

# 基于特征点集的分布式能源调度灵活性聚合方法

樊鹏阳<sup>1,2,3</sup>, 翟超<sup>1,2,3\*</sup>, 何宇俊<sup>4</sup>, 刘沅昆<sup>4</sup>, 张和洪<sup>5</sup>

1. 中国地质大学(武汉)自动化学院, 武汉 430074
2. 复杂系统先进控制与智能自动化湖北省重点实验室, 武汉 430074
3. 地球探测智能化技术教育部工程研究中心, 武汉 430074
4. 清华大学电机工程与应用电子技术系, 北京 100084
5. 福州大学计算机与大数据学院, 福州 350108

\* 通信作者. E-mail: zhaichao@cug.edu.cn

收稿日期: 2024-01-19; 修回日期: 2024-06-11; 接受日期: 2024-12-10; 网络出版日期: 2025-01-22

中国地质大学(武汉)“地大学者”人才岗位科研启动经费(批准号: 2020138)资助项目

**摘要** 随着微电网和虚拟电厂等分布式能源管理方式的变革,大量的分布式能源给电力系统的运营商带来了技术挑战并且增大了管理复杂度. 一个可控分布式能源的聚合运行模型,可以方便高效地管理大量的分布式能源. 本质上,聚合运行模型的可行域是所有分布式能源的多面体可行域的 Minkowski 和. 然而,两个任意多面体的 Minkowski 和的计算是一个不确定的多项式时间难题. 为了精确地刻画并提高大量分布式能源的聚合灵活性,首先,本文提出一种通用的凸约束空间中的 Minkowski 和计算方法. 采用离散点集的凸包逼近真实约束空间,再使用 Minkowski 和对离散点集进行叠加,并提出离散点集优化算法,使其尽可能地逼近真实约束空间. 这种点集是高维度、抽象的,但却表征了分布式能源的运行特征,我们将其定义为特征点集. 然后,提出了一种特征点集的选取规则,能够提高调度灵活性,增加调峰能力并减少 Minkowski 和的运算复杂度. 此外,提出一种简化特征点集的算法并且保证了不损失约束空间. 最后,从理论上阐释了特征点集法在电网调度中的合理性. 数值仿真结果表明,该方法在提高系统聚合灵活性和计算效率方面具有很大潜力.

**关键词** 分布式能源, 特征点集, 聚合和分解, Minkowski 和, 内近似, 凸包

## 1 引言

分布式能源(distributed energy resources, DERs)在现代电力系统中扮演着至关重要的角色. DERs 提供了电力系统所需的额外灵活性和可控性,为电网调度带来了极大的便利<sup>[1]</sup>. 通过 DERs, 电力系统的稳定性得到了增强,使得电力供应更为可靠. 然而,随着风力发电和光伏发电技术的不断进步,越来越多的 DERs 将融入到电力系统调度中. 这种发展为电力系统注入了更多绿色能源,也带来了管理上

**引用格式:** 樊鹏阳, 翟超, 何宇俊, 等. 基于特征点集的分布式能源调度灵活性聚合方法. 中国科学: 信息科学, 2025, 55: 372-387, doi: 10.1360/SSI-2024-0030

Fan P Y, Zhai C, He Y J, et al. An aggregation method for flexibility enhancement in distributed energy scheduling based on feature point sets. Sci Sin Inform, 2025, 55: 372-387, doi: 10.1360/SSI-2024-0030

的挑战. 如何管理这些异构、参数不同的大规模 DERs 成为了一个不可忽视的问题. 传统电力系统需要适应这种新型能源结构, 确保其平稳运行<sup>[2]</sup>.

为了有效管理分布式能源, 虚拟电厂凭借其其对分布式能源的高灵活性和适应性的优点, 成了一种非常有效的分布式能源管理方式<sup>[3,4]</sup>. 虚拟电厂将多个分布式能源资源整合为一个统一的系统, 通过智能化的控制和管理, 实现对这些资源的协同调度和运营<sup>[4]</sup>. 这种集成方式使得分布式能源能够更好地参与电力市场和电网调度, 实现资源的最大化利用. 与传统电网相比, 虚拟电厂不仅提高了能源的利用率, 还提供了更灵活、更可靠的电力供应方案.

虚拟电厂作为电力系统运营商和分布式能源之间的桥梁, 需要一个聚合控制器来整合大量 DERs 的响应能力, 同时满足运营商和 DERs 所有者的需求. 聚合运行模型的可行域在本质上是多个高维多面体的 Minkowski 和, 其计算通常是难以处理的. 为了解决其难以计算的问题, 学者们大多都采取近似的方法对 Minkowski 和进行重新描述, 以新的数学表达形式对 Minkowski 和进行近似. 近似的方法大致可以分为外近似<sup>[5,6]</sup> 和内近似两种. 文献 [5] 采用半平面法表征分布式能源的可调节功率域, 这种方法的思路是外近似的思想, 即新的数学表达形式所表示的空间可以从外部逼近 Minkowski 和的空间. 外近似法会导致调度指令无法实现的风险. 内近似的本质是在 Minkowski 和的空间中找到一个容易计算的子集或者说子空间. 这一方法虽然能够避免调度指令无法实现的问题, 但同时也带来了保守性的问题. 文献 [7] 提出了一种简化热泵负荷聚合功率的外特性模型的办法, 采用 Minkowski 和生成聚合功率约束空间, 并通过求解最大内接正方体或最大内接直角棱锥得到紧约束空间, 避免了直接调度同时保护了用户隐私. 在聚合功率可行域中, “直角棱锥” 可以视为一个有爬坡约束的虚拟发电机模型, “内接正方体” 可以视为一个无爬坡约束的虚拟电池模型. 因此, 这类方法<sup>[7~10]</sup> 又称为虚拟电池近似或虚拟发电机近似. 文献 [11~13] 基于 Zonotope 图形易于计算 Minkowski 和的特性, 使用 Zonotope 对 Minkowski 和进行内部近似估计. Zonotope 指的是一类轴对称的几何形状, 如二维空间中的带状、三维空间中的柱状. 这类方法适用于对称的 Minkowski 和, 对于不对称的 DERs 存在一定的保守性. 而且, Zonotope 方法得到的内逼近结果十分依赖中心点的位置, 而中心点的位置无法随意选取, 强行选取中心点又会导致内逼近效果差. 为了解决这类问题, 文献 [14] 提出了一种基于 Zonotope 近似的负载侧资源灵活性集群划分方法, 通过对分布式能源进行分类增加了鲁棒性的同时提高了聚合模型的可行域. 文献 [15] 提出了一种基于 Zonotope 和深度强化学习技术的灵活分布式资源聚合和调度方法, 以解决能量社区中大规模灵活能源设备和小规模分布式资源集群并发调度的难题. 文献 [16,17] 基于正多面体在 Minkowski 和中计算量小的特性, 使用正多面体进行内部近似估计. 这类方法与虚拟电池和虚拟发电机方法类似. 文献 [18,19] 基于基本同构多面体进行内部近似估计, 将 Minkowski 和运算简化为缩放系数和平移系数的基本运算, 减少了计算时间. 但是该方法适用于相同类型的 DERs 管理<sup>[18]</sup>, 对于异构的 DERs 灵活性损失较大. 文献 [20] 提出了一种新颖的内近似方法, 通过利用精确聚合模型 (exact aggregation model, EAM) 的闭式表达式, 解决分布式能源灵活性建模中精度和计算效率的问题. 但是, 内逼近的方法都不同程度地牺牲了灵活性, 以保证调度指令的正常执行, 但是有些灵活性是非常重要的, 例如调峰需求响应时, 需要尽可能地减少调峰时段的功率, 对于这种情况, 现有方法都无法直接解决. 为此, 本文提出了一种新的数学表达形式, 该数学形式在理论上可以无限接近于真实聚合可行空间, 并保留特定功能上的灵活性. 我们的工作建立在分布式能源的功率可行域是高维凸多面体的结论之上的, 这一点已被现有的研究证明<sup>[11~13,16,17]</sup>. 借助凸集的良好性质, 本文提出了一种新的方法来描述聚合功率约束空间的模型. 该方法使在每个 DER 的功率约束空间中选择若干个高维向量形成初始特征点集, 使用集合的凸组合空间作为紧约束空间, 通过优化集合内部高维向量进而优化集合的凸组合空间, 扩大可行域的范围. 聚合控制器只需要上传优化后的特征点集, 避免了配电网直接调度设备, 同时保护了用户的隐私.

本文的贡献如下.

(1) 为分布式能源的功率可行域提供了一种基于特征点集的凸组合空间的内近似方法, 并重新定

义了高维凸多面体内近似的问题.

(2) 提出了一种映射方法可以快速找到高维凸多面体表面上的点, 扩大了可行域的范围, 并且提出了特征点集选取规则以及集合简化算法, 扩大给定功能的灵活性同时减少了运算复杂度.

(3) 在理论上对这一新的方法进行分析, 证明了特征点集法作为高维凸多面体内近似方法的合理性, 并且通过仿真实验说明了该方法在管理 DERs 上的潜力.

本文组织如下. 第 2 节给出可行集的多面体描述, 并重新定义了高维凸多面体近似问题. 第 3 节介绍了一种方法对内近似问题进行转化, 并基于此提出一种点集映射算法以优化该类问题. 在第 4 节通过理论推导证明了点集方法在聚合功率内近似方面的合理性.

## 2 DERs 模型及问题描述

首先介绍 DERs 的一些约束类型及其数学模型, 并将其归纳为一个由一组线性不等式方程约束的高维凸多面体. 然后提出了一种由点集的凸组合空间组成的紧约束空间, 并且基于该表述方法定义高维凸多面体内近似问题.

### 2.1 DERs 的多面体可行集

考虑一个有限离散时间范围内的分布式能源, 一共有  $T$  个时间段, 步长为  $\delta_t$ . 易知, 该能源的有功功率可行集  $\mathcal{P} \subset \mathbb{R}^T$ , 其中有功功率的轨迹  $p \in \mathbb{R}^T$ . 分布式能源一般有如下约束.

(1) 功率上下界约束: 一个能源在第  $t$  个时刻的出力功率  $p_t > 0$  或者输入功率  $p_t < 0$  是有界的, 即

$$\underline{p}_t \leq p_t \leq \bar{p}_t, t = 1, 2, \dots, T. \quad (1)$$

(2) 能量约束: 一个能源在第  $t$  个时刻的能量  $e_t$  必须维持在某个区间, 即

$$\underline{e}_t \leq e_t \leq \bar{e}_t, t = 1, 2, \dots, T. \quad (2)$$

一个能源的初始能量  $e_0$  和设备参数  $\eta$  已知时, 其能量可以改写成功率的形式, 即

$$e_t = \theta e_{t-1} - \eta \delta_t p_t, t = 1, 2, \dots, T. \quad (3)$$

(3) 爬坡约束: 一个能源其相邻两个时刻的功率变化是有界的, 即

$$\underline{\delta}_p \leq (p_t - p_{t-1})/\delta_t \leq \bar{\delta}_p, t = 2, \dots, T. \quad (4)$$

分布式能源的约束主要由以上 3 种组成, 当实际情况中有其他约束时, 只要该约束能够转化成线性约束的形式则都可以使用本文的方法. 有功功率曲线  $p = [p_1, p_2, \dots, p_T]^T$  满足式 (1)~(4) 组成的凸多面体,

$$Ap \leq B, \quad (5)$$

其中功率上限  $\bar{P} = [\bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots, \bar{p}_T]^T$ , 功率下限  $\underline{P} = [\underline{p}_1, \underline{p}_2, \dots, \underline{p}_T]^T$ , 能量上限  $\bar{E} = [\bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_T]^T$ , 能量下限  $\underline{E} = [\underline{e}_1, \underline{e}_2, \dots, \underline{e}_T]^T$ , 系数矩阵如下:

$$A = \begin{bmatrix} I_T \\ -I_T \\ -C \\ C \\ D \\ -D \end{bmatrix}_{(6T-2) \times T}, \quad B = \begin{bmatrix} \bar{P} \\ \underline{P} \\ \bar{E} - \Theta e_0 \\ \Theta e_0 - \underline{E} \\ \bar{\delta}_p \delta_t \mathbf{1}_{T-1} \\ -\underline{\delta}_p \delta_t \mathbf{1}_{T-1} \end{bmatrix}_{(6T-2) \times 1}, \quad \Theta = \begin{bmatrix} \theta \\ \theta^2 \\ \theta^3 \\ \vdots \\ \theta^n \end{bmatrix}_{T \times 1},$$

$$C = \eta \delta_t \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \theta & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \theta^2 & \theta & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots & \\ \theta^{n-2} & \theta^{n-3} & \theta^{n-4} & \cdots & 1 & 0 \\ \theta^{n-1} & \theta^{n-2} & \theta^{n-3} & \cdots & \theta & 1 \end{bmatrix}_{T \times T}, D = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix}_{T-1 \times T},$$

其中  $\mathbf{1}_{T-1}$  表示元素全为 1 的  $T-1$  行向量,  $I_T$  表示秩为  $T$  的单位矩阵. 当实际情况中还有其他对功率的线性约束时, 只需要对系数矩阵进行扩充, 均可改写成式 (5) 的形式.

## 2.2 高维凸多面体近似问题

根据式 (5), 可以构建出一个高维凸多面体  $\mathcal{P} = \{p \in \mathbb{R}^T | Ap \leq B\}$ , 该表达式下的凸多面体难以进行 Minkowski 和运算. 而多个分布式能源的可行功率聚合在几何上就是高维凸多面体的 Minkowski 和. 因此找到一种易于 Minkowski 和运算的高维凸多面体表达式是解决分布式能源聚合的主要难点. 本文提出了一种基于点集凸组合空间的方法来逼近高维凸多面体. 考虑一个由  $n$  个高维向量组成离散点集  $\mathcal{X} = \{x_i | i \in 1, 2, \dots, n\}$ , 其中  $x_i \in \mathbb{R}^T$ . 由离散点集  $\mathcal{X}$  组成的凸组合空间为

$$\text{conv}(\mathcal{X}) = \left\{ p = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i \mid \lambda_i > 0, i \in \{1, 2, \dots, n\}, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \right\}. \quad (6)$$

由于  $\mathcal{P}$  是凸集, 若集合  $\mathcal{X} \subset \mathcal{P}$ , 易知  $\text{conv}(\mathcal{X}) \subseteq \mathcal{P}$  恒成立. 故内近似问题可以转化为如下形式:

$$\begin{aligned} & \max_{\mathcal{X}} V(\text{conv}(\mathcal{X})), \\ & \text{约束条件 } \mathcal{X} \subset \mathcal{P}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $V(\cdot)$  表示高维几何体的体积. 式 (7) 重新定义了高维凸多面体内近似的问题. 可以发现若存在  $\mathcal{X}$  使式 (7) 能够达到全局最优, 则  $\text{conv}(\mathcal{X}) = \mathcal{P}$ . 对离散点集进行 Minkowski 和的运算是一个有限时间求解问题, 在第 4 节的理论推导中证明了对集合进行 Minkowski 和运算可以转化为对集合的凸组合空间做 Minkowski 和运算. 因此该方法可以有效应用到功率可行域的聚合.

实际上已有研究成果用于求解半平面表示法下 (如式 (5)) 的高维凸多面体顶点, 例如, MPT 方法<sup>[21]</sup>. 但是, 这种方法的计算复杂度高, 返回的顶点数量极大, 在运行过程中很难具有实际意义. 因此如何优化式 (7) 仍然是一个值得研究的问题. 第 6 节将介绍一种方法对式 (7) 进行转化, 从而对式 (7) 进行间接性的优化.

## 3 问题转化及点集映射算法

本节首先在 3.1 小节对 2.2 小节中所提的问题进行转化并提出一种点集优化算法对问题进行优化, 引入了一种方法可以将点集快速映射到高维凸多面体的边界上, 从而最大化点集的凸组合空间. 在 3.2 小节介绍一种点集简化算法, 可以去掉点集中不影响凸组合空间体积的点, 理论证明在第 4 节中给出. 在 3.3 小节介绍一种点集选取规则, 基于该规则可以增大聚合灵活性, 提高调峰能力并减少 Minkowski 和的运算复杂度. 在第 3.4 小节介绍聚合器的聚合模型和分解指令方法, 并讨论基于特征点集的 DERs 参与电网调度的过程.

---

**算法 1** 分布式能源特征点集获取算法.
 

---

**Require:** 初始集合  $\mathcal{X}$ , 系数矩阵  $A, B$ ;

**Ensure:** 映射后的集合  $\mathcal{X}'$ ;

- 1: 计算  $\mathcal{X}$  的中心点:  $\bar{x} \leftarrow \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ ;
  - 2: **for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $n$  **do**
  - 3:     根据式 (9) 和 (10) 得到  $x'_i$ :  $x'_i \leftarrow f(x_i)$ ;
  - 4: **end for**
  - 5: **return**  $\mathcal{X}'$ .
- 

### 3.1 问题转化

优化问题 (7) 涉及计算高维几何体的体积, 这是一个非常具有挑战性的任务. 在这个问题中, 我们希望找到一个最优的集合  $\mathcal{X}$ , 使得其凸包的体积最大化. 为了解决这个问题, 我们利用集合  $\mathcal{X}$  的方差来增加凸组合空间的体积. 方差是描述一组数据分散程度的统计量, 通过增大集合  $\mathcal{X}$  的方差, 可以使数据点在高维空间中更加分散, 从而扩大凸组合空间的体积. 但实际上方差和凸组合空间的体积没有直接关联, 该方法只能粗略地扩大凸组合空间体积. 将优化问题 (7) 转化为一个最大化  $\mathcal{X}$  方差的优化问题, 如下:

$$\begin{aligned} & \max_{x_1, x_2, \dots, x_N} \text{Var}(\mathcal{X}), \\ & \text{约束条件 } \mathcal{X} \subset \mathcal{P}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $\text{Var}(\mathcal{X}) = (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2)$  表示方差,  $\bar{x}$  表示  $\mathcal{X}$  的均值, 也可以称  $\bar{x}$  为集合  $\mathcal{X}$  的中心点. 通过增大  $\mathcal{X}$  的方差, 我们间接地增大了凸包的体积. 因此, 可以通过调整集合  $\mathcal{X}$  中数据点的分布方式, 使其方差最大化, 从而达到优化问题 (7) 的目标.

通过将优化问题 (7) 转化为最大化方差的优化问题 (8), 我们可以采用各种数学和计算方法来解决, 例如使用凸优化算法、梯度下降等. 但是上述方法都需要进行迭代, 其方法本质上是使  $x_i$  逼近高维凸多面体的表面  $\partial\mathcal{P}$  上. 因此, 可以使用映射的方法使点集  $\mathcal{X}$  直接映射到高维凸多面体的表面上. 3.2 小节将详细介绍提出的映射方法, 并基于此提出点集映射算法用于快速获得优化后的点集  $\mathcal{X}'$ .

### 3.2 点集映射算法及集合简化

考虑一个高维凸多面体  $\mathcal{P}$ , 易知多面体内的任意两点可以由一条直线连接, 并且这条直线上的所有点都属于  $\mathcal{P}$ . 因此, 对于  $x_i \in \mathcal{X}$ , 以  $\bar{x}$  为起点做一条射线  $l_i$  穿过  $x_i$ , 射线  $l_i$  与高维凸多面体的表面  $\partial\mathcal{P}$  有且仅有一个交点  $x'_i$ . 因此, 可以构造映射  $f: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{X}'$ , 如下:

$$f(x) = x + k(x - \bar{x}), x \in \mathcal{P}, \quad (9)$$

其中  $k$  可以由以下线性规划求出

$$\begin{aligned} & \max k, \\ & \text{约束条件 } A[x + k(x - \bar{x})] \leq B. \end{aligned} \quad (10)$$

基于映射 (9) 和式 (10), 可以得到映射后的集合  $\mathcal{X}'$ , 该集合可以通过式 (6) 转化为凸组合空间, 即可以用该集合表示该分布式能源的功率特征, 称该集合为特征集合. 基于上述内容, 提出了分布式能源特征点集获取算法 1.

在获得分布式能源的特征点集后, 通过对多个分布式能源的特征集合进行 Minkowski 和运算得到的新的特征集合便是多个分布式能源的功率聚合特征, 这点将在第 4 节的理论推导中进行证明. 下式是 Minkowski 和的数学公式:

$$\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y} = \{x + y | x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}\}. \quad (11)$$

可以发现两个点集在做完 Minkowski 和运算后会出现大量的离散点, 而且有大部分的点位于高维凸多面体  $\text{conv}(\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y})$  的内部, 这些点对表示分布式能源的功率特征没有帮助, 我们只需要凸多面体的顶点便可以表示分布式能源的功率特征. 实际上这是求解离散点集的凸包顶点的问题, 通常来说, 在高维空间中这是一个 NP 难问题, 但是我们不需要知道顶点的顺序, 只需要知道顶点的具体位置即可. 为此, 下面提出一种获得凸包顶点的算法, 令  $\mathcal{X}_{-i}$  表示集合  $\mathcal{X}$  剔除  $x_i$  后剩下的集合, 若元素  $x_i$  可以由集合  $\mathcal{X}_{-i}$  凸组合表示, 则在  $\mathcal{X}$  中剔除  $x_i$ , 以此类推, 遍历  $\mathcal{X}$  中的所有元素, 最后返回的集合  $\mathcal{X}_v$  便是凸包的顶点.

可以使用线性规划判断点  $x_i$  是否属于  $\text{conv}(\mathcal{X}_{-i})$ . 具体的, 构建无优化目标, 约束条件如下的线性规划:

$$\begin{aligned} & \min \quad 0, \\ & \text{约束条件} \quad \sum_{j \in \{1, 2, \dots, n\} \setminus i} \lambda_j x_j = x_i, \\ & \quad \quad \quad \sum_{j \in \{1, 2, \dots, n\} \setminus i} \lambda_j = 1, \\ & \quad \quad \quad \lambda_j \geq 0, \quad j \in \{1, 2, \dots, n\} \setminus i. \end{aligned} \quad (12)$$

根据凸组合的定义, 上述线性规划有解便说明点  $x_i$  被集合  $\mathcal{X}_{-i}$  凸组合表示了, 故点  $x_i$  一定不是  $\text{conv}(\mathcal{X}_{-i})$  的顶点, 或者点  $x_i$  与  $\text{conv}(\mathcal{X}_{-i})$  的顶点重合了. 因此, 当上述线性规划有解时, 剔除点  $x_i$  不会影响  $\text{conv}(\mathcal{X})$  的顶点集. 而当上述线性规划无解时, 则点  $x_i$  在  $\text{conv}(\mathcal{X}_{-i})$  的外部, 故点  $x_i$  一定是  $\text{conv}(\mathcal{X})$  的顶点.

可以发现当且仅当点  $x_i$  是  $\text{conv}(\mathcal{X})$  的顶点时, 该点才不能被  $\mathcal{X}_{-i}$  凸组合表示, 当所有的非顶点都被剔除之后, 就能返回顶点集, 因此上述算法只需要循环一次就可以返回顶点集合.

### 3.3 初始特征点集的选择

不难发现, 优化问题 (8) 提供了一种优化高维几何体体积的思路, 但该方法也存在一些问题. 例如, 当集合  $\mathcal{X}$  的元素数量较少时, 即使已经优化完集合  $\mathcal{X}$ , 集合  $\mathcal{X}$  的凸组合空间的体积仍然很小, 而当元素的数量非常多时, 会影响 Minkowski 和的运算效率. 因此, 就需要元素数量合适的集合  $\mathcal{X}$  来解决优化问题 (8). 如何挑选初始特征点集的位置就成了影响分布式能源调节能力的关键问题. 为解决上述问题, 本小节设计了一种初始特征点集的选择方法.

实际上, 一个高维向量  $x_i \in \mathbb{R}^T$  表示的是设备在  $T$  个时间段上的有功功率曲线. 基于 (5) 构建的高维多面体, 构造基本特征点集  $\mathcal{X}_l$  如下:

$$\mathcal{X}_l = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_T, -\mathbf{w}_1, -\mathbf{w}_2, \dots, -\mathbf{w}_T\}, \quad (13)$$

其中  $\mathbf{w}_i$  表示单位矩阵  $I_T$  的第  $i$  列. 基本特征点集类似于几何空间中的“锥型”, 这种方法可以最大程度地获得每个时间段内的最大出力和充电情况, 同时保证了时间段之间的调节作用. 这种方法可以尽可能地保证高维凸多面体内部空间的扩展.

为了衡量最大出力和最大充电功率的情况, 构建如下点集  $\mathcal{X}_m$ :

$$\mathcal{X}_m = \{\mathbf{1}_T, -\mathbf{1}_T\}. \quad (14)$$

该点集在映射后可以获得分布式能源的上下界功率, 但是该集合映射出来的功率曲线是一条不随时间变化的直线. 因此可以将日常的负荷功率特征曲线作为高维点映射到边界, 得到最大功率调节范围, 使用日常负荷功率特征点  $p_s$  代替上式的  $\mathbf{1}_T$ , 这样得到的特征点可以视为“负荷特征点”.

与负荷特征点类似, 除了这些初始特征点集之外, 还可以对特征点集进行扩充, 使其进一步扩充分布式能源在特定功能上的灵活性. 比如, 调峰市场是分布式能源的重要经济来源之一, 因而获知一个

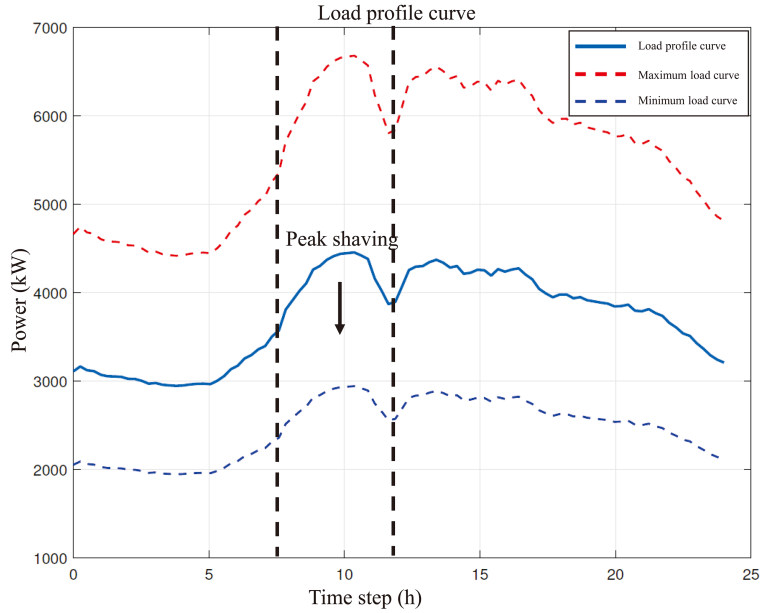


图 1 (网络版彩图) 特征点集的选择在负荷曲线上的影响.

Figure 1 (Color online) Influence of the selection of feature point set on the load curves.

分布式能源的调峰能力十分重要. 在高维凸多面体中一些“调峰特征点”, 可以将分布式能源的调峰能力进一步挖掘. 参考最大功率曲线的获得方法,  $\mathcal{X}_m$  可以视为两个  $T$  维权重向量, 表示  $T$  个时间段内的功率权重, 可以在  $\mathcal{X}_m$  的基础上进行处理, 即, 减少调峰时段的权重值. 调峰初始点集  $\mathcal{X}_r$  设计如下:

$$\mathcal{X}_r = \{w(p_s, \mathcal{I}), -w(p_s, \mathcal{I})\}, \quad (15)$$

其中,  $\mathcal{I}$  是集合  $\{1, 2, \dots, T\}$  的一个子集, 表示分布式能源参与调峰的时间段, 函数  $w$  会减少  $p_s$  在  $\mathcal{I}$  时段的权重. 基于 (9) 的映射方法, 便可以得到该分布式能源在调峰时间段的调峰能力, 这些点可以称为“调峰特征点”.

图 1 展现了某小区居民的负荷特征曲线, 这一曲线是对其能源消耗模式的直观呈现. 进一步运用日常的功率特征曲线结合式 (14) 和 (9), 可以确定负荷特征曲线的上下界. 上下界点集可以较为清楚地展示在日常功率消耗模式下功率上下界情况. 图 1 也展示了“调峰特征点”的影响, 通过对曲线对应的高维向量应用权重向量 (15), 可以使特定时段的负荷曲线向下平移映射, 从而可以获得极限调峰曲线. 这个极限曲线的获得对于在高负荷时期实现能源需求的灵活管理至关重要, 同时也为能源系统的可持续性和效率提供了有力支持. 因此, 对分布式能源扩充“调峰”特征点集具有很大的研究意义.

除了调峰特征点集以外, 可以按照同样的思路设计填谷特征点集. 这些点集可以在基础点集上扩充分布式能源在特定方向上的能力. 为了方便 Minkowski 和运算, 设计特征点集时, 新加入的特征点集不能改变均值点  $\bar{x}$  的位置. 除此之外, 我们注意到, 当所有的分布式能源的初始点集遵从上述相同的规则时, 则相同规则下的点集 Minkowski 和运算可以将对应位置的特征点进行相加, 得到多面体的顶点集作为紧缩的子集, 极大减少了运算量<sup>[22]</sup>. 直接累加会损失一定灵活性, 但这些灵活性对设备的影响很小, 当需要这方面的灵活性时, 也可以通过增加特征点的方法进行补偿. 下文的定理 3 表明了通过直接累加的方式可以得到原聚合空间的一个子集, 其相较于原可行空间会损失一部分的灵活性, 如图 2 中聚合后图形中蓝色的点表示舍弃掉的一些特征点, 这些蓝色的点对于提高聚合空间的贡献不大但却会使得算法的计算量呈指数级增加. 如图 2 所示, 从二维几何的角度体现了初始特征点集、“调峰特征点”对聚合灵活性的帮助. 二维点集意味着只有两个时间段, 故横纵坐标分别是  $p(1), p(2)$ . 位于坐标上的红点是基于  $\mathcal{X}_l$  的初始特征点集映射结果, 并基于  $\mathcal{X}_m$  得到上下界特征点集. 图中还展示了

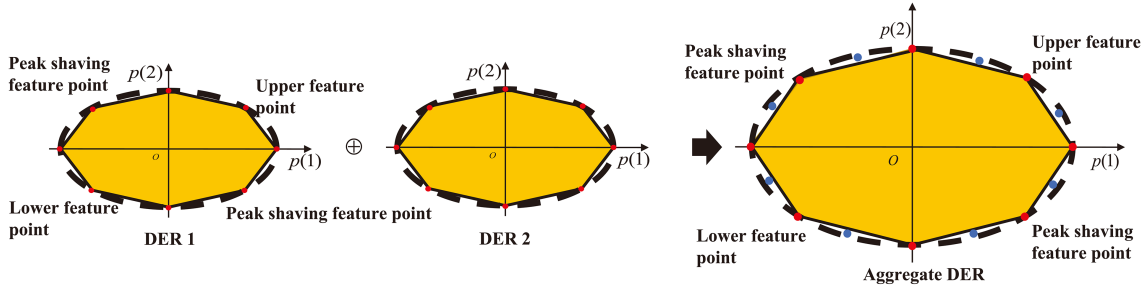


图 2 (网络版彩图) 基于特征点集求 Minkowski 和示意图.

Figure 2 (Color online) Schematic diagram of calculating Minkowski sum based on feature point sets.

“调峰特征点”对提高系统灵活性的好处,图中的金色区域代表基于特征点集的 DER 的可行区域,虚线形成的椭圆代表 DER 的实际可行区域,蓝色的点代表直接特征点累加后相较于实际的 Minkowski 和损失灵活性的点.

图 2 只展示了二维空间中内逼近情况,实际上高维空间会损失更多的灵活性,在几何上相当于损失更大的空间.因此,需要足够的功能性特征向量,如日常负荷特性曲线、光伏发电特性曲线、日常发电特性曲线等“高维特征点”,从而扩充特征点集在特定方向上的灵活性.

### 3.4 聚合与分解

针对式 (6) 提出的内近似模型,聚合器需要上传 DERs 的聚合模型并分解从调度中心发出的指令,继而向某个 DER 发送指令,如图 3 所示.设聚合器需要管理  $N$  个分布式能源,每个分布式能源都采取 3.3 小节中介绍的点集选择方法,生成对应的  $\mathcal{X}_k, k = 1, 2, \dots, N$ .  $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \dots, \mathcal{X}_N$  的元素数量都相同,聚合器的聚合模型  $\hat{\mathcal{X}}$  如下:

$$\hat{\mathcal{X}} = \mathcal{X}_1 \oplus \mathcal{X}_2 \oplus \dots \oplus \mathcal{X}_N. \quad (16)$$

因为采取相同的点集选择方法,上式中 Minkowski 和的运算可以简化为每个集合对应元素相加,理论证明由定理 3 给出.

聚合器分解指令时,一般通过优化收益函数来制定调度计划,设  $g(x_1, x_2, \dots, x_N)$  是聚合器的收益函数,则指令分解可以转化为以下优化问题:

$$\begin{aligned} \max \quad & g(x_1, x_2, \dots, x_N), \\ \text{约束条件} \quad & x_k \in \mathcal{X}_k, \quad k = 1, 2, \dots, N, \\ & \sum_{k=1}^N x_k \in \hat{\mathcal{X}}. \end{aligned} \quad (17)$$

聚合器以及调度中心都可以使用上述优化问题制定调度计划.图 3 展示了基于特征点集的 DERs 参与电网调度并拓展灵活性的方法.可以将调度指令视为控制输入,随着调度指令的不断输入,该聚合器的能力将不断提高.如果有调度指令的数据集,可以通过聚类之后获取特征点集用来拓展聚合器的能力.

基于特征点集的聚合器在聚合精度上主要取决于特征点集对于每一个分布式能源的内逼近程度,因为在聚合过程中不存在功率可行域缺失的问题.因此,针对具有不同调度边界参数的分布式能源的聚合精度实际上是讨论每个分布式能源的内逼近程度,可以将每个分布式能源的内逼近程度定义为特征点集对应的凸包体积与功率可行域的高维几何体  $P$  的体积之比,即  $V(\text{conv}(\mathcal{X}))/V(P)$ .然而,快速计算高维几何体的体积仍是一个挑战性的问题.因此,基于特征点集的聚合器的聚合精度需要从侧面进行描述.其中对体积起到关键性作用的是特征点集构成的矩阵的秩,秩越大特征点集构成的几何体



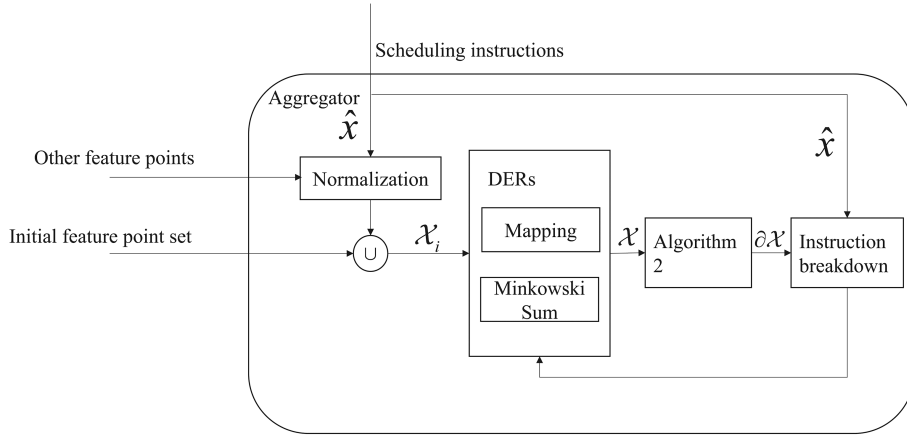


图 3 基于特征点集的聚合器控制框图.

Figure 3 Control block diagram of an aggregator based on feature point sets.

体积越大, 其次是特征点集的个数和方差, 可以发现特征点集的数量越多, 方差越大, 其所构成的几何体体积也会间接增大. 在特征点集的数量趋近于无穷大且满秩的情况下, 特征点集构成的几何体体积几乎完全内逼近于真实的功率可行域.

#### 4 理论证明

本节提供一些定理的详细证明, 这些定理为基于特征点集法设计的聚合器模型的有效性和合理性提供理论基础.

**定理1** 对于任意的离散点集  $\mathcal{X}, \mathcal{Y} \subset \mathbb{R}^T$ ,  $\text{conv}(\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y}) = \text{conv}(\mathcal{X}) \oplus \text{conv}(\mathcal{Y})$  成立.

**证明** 令  $\mathcal{V}_\mathcal{X}, \mathcal{V}_\mathcal{Y}, \mathcal{V}^{\mathcal{X}\mathcal{Y}}$  和  $\mathcal{V}_{\mathcal{X}\mathcal{Y}}$  分别表示  $\text{conv}(\mathcal{X}), \text{conv}(\mathcal{Y}), \text{conv}(\mathcal{X}) \oplus \text{conv}(\mathcal{Y})$  和  $\text{conv}(\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y})$  的顶点集. 由顶点和凸组合空间的定义, 有以下一些结论:

$$\begin{aligned} \text{conv}(\mathcal{V}_\mathcal{X}) &= \text{conv}(\mathcal{X}), \\ \text{conv}(\mathcal{V}_\mathcal{Y}) &= \text{conv}(\mathcal{Y}), \\ \text{conv}(\mathcal{V}^{\mathcal{X}\mathcal{Y}}) &= \text{conv}(\mathcal{X}) \oplus \text{conv}(\mathcal{Y}), \\ \text{conv}(\mathcal{V}_{\mathcal{X}\mathcal{Y}}) &= \text{conv}(\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y}). \end{aligned}$$

由凸组合空间的定义可知,  $\mathcal{V}_\mathcal{X} \subseteq \mathcal{X}, \mathcal{V}_\mathcal{Y} \subseteq \mathcal{Y}$ . 故,  $\mathcal{V}_\mathcal{X} \oplus \mathcal{V}_\mathcal{Y} \subseteq \mathcal{X} \oplus \mathcal{Y}$ . 由顶点表述法<sup>[23]</sup>, 可知  $\mathcal{V}_{\mathcal{X}\mathcal{Y}} \subseteq \mathcal{V}_\mathcal{X} \oplus \mathcal{V}_\mathcal{Y}$ , 由式 (6) 可知,

$$\begin{aligned} \text{conv}(\mathcal{V}_\mathcal{X} \oplus \mathcal{V}_\mathcal{Y}) &\subseteq \text{conv}(\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y}), \\ \text{conv}(\mathcal{V}_{\mathcal{X}\mathcal{Y}}) &\subseteq \text{conv}(\mathcal{V}_\mathcal{X} \oplus \mathcal{V}_\mathcal{Y}). \end{aligned}$$

可以发现两个集合互为对方的子集, 故  $\text{conv}(\mathcal{V}_\mathcal{X} \oplus \mathcal{V}_\mathcal{Y}) = \text{conv}(\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y})$ . 由凸包的顶点法可知

$$\text{conv}(\mathcal{V}_\mathcal{X} \oplus \mathcal{V}_\mathcal{Y}) = \text{conv}(\mathcal{V}_\mathcal{X}) \oplus \text{conv}(\mathcal{V}_\mathcal{Y}),$$

因此可得  $\text{conv}(\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y}) = \text{conv}(\mathcal{X}) \oplus \text{conv}(\mathcal{Y})$ . 证毕.

定理 1 表明对特征点集做 Minkowski 和就是对特征点集组成的凸组合空间做 Minkowski 和, 保证了凸组合空间能够代替 DER 约束空间的合理性, 使得 DER 约束空间的 Minkowski 和运算复杂度降低, 为特征点集法的聚合器设计提供了理论支撑.

**算法 2** 凸包顶点获取算法.

**Require:** 点集  $\mathcal{X}$ ;  
**Ensure:** 优化后的点集  $\partial\mathcal{X}$ ;  
 1: **for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $n$  **do**  
 2:     **if**  $x_i \in \text{conv}(\mathcal{X}_{-i})$  **then**  
 3:         从  $\mathcal{X}$  中剔除  $x_i$ ;  
 4:     **end if**  
 5: **end for**  
 6:  $\partial\mathcal{X} \leftarrow \mathcal{X}$ ;  
 7: **return**  $\partial\mathcal{X}$ .

**定理2** 对于聚合特征点集  $\mathcal{X}$ , 由凸包顶点获取算法 (即算法 2) 简化后, 不会减小  $\text{conv}(\mathcal{X})$  的体积.

**证明** 对于任意  $x \in \text{conv}(\mathcal{X})$ ,  $\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , 则  $x = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i$ , 且  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ . 若  $i^* \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $x_{i^*} = \sum_{i=1}^{i^*-1} \lambda_i^* x_i + \sum_{i=i^*+1}^n \lambda_i^* x_i$ , 且  $\sum_{i=1}^{i^*-1} \lambda_i^* + \sum_{i=i^*+1}^n \lambda_i^* = 1$ , 则

$$\begin{aligned}
 x &= \sum_{i=1}^{i^*-1} \lambda_i x_i + \sum_{i=i^*+1}^n \lambda_i x_i + \lambda_{i^*} x_{i^*} \\
 &= \sum_{i=1}^{i^*-1} \lambda_i x_i + \sum_{i=i^*+1}^n \lambda_i x_i + \lambda_{i^*} \left( \sum_{i=1}^{i^*-1} \lambda_i^* x_i + \sum_{i=i^*+1}^n \lambda_i^* x_i \right) \\
 &= \sum_{i=1}^{i^*-1} (\lambda_i + \lambda_{i^*} \lambda_i^*) x_i + \sum_{i=i^*+1}^n (\lambda_i + \lambda_{i^*} \lambda_i^*) x_i.
 \end{aligned}$$

观察系数项, 可知

$$\begin{aligned}
 &\sum_{i=1}^{i^*-1} (\lambda_i + \lambda_{i^*} \lambda_i^*) + \sum_{i=i^*+1}^n (\lambda_i + \lambda_{i^*} \lambda_i^*) \\
 &= \sum_{i=1}^{i^*-1} \lambda_i + \sum_{i=i^*+1}^n \lambda_i + \lambda_{i^*} \left( \sum_{i=1}^{i^*-1} \lambda_i^* + \sum_{i=i^*+1}^n \lambda_i^* \right) \\
 &= \sum_{i=1}^{i^*-1} \lambda_i + \sum_{i=i^*+1}^n \lambda_i + \lambda_{i^*} = \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1.
 \end{aligned}$$

因此, 由凸包顶点获取算法 (即算法 2) 简化后的聚合特征点集不会减小  $\text{conv}(\mathcal{X})$  的体积. 证毕.

定理 2 保证了凸包顶点获取算法的有效性和合理性, 可以用来简化特征点集, 减少运算复杂度.

**定理3** 若特征点集  $\mathcal{X}$  和  $\mathcal{Y}$  都含有  $n$  个特征向量,  $r(\mathcal{X}) = r(\mathcal{Y}) = T$ , 且对于任意  $x_i \in \mathcal{X}, y_i \in \mathcal{Y}$ , 都存在  $c_i > 0$ , 使得  $y_i = c_i x_i$ , 则  $\text{conv}(P) \subseteq \text{conv}(\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y})$ , 其中  $P = \{x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n\}$ ,  $r(\mathcal{X})$  表示特征点集  $\mathcal{X}$  组成的矩阵的秩.

**证明**  $\text{conv}(P) \subseteq \text{conv}(\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y})$  可以转化为以下形式: 对于  $\forall \lambda \in \mathbb{R}_+^n, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \exists \lambda^x, \lambda^y \in \mathbb{R}_+^n, \sum_{i=1}^n \lambda_i^x = 1, \sum_{i=1}^n \lambda_i^y = 1$ , 使得  $p = x + y$ , 其中  $p = \sum_{i=1}^n \lambda_i (x_i + y_i)$ ,  $x = \sum_{i=1}^n \lambda_i^x x_i, y = \sum_{i=1}^n \lambda_i^y y_i$ . 令  $\lambda_i^x = \lambda_i^y = \lambda_i$ , 可得

$$x + y = \sum_{i=1}^n (\lambda_i^x + \lambda_i^y c_i) x_i = \sum_{i=1}^n \lambda_i (x_i + y_i) = p.$$

故, 可得  $\text{conv}(P) \subseteq \text{conv}(\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y})$ . 证毕.

定理 3 表明了按照 3.3 小节介绍的规则选取特征点集将使得 Minkowski 和运算转换成集合的累加, 使得 Minkowski 和的计算成本显著减小, 为大规模 DERs 的特征点集法的聚合器设计提供了理论基础.

表 1 DERs 的参数范围.  
Table 1 DERs parameter range.

Parameter	Range
Maximum power	11 ~ 13 kW
Minimum power	-13 ~ -11 kW
Initial energy	28 ~ 32 kWh
Active power conversion factor	0.85 ~ 0.95
Maximum energy limit	85 ~ 95 kWh
Minimum energy limit	7.5 ~ 12.5 kWh
Energy decay rate	0.97 ~ 0.99
Ramp up upper bound	10 kW
Ramp down lower bound	-10 kW

特征点直接累加的方法只能得到紧缩的子集, 实际上  $\text{conv}(\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y}) \subseteq \text{conv}(P)$  并不是恒成立的. 例如, 当  $T = 2, n = 2, c_1 \neq c_2$  时,  $\text{conv}(\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y}) \subseteq \text{conv}(P)$  不成立.

## 5 数值仿真验证

作为一种新的聚合模型, 本节首先对模型的功率聚合和指令分解能力进行仿真验证, 使用不同的调度指令 (正弦波、方波、直线、随机曲线) 对模型的分解能力进行测试, 然后与其他聚合模型进行对比分析. 本文使用 MATLAB2022a 作为数值仿真平台.

### 5.1 功率聚合和指令分解

基于特征点集法的聚合器, 其涉及的优化算法均为线性规划, 且模型规模不大, 故求解速度较快. 本小节对聚合器在模型聚合及指令分解上进行仿真. 考虑具有  $N$  个 DERs 的虚拟电厂, 使用由 3.4 小节介绍的初始点集生成规则, 并由分布式能源特征点集获取算法 (即算法 1) 得到  $N$  个特征点集  $\mathcal{X}^1, \mathcal{X}^2, \dots, \mathcal{X}^N$ , 每个特征点集都具有  $n$  个特征向量, 其中  $\mathcal{X}^i = \{x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i\}$ . 聚合特征点集  $\hat{\mathcal{X}} = \{\sum_{i=1}^N x_1^i, \sum_{i=1}^N x_2^i, \dots, \sum_{i=1}^N x_n^i\}$ .

对于整体调度指令  $\hat{x} = \sum_{i=1}^N x^i$ , 第  $i$  个 DER 的调度指令  $x^i$  由参数向量  $\lambda^i$  生成, 其中  $\lambda^i = [\lambda_1^i, \lambda_2^i, \dots, \lambda_n^i]^T$ . 则指令分解可以转化为求解参数向量的优化问题:

$$\begin{aligned}
 & \max \quad g(x^1, x^2, \dots, x^N), \\
 \text{约束条件} \quad & \hat{x} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \lambda_j^i x_j^i, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^i = 1, \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N,
 \end{aligned} \tag{18}$$

其中  $g(x^1, x^2, \dots, x^N)$  表示收益函数, 本文没有考虑收益问题, 因此收益函数为 0, 只需要使用线性规划找到符合约束的参数向量即可. 在实际问题中, 可以根据不同的经济成本设计相应的  $g$  函数.

模拟生成 60 个具有不同参数的分布式能源, 如表 1 所示.

仿真使用了基础特征点集, 负荷特征点集和调峰特征点集共 54 个特征点, 通过映射算法 1 得到特征点集并提交给聚合器. 在  $T = 24$  时段下, 使用了 4 种调度指令来检验模型的指令分解能力. 如图 4 所示, 可以发现在不同的总调度指令下, 聚合器仍然能够对指令进行分解. 图中黑色粗实线表示总调度指令, 灰色实线表示分布式能源的分解指令.

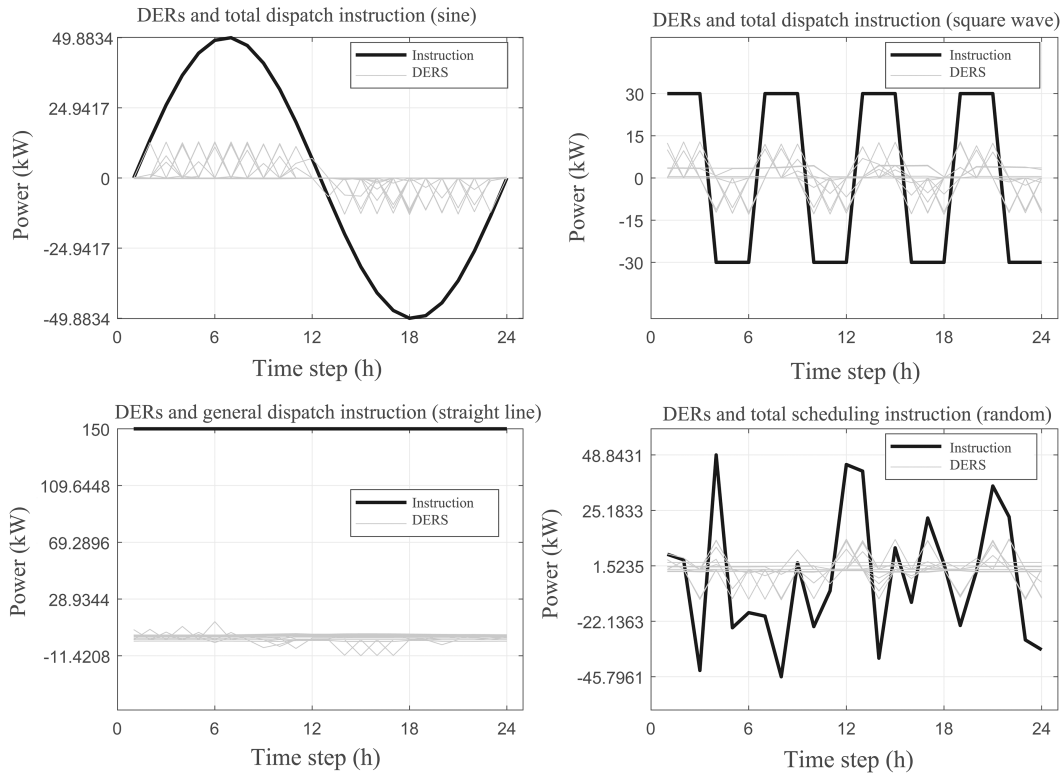


图 4 聚合器对调度指令的分解功率曲线图.

Figure 4 Disaggregation curves of dispatch instructions by an aggregator.

对于 4 种调度指令分解的优化问题, 使用 MATLAB 的 linprog 求解器, 处理器是 Intel Core i5-10500 CPU @3.1 GHz, 内存是 8 GB RAM. 4 种调度指令的分解速度分别是 0.187, 0.184, 0.172, 0.183 s. 不同的调度指令, 指令分解速度均在 0.2 s 以下. 对于聚合速度, 因为是按照集合对应元素的累加, 因此聚合运算时间可以忽略不计. 从直线调度指令中可以发现, 由于具有上下界点集的原因, 聚合器在处理直线调度指令时具有极高的灵活性, 总调度曲线可以选择较大的功率曲线.

### 5.2 调峰能力

我们的方法在本质上构建了一个新类型的高维凸多面体. 所有的凸多面体都可以表述为以某个点为中心, 中心点到所有顶点的向量方向都对应一致, 但模长不同. 以此方法可以构建高维直角棱锥, 这与虚拟储能的模型类似, 但我们的方法相较于直角棱锥多出了上下界特征点和调峰特征点, 功能更丰富, 灵活性更强.

以最大日常负荷特征曲线为基础制定总调度指令, 并设定调峰时间为 {11, 12, 13, 18, 19}, 形成调峰特征点集. 可以得到在调峰后的总调度指令对应的最大调度曲线. 如图 5 所示, 引入调峰特征点集后, 规定时间段内的功率曲线明显减小, 为了获得极限调峰能力同时为满足分布式能源资源的硬件需求, 其他时间段的功率有所增加, 展现出了时间段之间的协同能力.

可以发现我们完成了调峰特征点集到聚合器调峰能力的转化, 这种聚合器能力的拓展性是特征点集法的巨大优势, 这意味着基于特征点集法构建的聚合器可以按实际情况拓展各种能力. 甚至, 可以基于各种调度指令使用机器学习方法学习大量不同类型的特征点集, 从而使聚合器的功能愈发强大.

### 5.3 聚合器指标分析

作为一个全新的分布式能源功率聚合模型, 我们和目前最先进的 Zonotope 聚合模型进行了对比,

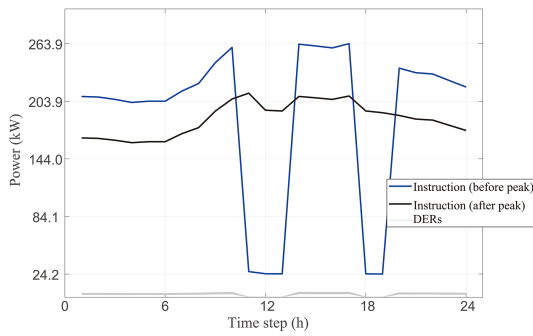


图 5 (网络版彩图) 调峰特征点集对聚合灵活性的影响.  
Figure 5 (Color online) Impact of peak shaving feature point set on aggregation flexibility.

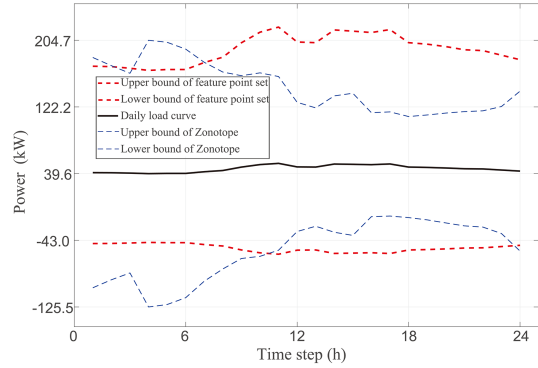


图 6 (网络版彩图) 不同聚合器的功率可调节区间.  
Figure 6 (Color online) Power adjustable ranges of different aggregators.

表 2 不同模型的性能指标对比.

Table 2 Performance metrics comparison of different models.

Model category	Feature point set	Zonotope
Instruction decomposition time (s)	0.19	0.28
Maximum upward adjustment capability (kW)	170.3	167.9
Maximum downward adjustment capability (kW)	107.3	167.9

分别从指令分解时间、日常负荷曲线的最大向上调节能力和最大向下调节能力进行了性能指标分析.

本文使用了文献 [22] 中的 Zonotope 聚合模型, 在指令分解上该模型也同样使用线性规划获得生成矩阵的参数向量, 从而实现指令的分解. 使用文中的生成矩阵, 中心点设置为日常负荷曲线对应的高维点, 并且使用表 1 相同的参数. 下表给出了两种模型的指令分解时间, 最大向上调节能力和最大向下调节能力, 如表 2 所示.

图 6 展示了两种聚合模型的可调节区间, 可以发现在大部分时间段内特征点集的聚合器都具有更大的可调节区间. 虽然 Zonotope 聚合器具有更大的最大向下调节能力, 但该模型大部分时间的向下调节能力不如特征点集的聚合器. 除此之外, Zonotope 的聚合器在一些时间段内的可调节能力很弱, 在此对比下特征点集的聚合器具有更均匀的调节能力. 最关键的是, 特征点集方法可以拓展自身的灵活性, 这是之前所有聚合器模型都不具备的能力. 所以, 理论上可以将 Zonotope 的上下界设成新的特征点, 扩充特征点集后可以获得不弱于 Zonotope 上下界的调节范围.

#### 5.4 异构分布式能源应用案例

本文考虑了 60 个不同种类的分布式能源, 分别是: 储能设备、光伏、弹性负荷 3 种, 每种分布式能源的数量是 20. 储能设备的参数同表 1 一致. 弹性负荷的功率上限为 0. 功率下限为  $-20$  kW, 每个弹性负荷每个时刻的功率下限的浮动不超过 1 kW. 光伏设备的一天内的功率上限为 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 7, 9, 11, 12, 12, 11, 8, 5, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 单位是千瓦 (kW). 除此之外, 每个光伏设备的每个时段的最大偏差值不超过 0.5 kW. 在特征点集方面, 储能设备的特征点集不变, 光伏设备将功率上限作为拓展特征点集, 弹性负荷将零点和功率下限作为拓展特征点集.

本文同样使用了 4 种调度曲线对聚合器的聚合与分解能力进行验证, 如图 7 所示. 将收益函数设置为最大化光伏发电的总发电数, 并由此得到每个设备的调度指令. 在图 7 中, 红色曲线表示光伏发电功率曲线, 绿色曲线表示储能设备功率曲线, 蓝色曲线表示弹性负荷功率曲线. 从红色曲线可以发现, 聚合器在满足功率约束的同时, 最大化了光伏设备的发电量.

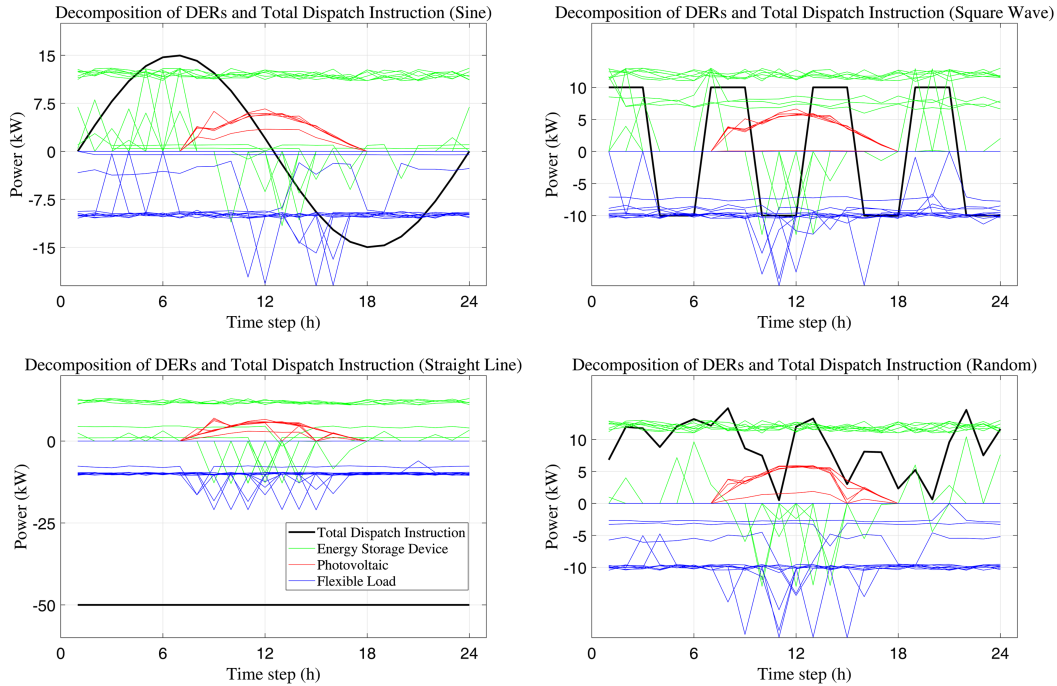


图 7 聚合器对调度指令的分解曲线图 (异构 DERs).

Figure 7 Disaggregation curves of dispatch instructions by an aggregator (heterogeneous DERs).

## 6 总结与展望

本文提出了一种基于特征点集的聚合器模型设计方法,并在此基础上提出了一种点集选取规则,简化了 Minkowski 和运算.特征点集法能严格保证聚合和分解指令的可行性,并且显著提高运算速度及管理效率.基于特征点集的聚合器还可以根据特定的需求扩充特征点集来增加相应的灵活性,如通过改变权重以生成特定的调峰特征点,并映射到边界上来扩充特征点集,增加调峰灵活性.由于特征点集位于高维凸多面体的顶点,故特征点集法一定程度上代表了 DERs 在相应需求上的极限能力,相较于其他先进的聚合方法,具有更高的灵活性.未来的工作将加入更多额外的实际需求,并利用机器学习方法构建特征点集,从而设计功能更强大的聚合模型满足更多的实际需求.此外,将研究特征点集法的聚合器应用于各种实际分解问题的适用性,并结合实际收益改善聚合器性能.

## 参考文献

- 1 Zhou X X, Zeng R, Gao F, et al. Development status and prospects of the Energy Internet. *Sci Sin Inform*, 2017, 47: 149–170 [周孝信, 曾嵘, 高峰, 等. 能源互联网的发展现状与展望. *中国科学: 信息科学*, 2017, 47: 149–170]
- 2 Sun Q Y, Hu J W, Zhang H G. Modeling and application of we-energy in energy Internet. *Sci Sin Inform*, 2018, 48: 1409–1429 [孙秋野, 胡旌伟, 张化光. 能源互联网中自能源的建模与应用. *中国科学: 信息科学*, 2018, 48: 1409–1429]
- 3 Chen H L, Zhang H B, Wang Z L. Aggregation algorithm for market and dispatch characteristics parameters of different types of virtual power plants: a review. *Proc Chin Soc Electr Eng*, 2023, 43: 15–28 [陈会来, 张海波, 王兆霖. 不同类型虚拟电厂市场及调度特性参数聚合算法研究综述. *中国电机工程学报*, 2023, 43: 15–28]
- 4 Tian L T, Cheng L, Guo J B, et al. A review on the management and interaction mechanism of virtual power plants with distributed energy resources. *Power Syst Technol*, 2020, 44: 2097–2108 [田立亭, 程林, 郭剑波, 等. 虚拟电厂对分布式能源的管理和互动机制研究综述. *电网技术*, 2020, 44: 2097–2108]
- 5 Barot S, Taylor J A. A concise, approximate representation of a collection of loads described by polytopes. *Int J Electrical Power Energy Syst*, 2017, 84: 55–63
- 6 Xu Z, Deng T, Hu Z, et al. Data-driven pricing strategy for demand-side resource aggregators. *IEEE Trans Smart*

- Grid, 2016, 9: 57–66
- 7 Li Z H, Li T, Wu W C, et al. Aggregation method for flexibility assessment of heat pump load dispatch based on Minkowski norm. *Autom Electric Pow Syst*, 2019, 43: 14–21 [栗子豪, 李铁, 吴文传, 等. 基于 Minkowski 和的热泵负荷调度灵活性聚合方法. *电力系统自动化*, 2019, 43: 14–21]
  - 8 Zhao H, Wang B, Wang X, et al. Active dynamic aggregation model for distributed integrated energy system as virtual power plant. *J Modern Power Syst Clean Energy*, 2020, 8: 831–840
  - 9 Hao H, Sanandaji B M, Poolla K, et al. Aggregate flexibility of thermostatically controlled loads. *IEEE Trans Power Syst*, 2014, 30: 189–198
  - 10 Sanandaji B M, Hao H, Poolla K, et al. Improved battery models of an aggregation of thermostatically controlled loads for frequency regulation. In: *Proceedings of American Control Conference*, 2014. 38–45
  - 11 Müller F L, Szabó J, Sundström O, et al. Aggregation and disaggregation of energetic flexibility from distributed energy resources. *IEEE Trans Smart Grid*, 2019, 10: 1205–1214
  - 12 Müller F L, Sundström O, Szabó J, et al. Aggregation of energetic flexibility using zonotopes. In: *Proceedings of the 54th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2015. 6564–6569
  - 13 Nazir M S, Hiskens I A, Bernstein A, et al. Inner approximation of Minkowski sums: a union-based approach and applications to aggregated energy resources. In: *Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2018. 5708–5715
  - 14 Yao Z, Zhang T, Huang J. Zonotope approximation based flexible cluster division method for load-side resource scheduling. *IET Renew Power Gen*, 2024, 18: 3593–3602
  - 15 Xu T, Chen T, da Silva N P, et al. Zonotope and reinforcement learning-based aggregator operation of energy community resources with water pump. In: *Proceedings of the 7th Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2)*, 2023. 4331–4335
  - 16 Long Y, Zhang Y, Ruan W J, et al. Research on ordered electricity scheduling strategy based on inner-box approximation model. *Power Demand Side Manag*, 2022, 24: 84–89 [龙禹, 张悦, 阮文骏, 等. 基于内盒近似模型的有序用电调度策略研究. *电力需求侧管理*, 2022, 24: 84–89]
  - 17 Chen X, Dall'Anese E, Zhao C, et al. Aggregate power flexibility in unbalanced distribution systems. *IEEE Trans Smart Grid*, 2019, 11: 258–269
  - 18 Yi Z, Xu Y, Gu W, et al. Aggregate operation model for numerous small-capacity distributed energy resources considering uncertainty. *IEEE Trans Smart Grid*, 2021, 12: 4208–4224
  - 19 Zhao L, Zhang W, Hao H, et al. A geometric approach to aggregate flexibility modeling of thermostatically controlled loads. *IEEE Trans Power Syst*, 2017, 32: 4721–4731
  - 20 Wen Y, Hu Z, He J, et al. Improved inner approximation for aggregating power flexibility in active distribution networks and its applications. *IEEE Trans Smart Grid*, 2023, 15: 3653–3665
  - 21 Herceg M, Kvasnica M, Jones C N, et al. Multi-Parametric Toolbox 3.0. In: *Proceedings of European Control Conference (ECC)*, 2013. 502–510
  - 22 Trangbaek K, Petersen M, Bendtsen J, et al. Exact power constraints in smart grid control. In: *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, 2011. 6907–6912
  - 23 Trangbaek K, Bendtsen J. Exact constraint aggregation with applications to smart grids and resource distribution. In: *Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2012. 4181–4186

# An aggregation method for flexibility enhancement in distributed energy scheduling based on feature point sets

Pengyang FAN<sup>1,2,3</sup>, Chao ZHAI<sup>1,2,3\*</sup>, Yujun HE<sup>4</sup>, Yuankun LIU<sup>4</sup> & Hehong ZHANG<sup>5</sup>

1. *School of Automation, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China*

2. *Hubei Key Laboratory of Advanced Control and Intelligent Automation for Complex Systems, Wuhan 430074, China*

3. *Engineering Research Center of Intelligent Technology for Geo-Exploration, Ministry of Education, Wuhan 430074, China*

4. *Department of Electrical Engineering and Applied Electronics, Tsinghua University, Beijing 100084, China*

5. *College of Computer and Data Science, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China*

\* Corresponding author. E-mail: zhaichao@cug.edu.cn

**Abstract** With the transformation of distributed energy management methods such as microgrids and virtual power plants, the proliferation of distributed energy resources presents technical challenges. It increases management complexity for power system operators. A controllable aggregated operation model of distributed energy resources can facilitate the efficient management of many distributed energy resources. Essentially, the feasible region of the aggregated operation model is the Minkowski sum of the polyhedral feasible regions of all distributed energy resources. However, calculating the Minkowski sum of two arbitrary polyhedra is an NP-hard problem. To accurately characterize and enhance the aggregation flexibility of numerous distributed energy resources, this paper firstly proposes a method for calculating the Minkowski sum in a general convex constraint space. The method uses the convex hull of a discrete point set to approximate the real constraint space and then overlays the discrete point sets using the Minkowski sum. A discrete point set optimization algorithm is proposed to approximate the real constraint space as closely as possible. This point set is high-dimensional and abstract, but it represents the operational characteristics of distributed energy resources, which we define as the characteristic point set. Next, a selection rule for the characteristic point set is proposed, which can improve scheduling flexibility, increase peak-shaving capability, and reduce the computational complexity of the Minkowski sum. Furthermore, an algorithm for simplifying the characteristic point set is proposed, ensuring the constraint space is not compromised. Finally, the theoretical rationale for using the characteristic point set method in grid scheduling is explained. Numerical simulation results demonstrate that this method has great potential in enhancing system aggregation flexibility and computational efficiency.

**Keywords** distributed energy, feature point sets, aggregation and decomposition, Minkowski sum, inner approximation, convex hull