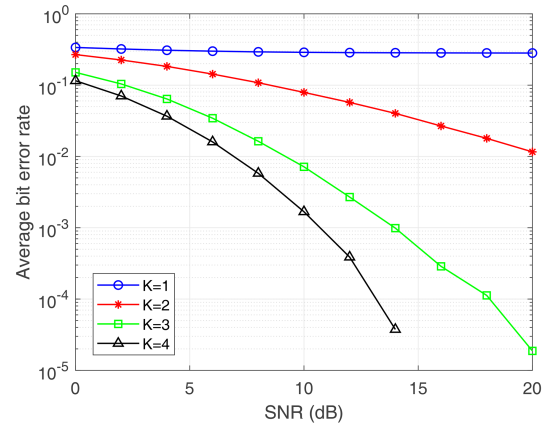


图 6 (网络版彩图) 多流数据传输下平均误码率与信噪比的关系。

Figure 6 (Color online) Average BER versus SNR for multi-stream data transmission.

情况,  $K$  相同时系统误码率相同, 因为双端捷变或任意单端捷变空时复合信道的相位都在  $(0, 2\pi]$  间均匀分布。

图 6 给出了不同捷变次数  $K$  下多流数据传输下平均误码率与信噪比的关系。采用 QPSK 调制, 设置  $M = 4$ ,  $N = 2$  时, 每个天线由  $12 \times 12$  个超表面单元组成, 天线尺寸为  $3\lambda \times 3\lambda$ , 散射信道自由度为  $\tilde{d}_s = 144$ ,  $\tilde{d}_r = 72$ ,  $\overline{H}_C$  自由度为  $\min(KN, M, \tilde{d}_s, \tilde{d}_r) = \min(KN, M)$ 。当天线发射  $M$  个不同数据流时,  $K$  越大自由度和分集增益越高。  $K = 1$  时, 自由度为 2 小于数据流数 4, 多流数据混合叠加相互干扰, 无法可靠地传输信号。随着  $K$  的增大, 自由度提高, 可以正确解调多流数据, 误码率性能大幅度提高。对比  $K = 2$ ,  $K = 3$  和  $K = 4$  这 3 条曲线自由度都为 4, 但  $K$  越大, 分集增益越大, 误码率性能越好。当发射天线数大于接收天线数时, 动态捷变全息 MIMO 系统不用增加接收天线就能提高自由度, 提高消除多数据流之间的自干扰的能力。

图 7 给出了发射天线  $M = 8$  时, 不同接收天线数  $N$  和捷变次数  $K$  下通信容量与信噪比关系图。在高信噪比下, 容量增长的斜率即为自由度。当  $M = 8, N = 2$  时, 捷变次数  $K$  越大, 容量增长速率越快。因为当  $M > N$  时, 自由度受限于  $N$ , 动态捷变可以增加自由度  $\min(KN, M)$ 。由图可知, 曲线“ $K = 3, N = 2$ ”和“ $K = 2, N = 3$ ”自由度相同均为 6, 曲线“ $K = 2, N = 2$ ”和“ $K = 1, N = 4$ ”自由度相同均为 4, 二者的速率差等效于阵列增益。因为动态捷变不能增加阵列增益,  $N = 4$  的阵列增益大于  $N = 2$  的阵列增益。

## 7 结论

本文提出了动态捷变双端全息 MIMO 系统, 从时间维度动态捷变超表面单元相位响应, 分析了多径信道模型下自由度、分集增益和阵列增益, 结果表明当接收天线少于发射天线时, 动态捷变方案可以提高自由度, 使得接收端可以正确区分出发射端发射的多路信号流, 从而提高系统的传输速率; 任何收发端天线配置情况下该动态捷变方案都能提高分集增益, 而阵列增益仅和全息 MIMO 阵列尺寸成正比, 与动态捷变无关。最后通过仿真分析对比了所提方案在不同散射环境、不同收发天线配置、不同捷变次数下对通信性能的提升, 验证了方案的有效性。动态捷变全息 MIMO 有广阔的应用前景。

首先, 动态捷变全息 MIMO 可以在发射天线多于接收天线时提高系统空域自由度, 接收端可以区分出更多信号流, 如下行链路中, 用户可以多次动态捷变接收超表面单元相位响应, 则基站可以同时传

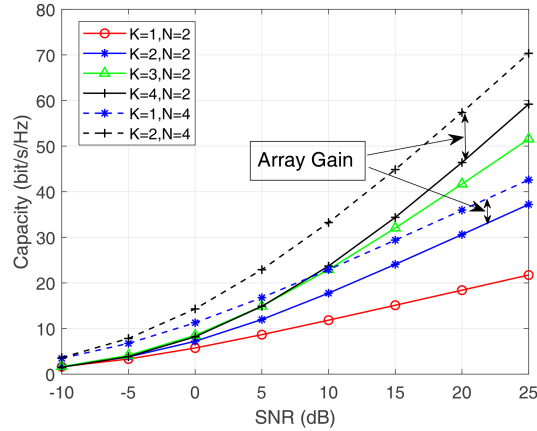


图 7 (网络版彩图) 不同接收天线数和捷变次数下, 通信容量与信噪比关系.

Figure 7 (Color online) Capacity versus SNR with different numbers of receiving antennas and agile times.

输更多数据流, 提高通信速率. 其次, 动态捷变全息 MIMO 考虑了发射和接收天线对信道的影响, 等效于引入了额外的维度控制信道, 增强了信道的随机性, 更强的信道随机性可以提高安全性. 利用超表面单元的动态捷变特性, 结合压缩感知技术估计来波方向降低全息 MIMO 信道估计复杂度, 辅助无人机更精准地感知周围环境等也有广阔的应用前景. 此外, 动态捷变全息 MIMO 在实际应用中会面临一些挑战, 例如收发双端如何同步捷变时间、捷变频率受硬件限制等, 具体问题有待进一步分析研究.

## 参考文献

- 1 Wu Q, Zhang R. Towards smart and reconfigurable environment: intelligent reflecting surface aided wireless network. *IEEE Commun Mag*, 2020, 58: 106–112
- 2 Huang C, Hu S, Alexandropoulos G C, et al. Holographic MIMO surfaces for 6G wireless networks: opportunities, challenges, and trends. *IEEE Wireless Commun*, 2020, 27: 118–125
- 3 Shi W, Xu W, You X, et al. Intelligent reflection enabling technologies for integrated and green Internet-of-Everything beyond 5G: communication, sensing, and security. *IEEE Wireless Commun*, 2023, 30: 147–154
- 4 Shi W, Yao J C, Xu J D, et al. Empowering over-the-air personalized federated learning via RIS. *Sci China Inf Sci*, 2024, 67: 219302
- 5 Xu J D, Xu W, Yuen C. On performance of distributed RIS-aided communication in random networks. 2024. ArXiv:2409.11156
- 6 Xu J D, Yuen C, Huang C W, et al. Reconfiguring wireless environments via intelligent surfaces for 6G: reflection, modulation, and security. *Sci China Inf Sci*, 2023, 66: 130304
- 7 Pizzo A, Torres A J, Sanguinetti L, et al. Nyquist sampling and degrees of freedom of electromagnetic fields. *IEEE Trans Signal Process*, 2022, 70: 3935–3947
- 8 Pizzo A, Marzetta T L, Sanguinetti L. Spatially-stationary model for holographic MIMO small-scale fading. *IEEE J Sel Areas Commun*, 2020, 38: 1964–1979
- 9 Pizzo A, Sanguinetti L, Marzetta T L. Fourier plane-wave series expansion for holographic MIMO communications. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2022, 21: 6890–6905
- 10 Wei L, Huang C, Alexandropoulos G C, et al. Multi-user holographic MIMO surfaces: channel modeling and spectral efficiency analysis. *IEEE J Sel Top Signal Process*, 2022, 16: 1112–1124
- 11 Wang T, Han W, Zhong Z, et al. Electromagnetic-compliant channel modeling and performance evaluation for holographic MIMO. In: *Proceedings IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*, 2022. 747–752
- 12 Yuan S S A, Chen X, Huang C, et al. Effects of mutual coupling on degree of freedom and antenna efficiency in holographic MIMO communications. *IEEE Open J Antennas Propag*, 2023, 4: 237–244
- 13 Sun S, Yan H. Small-scale spatial-temporal correlation and degrees of freedom for reconfigurable intelligent surfaces. *IEEE Wireless Commun Lett*, 2021, 10: 2698–2702
- 14 Sanguinetti L, D'Amico A A, Debbah M. Wavenumber-division multiplexing in line-of-sight holographic MIMO communications. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2023, 22: 2186–2201

- 15 Dardari D. Communicating with large intelligent surfaces: fundamental limits and models. *IEEE J Sel Areas Commun*, 2020, 38: 2526–2537
- 16 Deng R, Di B, Zhang H, et al. HDMA: holographic-pattern division multiple access. *IEEE J Sel Areas Commun*, 2022, 40: 1317–1332
- 17 Jin L, Lou Y, Xu X, et al. Separating multi-stream signals based on space-time isomerism. In: *Proceedings of International Conference on Wireless Communications and Signal Processing (WCSP)*, Nanjing, 2020
- 18 Lou Y, Jin L, Sun X, et al. Multi-path separation and parameter estimation by single DMA in fading channel. *IET Commun*, 2022, 16: 1475–1485
- 19 Lou Y M, Jin L, Wang H M, et al. Multi-stream signals separation based on space-time-isomeric (SPATIO) array using metasurface antennas. *Sci China Inf Sci*, 2024, 67: 122301
- 20 Sleasman T, Boyarsky M, Imani M F, et al. Design considerations for a dynamic metamaterial aperture for computational imaging at microwave frequencies. *J Opt Soc Am B*, 2016, 33: 1098
- 21 Poon A S Y, Brodersen R W, Tse D N C. Degrees of freedom in multiple-antenna channels: a signal space approach. *IEEE Trans Inform Theor*, 2005, 51: 523–536
- 22 ETSI. Study on Channel Model for Frequencies from 0.5 to 100 GHz. Technical Report TR 38 901, 2024
- 23 Tse D, Viswanath P. *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge: Cambridge University Press, 2005

## 附录 A 引理 1 证明

考虑单极化尺寸为  $D_{g,x} \times D_{g,z}$ ,  $g \in \{r, s\}$  的放置于  $xz$  平面的超表面阵列, 等价于沿以  $x$  和  $z$  轴联合排列的线阵列系统, 环境中存在  $L_r$  个到达和  $L_s$  个离去径簇, 第  $l_r$  个到达和第  $l_s$  个离去径簇间任意子径 AoD, ZoD, AoA 和 ZoA 中心角度、角度扩展和角度范围为  $\bar{\theta}_{l_g}, \bar{\phi}_{l_g}, \Delta\theta_{l_g}, \Delta\phi_{l_g}, \Omega_\theta^{l_g} \triangleq [\bar{\theta}_{l_g} - \Delta\theta_{l_g}, \bar{\theta}_{l_g} + \Delta\theta_{l_g}]$ ,  $\Omega_\phi^{l_g} \triangleq [\bar{\phi}_{l_g} - \Delta\phi_{l_g}, \bar{\phi}_{l_g} + \Delta\phi_{l_g}]$ . 收发天线由  $N_s$  和  $N_r$  个超表面单元组成时, 空域多径信道表示为

$$h = \sum_{m=1}^{N_r} \sum_{n=1}^{N_s} \frac{1}{\sqrt{L_s L_r}} \iint_{\Omega_s \times \Omega_r} q_m^r a_m(\alpha_{l_r}) H_a(\alpha_{l_r}, \alpha_{l_s}) a_n^*(\alpha_{l_s}) q_n^s d\alpha_{l_s} d\alpha_{l_r} = \mathbf{q}_r^H \mathbf{H}_w^{\text{int}} \mathbf{q}_s, \quad (\text{A1})$$

此处  $\Omega_g \triangleq \Omega_1 \cup \dots \cup \Omega_{L_g}$ ,  $\Omega_{l_g} \triangleq \Omega_\theta^{l_g} \times \Omega_\phi^{l_g}$ ,  $g \in \{r, s\}$ ,  $\mathbf{H}_w^{\text{int}} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_s}$  表示所有收发超表面间径簇的总散射信道, 由发射响应  $a_n(\alpha_{l_s})$ 、接收响应  $a_m(\alpha_{l_r})$  和无线环境信道系数  $H_a(\alpha_{l_r}, \alpha_{l_s})$  组成,  $\mathbf{H}_w^{\text{int}}$  中第  $m$  行第  $n$  列的元素表示为  $\mathbf{H}_w^{\text{int}}(m, n) = \frac{1}{\sqrt{L_s L_r}} \iint_{\Omega_s \times \Omega_r} a_m(\alpha_{l_r}) H_a(\alpha_{l_r}, \alpha_{l_s}) a_n^*(\alpha_{l_s}) d\alpha_{l_s} d\alpha_{l_r}$ . 因为式 (2) 中  $\mathbf{H}_w$  由式 (A1) 中的  $\mathbf{H}_w^{\text{int}}$  角域积分离散化采样生成且不丢失信道信息, 所以二者的特征空间完全相同, 自由度也相同. 由文献 [21] 知  $\mathbf{H}_w^{\text{int}}$  的自由度由接收响应  $a_m(\alpha_{l_r})$  和发射响应  $a_n(\alpha_{l_s})$  决定.

以接收端为例, 对于沿  $z$  轴排列尺寸为  $[-\frac{D_{r,z}}{2}, \frac{D_{r,z}}{2}]$  的线阵列, 第  $m$  个超表面单元接收响应为  $a_m^z(\alpha_{l_r})$ ,

$$a_m^z(\alpha_{l_r}) = e^{j2\pi r_{z,m} \cos \theta_{l_r}} = \sum_{b=-\infty}^{\infty} \text{sinc} \left[ D_{r,z} \left( \cos \theta_{l_r} - \frac{b}{D_{r,z}} \right) \right] e^{\frac{-j2\pi b r_{z,m}}{D_{r,z}}},$$

$$(\cos \theta_{l_r}, r_{z,m}) \in \left\{ \cos \theta_{l_r} | \theta_{l_r} \in \Omega_\theta^r \triangleq \Omega_\theta^1 \cup \dots \cup \Omega_\theta^{L_r} \right\} \times \left[ -\frac{D_{r,z}}{2}, \frac{D_{r,z}}{2} \right]. \quad (\text{A2})$$

上述 sinc 函数的大部分能量集中在  $\pm \frac{1}{D_{r,z}}$  之间, 因此当  $\cos(\theta_{l_r}) \gg \pm \frac{1}{D_{r,z}}$  时, 式 (A2) 近似表示为

$$a_m^z(\alpha_{l_r}) \approx \sum_{l_r=1}^{L_r} \sum_{b=-D_{r,z} \sin \bar{\theta}_{l_r} \sin \Delta\theta_{l_r}}^{D_{r,z} \sin \bar{\theta}_{l_r} \sin \Delta\theta_{l_r}} \text{sinc} \left[ D_{r,z} \left( \cos \theta_{l_r} - \frac{b}{D_{r,z}} \right) \right] e^{\frac{-j2\pi b r_{z,m}}{D_{r,z}}}, \quad (\text{A3})$$

$\int_{\Omega_\theta^r} a_m^z(\alpha_{l_r}) d \cos \theta_{l_r}$  分解为由基  $\{\sqrt{D_{r,z}} \text{sinc}[D_{r,z}(\cos \theta_{l_r} - \frac{b}{D_{r,z}})]\}$ ,  $b = 0, \dots, \pm D_{r,z} \sin \bar{\theta}_{l_r} \sin \Delta\theta_{l_r}$ ,  $\theta_{l_r} \in \Omega_\theta^r$  张成的子空间, 带限 sinc 函数的分辨率为  $D_{r,z}$ , 近似接收向量子空间的维数为  $D_{r,z} |\Omega_\theta^r| = D_{r,z} \sum_{l_r=1}^{L_r} |\Omega_\theta^{l_r}|$ , 此处  $|\Omega_\theta^{l_r}| = \int_{\Omega_\theta^{l_r}} \sin \theta_{l_r} d\theta_{l_r} = 2 \sin \theta_{l_r} \sin \Delta\theta_{l_r}$ ,  $|\Omega_\theta^r| = \int_{\Omega_\theta^r} \sin \theta_{l_r} d\theta_{l_r} = \int_{\Omega_\theta^1 \cup \dots \cup \Omega_\theta^{L_r}} \sin \theta_{l_r} d\theta_{l_r} = \sum_{l_r=1}^{L_r} |\Omega_\theta^{l_r}|$ . 因此接收端在所有  $L_r$  个径簇内可分辨出  $D_{r,z} |\Omega_\theta^r|$  个独立并行子路径, 此为接收端在  $z$  轴方向自由度.

同理, 对于沿  $x$  轴排列尺寸为  $[-\frac{D_{r,x}}{2}, \frac{D_{r,x}}{2}]$  的线接收阵列, 第  $m$  个超表面单元对径簇接收响应表示为  $a_m^x(\alpha_{l_r}) = e^{-j2\pi r_{x,m} \sin \theta_{l_r} \cos \phi_{l_r}}$ , 考虑  $\theta_{l_r} = \frac{\pi}{2}$ , 此时系统分辨率最高, 接收响应应进一步表示为

$$a_m^x(\alpha_{l_r}) = e^{-j2\pi r_{x,m} \cos \phi_{l_r}} = \sum_{b=-\infty}^{\infty} \text{sinc} \left[ D_{r,x} \left( \cos \phi_{l_r} - \frac{b}{D_{r,x}} \right) \right] e^{\frac{-j2\pi b r_{x,m}}{D_{r,x}}},$$

$$(\cos \phi_{l_r}, r_{x,m}) \in \left\{ \cos \phi_{l_r} | \phi_{l_r} \in \Omega_\phi^r \triangleq \Omega_\phi^1 \cup \dots \cup \Omega_\phi^{L_r} \right\} \times \left[ -\frac{D_{r,x}}{2}, \frac{D_{r,x}}{2} \right], \quad (\text{A4})$$

$\int_{\Omega_\phi^r} a_m^x(\alpha_{l_r}) d \cos \phi_{l_r}$  分解为由基  $\{\sqrt{D_{r,x}} \text{sinc}[D_{r,x}(\cos \phi_{l_r} - \frac{b}{D_{r,x}})]\}$ ,  $b = 0, \dots, \pm D_{r,z} \sin \bar{\phi}_{l_r} \sin \Delta \phi_{l_r}$  张成的子空间, 带限 sinc 函数的分辨率为  $D_{r,x}$ , 接收子空间维数为  $D_{r,x} |\Omega_\phi^r| = D_{r,x} \sum_{l_r=1}^{L_r} |\Omega_\phi^{l_r}|$ , 此处  $|\Omega_\phi^{l_r}| = \int_{\Omega_\phi^{l_r}} \sin \phi_{l_r} d\phi_{l_r} = 2 \sin \bar{\phi}_{l_r} \sin \Delta \phi_{l_r}$ ,  $|\Omega_\phi^r| = \int_{\Omega_\phi^r} \sin \phi_{l_r} d\phi_{l_r} = \int_{\Omega_\phi^1 \cup \dots \cup \Omega_\phi^{L_r}} \sin \phi_{l_r} d\phi_{l_r} = \sum_{l_r=1}^{L_r} |\Omega_\phi^{l_r}|$ , 所有  $L_r$  个径簇内可分辨出  $D_{r,z} |\Omega_\phi^r|$  个独立并行子路径, 此为接收端在  $x$  轴方向的自由度.

因为沿  $x$  和  $z$  轴线天线自由度为  $D_{r,x} |\Omega_\phi^r|$  和  $D_{r,z} |\Omega_\theta^r|$ , 则放置于  $xz$  平面的面接收天线自由度为  $d_r \triangleq D_{r,z} D_{r,x} |\Omega_\theta^r| \cdot |\Omega_\phi^r|$ , 即自由度由收发天线尺寸、径簇数量和角度扩展共同决定. 同理, 对于单极化尺寸为  $D_{s,x} \times D_{s,z}$  放置于  $xz$  平面的发射天线, 所有径簇发射俯仰角和方位角的角度范围为  $\Omega_\theta^s, \Omega_\phi^s$ , 发射自由度为  $d_s \triangleq D_{s,z} D_{s,x} |\Omega_\theta^s| |\Omega_\phi^s|$ . 综合收发天线自由度, 可知系统自由度为  $\min(d_r, d_s)$ .

## 附录 B 引理 2 证明

由引理 1 可知, 单极化沿  $xz$  平面放置尺寸为  $D_{g,x} \times D_{g,z}$ ,  $g \in \{r, s\}$  的全息 SISO 传输系统, 当环境中存在  $L_r$  个到达和  $L_s$  个离去径簇时, 自由度为  $\min(d_r, d_s)$ . 然后将该全息 SISO 系统推广至全息 MIMO 系统,  $M$  发  $N$  收 MIMO 发射阵列尺寸为  $\tilde{D}_{s,x} \times \tilde{D}_{s,z} = MD_{s,x} \times D_{s,z}$ , 接收阵列尺寸为  $\tilde{D}_{r,x} \times \tilde{D}_{r,z} = ND_{r,x} \times D_{r,z}$ . 收发超表面单元组成的平面阵列放置于  $xz$  平面, 超表面单元均单极化, 散射环境中有  $\tilde{L}_s$  个离去径簇和  $\tilde{L}_r$  个到达径簇, 则其空域自由度为  $\min(\tilde{d}_r, \tilde{d}_s)$ , 此处  $\tilde{d}_g \triangleq \tilde{D}_{g,z} \tilde{D}_{g,x} |\Omega_\theta^g| |\Omega_\phi^g|$ ,  $g \in \{r, s\}$ . 因为自由度即散射信道  $\tilde{\mathbf{H}}_w$  (式 (4)) 的秩, 结合  $\tilde{\mathbf{H}}_w$  的维度  $NN_r \times MN_s$ , 其秩为  $\text{rank}(\tilde{\mathbf{H}}_w) = \min(\tilde{d}_r, \tilde{d}_s, NN_r, MN_s)$ . 由文献 [9] 可知, 当全息 MIMO 的超表面单元按亚波长排列, 必定满足约束  $NN_r \geq \tilde{d}_r, MN_s \geq \tilde{d}_s$ , 故  $\tilde{\mathbf{H}}_w$  的秩为  $\text{rank}(\tilde{\mathbf{H}}_w) = \min(\tilde{d}_r, \tilde{d}_s)$ .

## 附录 C 定理 1 证明

由引理 2 得  $\text{rank}(\tilde{\mathbf{H}}_w) = \min(\tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ , 故  $\text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_w) = \min(K\tilde{d}_s, K\tilde{d}_r)$  ( $\tilde{\mathbf{H}}_w, \overline{\mathbf{H}}_w$  见式 (4) 和 (5)). 由矩阵相乘定理得  $\text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_C) \leq \min(\text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_w), \text{rank}(\overline{\mathbf{Q}}_r), \text{rank}(\overline{\mathbf{Q}}_s)) \leq \min(KN, M, K\tilde{d}_s, K\tilde{d}_r)$ . 因为  $\text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_C \overline{\mathbf{H}}_C^H) = \text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_C^H \overline{\mathbf{H}}_C) = \text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_C)$ , 分析  $\overline{\mathbf{H}}_C \overline{\mathbf{H}}_C^H$  的秩等价于分析  $\overline{\mathbf{H}}_C$  的秩.  $\overline{\mathbf{Q}}_r$  和  $\overline{\mathbf{Q}}_s$  可以人为设计列满秩, 使得  $\overline{\mathbf{Q}}_r \overline{\mathbf{Q}}_r^H = \mathbf{U}_r \text{diag}\{\Lambda_r, \mathbf{0}_{KN_r - KN}\} \mathbf{V}_r^H$ ,  $\overline{\mathbf{Q}}_s \overline{\mathbf{Q}}_s^H = \mathbf{U}_s \text{diag}\{\Lambda_s, \mathbf{0}_{KM_s - M}\} \mathbf{V}_s^H$ ,  $\mathbf{U}_s \in \mathbb{C}^{KM_s \times KM_s}$ ,  $\mathbf{U}_r \in \mathbb{C}^{KN_r \times KN_r}$ ,  $\mathbf{V}_s \in \mathbb{C}^{KM_s \times KM_s}$ ,  $\mathbf{V}_r \in \mathbb{C}^{KN_r \times KN_r}$  为酉矩阵,  $\Lambda_s \in \mathbb{C}^{M \times M}$ ,  $\Lambda_r \in \mathbb{C}^{KN \times KN}$  为满秩对角阵, 则  $\overline{\mathbf{H}}_C \overline{\mathbf{H}}_C^H = \overline{\mathbf{Q}}_r^H \overline{\mathbf{H}}_w \mathbf{U}_s \text{diag}\{\Lambda_s, \mathbf{0}_{KM_s - M}\} \mathbf{V}_s^H \overline{\mathbf{H}}_w^H \overline{\mathbf{Q}}_r$ ,  $\overline{\mathbf{H}}_C^H \overline{\mathbf{H}}_C = \overline{\mathbf{Q}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_w^H \mathbf{U}_r \text{diag}\{\Lambda_r, \mathbf{0}_{KN_r - KN}\} \mathbf{V}_r^H \overline{\mathbf{H}}_w \overline{\mathbf{Q}}_s$ , 故通过设计  $\overline{\mathbf{Q}}_r$  和  $\overline{\mathbf{Q}}_s$  列满秩可以获取  $\overline{\mathbf{H}}_w$  的任意  $M$  列组成的分块矩阵或任意  $KN$  行组成的分块矩阵, 即矩阵  $\overline{\mathbf{H}}_C$  的秩必然满足  $\text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_C) \leq \min(KN, M)$ .

下面讨论  $\overline{\mathbf{H}}_w$  的任意  $M$  列分块矩阵和任意  $KN$  行分块矩阵的性质. 根据式 (5) 中  $\overline{\mathbf{H}}_C$  和  $\overline{\mathbf{H}}_w$  的矩阵结构可知, 任意  $M$  列分块矩阵一定取自  $\tilde{\mathbf{H}}_w \in \mathbb{C}^{NN_r \times MN_s}$ , 当  $\overline{\mathbf{H}}_w$  的  $KN$  行分块矩阵超出  $\tilde{\mathbf{H}}_w$  的范围,  $\overline{\mathbf{H}}_C$  的秩由列分块矩阵决定, 因此只需要分析当  $KN \leq M$  时  $KN$  行分块矩阵和  $\tilde{\mathbf{H}}_w$  的  $M$  列分块矩阵的性质.

(1) 当  $M \geq KN$  时,  $\overline{\mathbf{H}}_C$  的秩受限于  $KN$ ,  $\text{rank}(\tilde{\mathbf{H}}_w) = \min(\tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ , 当  $KN \leq \min(\tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ ,  $\overline{\mathbf{H}}_C$  秩小于等于  $KN$ . 因为  $\overline{\mathbf{Q}}_r$  和  $\overline{\mathbf{Q}}_s$  人为设计, 所以可以获取  $\tilde{\mathbf{H}}_w$  的任意  $KN$  行分块矩阵, 一定可以使得此  $KN$  行向量不相关, 信道的秩等于  $KN$ . 当  $KN > \min(\tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$  时, 最多获得  $\min(\tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$  个不相关行向量,  $\overline{\mathbf{H}}_C$  秩为  $\min(\tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ . 此情况下动态捷变可以提高矩阵的秩,  $\text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_C) = \min(KN, \tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ .

(2) 当  $M < KN$  时,  $\overline{\mathbf{H}}_C$  的秩受限于  $M$ , 秩由  $\tilde{\mathbf{H}}_w$  的  $M$  行分块矩阵决定, 和情况 (1) 类似的分析, 可得  $\overline{\mathbf{H}}_C$  的秩为  $\text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_C) = \min(M, \tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ , 此时动态捷变不能提高  $\overline{\mathbf{H}}_C$  的秩.

综合上述分析可得,  $\text{rank}(\overline{\mathbf{H}}_C) = \min(M, KN, \tilde{d}_s, \tilde{d}_r)$ .

## 附录 D 定理 2 证明

式 (7) 空时复合信道响应  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  由  $\mathbf{H}_w^{uv}$ ,  $\varphi_{m,u}^r(t_k)$  和  $\varphi_{n,v}^s(t_k)$  三者共同决定. 为了得到  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  的分布, 需要分析动态捷变相位响应对  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  相位和幅度的影响.

首先分析调整相位响应对  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  相位的影响. 空时复合信道相位由  $\mathbf{H}_w^{uv}$ ,  $\varphi_{m,u}^r(t_k)$  和  $\varphi_{n,v}^s(t_k)$  三者共同决定.  $\angle \mathbf{H}_w^{uv}$  在符号持续期  $T$  内恒定不变, 因此空时复合信道相位仅由  $\varphi_{m,u}^r(t_k)$  和  $\varphi_{n,v}^s(t_k)$  决定相位. 收发各超表面单元产生不同相位  $\varphi_{m,u}^r(t_k), \varphi_{n,v}^s(t_k)$  在  $(0, 2\pi]$  之间均匀分布, 因为在  $(0, 2\pi]$  间均匀分布的多个相位叠加产生的相位依然在  $(0, 2\pi]$  间均匀分布, 故  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  相位  $\angle \bar{h}_{uv}(t_k)$  在  $(0, 2\pi]$  间均匀分布.

然后分析调整相位响应对  $h_{ij}(t_k)$  幅度的影响. 首先传播环境每个径簇由具有相同的时延和功率多个子径叠加生成, 由大数定理可知每个径簇近似服从高斯分布, 即  $\mathbf{H}_w^{uv}$  的元素服从循环对称复高斯分布. 又因为调整超表面相位响应特性仅改变信道相位, 不改变幅度  $|\mathbf{H}_w^{uv}|$ , 并且相位在  $(0, 2\pi]$  间均匀分布, 由循环对称复高斯分布的性质可得  $\sum_{m=1}^{N_r} \sum_{n=1}^{N_s} [\mathbf{H}_w^{uv}]_{mn} e^{j\varphi_{m,u}^r(t_k)} e^{j\varphi_{n,v}^s(t_k)} \sim \frac{N_r N_s}{d_r d_s} \sum_{m=1}^{d_r} \sum_{n=1}^{d_s} [\mathbf{H}_a^{uv}]_{mn}$ ,  $\mathbf{H}_a^{uv} \in \mathbb{C}^{d_r \times d_s}$  表示  $\mathbf{H}_w^{uv}$  中所有  $d_r d_s$  个独立同分布变量组成的矩阵, 因此任意收发天线之间  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  的分布依赖于  $\mathbf{H}_a^{uv}$ .

为了进一步分析空时复合信道响应  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  的幅度, 将其表示为  $\bar{h}_{uv}(t_k) = \frac{N_r N_s}{d_r d_s} \sum_{m=1}^{d_r} \sum_{n=1}^{d_s} [\mathbf{H}_a^{uv}]_{mn} = \frac{N_r N_s}{d_r d_s} \cdot \sum_{m=1}^{d_r} \sum_{n=1}^{d_s} \bar{h}_{uv}^{mn}(t_k)$ ,  $\bar{h}_{uv}^{mn}(t_k) \triangleq [\mathbf{H}_a^{uv}]_{mn}$ ,  $|\bar{h}_{uv}^{mn}|$  表示  $\bar{h}_{uv}^{mn}(t_k)$  的幅度,  $\phi_{uv}^{mn}(t_k)$  表示  $\bar{h}_{uv}^{mn}(t_k)$  的相位, 不同超表面单元间信道响应的协方差表示为

$$\mathbb{E} \left\{ \bar{h}_{uv}^{m_1 n_1}(t_k) \bar{h}_{uv}^{m_2 n_2*}(t_k) \right\} = \begin{cases} |\bar{h}_{uv}^{m_1 n_1}|^2, & m_1 = m_2, n_1 = n_2, \\ 0, & \text{others,} \end{cases}$$

信道功率表示为  $\mathbb{E}\{|\bar{h}_{uv}(t_k)|^2\} = \mathbb{E}\left\{\left|\sum_{m=1}^{N_r} \sum_{n=1}^{N_s} \bar{h}_{uv}^{mn}(t_k)\right|^2\right\} = \sum_{m=1}^{N_r} \sum_{n=1}^{N_s} |\bar{h}_{uv}^{mn}(t_k)|^2 = \frac{N_r N_s}{d_r d_s} \sum_{m=1}^{d_r} \sum_{n=1}^{d_s} |[\mathbf{H}_a^{uv}]_{mn}|^2$ . 因为  $\mathbf{H}_a^{uv}$  所有元素独立同分布,  $[\mathbf{H}_a^{uv}]_{mn}, \forall m, n$  服从均值为 0、方差为 1 的循环对称复高斯分布, 当  $d_r, d_s$  足够大时, 由弱大数定理可知,  $\frac{1}{d_r d_s} \sum_{m=1}^{d_r} \sum_{n=1}^{d_s} |[\mathbf{H}_a^{uv}]_{mn}|^2$  的值趋近于信道功率 1, 即  $\sum_{m=1}^{d_r} \sum_{n=1}^{d_s} |[\mathbf{H}_a^{uv}]_{mn}|^2 = d_r d_s$ , 所以第  $u$  根接收天线与第  $v$  根发射天线之间的信道功率等于  $\frac{N_r N_s}{d_r d_s} \sum_{m=1}^{d_r} \sum_{n=1}^{d_s} |[\mathbf{H}_a^{uv}]_{mn}|^2 = N_r N_s$ .

然后根据中心极限定理, 任一时刻  $t_k$ , 当  $d_r, d_s$  足够大时, 发射端到接收端对应的空时复合信道响  $\bar{h}_{uv}(t_k) = \frac{N_r N_s}{d_r d_s} \sum_{m=1}^{d_r} \sum_{n=1}^{d_s} [\mathbf{H}_a^{uv}]_{mn}$  服从高斯分布. 由  $d_r, d_s$  个均值为 0, 方差为  $\frac{N_r N_s}{d_r d_s}$  复高斯变量  $[\mathbf{H}_a^{uv}]_{mn}$  叠加生成的复高斯变量  $\bar{h}_{uv}(t_k)$  均值为 0, 方差为  $N_r N_s$ , 即  $\bar{h}_{uv}(t_k) \sim \mathcal{CN}(0, N_r N_s)$ .

## Dynamic agile reconfigurable holographic MIMO: DoF, diversity gain, and array gain analysis

Jiale BAI<sup>1,2</sup>, Hui-Ming WANG<sup>1,2\*</sup>, Liang JIN<sup>3</sup> & Yangming LOU<sup>3</sup>

1. School of Information and Communications Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

2. Ministry of Education Key Laboratory for Intelligent Networks and Network Security, Xi'an 710049, China

3. Institute of Information Technology, Information Engineering University, Zhengzhou 450003, China

\* Corresponding author. E-mail: hmwang@mail.xjtu.edu.cn

**Abstract** In this study, we propose a dynamic agile reconfigurable holographic multi-input-multi-output (DARH-MIMO) wireless communication system utilizing intelligent metasurfaces. By fully utilizing the ability of metasurfaces to dynamically manipulate electromagnetic signals, we deploy these structures as MIMO antennas with agile reconfiguration capabilities for both the transmitter and receiver. Subsequently, we introduce a spatial-temporal dynamic agile reconfigurable framework for this DARH-MIMO system. Within this framework, the phase response of each metasurface element is reconfigured multiple times within a single symbol duration, enabling the construction of an equivalent extended spatial-temporal channel and enhancing communication potential. We then analyze the system's multiplexing gain (degrees of freedom, DoF), diversity gain, and array gain under multipath fading channel conditions. The results highlight the following: (1) A clear relationship between the DoF and parameters such as agile frequency, angular spread, antenna size, and number of antennas. This conclusion indicates that when the number of receive antennas is smaller than that of transmit antennas, the dynamic agile reconfiguration of metasurface element phase response significantly enhances DoF. (2) A direct relationship between diversity gain, agile frequency, and DoF, indicating that diversity gain increases with higher agile frequency. (3) A proportional relationship between array gain and the size of the DARH-MIMO array size. These findings provide valuable insights into optimizing holographic MIMO systems for next-generation wireless communication.

**Keywords** intelligent metasurface, holographic MIMO, degrees of freedom, diversity gain, array gain