



可重构智能表面辅助多用户 NOMA 网络鲁棒安全资源分配

胡林^{1,2*}, 刘锡炎¹, 齐倩¹, 雷宏江^{1,2}, 陈前斌^{1,2}

1. 重庆邮电大学通信与信息工程学院, 重庆 400065

2. 重庆邮电大学移动通信技术重庆市重点实验室, 重庆 400065

* 通信作者. E-mail: linhu@cqupt.edu.cn

收稿日期: 2024-08-27; 修回日期: 2024-10-16; 接受日期: 2024-11-28; 网络出版日期: 2025-01-06

国家自然科学基金 (批准号: U23A20279, 6190189) 资助项目

摘要 在不完美信道状态信息和不完美串行干扰消除的场景下, 研究了可重构智能表面辅助多用户非正交多址接入网络的鲁棒安全资源分配问题. 考虑能量用户作为网络中的潜在窃听节点, 在两类用户 (信息用户和能量用户) 服务质量约束和能量用户最大窃听速率约束下, 建立了基站发射功率最小化优化问题. 首先, 基于信息用户信道增益确定串行干扰消除解码顺序, 然后使用 S-程序转化含信道不确定性的非凸约束, 将优化问题分解为两个子问题, 最后使用基于半正定松弛的交替优化方法迭代求解两个子问题. 仿真结果表明: 在不完美信道状态信息下, 优化串行干扰消除解码顺序可以有效地降低基站发射功率.

关键词 不完美信道状态信息, 不完美串行干扰消除, 可重构智能表面, 非正交多址接入, 安全资源分配

1 引言

可重构智能表面 (reconfigurable intelligent surface, RIS) 作为 6G 系统中的前沿技术, 近年来受到了学者的广泛的研究. RIS 由大量的被动反射单元组成, 每个反射单元都能独立调整入射信号的振幅和相位, 从而可以有效地重构无线信道^[1]. 非正交多址接入 (non-orthogonal multiple access, NOMA) 由于其可以提供大规模连接、低时延和高频效的特性, 已经被看作无线通信系统中至关重要的技术. NOMA 在发射端使用叠加编码发送信号, 在接收端采用串行干扰消除 (successive interference cancellation, SIC) 进行解码来区分不同信号^[2].

RIS 辅助 NOMA 网络的场景已经引起了广泛关注. 文献 [3] 研究了 RIS 辅助下行 NOMA 网络的功率最小化问题, 实验表明, 优化 SIC 解码顺序可以有效降低基站发射功率. 文献 [4] 在 RIS 辅助 SWIPT NOMA 下行系统中, 提出了一种基于迭代优化的功率分配算法, 解决了系统总发射功率最小

引用格式: 胡林, 刘锡炎, 齐倩, 等. 可重构智能表面辅助多用户 NOMA 网络鲁棒安全资源分配. 中国科学: 信息科学, 2025, 55: 187–201, doi: 10.1360/SSI-2024-0262

Hu L, Liu X Y, Qi Q, et al. Robust secure resource allocation for reconfigurable intelligent surface-assisted multi-user NOMA networks. *Sci Sin Inform*, 2025, 55: 187–201, doi: 10.1360/SSI-2024-0262

化的问题. 为了减少基站的传输功率, 并保证用户的服务质量, 文献 [5] 在 RIS 辅助下行 NOMA 网络中提出了一种基于半正定松弛 (semi-definite relaxation, SDR) 的优化算法来设计基站的主动波束赋形和 RIS 的被动波束赋形, 从而最小化基站的发射功率.

然而, 上述研究均建立在完美信道状态信息 (channel state information, CSI) 下, 在实际的无线通信场景中, 由于 RIS 被动反射信号的特点, 很难获取完美 CSI. 基于此, 文献 [6] 研究了存在多天线窃听者下的 RIS 辅助两用户 NOMA 网络的功率最小化问题. 文献 [7] 在 RIS 辅助多用户 NOMA 网络中, 研究了不完美 CSI 下的解码顺序优化问题. 文献 [8] 研究了不存在直连链路的 RIS 辅助 NOMA 网络的功率最小化问题, 并比较了 RIS 连续相位和离散相位对于网络性能的影响. 在海事通信系统中, 文献 [9] 利用有界信道误差模型, 提出了传输和反射鲁棒设计来保证系统的可靠通信并降低基站的发射功率.

在实际通信系统中, 硬件设备的性能可能无法满足理想条件下的 SIC 要求, 因此, 接收端难以实现完美 SIC, 且会带来极高的计算复杂度和时延^[10]. 因此, 文献 [11] 在考虑多组检测和不完美 SIC 下, 采用最小均方误差均衡器交替优化发射功率和 RIS 相移来最小化系统的功率消耗. 在 1 比特编码方案下, 文献 [12] 研究了 RIS 辅助 NOMA 网络在完美 SIC 和不完美 SIC 下的性能. 文献 [13] 研究了主动 RIS 辅助多簇 NOMA 网络功率最小化问题, 在用户服务质量 (quality of service, QoS) 约束和 SIC 解码约束下, 通过优化基站主动波束赋形和 RIS 相移来降低基站功率消耗.

随着通信网络的飞速发展, 存在多种服务质量需求的异构通信网络场景受到了广泛关注. 其中, 对于存在信息用户和能量用户的网络场景的研究最为广泛. 无线传输的广播特性使得网络的信息传输存在安全隐患. 相比较信息用户, 能量用户通常部署在靠近发射机的位置来帮助收集能量. 然而, 当能量用户试图接入发送给信息用户的可靠信号时, 能量用户可能变成一个窃听者^[14]. 基于此, 文献 [15] 为了提高 SWIPT-NOMA 网络的安全性能, 提出了一种采用发送天线选择和功率分割策略的 SWIPT-NOMA 网络物理层安全模型.

综上所述, 目前的研究较少考虑两种不完美因素共同影响下的 RIS 辅助 NOMA 网络的性能, 文献 [16] 虽然考虑了两种不完美因素影响下的 RIS 辅助多用户 NOMA 网络的功率最小化问题, 但没有考虑到不完美 CSI 下的 SIC 解码顺序优化问题以及能量用户可能是潜在的窃听节点的特殊情况. 因此, 本文在文献 [16] 的基础上进一步进行研究, 构建了一个安全传输功率最小化问题. 不完美 CSI 使得 QoS 约束变成含无限维非凸约束, SIC 解码顺序优化问题变得更加复杂. 不完美 SIC 会导致 NOMA 用户在解码信号时出现残余信号, 使得 NOMA 用户 QoS 约束的转化更加困难. 如何在不完美 CSI 和不完美 SIC 下合理设计 SIC 解码顺序并分配功率资源, 在满足两类用户 QoS 需求并实现信号安全传输的同时最小化基站的功率消耗是本文面临的挑战. 本文主要创新工作总结如下:

- 本文在 RIS 辅助多用户 NOMA 网络中考虑了能量用户充当潜在窃听节点的特殊场景, 研究了不完美 CSI 下的 SIC 解码顺序优化问题, 通过优化 SIC 解码顺序、基站主动波束赋形和 RIS 被动波束赋形, 在实现信号安全传输的同时最小化基站的发射功率.

- 在信息用户最小速率约束、能量用户最小收集能量和最大窃听速率约束、RIS 相移约束下, 基于有界信道误差模型, 构建了基站发射功率最小化问题. 利用 S-程序、半正定松弛、交替优化等方法将原非凸问题转换为凸问题并求解. 如表 1^[3, 4, 6~9, 11, 13, 15] 所示, 不同于文献 [6~9] 仅考虑了不完美 CSI, 文献 [11~13] 仅考虑了不完美 SIC, 本文同时考虑不完美 CSI 和不完美 SIC 的应用场景, 更符合实际.

- 本文提供了收敛性分析. 基站的总发射功率随迭代下降到一个稳定值. 仿真结果表明, 与基准算法相比, 本文算法实现了最低的发射功率.

符号定义. $(\cdot)^T$ 表示转置操作, $(\cdot)^H$ 表示共轭转置操作. $|\cdot|$ 代表复数的模, 实数的绝对值, $\|\cdot\|_2$ 代表向量的 2 范数, $\|\cdot\|_F$ 代表矩阵的 Frobenius 范数. $\mathbb{C}^{M \times N}$ 代表 $M \times N$ 的复数矩阵空间, $\text{diag}(\cdot)$ 代表向量对角化操作, $\text{vec}(\cdot)$ 表示矩阵向量化操作. Re 代表复数取实操作, Tr 和 Rank 表示矩阵的迹和秩,

表 1 本文工作和前人工作的比较.

Table 1 Comparison of this work with other representative studies.

Refs.	Imperfect CSI	Imperfect SIC	SWIPT	Optimization of SIC order	PLS
[3]				✓	
[4]			✓	✓	
[6]	✓				✓
[7]	✓			✓	
[8,9]	✓				
[11,13]		✓			
[15]			✓		✓
Our work	✓	✓	✓	✓	✓

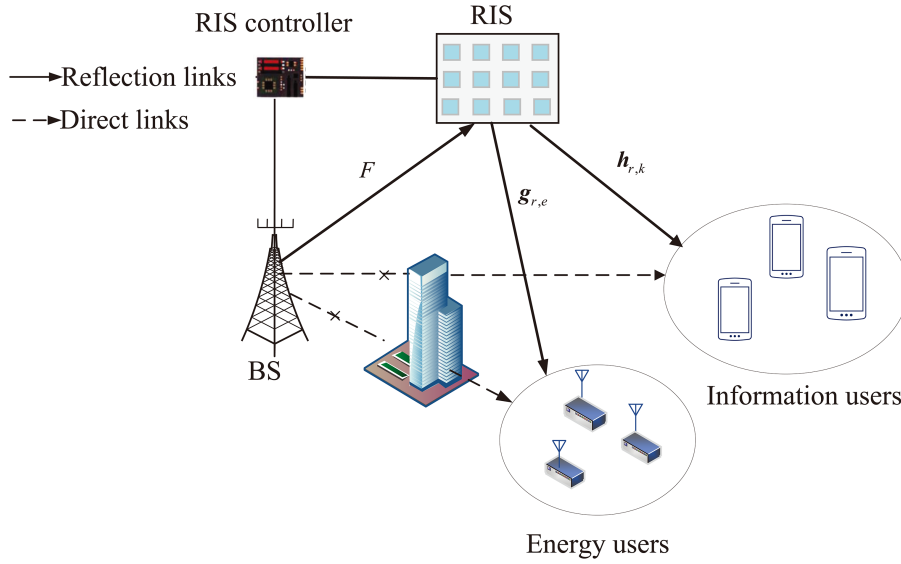


图 1 (网络版彩图) 系统模型.

Figure 1 (Color online) System model.

⊗ 表示克罗内克积, \mathbf{I}_N 和 \mathbf{I}_{NM} 表示 $N \times N$ 和 $NM \times NM$ 的单位矩阵.

2 系统模型

考虑一个 RIS 辅助多用户 NOMA 网络模型, 如图 1 所示. 一个配备 N 根天线的基站在一个配备 M 个反射单元的 RIS 的帮助下, 给 K 个单天线的信息用户和 E 个单天线的能量用户提供服务.

令基站到 RIS 的信道表示为 $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{M \times N}$, RIS 到信息用户 k ($1 \leq k \leq K$) 的信道表示为 $\mathbf{h}_{r,k} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$, RIS 到能量用户 e ($1 \leq e \leq E$) 的信道表示为 $\mathbf{g}_{r,e} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$. 定义 RIS 的反射相移矩阵为 $\Phi = \text{diag}(\sqrt{a}e^{j\theta_1}, \sqrt{a}e^{j\theta_2}, \dots, \sqrt{a}e^{j\theta_M}) \in \mathbb{C}^{M \times M}$, 其中 $\theta_m \in [0, 2\pi)$, $m \in \{1, 2, \dots, M\}$ 表示反射相移系数.

基站传输信号可以表示为

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^K \mathbf{w}_k s_k, \quad (1)$$

其中 $s_k \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ 为信息用户 k 的信息, $\mathbf{w}_k \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 为相应的波束赋形矢量. 信息用户和能量用户

的接收信号分别表示为

$$y_k^{\text{IU}} = \mathbf{h}_{r,k}^{\text{H}} \Phi \mathbf{F} \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{w}_k s_k \right) + n_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (2)$$

$$y_e^{\text{EH}} = \mathbf{g}_{r,e}^{\text{H}} \Phi \mathbf{F} \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{w}_k s_k \right) + n_e, \quad e = 1, 2, \dots, E, \quad (3)$$

其中, $n_k \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_k^2)$ 表示第 k 个信息用户的噪声, $n_e \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_e^2)$ 表示第 e 个能量用户的噪声.

在 NOMA 网络中, SIC 解码顺序是十分重要的, 通常由信道增益决定, 信道增益越高, 解码顺序越靠后. 用 $s(k)$ 代表第 k 个信息用户的解码顺序, $s(k) = l$ 表示第 k 个信息用户的信号在接收端第 l 个解码 [4]. 假设 $s(k) \geq s(l)$, 当第 k 个信息用户解码第 l 个用户的信号时, 其 SINR 表示为

$$\text{SINR}_{k \rightarrow l} = \frac{|\mathbf{u}^{\text{H}} \mathbf{H}_k \mathbf{w}_l|^2}{\epsilon \sum_{s(i)=1}^{s(i)=s(l)-1} |\mathbf{u}^{\text{H}} \mathbf{H}_k \mathbf{w}_i|^2 + \sum_{s(i)=s(l)+1}^{s(i)=K} |\mathbf{u}^{\text{H}} \mathbf{H}_k \mathbf{w}_i|^2 + \sigma_k^2}, \quad 1 \leq s(l) \leq s(k) \leq K, \quad (4)$$

其中, $\mathbf{H}_k = \text{diag}(\mathbf{h}_{r,k}^{\text{H}}) \mathbf{F}$ 为基站和信息用户 k 之间的级联信道增益矩阵, $\mathbf{u} = [e^{j\theta_1}, e^{j\theta_2}, \dots, e^{j\theta_M}]^{\text{H}} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 为 RIS 相移向量, $\epsilon \in [0, 1]$ 代表不完美 SIC 因子, $\epsilon = 0$ 代表完美 SIC, 表示用户 k 在解调用户 l 信号时, 没有解码顺序在用户 l 之前的用户残余信号干扰, $0 < \epsilon \leq 1$ 代表不完美 SIC, 表示用户 k 在解调用户 l 信号时有解码顺序在用户 l 之前的用户残余信号干扰.

信息用户 k 解码信息用户 l 信号的传输速率为

$$R_{k \rightarrow l} = \log_2(1 + \text{SINR}_{k \rightarrow l}). \quad (5)$$

能量用户采用无线携能传输技术进行能量收集. 因为背景噪声功率很低, 忽略噪声功率的影响, 基于线性能量收集模型, 则第 e 个能量用户收集的能量可以表示为

$$E_e = \eta \sum_{j=1}^K |\mathbf{u}^{\text{H}} \mathbf{G}_e \mathbf{w}_j|^2, \quad 1 \leq e \leq E, \quad (6)$$

其中, $\mathbf{G}_e = \text{diag}(\mathbf{g}_{r,e}^{\text{H}}) \mathbf{F}$ 为基站和能量用户 e 之间的信道增益矩阵, $\eta \in (0, 1)$ 为能量转化效率.

此外, 能量用户作为潜在的窃听节点, 窃听信息用户的信息. 当第 e 个能量用户窃听第 k 个信息用户的信号时, 其 SINR 表示为

$$\text{SINR}_{e \rightarrow k} = \frac{|\mathbf{u}^{\text{H}} \mathbf{G}_e \mathbf{w}_k|^2}{\sum_{j=1, j \neq k}^K |\mathbf{u}^{\text{H}} \mathbf{G}_e \mathbf{w}_j|^2 + \sigma_e^2}, \quad 1 \leq e \leq E, \quad 1 \leq k \leq K. \quad (7)$$

能量用户 e 窃听第信息用户 k 的窃听速率为

$$R_{e \rightarrow k} = \log_2(1 + \text{SINR}_{e \rightarrow k}). \quad (8)$$

假设级联信道估计误差受到基站到 RIS 的信道估计误差和 RIS 到用户的信道估计误差的共同影响. 基于有界信道误差模型 [17], 则有

$$\mathbf{H}_k = \hat{\mathbf{H}}_k + \Delta \mathbf{H}_k, \quad \{\Delta \mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{M \times N}, \|\Delta \mathbf{H}_k\|_F \leq \xi_k\}, \quad 1 \leq k \leq K, \quad (9)$$

$$\mathbf{G}_e = \hat{\mathbf{G}}_e + \Delta \mathbf{G}_e, \quad \{\Delta \mathbf{G}_e \in \mathbb{C}^{M \times N}, \|\Delta \mathbf{G}_e\|_F \leq \zeta_e\}, \quad 1 \leq e \leq E, \quad (10)$$

其中, $\hat{\mathbf{H}}_k$ 和 $\hat{\mathbf{G}}_e$ 表示级联信道估计值. $\Delta \mathbf{H}_k$ 和 $\Delta \mathbf{G}_e$ 表示级联信道估计误差. ξ_k 和 ζ_e 表示级联信道估计误差区域半径值.

综上所述,在不完美 CSI 和不完美 SIC 下的安全传输功率最小化问题可表述为

$$\begin{aligned}
& \min_{\mathbf{w}_k, \mathbf{u}, \mathbf{s}} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_k\|^2 \\
& \text{s.t. } C_1: R_{k \rightarrow l} \geq R_l, \quad 1 \leq s(l) \leq s(k) \leq K, \\
& \quad C_2: R_{e \rightarrow k} \leq R_e, \quad 1 \leq e \leq E, 1 \leq k \leq K, \\
& \quad C_3: E_e \geq E_{\text{th}}, \quad 1 \leq e \leq E, \\
& \quad C_4: \theta_m \in [0, 2\pi), \quad 1 \leq m \leq M, \\
& \quad C_5: \mathbf{s} \in \mathcal{S},
\end{aligned} \tag{11}$$

其中,约束 C_1 中 R_l 为信息用户 k 解码信息用户 l 信号的最小速率阈值;约束 C_2 中 R_e 为能量用户 e 窃听信息用户 k 信号的最大窃听速率阈值;约束 C_3 中 E_{th} 为能量用户 e 的最小能量收集阈值;约束 C_4 为 RIS 的相移约束;约束 C_5 为 SIC 解码顺序约束, \mathbf{s} 为信息用户解码顺序向量, \mathcal{S} 为 SIC 解码顺序集合.

3 功率最小化算法设计

在不完美 CSI 下确定信息用户的 SIC 解码顺序是非常困难的,并且优化变量是高度耦合的,因此,问题 (11) 是一个非线性、多变量耦合的非凸优化问题. 本文采用基于 SDR 的迭代优化算法来求解该问题. 问题的优化分为两层. 第 1 层: 在不完美 CSI 下,通过优化 RIS 相移来最大化所有用户的总信道增益,然后基于优化后的 RIS 相移计算信息用户的信道增益,进而确定 SIC 解码顺序. 第 2 层: 在给定的 SIC 解码顺序下,将原优化问题转换为基站主动波束赋形优化子问题和 RIS 被动波束赋形优化子问题,分别迭代基站端主动波束赋形子问题和 RIS 端被动波束赋形子问题,直至收敛.

3.1 不完美 CSI 场景下 SIC 解码顺序优化子问题 (优化问题 (21))

RIS 辅助 NOMA 场景下的 SIC 解码顺序由用户信道增益决定,而 RIS 相移会影响用户信道增益大小. 考虑到 RIS 对于网络中的所有用户的影响并不相同,无法同时最大化各个用户的信道增益,出于公平性考虑,本文通过优化 RIS 相移来最大化所有用户的总信道增益^[17]. 过程可分为 3 步.

第 1 步. 将非凸的优化问题 (12) 转化为凸优化问题 (21). 其中,第 1 步包含两小步,首先使用迹运算等式将各用户信道增益转化为 trace 形式,即将优化问题 (12) 转化为问题 (14). 然后再使用迹运算等式将 trace 形式的信道增益转化为二次函数形式,再使用 S-程序消除信道不确定性的影响,将二次函数形式的信道增益转化为矩阵不等式形式,即将优化问题 (14) 转为问题 (21).

第 2 步. 求解优化问题 (21), 优化 RIS 相移来最大化所有用户的总信道增益.

第 3 步. 对优化后的 RIS 相移下的用户信道增益进行排序,确定优化后的 SIC 解码顺序.

最大化所有信息用户总信道增益的优化问题可以表示为

$$\begin{aligned}
& \max_{\mathbf{u}} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{u}^H \mathbf{H}_k\|^2 \\
& \text{s.t. } \theta_m \in [0, 2\pi), \quad 1 \leq m \leq M, \\
& \quad \|\Delta \mathbf{H}_k\|_F \leq \xi_k, \quad 1 \leq k \leq K.
\end{aligned} \tag{12}$$

上述提及的优化 RIS 相移来最大化用户的总信道增益的过程包括 3 步. 接下来,本文详细介绍具体过程中每一步中的详细细节.

(1) 将非凸的优化问题 (12) 转化为凸优化问题 (21).

(i) 使用迹运算等式将各用户信道增益转化为 trace 形式. 即优化问题 (12) 转化为问题 (14).

由于非凸的目标函数和信道不确定性的影响, 优化问题 (12) 是一个非线性的非凸问题. 首先, 处理非凸的目标函数, 根据迹运算等式转化目标函数可得

$$\|\mathbf{u}^H \mathbf{H}_k\|^2 = \mathbf{u}^H \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H \mathbf{u} = \text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{u} \mathbf{u}^H \mathbf{H}_k) = \text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k), \quad (13)$$

其中 $\mathbf{U} = \mathbf{u} \mathbf{u}^H$, $\mathbf{U} \succeq 0$, $\text{rank}(\mathbf{U}) = 1$. 则优化问题 (12) 可重新表述为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{U}} \quad & \sum_{k=1}^K \text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k) \\ \text{s.t.} \quad & \text{rank}(\mathbf{U}) = 1, \mathbf{U} \succeq 0, \\ & \mathbf{U}_{m,m} = 1, \quad 1 \leq m \leq M, \\ & \|\Delta \mathbf{H}_k\|_F \leq \xi_k, \quad 1 \leq k \leq K. \end{aligned} \quad (14)$$

(ii) 使用迹运算等式将 trace 形式的信道增益转化为二次函数形式, 再使用 S-程序消除信道不确定性的影响, 将二次函数形式的信道增益转化为矩阵不等式形式. 即优化问题 (14) 转为问题 (21).

由于信道不确定性的影响, 优化问题 (14) 仍是非凸的优化问题, 不能直接求解. 接下来, 我们引入一个重要的定理来处理信道不确定性.

引理1 (S-程序^[18]) 定义变量 $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 的二次函数形式为 $f_i(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^H \mathbf{W}_i \mathbf{x} + 2 \text{Re}\{\mathbf{w}_i^H \mathbf{x}\} + w_i$, 其中 $i = 0, \dots, P$, $\mathbf{W}_i = \mathbf{W}_i^H$. 当且仅当存在 $\forall i, \varpi_i \geq 0$ 时, $\{f_i(\mathbf{x}) \geq 0\}_{i=1}^P \Rightarrow f_0(\mathbf{x}) \geq 0$ 成立, 则有

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}_0 & \mathbf{w}_0 \\ \mathbf{w}_0^H & w_0 \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^P \varpi_i \begin{bmatrix} \mathbf{W}_i & \mathbf{w}_i \\ \mathbf{w}_i^H & w_i \end{bmatrix} \succeq 0. \quad (15)$$

可以看到, 引理 1 中是不等式形式, 为了使用 S-程序消除信道不确定性引起的参数摄动的影响, 假设 $\text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{I}_N) \geq a_k$, $1 \leq k \leq K$. 其中, $\text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{I}_N) = \text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k)$, 则可得

$$\text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{I}_N) - a_k \geq 0. \quad (16)$$

为了将其转化为二次函数的形式, 根据迹运算等式 $\text{Tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{D}) = \text{vec}^H(\mathbf{A})(\mathbf{D}^T \otimes \mathbf{B}) \text{vec}(\mathbf{C})$, 则式 (16) 可转成二次函数形式为

$$\mathbf{h}_k^H (\mathbf{I}_N^T \otimes \mathbf{U}) \mathbf{h}_k - a_k \geq 0, \quad (17)$$

其中, $\mathbf{h}_k = \text{vec}(\mathbf{H}_k)$. 定义

$$\mathbf{h}_k = \hat{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k, \quad (18)$$

其中, $\hat{\mathbf{h}}_k = \text{vec}(\hat{\mathbf{H}}_k)$, $\Delta \mathbf{h}_k = \text{vec}(\Delta \mathbf{H}_k)$, 因此, $\|\Delta \mathbf{h}_k\|_2 = \|\Delta \mathbf{H}_k\|_F \leq \xi_k$. 将式 (18) 代入式 (17) 中可以得到

$$\Delta \mathbf{h}_k^H (\mathbf{I}_N^T \otimes \mathbf{U}) \Delta \mathbf{h}_k + 2 \text{Re}\left(\hat{\mathbf{h}}_k^H (\mathbf{I}_N^T \otimes \mathbf{U}) \Delta \mathbf{h}_k\right) + \hat{\mathbf{h}}_k^H (\mathbf{I}_N^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{h}}_k - a_k \geq 0. \quad (19)$$

接下来, 根据引理 1, 借助 S-程序处理式 (19) 中的信道不确定性引起的参数摄动, 将其转化为确定性约束. 引入松弛变量 $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \dots, \alpha_K]$, $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \dots, \beta_K]$, 令 $P = 1$, $\mathbf{W}_0 = \mathbf{I}_N^T \otimes \mathbf{U}$, $\mathbf{w}_0 = (\mathbf{I}_N^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{h}}_k$, $w_0 = \hat{\mathbf{h}}_k^H (\mathbf{I}_N^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{h}}_k - a_k$, $\mathbf{W}_1 = -\mathbf{I}_{NM}$, $w_1 = \xi_k^2$, $\mathbf{x} = \Delta \mathbf{h}_k$, 则式 (19) 可转化为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_N^T \otimes \mathbf{U} + \beta_k \mathbf{I}_{NM} & (\mathbf{I}_N^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{h}}_k \\ \hat{\mathbf{h}}_k^H (\mathbf{I}_N^T \otimes \mathbf{U}) & \hat{\mathbf{h}}_k^H (\mathbf{I}_N^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{h}}_k - a_k - \beta_k \xi_k^2 \end{bmatrix} \succeq 0, \quad 1 \leq k \leq K. \quad (20)$$

因为前面已经假设 $\text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{I}_N) \geq a_k$, 所以最大化 $\sum_{k=1}^K \text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{I}_N)$ 可以转化为最大化 $\sum_{k=1}^K a_k$. 因此, 优化问题 (14) 可进一步表述为

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{U}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\beta}} \sum_{k=1}^K a_k \\ & \text{s.t. rank}(\mathbf{U}) = 1, \mathbf{U} \succeq 0, \\ & \mathbf{U}_{m,m} = 1, \quad 1 \leq m \leq M, \\ & \mathbf{a} \geq 0, \boldsymbol{\beta} \geq 0, \end{aligned} \quad (21)$$

(2) 求解优化问题 (21), 优化 RIS 相移来最大化所有用户的总信道增益. 通过 SDR 方法松弛掉秩 1 约束后, 优化问题 (21) 是一个凸优化问题, 可以使用凸优化的数值工具 CVX 进行求解. 若求得的解不满足秩 1 约束, 可通过高斯随机化^[17]的方法来获取满足秩 1 的解.

(3) 对优化后的 RIS 相移下的用户信道增益进行排序, 确定优化后的 SIC 解码顺序. 根据求得的 RIS 相移计算每个信息用户的级联信道增益, 将信息用户的级联信道增益按升序排列, 则可得优化后的 SIC 解码顺序.

3.2 交替优化耦合变量

给定 SIC 解码顺序后, 由于信道不确定性的影响, 且基站波束赋形向量 \mathbf{w}_k , $1 \leq k \leq K$ 和 RIS 的相移 \mathbf{u} 是高度耦合的, 所以优化问题 (11) 仍是一个非凸问题. 本文采用交替优化算法来处理耦合变量. 首先, 使用迹运算等式和 S-程序处理非凸约束, 然后将原优化问题转换为基站波束赋形优化子问题和 RIS 相移优化子问题, 采用基于 SDR 的迭代优化方法, 迭代优化两个子问题, 直至基站发送功率收敛.

3.2.1 非凸约束的转化

(1) 将非凸约束 C_1 转化为凸约束式 (31). 约束 C_1 两边取对数后, 约束 C_1 可转化为

$$\frac{|\mathbf{u}^H \mathbf{H}_k \mathbf{w}_l|^2}{\varepsilon \sum_{s(i)=1}^{s(i)=s(l)-1} |\mathbf{u}^H \mathbf{H}_k \mathbf{w}_i|^2 + \sum_{s(i)=s(l)+1}^{s(i)=K} |\mathbf{u}^H \mathbf{H}_k \mathbf{w}_i|^2 + \sigma_k^2} \geq 2^{R_l} - 1, \quad 1 \leq s(l) \leq s(k) \leq K, \quad (22)$$

根据迹运算等式, 式 (22) 中的分子可等效转为

$$|\mathbf{u}^H \mathbf{H}_k \mathbf{w}_l|^2 = \mathbf{u}^H \mathbf{H}_k \mathbf{w}_l \mathbf{w}_l^H \mathbf{H}_k^H \mathbf{u} = \text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{u} \mathbf{u}^H \mathbf{H}_k \mathbf{w}_l \mathbf{w}_l^H) = \text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{W}_l), \quad (23)$$

其中, $\mathbf{W}_l = \mathbf{w}_l \mathbf{w}_l^H$, $\text{rank}(\mathbf{W}_l) = 1$, $\mathbf{U} = \mathbf{u} \mathbf{u}^H$, 且 $\text{rank}(\mathbf{U}) = 1$, 类似转化分母后, 式 (23) 可转为

$$\frac{\text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{W}_l)}{\varepsilon \sum_{s(i)=1}^{s(i)=s(l)-1} \text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{W}_i) + \sum_{s(i)=s(l)+1}^{s(i)=K} \text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{W}_i) + \sigma_k^2} \geq 2^{R_l} - 1, \quad (24)$$

其中, $\mathbf{W}_i = \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^H$, $\text{rank}(\mathbf{W}_i) = 1$, 根据 $a \text{Tr}(\mathbf{X}) + b \text{Tr}(\mathbf{Y}) = \text{Tr}(a \mathbf{X}) + \text{Tr}(b \mathbf{Y})$, 式 (24) 可转为

$$\frac{\text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{W}_l)}{\sum_{s(i)=1}^{s(i)=s(l)-1} \text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \varepsilon \mathbf{W}_i) + \sum_{s(i)=s(l)+1}^{s(i)=K} \text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{W}_i) + \sigma_k^2} \geq 2^{R_l} - 1. \quad (25)$$

又因为 $\text{Tr}(\mathbf{A}) + \text{Tr}(\mathbf{B}) = \text{Tr}(\mathbf{A} + \mathbf{B})$, $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \mathbf{C} = \mathbf{A} \mathbf{C} + \mathbf{B} \mathbf{C}$, 式 (25) 可转化为

$$\frac{\text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{W}_l)}{\text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{W}_l) + \sigma_k^2} \geq 2^{R_l} - 1, \quad (26)$$

其中, $\mathbf{W}_{-l} = \varepsilon \sum_{s(i)=1}^{s(i)=s(l)-1} \mathbf{W}_i + \sum_{s(i)=s(l)+1}^{s(i)=K} \mathbf{W}_i$. 式 (26) 可进一步转化为

$$\text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{W}_l) - (2^{R_l} - 1) \text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \mathbf{W}_{-l}) - (2^{R_l} - 1) \sigma_k^2 \geq 0. \quad (27)$$

由迹运算等式 $a\text{Tr}(\mathbf{X}) + b\text{Tr}(\mathbf{Y}) = \text{Tr}(a\mathbf{X}) + \text{Tr}(b\mathbf{Y})$ 和 $\text{Tr}(\mathbf{A}) + \text{Tr}(\mathbf{B}) = \text{Tr}(\mathbf{A} + \mathbf{B})$ 可得, 式 (27) 可进一步转化为

$$\text{Tr}(\mathbf{H}_k^H \mathbf{U} \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{W}}_l) - (2^{R_l} - 1) \sigma_k^2 \geq 0, \quad (28)$$

其中, $\bar{\mathbf{W}}_l = \mathbf{W}_l - (2^{R_l} - 1) \mathbf{W}_{-l}$.

由于信道不确定性的影响, 式 (28) 仍是非凸约束. 为了处理其信道不确定性, 继续对式 (28) 进行变形. 由 $\text{Tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{D}) = \text{vec}^H(\mathbf{A})(\mathbf{D}^T \otimes \mathbf{B}) \text{vec}(\mathbf{C})$ 可得, 式 (28) 首先可转化为

$$\mathbf{h}_k^H (\bar{\mathbf{W}}_l^T \otimes \mathbf{U}) \mathbf{h}_k - (2^{R_l} - 1) \sigma_k^2 \geq 0, \quad (29)$$

其中, $\mathbf{h}_k = \text{vec}(\mathbf{H}_k)$. 式 (18) 已经定义 $\mathbf{h}_k = \hat{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k$, 将 $\mathbf{h}_k = \hat{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k$ 代入式 (29) 可得

$$\Delta \mathbf{h}_k^H (\bar{\mathbf{W}}_l^T \otimes \mathbf{U}) \Delta \mathbf{h}_k + 2 \text{Re}(\hat{\mathbf{h}}_k^H (\bar{\mathbf{W}}_l^T \otimes \mathbf{U}) \Delta \mathbf{h}_k) + \hat{\mathbf{h}}_k^H (\bar{\mathbf{W}}_l^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{h}}_k - (2^{R_l} - 1) \sigma_k^2 \geq 0. \quad (30)$$

接下来, 根据引理 1, 借助 S-程序处理式 (30) 中的信道不确定性, 将其转化为确定性约束. 引入松弛变量 $\boldsymbol{\mu} = [\mu_{1,1}, \mu_{2,1}, \mu_{2,2}, \dots, \mu_{k,1}, \dots, \mu_{k,k}, \dots, \mu_{K,1}, \dots, \mu_{K,K}]$, 令 $P = 1$, $\mathbf{W}_0 = \bar{\mathbf{W}}_l^T \otimes \mathbf{U}$, $\mathbf{w}_0 = (\bar{\mathbf{W}}_l^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{h}}_k$, $w_0 = \hat{\mathbf{h}}_k^H (\bar{\mathbf{W}}_l^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{h}}_k - (2^{R_l} - 1) \sigma_k^2$, $\mathbf{W}_1 = -\mathbf{I}_{NM}$, $w_1 = \xi_k^2$, $\mathbf{x} = \Delta \mathbf{h}_k$, 则式 (30) 可转化成矩阵不等式形式为

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{W}}_l^T \otimes \mathbf{U} + \mu_{k,l} \mathbf{I}_{NM} & (\bar{\mathbf{W}}_l^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{h}}_k \\ \hat{\mathbf{h}}_k^H (\bar{\mathbf{W}}_l^T \otimes \mathbf{U}) & \hat{\mathbf{h}}_k^H (\bar{\mathbf{W}}_l^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{h}}_k - (2^{R_l} - 1) \sigma_k^2 - \mu_{k,l} \xi_k^2 \end{bmatrix} \succeq 0, \quad 1 \leq s(l) \leq s(k) \leq K. \quad (31)$$

(2) 将非凸约束 C_2 转化为凸约束式. 类似于式 (22)~(26) 的处理, 约束 C_2 可转化为

$$\frac{\text{Tr}(\mathbf{G}_e^H \mathbf{U} \mathbf{G}_e \mathbf{W}_k)}{\text{Tr}(\mathbf{G}_e^H \mathbf{U} \mathbf{G}_e \mathbf{A}) + \sigma_e^2} \leq 2^{R_e} - 1, \quad 1 \leq e \leq E, \quad 1 \leq k \leq K, \quad (32)$$

其中, $\mathbf{A} = \sum_{j=1, j \neq k}^{j=K} \mathbf{W}_j$. 因此, 式 (32) 可进一步转为

$$(2^{R_e} - 1) \text{Tr}(\mathbf{G}_e^H \mathbf{U} \mathbf{G}_e \mathbf{A}) + (2^{R_e} - 1) \sigma_e^2 - \text{Tr}(\mathbf{G}_e^H \mathbf{U} \mathbf{G}_e \mathbf{W}_k) \geq 0. \quad (33)$$

由迹运算等式 $a\text{Tr}(\mathbf{X}) + b\text{Tr}(\mathbf{Y}) = \text{Tr}(a\mathbf{X}) + \text{Tr}(b\mathbf{Y})$ 和 $\text{Tr}(\mathbf{A}) + \text{Tr}(\mathbf{B}) = \text{Tr}(\mathbf{A} + \mathbf{B})$ 可得, 式 (33) 可进一步转化为

$$\text{Tr}(\mathbf{G}_e^H \mathbf{U} \mathbf{G}_e \mathbf{B}) + (2^{R_e} - 1) \sigma_e^2 \geq 0, \quad (34)$$

其中, $\mathbf{B} = (2^{R_e} - 1) \mathbf{A} - \mathbf{W}_k$.

由于信道不确定性的影响, 式 (34) 仍是非凸约束. 为了处理其信道不确定性, 继续对式 (34) 进行变形. 由 $\text{Tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{D}) = \text{vec}^H(\mathbf{A})(\mathbf{D}^T \otimes \mathbf{B}) \text{vec}(\mathbf{C})$ 可得, 式 (34) 首先可转化为

$$\mathbf{g}_e^H (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{U}) \mathbf{g}_e + (2^{R_e} - 1) \sigma_e^2 \geq 0, \quad (35)$$

其中, $\mathbf{g}_e = \text{vec}(\mathbf{G}_e)$. 定义

$$\mathbf{g}_e = \hat{\mathbf{g}}_e + \Delta \mathbf{g}_e, \quad (36)$$

其中, $\hat{\mathbf{g}}_e = \text{vec}(\hat{\mathbf{G}}_e)$, $\Delta \mathbf{g}_e = \text{vec}(\Delta \mathbf{G}_e)$, 因此, $\|\Delta \mathbf{g}_e\|_2 = \|\Delta \mathbf{G}_e\|_F \leq \zeta_e$. 将式 (36) 代入式 (35) 中得

$$\Delta \mathbf{g}_e^H (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{U}) \Delta \mathbf{g}_e + 2 \text{Re}(\hat{\mathbf{g}}_e^H (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{U}) \Delta \mathbf{g}_e) + \hat{\mathbf{g}}_e^H (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{g}}_e + (2^{R_e} - 1) \sigma_e^2 \geq 0. \quad (37)$$

接下来, 根据引理 1, 借助 S-程序处理式 (37) 中的信道不确定性, 将其转化为确定性约束. 引入松弛变量 $\boldsymbol{\nu} = [\nu_{1,1}, \dots, \nu_{1,K}, \dots, \nu_{E,1}, \dots, \nu_{E,K}]$, 令 $P = 1, \mathbf{W}_0 = \mathbf{B}^T \otimes \mathbf{U}, \mathbf{w}_0 = (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{g}}_e, w_0 = \hat{\mathbf{g}}_e^H (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{g}}_e + (2^{R_e} - 1) \sigma_e^2, \mathbf{W}_1 = -\mathbf{I}_{NM}, w_1 = \zeta_e^2, \mathbf{x} = \Delta g_e$, 则式 (37) 可转化为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}^T \otimes \mathbf{U} + \nu_{e,k} \mathbf{I}_{NM} & (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{g}}_e \\ \hat{\mathbf{g}}_e^H (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{U}) & \hat{\mathbf{g}}_e^H (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{g}}_e + (2^{R_e} - 1) \sigma_e^2 - \nu_{e,k} \zeta_e^2 \end{bmatrix} \succeq 0, \quad 1 \leq e \leq E, \quad 1 \leq k \leq K. \quad (38)$$

(3) 将非凸约束 C_3 转化为凸约束式 (43). 约束 C_3 可先转化为

$$\sum_{k=1}^K |\mathbf{U}^H \mathbf{G}_e \mathbf{w}_k|^2 - \frac{E_{\text{th}}}{\eta} \geq 0, \quad 1 \leq e \leq E, \quad (39)$$

由迹运算等式可知, 式 (39) 可进一步转化为

$$\text{Tr}(\mathbf{G}_e^H \mathbf{U} \mathbf{G}_e \mathbf{C}) - \frac{E_{\text{th}}}{\eta} \geq 0, \quad (40)$$

其中, $\mathbf{C} = \sum_{k=1}^K \mathbf{W}_k$.

由于信道不确定性的影响, 式 (40) 仍是含参数摄动的非凸约束. 为了处理其信道不确定性, 继续对式 (40) 进行变形. 由 $\text{Tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{D}) = \text{vec}^H(\mathbf{A})(\mathbf{D}^T \otimes \mathbf{B}) \text{vec}(\mathbf{C})$ 可得, 式 (40) 可转化为

$$\mathbf{g}_e^H (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{U}) \mathbf{g}_e - \frac{E_{\text{th}}}{\eta} \geq 0. \quad (41)$$

将 $\mathbf{g}_e = \hat{\mathbf{g}}_e + \Delta \mathbf{g}_e$ 代入式 (41) 中可得

$$\Delta \mathbf{g}_e^H (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{U}) \Delta \mathbf{g}_e + 2 \text{Re}(\hat{\mathbf{g}}_e^H (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{U}) \Delta \mathbf{g}_e) + \hat{\mathbf{g}}_e^H (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{g}}_e - \frac{E_{\text{th}}}{\eta} \geq 0. \quad (42)$$

接下来, 根据引理 1, 借助 S-程序处理式 (42) 中的信道不确定性, 将其转化为确定性约束. 引入松弛变量 $\boldsymbol{\varsigma} = [\varsigma_1, \dots, \varsigma_E]$, 令 $P = 1, \mathbf{W}_0 = \mathbf{C}^T \otimes \mathbf{U}, \mathbf{w}_0 = (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{g}}_e, w_0 = \hat{\mathbf{g}}_e^H (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{g}}_e - \frac{E_{\text{th}}}{\eta}, \mathbf{W}_1 = -\mathbf{I}_{NM}, w_1 = \zeta_e^2, \mathbf{x} = \Delta g_e$, 则式 (42) 可转化成线性矩阵不等式形式为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \otimes \mathbf{U} + \varsigma_e \mathbf{I}_{NM} & (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{g}}_e \\ \hat{\mathbf{g}}_e^H (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{U}) & \hat{\mathbf{g}}_e^H (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{U}) \hat{\mathbf{g}}_e - \frac{E_{\text{th}}}{\eta} - \varsigma_e \zeta_e^2 \end{bmatrix} \succeq 0, \quad 1 \leq e \leq E. \quad (43)$$

至此, 优化问题 (11) 可重新表述为

$$\begin{aligned} & \min_{\substack{\mathbf{W}_k, \mathbf{U} \\ \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\varsigma}}} \sum_{k=1}^K \text{Tr}(\mathbf{W}_k) \\ & \text{s.t.} \quad (31), (38), (43), \\ & \quad \boldsymbol{\mu} \geq 0, \quad \boldsymbol{\nu} \geq 0, \quad \boldsymbol{\varsigma} \geq 0, \\ & \quad \mathbf{W}_k \succeq 0, \quad \text{rank}(\mathbf{W}_k) = 1, \quad 1 \leq k \leq K, \\ & \quad \mathbf{U} \succeq 0, \quad \text{rank}(\mathbf{U}) = 1, \\ & \quad \mathbf{U}_{m,m} = 1, \quad 1 \leq m \leq M. \end{aligned} \quad (44)$$

此时, 优化问题中因为变量耦合和秩 1 约束的存在, 仍是非凸的优化问题. 接下来, 本文将采用基于 SDR 的迭代优化方法来解决这个问题. 首先, 本文将其分解为基站波束赋形优化子问题和 RIS 相移优化子问题, 然后, 在两个子问题中采用迭代优化的方式来有效求解问题 (44).

3.2.2 基站波束赋形优化子问题

在给定 RIS 相移矩阵 \mathbf{U} 后, 基站波束赋形优化子问题可以表述为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{W}_k, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\varsigma}} \quad & \sum_{k=1}^K \text{Tr}(\mathbf{W}_k) \\ \text{s.t.} \quad & (31), (38), (43), \\ & \boldsymbol{\mu} \geq 0, \boldsymbol{\nu} \geq 0, \boldsymbol{\varsigma} \geq 0, \\ & \mathbf{W}_k \succeq 0, \text{rank}(\mathbf{W}_k) = 1, \quad 1 \leq k \leq K. \end{aligned} \quad (45)$$

通过 SDR 方法松弛秩 1 约束后, 优化问题 (45) 变成一个凸优化问题, 可利用 CVX 工具箱来求解. 当得到的解秩不为 1 时, 可采用高斯随机化方法将解从高秩转化为秩 1.

3.2.3 RIS 相移优化子问题

当给定基站波束赋形矩阵 $\mathbf{W}_k, \forall 1 \leq k \leq K$ 后, RIS 相移优化子问题变为相移矩阵 \mathbf{U} 的可行性求解问题. 参考文献 [7] 中的方法, 本文构造了一个与优化问题 (12) 相同的目标函数, 旨在最大化信道增益之和, 可以表述为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{u}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\varsigma}} \quad & \sum_{k=1}^K \|\mathbf{u}^H \mathbf{H}_k\|^2 \\ \text{s.t.} \quad & (31), (38), (43), \\ & \boldsymbol{\mu} \geq 0, \boldsymbol{\nu} \geq 0, \boldsymbol{\varsigma} \geq 0, \\ & \theta_m \in [0, 2\pi), \quad 1 \leq m \leq M. \end{aligned} \quad (46)$$

参考优化问题 (12) 到优化问题 (21) 的转化, 优化问题 (46) 可转化为

$$\begin{aligned} \max_{\substack{\mathbf{U}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\beta}, \\ \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\varsigma}}} \quad & \sum_{k=1}^K a_k \\ \text{s.t.} \quad & (20), (31), (38), (43), \\ & \boldsymbol{\mu} \geq 0, \boldsymbol{\nu} \geq 0, \boldsymbol{\varsigma} \geq 0, \mathbf{a} \geq 0, \boldsymbol{\beta} \geq 0, \\ & \mathbf{U} \succeq 0, \text{rank}(\mathbf{U}) = 1, \\ & U_{m,m} = 1, \quad 1 \leq m \leq M. \end{aligned} \quad (47)$$

通过 SDR 方法松弛秩 1 约束后, 优化问题 (47) 变成一个标准 SDP 问题, 可利用 CVX 工具箱来求解. 当得到的解的秩不为 1 时, 可采用高斯随机化方法将解从高秩转化为秩 1.

综上所述, 通过迭代优化子问题 (45) 和 (47) 解决了原问题 (44), 算法流程如算法 1 所示.

3.3 收敛性和复杂度分析

假设问题 (11) 的目标值为 $F(\mathbf{W}, \mathbf{u}, \mathbf{s})$, 其中 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_K]$. 求解优化问题 (21) 得到 SIC 解码顺序 \mathbf{s} 后, \mathbf{s} 已固定, 不再优化, 故不影响第 2 层迭代优化的收敛性. 定义问题 (44) 的目标值为 $F(\mathbf{W}, \mathbf{u})$, 其中, 在第 $n+1$ 次迭代时, 有

$$F(\mathbf{W}^{(t)}, \mathbf{u}^{(t)}) \geq F(\mathbf{W}^{(t+1)}, \mathbf{u}^{(t)}). \quad (48)$$

用 CVX 求解子问题 (45) 后得到最优解 $\mathbf{W}^{(t+1)}$, $\mathbf{W}^{(t+1)}$ 是不大于 $\mathbf{W}^{(t)}$ 的, 因此, 式 (45) 成立. 在给定 $\mathbf{W}^{(t+1)}$ 和 \mathbf{s} 后, 可以得到

$$F(\mathbf{W}^{(t+1)}, \mathbf{u}^{(t)}) \geq F(\mathbf{W}^{(t+1)}, \mathbf{u}^{(t+1)}), \quad (49)$$

Algorithm 1 Power minimization optimization algorithm based on alternating iteration.

Input: $R_l, R_e, E_l, \varepsilon, \xi_k, \zeta_e, \tau, t = 0$.

Output: $\mathbf{s}, \mathbf{w}_k^{(t)}, \mathbf{u}^{(t)}, P^{(t)}$.

- 1: **Stage 1:** SIC decoding order determination;
 - 2: Obtain the SIC decoding order \mathbf{s} and RIS passive beamforming matrix $\mathbf{U}^{(0)}$ by solving the problem (21);
 - 3: **Stage 2:** Joint BS transmit beamforming and IRS phase shift optimization;
 - 4: **repeat**
 - 5: Solve the problem (45) for given $\mathbf{U}^{(t)}$ and \mathbf{s} , and obtain active beamforming matrix $\mathbf{W}_k^{(t+1)}$;
 - 6: Solve the problem (47) for given $\mathbf{W}_k^{(t+1)}$ and \mathbf{s} , and obtain passive beamforming matrix $\mathbf{U}^{(t+1)}$;
 - 7: Update $t = t + 1$;
 - 8: **until** $|P^{(t)} - P^{(t-1)}| \leq \tau$.
-

其中, $\mathbf{u}^{(t+1)}$ 是用 CVX 求解子问题 (47) 得到的, 而问题 (44) 的目标值不依赖于与 \mathbf{u} , 所以式 (49) 成立. 结合式 (48) 和 (49), 可以得到

$$F(\mathbf{W}^{(t)}, \mathbf{u}^{(t)}) \geq F(\mathbf{W}^{(t+1)}, \mathbf{u}^{(t+1)}). \quad (50)$$

从式 (50) 可以看出, 每次迭代后的目标值都是非增的, 且目标值是有界的, 所以本文算法具有单调性和有界性, 且保持收敛.

接下来, 讨论各个子问题的计算复杂度. 由于所提算法计算涉及线性约束、二阶锥和线性矩阵不等式, 这些约束可以采用标准的内点法进行求解. 在忽略线性约束的复杂度下, 获得最终解所需要的迭代次数为

$$T = \sqrt{\sum_{j=1}^J b_j + 2I}, \quad (51)$$

其中, J 是线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI) 约束数量, b_j 是第 j 个 LMI 维数, I 是二阶锥约束数量. 每次迭代复杂度为

$$C = n \left(n^2 + n \sum_{j=1}^J b_j^2 + \sum_{j=1}^J b_j^3 + n \sum_{i=1}^I a_i^2 \right), \quad (52)$$

其中, n 代表优化变量的数量, a_i 是第 i 个二阶锥的维数. 基于式 (51) 和 (52), 可以得到总计算复杂度为 $\mathcal{O}(TC)$. 基于总计算复杂度表达式 $\mathcal{O}(TC)$, 可得求解优化问题 (21) 的近似复杂度为

$$\mathcal{O}_{\mathbf{s}} = \mathcal{O}(K(NM + 1) + n_1)^{1/2} n_1^2 (n_1^4 + n_1^2 (K(NM + 1)^2 + n_1^2) + K(NM + 1)^3 + n_1^3), \quad (53)$$

其中, $n_1 = M$. 求解优化问题 (45) 的近似复杂度为

$$\mathcal{O}_{\mathbf{W}} = \mathcal{O}(n_2(NM + 1) + n_3)^{1/2} n_3 (n_3^2 + n_2 ((NM + 1)^2 + n_3) + n_2(NM + 1)^3 + KN^3), \quad (54)$$

其中, $n_2 = K(K + 1)/2 + 2E$, $n_3 = KN^2$. 求解优化问题 (47) 的近似复杂度为

$$\mathcal{O}_{\mathbf{U}} = \mathcal{O}(n_4(NM + 1) + n_1)^{1/2} n_1^2 (n_1^4 + n_1^2 (n_4(NM + 1)^2 + n_1^2) + n_4(NM + 1)^3 + n_1^3), \quad (55)$$

其中, $n_4 = K(K + 1)/2 + 2E + K$, 因此, 求解问题 (11) 的总近似复杂度可以表示为 $\mathcal{O}_{\mathbf{s}} + \mathcal{O}_{\mathbf{W}} + \mathcal{O}_{\mathbf{U}}$.

4 仿真结果及分析

本节通过仿真结果来验证所提算法对 RIS 辅助多用户 NOMA 网络的有效性. 在仿真中, 用二维坐标系表示位置关系. 基站和 RIS 的位置分别为 (0, 0) m 和 (50, 10) m, 基站的天线数量为 6, RIS 的反

表 2 仿真参数.

Table 2 Simulation parameters.

Parameter name	Value	Parameter name	Value
Noise power	$\sigma_k^2 = \sigma_e^2 = -80$ dBm	Minimum energy harvesting threshold	$E_l = 10^{-5}$ W
Energy conversion efficiency	$\eta = 0.7$	Imperfect SIC	$\epsilon = 0.01$
Radius of the channel error region	$\xi = \zeta = 0.01$	Minimum rate threshold	$R_l = 1$ bits/s/Hz
Maximum eavesdropping rate threshold	$R_e = 0.5$ bits/s/Hz	Convergence accuracy	$\tau = 10^{-3}$

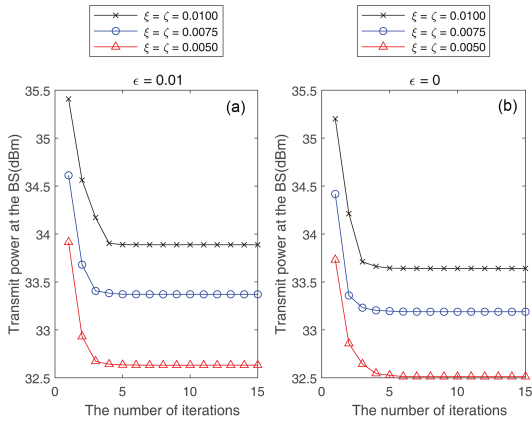


图 2 (网络版彩图) 不同信道误差区域半径 ξ, ζ , 不完美 SIC 因子 ϵ 下, 基站发射功率随迭代次数变化曲线. (a) $\epsilon = 0.01$; (b) $\epsilon = 0$.

Figure 2 (Color online) Transmit power of base station versus the number of iterations for different channel error regions ξ, ζ and imperfect SIC factor ϵ . (a) $\epsilon = 0.01$; (b) $\epsilon = 0$.

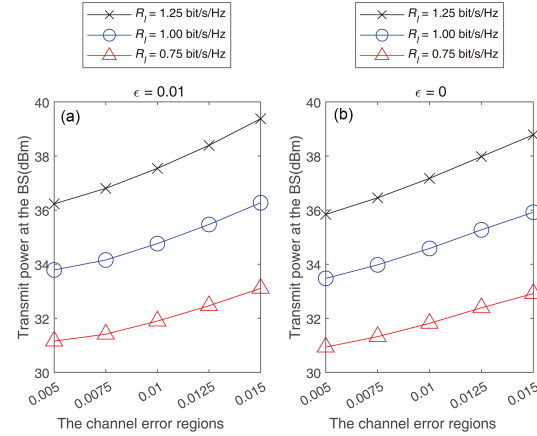


图 3 (网络版彩图) 不同最小速率阈值 R_l , 不完美 SIC 因子 ϵ 下, 基站发射功率随误差区域半径 ξ, ζ 变化曲线. (a) $\epsilon = 0.01$; (b) $\epsilon = 0$.

Figure 3 (Color online) Transmit power of base station versus the channel error regions ξ, ζ for different minimum rate threshold R_l and imperfect SIC factor ϵ . (a) $\epsilon = 0.01$; (b) $\epsilon = 0$.

射单元数量为 6. $K = 3$ 个信息用户随机分布于 $(60, 0)$ m 为中心, 半径为 10 m 的圆内, $E = 2$ 个能量用户随机分布于 $(40, 0)$ m 为中心, 半径为 10 m 的圆内. 信道模型包括大尺度衰落和小尺度衰落. 大尺度衰落模型为 $PL_i = -PL_0 - 10\rho_i \log_{10}(d_0)$, $i = 1, 2$, 其中 ρ_i 为路径损耗因子, $\rho_1 = 2.2$ 代表基站到 RIS 的路径损耗因子, $\rho_2 = 2$ 代表 RIS 到用户的路径损耗因子, d_0 为链路距离, 单位是 m, $PL_0 = -30$ dB 为参考距离为 1 m 时的路径损耗. 小尺度衰落服从瑞利衰落. 假设所有信道的误差半径区域相同, 即 $\xi_1 = \xi_k = \xi_K = \xi$, $\zeta_1 = \zeta_e = \zeta_E = \zeta$. 各信息用户不完美 SIC 系数相同, 算法收敛阈值 $\tau = 10^{-3}$, 如无特殊声明, 系统仿真参数如表 2 所示.

图 2 展示了本文算法的收敛曲线. 可以看到, 在经过 3 次左右迭代后可以很快达到稳定值, 说明本文算法具有良好的收敛性能. 随着信道误差区域半径增加, 基站发射功率也随之增加, 因为信道误差区域半径增大, 信道估计误差也随之增大, 基站需要花费更多的功率来克服信道误差增大带来的影响. 此外, 不完美 SIC 也会导致发射功率的增加, 因为不完美 SIC 导致信息用户在解码信号时, 会产生残余信号, 相比较完美 SIC, 基站需要花费额外的功率来克服残余信号的影响.

图 3 展示了误差区域半径对于基站发射功率的影响. 信道误差区域半径的增大会使得相应信道的参数扰动增大, 从而导致更大的信道估计误差, 基站为了实现信号的安全传输, 并满足两类用户的 QoS 需求所需的功率也随之增加.

图 4 展示了不完美 SIC 因子对于基站发射功率的影响. 随着不完美 SIC 因子系数的增加, 基站所需发射也随之增加. 这是因为不完美 SIC 因子越大, 不完美 SIC 导致的干扰残余也越大, 基站需求更

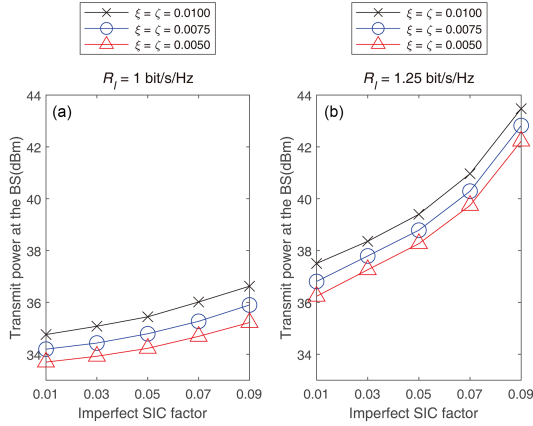


图 4 (网络版彩图) 不同信道误差区域半径 ξ, ζ , 最小速率阈值 R_l 下, 基站发射功率随不完美 SIC 因子 ϵ 变化曲线. (a) $R_l=1$ bit/s/Hz; (b) $R_l=1.25$ bit/s/Hz
Figure 4 (Color online) Transmit power of base station versus imperfect SIC factor for different channel error regions ξ, ζ and the minimum rate threshold R_l . (a) $R_l = 1$ bit/s/Hz; (b) $R_l = 1.25$ bit/s/Hz.

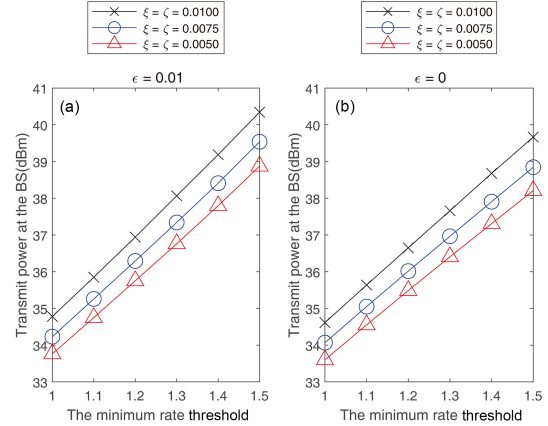


图 5 (网络版彩图) 不同信道误差区域半径 ξ, ζ , 不完美 SIC 系数 ϵ 下, 基站发射功率随最小速率阈值 R_l 变化曲线. (a) $\epsilon = 0.01$; (b) $\epsilon = 0$.
Figure 5 (Color online) Transmit power of base station versus the minimum rate threshold R_l for different channel error regions ξ, ζ and imperfect SIC coefficient ϵ . (a) $\epsilon = 0.01$; (b) $\epsilon = 0$.

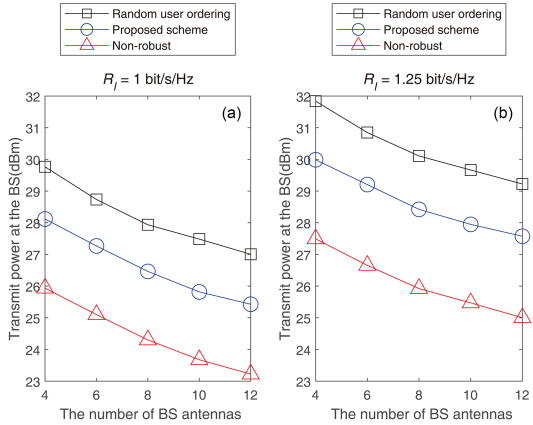


图 6 (网络版彩图) 不同方案下, 基站发射功率随基站天线数量 N 变化曲线. (a) $R_l=1$ bit/s/Hz; (b) $R_l=1.25$ bit/s/Hz.
Figure 6 (Color online) Transmit power of base station versus the number of base station antennas N . (a) $R_l = 1$ bit/s/Hz; (b) $R_l = 1.25$ bit/s/Hz.

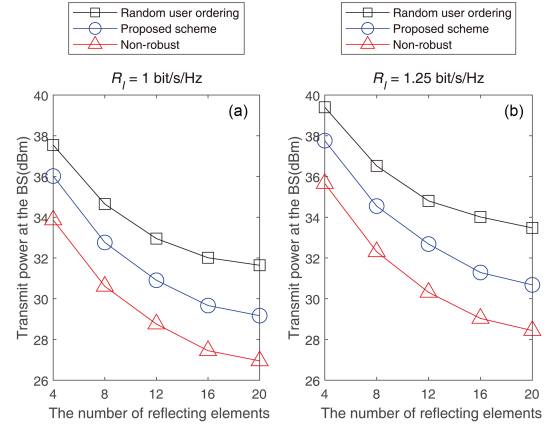


图 7 (网络版彩图) 不同方案下, 基站发射功率随反射单元数量 M 变化曲线. (a) $R_l=1$ bit/s/Hz; (b) $R_l=1.25$ bit/s/Hz.
Figure 7 (Color online) Transmit power of base station versus the number of reflecting elements M . (a) $R_l = 1$ bit/s/Hz; (b) $R_l = 1.25$ bit/s/Hz.

多的功率来克服干扰残余导致的影响. 信息用户最小速率阈值越高, 不完美 SIC 因子增大, 基站所需发射功率也明显增加. 因为速率阈值越高, 不完美 SIC 下的残余干扰也越大, 故基站所需发射功率也越高. 由此, 也说明了在 NOMA 网络中考虑不完美 SIC 对于网络影响的重要性.

图 5 绘制了信息用户最小速率阈值对于基站发射功率的影响. 从图 5 中可以看出, 基站发射功率随着阈值的增大而增加. 这是因为, 阈值增大, 基站满足信息用户速率需求所需的发射功率也越高. 此外, 从图中还能看出, 不完美 CSI 和不完美 SIC 均会导致基站发射功率的增加.

图 6 描绘了基站天线数量与发射功率的关系. 基站天线数量增加, 可以降低发射功率. 因为天线数量增加可以提供更高的分集增益, 从而在不降低目标速率的前提下降低所需发射功率. 此外, 在天线

数量一定的情况下,因为非鲁棒算法没有考虑不完美 CSI 和不完美 SIC,可以看成本文算法的理想场景,故发射功率最低,而随机解码顺序算法的 SIC 解码顺序无优化过程,由信息用户的初始信道增益决定,故发射功率最高.

图 7 绘制了 RIS 反射单元数量与基站发射功率的关系. RIS 反射单元数量的增加可以降低基站的发射功率. 因为 RIS 反射单元数量越多,改善信道传播特性的效果越明显. 因此,可以通过增加 RIS 反射单元的数量来降低基站的发射功率,这是一种低成本方案. 此外,相比较随机解码顺序算法,本文算法的发射功率更低,因为本文算法中的 SIC 解码顺序通过优化 RIS 相移得到,由此说明,通过优化 SIC 解码顺序可以有效地降低基站的发射功率.

5 结束语

本文针对 RIS 辅助的多用户 NOMA 网络进行研究. 在考虑能量用户作为潜在窃听用户的特殊场景下,建立了安全传输功率最小化问题. 仿真结果表明,不完美 CSI 场景下,优化 SIC 解码顺序可以有效降低基站的发射功率. 未来,我们将研究主动 RIS 辅助多用户 NOMA 网络的性能,并在能量用户处,进一步考虑非线性能量收集模型,使其更符合实际场景.

参考文献

- 1 Pan C, Zhou G, Zhi K, et al. An overview of signal processing techniques for RIS/IRS-aided wireless systems. *IEEE J Sel Top Signal Process*, 2022, 16: 883–917
- 2 Ding Z, Lv L, Fang F, et al. A state-of-the-art survey on reconfigurable intelligent surface-assisted non-orthogonal multiple access networks. *Proc IEEE*, 2022, 110: 1358–1379
- 3 Fu M, Zhou Y, Shi Y, et al. Reconfigurable intelligent surface empowered downlink non-orthogonal multiple access. *IEEE Trans Commun*, 2021, 69: 3802–3817
- 4 Ji W, Zhao Y N, Liu Z Q, et al. QoS-oriented power allocation scheme for multi-user NOMA system assisted by RIS. *J Electron Inform Technol*, 2023, 45: 3603–3611 [季薇, 赵亚楠, 刘子卿, 等. 面向服务质量的 RIS 辅助的多用户 NOMA 系统功率分配方案. *电子与信息学报*, 2023, 45: 3603–3611]
- 5 Li G, Zhang H, Wang Y, et al. QoS guaranteed power minimization and beamforming for IRS-assisted NOMA systems. *IEEE Wireless Commun Lett*, 2023, 12: 391–395
- 6 Zhang Z, Lv L, Wu Q, et al. Robust and secure communications in intelligent reflecting surface assisted NOMA networks. *IEEE Commun Lett*, 2021, 25: 739–743
- 7 Yang F M, Dai J X, Pan C H, et al. Robust beamforming design for RIS-aided NOMA networks with imperfect channels. In: *Proceedings of the 95th Vehicular Technology Conference*, 2022. 1–6
- 8 Liu X, Wei T, Liang H, et al. Robust beamforming for RIS-assisted NOMA systems with CSI imperfection and Low-Resolution phase shifters. In: *Proceedings of the 6th International Conference on Information Communication and Signal Processing (ICICSP)*, 2023. 654–658
- 9 Li K, Cui M, Zhang G, et al. Robust transmit and reflect beamforming design for IRS-assisted offshore NOMA communication systems. *IEEE Trans Veh Technol*, 2024, 73: 783–798
- 10 Chauhan A, Ghosh S, Jaiswal A. RIS partition-assisted non-orthogonal multiple access (NOMA) and quadrature-NOMA with imperfect SIC. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2022, 22: 4371–4386
- 11 Wang H, Shi Z, Fu Y, et al. On intelligent reflecting surface-assisted NOMA uplinks with imperfect SIC. *IEEE Wireless Commun Lett*, 2022, 11: 1518–1522
- 12 Yue X, Liu Y. Performance analysis of intelligent reflecting surface assisted NOMA networks. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2022, 21: 2623–2636
- 13 Zhai Q, Dong L, Cheng W, et al. Joint optimization for active IRS-aided multicluster NOMA systems. *IEEE Syst J*, 2023, 17: 6691–6694
- 14 Niu H, Chu Z, Zhou F, et al. Robust design for intelligent reflecting surface-assisted secrecy SWIPT network. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2022, 21: 4133–4149
- 15 Ding Y F, Li G Q, Li H, et al. Physical layer security for SWIPT-NOMA system in presence of randomly located eavesdroppers. *Telecommun Sci*, 2022, 38: 133–142 [丁一凡, 李光球, 李辉, 等. 窃听器随机分布 SWIPT-NOMA 系统的物理层安全. *电信科学*, 2022, 38: 133–142]

- 16 Hu L, Liu X Y, Qi Q, et al. Robust resource allocation for reconfigurable intelligent surface-assisted multi-user NOMA networks. *Acta Electron Sin*, 2024, 52: 3359–3367 [胡林, 刘锡炎, 齐倩, 等. 可重构智能表面辅助多用户 NOMA 网络鲁棒资源分配. *电子学报*, 2024, 52: 3359–3367]
- 17 Li Z, Chen W, Wu Q, et al. Joint beamforming design and power splitting optimization in IRS-assisted SWIPT NOMA networks. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2022, 21: 2019–2033
- 18 Wang W, Ni W, Tian H, et al. Safeguarding NOMA networks via reconfigurable dual-functional surface under imperfect CSI. *IEEE J Sel Top Signal Process*, 2022, 16: 950–966

Robust secure resource allocation for reconfigurable intelligent surface-assisted multi-user NOMA networks

Lin HU^{1,2*}, Xiyang LIU¹, Qian QI¹, Hongjiang LEI^{1,2} & Qianbin CHEN^{1,2}

1. *School of Communications and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China*

2. *Chongqing Key Lab of Mobile Communications Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China*

* Corresponding author. E-mail: linhu@cqupt.edu.cn

Abstract In the scenario of imperfect channel state information (CSI) and imperfect successive interference cancellation (SIC), the problem of robust secure resource allocation in reconfigurable intelligent surface (RIS) assisted multi-user non-orthogonal multiple access (NOMA) is studied. Considering energy users as potential eavesdropping nodes in the network, Under constraints on the quality of service (QoS) and maximum eavesdropping rate, a transmit power minimization problem is formulated for the network where there are two types of users (information user and energy user). First, SIC decoding order is determined based on the channel gain of information users, then the S-procedure is used to transform the non-convex constraints with channel uncertainty, and then the optimization problem is decomposed into two sub-problems. Finally, the alternate optimization method based on semi-definite relaxation is used to iteratively solve the above sub-problems. The simulation results show that in the case of imperfect channel state information, optimizing the decoding sequence of successive interference cancellation can effectively reduce the transmit power of the base station.

Keywords imperfect channel state information, imperfect successive interference cancellation, reconfigurable intelligent surface (RIS), non-orthogonal multiple access (NOMA), secure resource allocation