



# 混合攻击下基于带宽感知型事件触发机制的负荷频率控制

丁瑞森<sup>1,2</sup>, 杨飞生<sup>1,2\*</sup>, 付远超<sup>1,2</sup>, 潘泉<sup>2</sup>

1. 西北工业大学深圳研究院, 深圳 518063

2. 西北工业大学自动化学院, 西安 710072

\* 通信作者. E-mail: yangfeisheng@nwpu.edu.cn

收稿日期: 2024-03-19; 修回日期: 2024-06-20; 接受日期: 2024-08-27; 网络出版日期: 2024-12-10

国家自然科学基金 (批准号: 62073269, 62473316)、广东省基础与应用基础研究基金 (批准号: 2023A1515011220)、航空科学基金 (批准号: 2020Z034053002) 和重庆市自然科学基金 (批准号: CSTB2022NSCQ-MSX0963) 资助项目

**摘要** 针对混合攻击下的一类新型电力系统, 本文提出了一种负荷频率安全控制方案, 实现在欺骗与拒绝服务 (denial of service, DoS) 攻击下的闭环稳定与安全运行. 首先, 基于确认字符 (acknowledgement character, ACK) 技术提出了一种针对非周期性 DoS 攻击的“阴阳”检测机制. 其次, 为保持系统控制性能并节约网络通信资源, 提出了一种新颖的带宽感知事件触发机制. 再次, 建立了一个混合攻击下包含风力发电机组与电池储能系统的多区域电力系统切换模型. 利用 Lyapunov-Krasovskii 泛函 (Lyapunov-Krasovskii functional, LKF) 理论与线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI) 技术, 给出满足  $H_\infty$  性能的系统指数均方稳定充分条件, 并导出了事件触发负荷频率安全控制器的设计准则. 最后, 通过仿真实验验证了所提 DoS 攻击检测机制和事件触发安全控制器的有效性与优越性.

**关键词** 欺骗攻击, 非周期性 DoS 攻击, 带宽感知事件触发机制, 攻击检测, 负荷频率控制

## 1 引言

负荷频率控制 (load frequency control, LFC) 可以实现功率交换并保持系统频率稳定, 因此在电力系统中起着至关重要的作用<sup>[1]</sup>. 在 LFC 系统中, 每个区域中发电机的频率和功率测量值通过通信网络传输到控制中心<sup>[2]</sup>. 传统的 LFC 通过专用的通信通道传输数据, 灵活性差, 维护成本高, 已不再适合规模不断扩大的电力系统; 而基于开放式通信网络的 LFC 在现代电力系统中得到了广泛的应用. 然而, 通信网络环境中的时延以及网络攻击会威胁到 LFC 系统的稳定性<sup>[3,4]</sup>.

时滞广泛存在于电力系统的信号传输、测量和控制中<sup>[5]</sup>. 过去十年里, 大量文献研究了 LFC 系统中的时延问题<sup>[6,7]</sup>. 而大型互联电力系统中会同时存在多个时变和时不变时滞. 因此, 如何考虑多个通信时延并克服其对控制性能的影响是广域电力系统控制中的一个重要问题.

**引用格式:** 丁瑞森, 杨飞生, 付远超, 等. 混合攻击下基于带宽感知型事件触发机制的负荷频率控制. 中国科学: 信息科学, 2024, 54: 2828–2840, doi: 10.1360/SSI-2024-0086  
Ding R S, Yang F S, Fu Y C, et al. Load frequency control based on bandwidth-aware event-triggering mechanism under hybrid attacks (in Chinese). Sci Sin Inform, 2024, 54: 2828–2840, doi: 10.1360/SSI-2024-0086

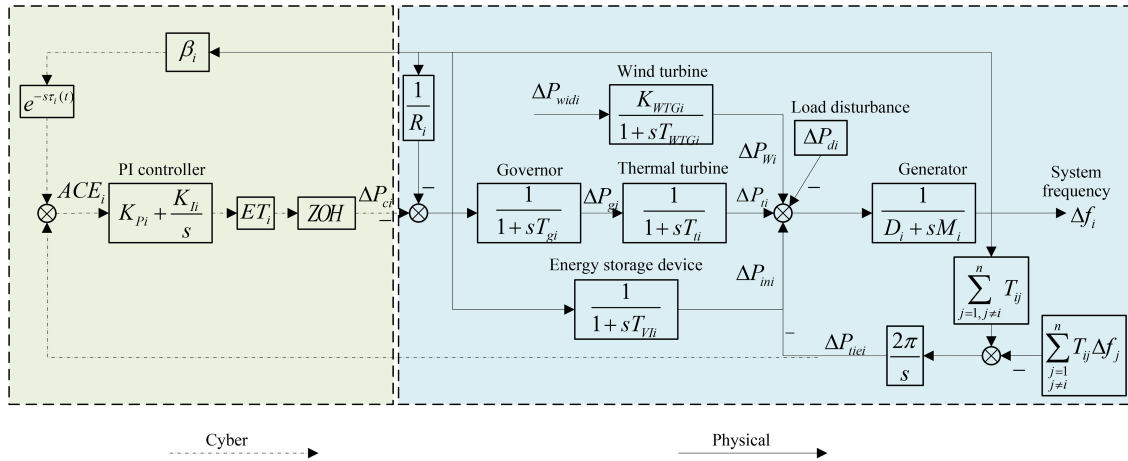


图 1 (网络版彩图) 基于事件触发机制的第  $i$  区域新型电力 LFC 系统模型

Figure 1 (Color online) New power LFC system model for the  $i$ -th area based on the event-triggering mechanism

在电力系统中, 数据传输容易受到网络攻击的威胁. 根据攻击目标, 网络攻击可以分为欺骗攻击<sup>[8]</sup>和拒绝服务 (DoS) 攻击<sup>[9]</sup>. 针对 FDI 攻击的影响, 文献 [10] 提出了一种基于可信度的安全分布式 LFC 方案, 以保证电力系统的稳定运行. 文献 [11] 研究了欺骗攻击与 DoS 攻击下电力系统的事件触发控制问题. 但上述研究的 DoS 攻击为周期性的, 而实际中 DoS 攻击具有随机性, 因此多区域电力系统在混合网络攻击下的安全问题还没有得到充分的研究, 这是我们进一步研究的动机之一.

为了最大限度地降低通信信道占用率, 事件触发机制已被广泛运用于 LFC 问题中<sup>[12~14]</sup>. 文献 [15] 提出了一种安全自适应触发机制, 不仅节约了通信资源也缓解了 DoS 攻击的影响. 文献 [16] 针对网络攻击下的电力系统安全控制问题, 提出一种记忆触发机制, 利用了当前和历史数据, 大大提高了控制性能. 尽管现有文献中已提出多种针对网络安全控制的触发策略, 然而均未充分考虑混合网络攻击所带来的影响, 特别是在涉及多区域互联的电力系统场景中, 这是本文的再一研究动机.

本文重点研究了混合攻击下多区域电力系统的事件触发负荷频率控制问题. 主要贡献为: 包含新能源的多区域电力系统, 提出一个能够同时处理欺骗攻击和非周期性 DoS 攻击的框架, 并针对 DoS 攻击提出一种“阴阳”检测机制; 为更好地节省通信资源, 本文提出了一种新型的带宽感知事件触发方案, 可以根据带宽状态自适应地改变触发参数; 针对系统不同状态, 通过构造分段 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 推导出一种控制器设计方案, 以保证电力系统稳定且具有  $H_\infty$  性能.

## 2 预备知识

### 2.1 广域电力系统 LFC 原理

研究涉及风电机组与储能装置的广域电力系统, 第  $i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ) 个区域如图 1 所示, 其中  $ET_i$  表示第  $i$  区域的事件触发器. 本文的目的是对于二次调频的控制器参数进行设计, 其位置如图 1 所示. 电力系统模型为如下状态空间表达式:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + \sum_{i=1}^N A_{di}x(t - \tau_i(t)) + Bu(t) + \sum_{i=1}^N B_{di}u(t - d_k^n(t)) + E\omega(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\tau_i(t)$  表示二次调频传输时延,  $|\tau_i(t)| \leq \tau_M$ ,  $\tau_M$  表示时滞  $\tau_i(t)$  的上界,  $d_k^n(t)$  表示零阶保持器引起的时变时延,  $\Delta P_{widi}$  表示风力发电机组的输出功率,  $T_{ij}$  表示区域之间的互联增益,  $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_N(t)]^T$ ,  $x_i(t) = [\Delta f_i \ \Delta P_{ti} \ \Delta P_{gi} \ \Delta P_{Wi} \ \Delta P_{ini} \ \Delta P_{tiei} \ \int ACE_i dt]^T$ ,

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & A_{NN} \end{bmatrix}, E_i = \begin{bmatrix} -\frac{1}{M_i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_{WTGi}}{T_{WTGi}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, C_i = \begin{bmatrix} \beta_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T,$$

$$u(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ \cdots \ u_N(t)]^T, y(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ \cdots \ y_N(t)]^T, y_i(t) = [ACE_i(t) \ \int ACE_i dt]^T,$$

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\pi T_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_{ii} = \begin{bmatrix} -\frac{D_i}{M_i} & \frac{1}{M_i} & 0 & \frac{1}{M_i} & \frac{1}{M_i} & -\frac{1}{M_i} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_{ii}} & \frac{1}{T_{ii}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_i T_{gi}} & 0 & -\frac{1}{T_{gi}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{WTGi}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{Vi}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{Vi}} & 0 & 0 \\ 2\pi \sum_{j=1, j \neq i}^N T_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_{di} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\omega(t) = [\omega_1(t) \ \omega_2(t) \ \cdots \ \omega_N(t)]^T, A_{di} = \text{diag}\{0, \dots, \tilde{A}_{di}, \dots, 0\}, B_{di} = \text{diag}\{0, \dots, \tilde{B}_{di}, \dots, 0\},$$

$$\omega_i(t) = [\Delta P_{di} \ \Delta_{widi}]^T, B = \text{diag}\{B_1, B_2, \dots, B_N\}, C = \text{diag}\{C_1, C_2, \dots, C_N\},$$

$$E = \text{diag}\{E_1, E_2, \dots, E_N\}, B_i = \tilde{B}_{di} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{T_{gi}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

第  $i$  区域的 PI 控制器可以表示为  $u_i(t) = -K_{Pi}ACE_i - K_{Ii} \int ACE_i dt = -K_i y_i(t)$ , 其中  $K_{Pi}, K_{Ii}$  为区域  $i$  的控制器参数,  $K_i = [-K_{Pi} \ -K_{Ii}]$ . 故系统的控制输入为  $u(t) = -Ky(t)$ , 因此系统的控制信号可以表示为  $u(t) = -KCx(t)$ ,  $K = \text{diag}\{K_1, K_2, \dots, K_N\}$ .

## 2.2 带宽感知型事件触发机制设计

假设传感器采样周期为  $h$ , 采样序列为  $\mathcal{E}_1 = \{0, h, 2h, \dots, nh, \dots\}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . 触发机制设计为

$$s_{k+1} = s_k + \inf \{ \ell h | e^T(s_k + \ell h) \Omega e(s_k + \ell h) > \delta_* y^T(s_k) \Omega y(s_k) \}, \ell = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

其中,  $\Omega = \text{diag}\{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_N\}$  为待设计触发矩阵,  $e$  为当前输出状态与上一输出状态的误差,  $e(s_k + \ell h) = y(s_k + \ell h) - y(s_k)$ ,  $s_k$  表示当前传输的采样瞬间,  $\delta_*$  为待设计的事件触发参数.

为使控制信号传输更加有效, 本文设计了一种基于 DoS 攻击特性的带宽感知型事件触发机制, 根据可变带宽状态和系统输出变化, 对控制信号在网络上传输进行调度. 具体触发机制可以表示为

$$\delta_* = \underline{\delta} + (\bar{\delta} - \underline{\delta}) (1 - \tanh(e^T(s_k + \ell T) \Omega e(s_k + \ell T))) (1 - e^{\mathcal{K} \tan(\frac{\pi}{2}(\rho-1))}), \quad (3)$$

其中,  $\rho = 0$  表示系统遭受 DoS 攻击;  $\rho = 1$  表示通信链路空闲,  $\rho \in (0, 1)$  表示带宽受限状态,  $\mathcal{K} \geq 1$  是给定的带宽状态灵敏度参数. 那么事件触发时刻的集合可以表示为  $\mathcal{E}_2 = \{s_0, s_1, s_2, \dots, s_k, \dots\}$ .

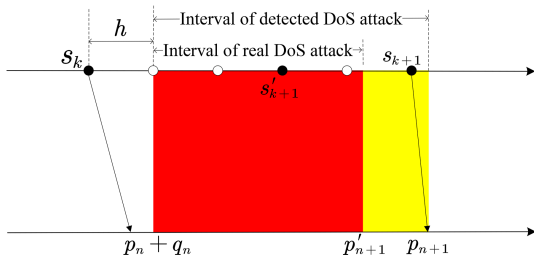


图 2 (网络版彩图) DoS 攻击假阳性示意图  
 Figure 2 (Color online) False positive detection of DoS attacks

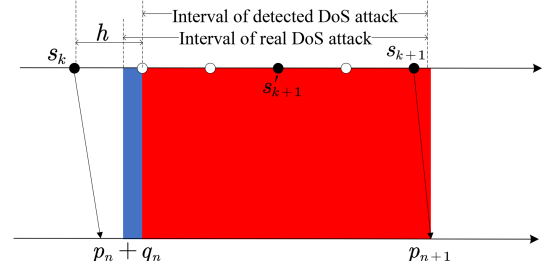


图 3 (网络版彩图) DoS 攻击假阴性示意图  
 Figure 3 (Color online) False negative detection of DoS attacks

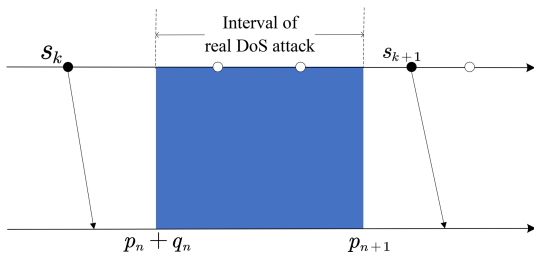


图 4 (网络版彩图) DoS 攻击漏检示意图  
 Figure 4 (Color online) Leak detection of DoS attacks

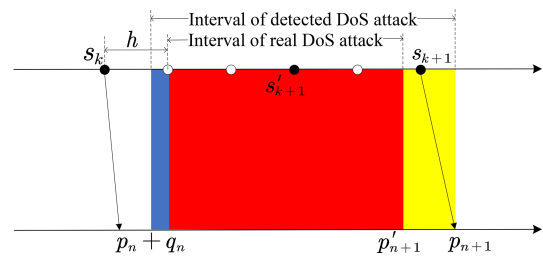


图 5 (网络版彩图) DoS 攻击假阳与假阴的混合情形示意图  
 Figure 5 (Color online) Mixed situation of false positive and false negative detections of DoS attacks

### 2.3 DoS 攻击的“阴阳”检测机制设计

攻击者设计 DoS 攻击时会考虑攻击信号的隐蔽性, DoS 攻击真实的发生区间是先验未知的. 因而需要设计一种“阴阳”检测机制去实现 DoS 攻击的检测以判断其发生与否. 基于 ACK 的攻击检测方法检测通信链路的可用性, 时间序列为  $t_D = \{t | s_k + h < t < s_{k+1} + \tau_{k+1} \cap \text{ACK} = 0\}$ , 其中,  $\text{ACK} = 0$  表示数据包传输受阻,  $\tau_{k+1}$  表示传输时延. 但是由于“阴阳”检测机制的局限性, 检测会存在误差, 具体情形如下.

- 假阳性: 当 DoS 攻击已经结束, “阴阳”检测机制认为还在发生, 称为假阳性, 其示意图如图 2 所示. 红色区域  $[p_n + q_n, p'_{n+1})$  表示真实 DoS 攻击区间, 黄色区域  $[p'_{n+1}, p_{n+1})$  表示假阳性区间.
- 假阴性: 当 DoS 攻击发生, 但是部分区间上的攻击无法被检测到, 称这种情况为假阴性, 其示意图如图 3 所示. 蓝色区域  $[p_n + q_n, s_k + h)$  表示未检测到的攻击区间.
- 漏检: 当 DoS 攻击发生, 但完全没有被检测到, 称这种情况为漏检, 其示意图如图 4 所示. 该 DoS 攻击发生在相邻触发时刻  $[s_k, s_{k+1})$  之间, 持续时间很短, 未对数据的传输造成影响.
- 混合情形: 由于 DoS 攻击的随机性, 大部分误差属于两种情形的混合, 其示意图如图 5 所示. 通过以上 4 种情形可以看出检测得到的 DoS 攻击与实际信号相比有一定的滞后性.

### 2.4 混合攻击下闭环电力系统建模

欺骗攻击能够对数据进行篡改来影响系统的性能, 可被建模为  $g(y(t))$ , 并满足如下假设.

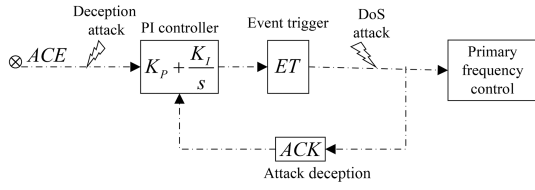


图 6 DoS 攻击与欺骗攻击在系统中的位置

Figure 6 Locations of DoS attack and deception attack in the system

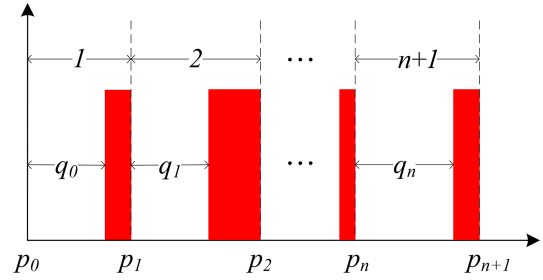


图 7 (网络版彩图) DoS 攻击信号

Figure 7 (Color online) Signals of DoS attacks

假设1 欺骗攻击是能量有界的, 即  $\|g(y(t))\|^2 \leq \|Gy(t)\|^2$ , 其中,  $G$  为已知的常矩阵, 用来描述攻击的强度.

在欺骗攻击影响下, 系统的实际输出  $\hat{y}(t)$  可表示为  $\hat{y}(t) = (1 - \Upsilon(t))y(t) + \Upsilon(t)g(y(t))$ , 其中  $\Upsilon(t)$  为伯努利 (Bernoulli) 随机变量<sup>[17]</sup>,  $\mathbb{E}(\Upsilon(t) = 1) = \bar{\Upsilon}$ ,  $\mathbb{E}(\Upsilon(t) \neq 1) = 1 - \bar{\Upsilon}$ ,  $\mathbb{E}(\Upsilon(t) - \bar{\Upsilon})^2 = \delta^2$ ,  $\bar{\Upsilon} \in (0, 1)$ . 在经过采样以后, 系统输出表示为  $\hat{y}(t) = (1 - \Upsilon(t))y(s_k) + \Upsilon(t)g(y(s_k))$ ,  $t \in [s_k, s_{k+1})$ . 因而控制信号可以采用如下表示:  $\hat{u}(t) = K\hat{y}(t) = K(1 - \Upsilon(t))y(s_k) + K\Upsilon(t)g(y(s_k))$ ,  $t \in [s_k, s_{k+1})$ .

如图 6 所示, DoS 攻击阻断控制信号的传输. 在系统遭受到  $n$  次攻击后, 通信链路恢复可用状态的时刻记为  $p_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , 可用的持续时长记为  $q_n$ . 可以得到关系式  $0 = p_0 < p_0 + q_0 < p_1 < p_1 + q_1 < \dots < p_n < p_n + q_n < \dots$ , 具体 DoS 攻击时间表示如图 7 所示.

将系统正常运行区间记为  $\Pi_N = \sum_{n=0} \Pi_{N,n} = \sum_{n=0} [p_n, p_n + q_n)$ ,  $\Pi_{N,n} = [p_n, p_n + q_n)$  表示第  $n$  次 DoS 攻击结束以后的第一个无攻击区间; DoS 攻击区间表示为  $\Pi_D = \sum_{n=0} \Pi_{D,n} = \sum_{n=0} [p_n + q_n, p_{n+1})$ ,  $\Pi_{D,n} = [p_n + q_n, p_{n+1})$  表示第  $n + 1$  次 DoS 攻击的持续时间. 假设初始时刻系统不会遭受 DoS 攻击. 称作  $\Pi_{N,n} + \Pi_{D,n}$  为第  $n + 1$  个完整的 DoS 攻击周期.

假设2 存在参数  $\rho \in (0, 1)$ , 使得  $|\Pi_N(0, t)| > \rho \cdot t$ ,  $\forall t > 0$  成立. 其中,  $\Pi_N(0, t) := [0, t) \setminus \Pi_D(0, t)$ ,  $\Pi_N(0, t)$  表示  $[0, t)$  未遭受 DoS 攻击时长,  $\Pi_D(0, t)$  表示  $[0, t)$  上的 DoS 攻击时长. 满足上述假设时, DoS 是攻击能量有界.

假设3 DoS 攻击单次持续时间  $\Pi_{D,n} \in [\mathcal{N}_0 h, \mathcal{N}_1 h]$ , 其中,  $\mathcal{N}_0, \mathcal{N}_1$  为整数且有  $\mathcal{N}_0 < \mathcal{N}_1$ .

针对该 DoS 攻击, 实际的输出信号表示为

$$\tilde{y}(t) = \begin{cases} \hat{y}(t), & t \in \Pi_N, \\ 0, & t \in \Pi_D. \end{cases}$$

定义第  $n$  次 DoS 攻击周期后相邻两次触发区间为  $L_k^n = [s_k^n, s_{k+1}^n)$ ,  $k = 0, 1, \dots$ . 根据采样周期, 可以将该区间间隔进行分段, 表示为  $L_k^n = \bigcup_{m=1}^{\lambda_k^n + 1} [s_k^n + (m - 1)h, s_k^n + mh)$ , 其中,  $\lambda_k^n$  表示第  $n$  个 DoS 攻击周期中, 第  $k$  次触发到第  $k + 1$  次触发中间的最少采样周期数, 即  $\lambda_k^n \triangleq \sup \{ \lambda \in \mathbb{N} | s_k^n + \lambda h < s_{k+1}^n \}$ . 定义  $I_k^{n,m} = [s_k^n + (m - 1)h, s_k^n + mh)$ ,  $I_k^{n,m} \cap \Pi_N = \phi_k^{n,m}$ , 则上式可以改写为  $L_k^n = \bigcup_{m=1}^{\lambda_k^n + 1} (I_k^{n,m} \cap \Pi_N) = \bigcup_{m=1}^{\lambda_k^n + 1} \phi_k^{n,m}$ .

定义以下函数:

$$d_k^n(t) = \begin{cases} t - s_k^n, & t \in \phi_k^{n,1}, \\ t - s_k^n - h, & t \in \phi_k^{n,2}, \\ \vdots \\ t - s_k^n - \lambda_k^n h, & t \in \phi_k^{n,\lambda_k^n+1}, \end{cases} \quad e_k^n(t) = \begin{cases} 0, & t \in \phi_k^{n,1}, \\ y(s_k^n) - y(s_k^n + h), & t \in \phi_k^{n,2}, \\ \vdots \\ y(s_k^n) - y(s_k^n + \lambda_k^n h), & t \in \phi_k^{n,\lambda_k^n+1}. \end{cases} \quad (4)$$

系统的采样输出可以表示为  $y(s_k^n) = e_k^n(t) + Cx(t - d_k^n(t))$ . 结合式 (4) 可得到  $e_k^n(t) = y(s_k^n) - y(t - d_k^n(t))$ . 考虑事件触发机制 (2),  $e_k^n(t)$  满足如下约束:

$$e_k^{nT}(t)\Phi e_k^n(t) \leq \delta_* x^T(t - d_k^n(t))C^T\Phi Cx(t - d_k^n(t)). \quad (5)$$

综上, 结合带宽感知事件触发机制、欺骗攻击以及 DoS 攻击, LFC 系统模型可以表示为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + \sum_{i=1}^N A_{di}x(t - \tau_i(t)) + (1 - \Upsilon(t))BKCx(t - d_k^n(t)) + (1 - \Upsilon(t))BKe_k^n(t) \\ \quad + \sum_{i=1}^N B_{di}KCx(t - d_k^n(t)) + \Upsilon(t)BKg(y(d_k^n(t))) + F\omega(t), & t \in L_k^n \cap \Pi_N, \\ \dot{x}(t) = Ax(t) + \sum_{i=1}^N A_{di}x(t - \tau_i(t)) + F\omega(t), & t \in \Pi_D, \\ y(t) = Cx(t), \\ x(t) = \phi(t), & t \in [-\tau_M, 0]. \end{cases} \quad (6)$$

### 3 主要结果

考虑 (6) 中的新型 LFC 系统, 应用基于带宽感知事件触发通信机制来减轻攻击的影响. 首先, 设计了一个充分条件, 以确保动态闭环电力系统 (6) 在具有多重网络攻击下是稳定的. 然后考虑存在干扰时系统 (6) 的  $H_\infty$  性能. 最后, 推导了一个输出反馈控制器.

**定理1** 对于  $N$  区域的电力系统, 给定 DoS 攻击总持续时间占比  $\rho$ , 控制器信号  $K$ , 以及常矩阵  $G$ , 如果对于给定参数  $\alpha_1, \alpha_2, \mu_1, \mu_2, \bar{\Upsilon}$  以及采样周期  $h$ , 存在维度合适的矩阵  $P_1, P_2, Q_{11}, \dots, Q_{1N}, Q_2, Q_{31}, \dots, Q_{3N}, Q_4, R_{11}, \dots, R_{1N}, R_2, R_{31}, \dots, R_{3N}, R_4 \in \mathbb{S}^+$ , 以及任意矩阵  $N_j^1, N_j^2, N_j^3, N_j^4$  ( $j = 1, \dots, 1N, 2, 31, \dots, 3N, 4$ ) 使得如下 LMIs (7)~(13) 成立, 则称  $N$  区域电力系统 (6) 在满足假设 1~3 的混合攻击下具有  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$  的指数均方稳定, 其指数衰减率为  $\varsigma$ .

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Theta}_1^1 & \tau_M \tilde{\Theta}_1^4 & h \tilde{\Theta}_1^4 \\ * & \Theta_1^2 & 0 \\ * & * & \Theta_1^3 \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Theta}_2^1 & \tau_M \tilde{\Theta}_2^4 & h \tilde{\Theta}_2^4 \\ * & \Theta_2^2 & 0 \\ * & * & \Theta_2^3 \end{bmatrix} < 0, \quad (8)$$

表 1 不同采样周期“阴阳”检测机制的效果

Table 1 Effectiveness of the positive-and-negative detection mechanism under different sampling periods

	$h = 0.1$ s	$h = 0.5$ s		$h = 0.1$ s	$h = 0.5$ s
$t_D$ (s)	9.6930	9.6930	$t_d$ (s)	9.5	10.5
$t_n$ (s)	1.2851	3.7144	$t_p$ (s)	1.0921	4.5214
$t_z$ (s)	8.4079	5.9786	$\eta_a$ (%)	88.50	56.94
$\eta_w$ (%)	11.50	38.32	$\eta_l$ (%)	13.26	43.06

$$\begin{bmatrix} R_j & 0 & N_j^1 & N_j^2 \\ * & 3R_j & N_j^3 & N_j^4 \\ * & * & R_j & 0 \\ * & * & * & 3R_j \end{bmatrix} \geq 0, j = 11, \dots, 1N, 2, 31, \dots, 3N, 4, \quad (9)$$

$$P_1 \leq \mu_2 P_2, P_2 \leq \mu_1 e^{2(\alpha_1 + \alpha_2)h} P_1, \quad (10)$$

$$Q_{1i} \leq \mu_2 Q_{3i}, Q_{3i} \leq \mu_1 Q_{1i}, Q_2 \leq \mu_2 Q_4, Q_4 \leq \mu_1 Q_2, \quad (11)$$

$$R_{1i} \leq \mu_2 R_{3i}, R_{3i} \leq \mu_1 R_{1i}, R_2 \leq \mu_2 R_4, R_4 \leq \mu_1 R_2, \quad (12)$$

$$0 < \varsigma = 2\alpha_1 \rho t - 2\alpha_2(1 - \rho)t - 2(\alpha_1 + \alpha_2)h - \ln(\mu_1 \mu_2), \quad (13)$$

其符号说明与证明过程见附录 A.

**定理2** 对于  $N$  区域的电力系统, 给定 DoS 攻击总持续时间占比  $\rho$ , 以及常矩阵  $G$ , 如果对于给定参数  $\alpha_1, \alpha_2, \mu_1, \mu_2, \bar{Y}, \epsilon_{1i}, \epsilon_2, \epsilon_{3i}, \epsilon_4$  以及采样周期  $h$ , 存在维度合适的矩阵  $P_1, P_2, Q_{11}, \dots, Q_{1N}, Q_2, Q_{31}, \dots, Q_{3N}, Q_4, R_{11}, \dots, R_{1N}, R_2, R_{31}, \dots, R_{3N}, R_4 \in S^+$ , 以及任意矩阵  $Y, N_j^1, N_j^2, N_j^3, N_j^4$  ( $j = 11, \dots, 1N, 2, 31, \dots, 3N, 4$ ) 使得 (9)~(13) 以及如下 LMIs (14) 成立, 则称  $N$  区域电力系统 (6) 在满足假设 1~3 的混合攻击下为具有  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$  的均方意义下指数稳定, 并且控制器可以通过  $K = (B^T P_1 B)^{-1} B^T B Y$  进行计算.

$$\begin{bmatrix} \check{\Theta}_1^1 & \tau_M \check{\Theta}_1^4 & h \check{\Theta}_1^4 \\ * & \check{\Theta}_1^2 & 0 \\ * & * & \check{\Theta}_1^3 \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} \check{\Theta}_2^1 & \tau_M \check{\Theta}_2^4 & h \check{\Theta}_2^4 \\ * & \check{\Theta}_2^2 & 0 \\ * & * & \check{\Theta}_2^3 \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

其符号说明见附录 B.

## 4 仿真验证

本节首先通过仿真实验说明 DoS 攻击“阴阳”检测机制的有效性. 系统采样周期分别取  $h = 0.1$  s 与  $h = 0.5$  s, DoS 攻击强度满足  $\rho = 0.8$ , 不同采样周期下检测效果对比如表 1 所示.

表 1 中,  $t_D$  表示总持续时间,  $t_d$  表示检测出 DoS 攻击的总时长,  $t_n$  表示漏检总时长,  $t_p$  表示误检总时长,  $t_z$  表示准确检测总时长,  $\eta_a$  表示准确检测率,  $\eta_w$  表示误检率,  $\eta_l$  表示漏检率. 通过对比发现, 采样周期越小, 检测的准确度越高.

假设 DoS 攻击的持续时间不超过 20%, 即  $\rho = 0.8$ , 三个区域内的 FDI 攻击强度矩阵分别为  $G_1 = \text{diag}\{1, 1\}$ ,  $G_2 = \text{diag}\{2, 2\}$ ,  $G_3 = \text{diag}\{0.5, 0.5\}$ , 攻击概率  $\bar{Y} = 0.05$ , 参数  $G = \text{diag}\{G_1, G_2, G_3\}$ ,

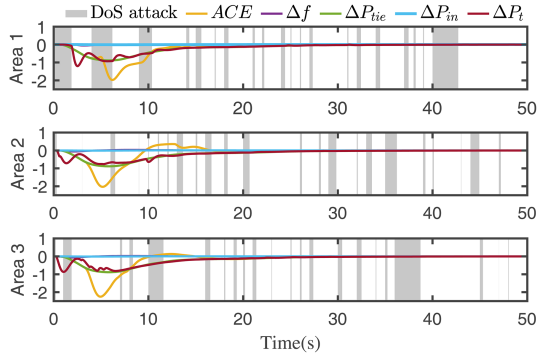


图 8 (网络版彩图) 使用文献 [12] 方法选取事件触发参数  $\delta = 0.01$  时系统的状态

Figure 8 (Color online) State responses using the method in [12] with the event trigger parameter  $\delta = 0.01$

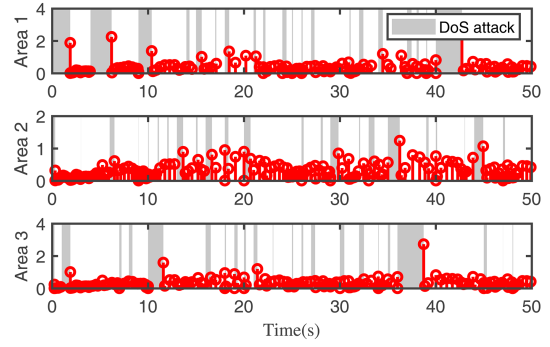


图 9 (网络版彩图) 使用文献 [12] 方法选取事件触发参数  $\delta = 0.01$  时的触发时刻

Figure 9 (Color online) Release intervals using the method in [12] with the event trigger parameter  $\delta = 0.01$

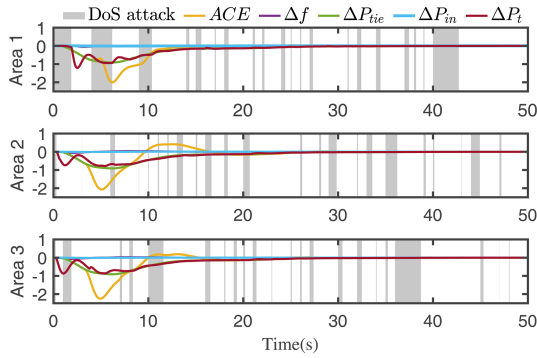


图 10 (网络版彩图) 使用所提带宽感知事件触发机制时系统的状态

Figure 10 (Color online) State responses using the bandwidth-aware event-triggering mechanism

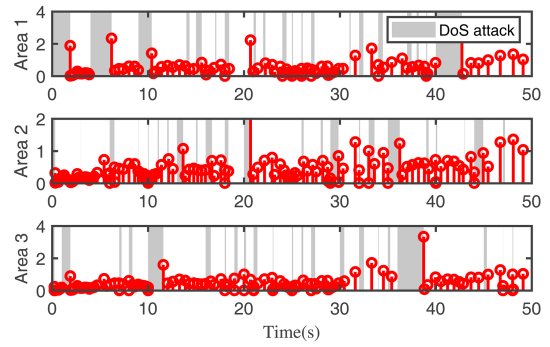


图 11 (网络版彩图) 使用所提带宽感知事件触发机制时的触发时刻

Figure 11 (Color online) Release intervals using the bandwidth-aware event-triggering mechanism

$g(y(t)) = [-\tanh(G_1 y_1(t)), -\tanh(G_2 y_2(t)), -\tanh(G_3 y_3(t))]$ . 其余参数选取如下:  $\mu_1 = \mu_2 = 1.01$ ,  $\tau_M = 3$ ,  $\alpha_1 = 0.5$ ,  $\alpha_2 = 0.35$ ,  $h = 0.02$  s,  $\epsilon_{1i} = \epsilon_2 = \epsilon_{3i} = \epsilon_4 = 1$ ,  $H_\infty$  性能指标  $\gamma = 2$ . 以电力系统为例. 系统参数为  $\beta_1 = 21, \beta_2 = 21.5, \beta_3 = 21.8$ ,  $R_i = 0.05$ ,  $T_{g1} = 0.1, T_{g2} = 0.17, T_{g3} = 0.2, T_{t1} = 0.3, T_{t2} = 0.17, T_{t3} = 0.2, M_1 = 10, M_2 = M_3 = 12, D = 1, T_{V1i} = 10, K_{WTGi} = T_{WTGi} = 1, i = 1, 2, 3$ , 遭受欺骗攻击的信号满足  $\bar{Y} = 0.05$ .

通过定理 2 可以求得系统的控制器参数为  $K_1 = [0.0157, 0.1542]$ ,  $K_2 = [0.0185, 0.1754]$ ,  $K_3 = [0.0133, 0.1468]$ ,  $K = \text{diag}\{K_1, K_2, K_3\}$ , 触发矩阵  $\Omega = \text{diag}\{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3\}$ , 其中

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} 0.5645 & 0.1452 \\ 0.1452 & 0.9649 \end{bmatrix}, \Omega_2 = \begin{bmatrix} 0.7494 & 0.6375 \\ 0.6375 & 0.3467 \end{bmatrix}, \Omega_3 = \begin{bmatrix} 0.8596 & 0.0241 \\ 0.0241 & 0.4865 \end{bmatrix}.$$

在该控制器参数下, 首先选取文献 [12] 中静态事件参数  $\delta = 0.01$ , 系统的状态曲线与触发时刻分别如图 8 与 9 所示, 此时系统的输出可以实现期望状态, 并且可以在 26 s 左右实现  $\Delta f = 0$ , 该情形下



系统的控制信号的触发次数为 545 次. 采用带宽感知事件触发机制 (2), 选取参数  $\bar{\delta} = 0.02$ ,  $\underline{\delta} = 0.011$ ,  $\kappa = 1.5$ ,  $\rho = 0.5$ , 此时系统的状态曲线与触发时刻分别如图 10 与 11 所示, 该情形下系统的触发次数为 408 次, 可以看出比静态事件触发机制更好, 并且在系统达到稳定后触发次数较少, 有效地实现了事件触发机制节省通信资源的作用.

## 5 结论

本文研究了欺骗攻击与 DoS 攻击下的电力系统的负荷频率安全控制问题. 针对欺骗攻击与 DoS 攻击下 LFC 系统, 基于 ACK 技术提出了一种新型的 DoS 攻击“阴阳”检测机制. 将欺骗攻击建模为伯努利分布的随机变量, 根据 DoS 攻击发生与否, 将遭受混合攻击下的新型 LFC 系统建模为切换模型, 并结合新型的带宽感知事件触发机制, 推导出系统的  $H_\infty$  性能指数均方稳定性判据与控制器设计公式. 最后通过仿真验证了所提出的理论方法的有效性.

## 参考文献

- 1 Liu S C, Luo W S, Wu L G. Co-design of distributed model-based control and event-triggering scheme for load frequency regulation in smart grids. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2019, 50: 3311–3319
- 2 Xiahou K S, Liu Y, Wu Q H. Robust load frequency control of power systems against random time-delay attacks. *IEEE Trans Smart Grid*, 2021, 12: 909–911
- 3 Milano F, Anghel M. Impact of time delays on power system stability. *IEEE Trans Circ Syst I*, 2012, 59: 889–900
- 4 Xu F Y, Xue A C, Chang N C, et al. Research status and prospect of cyber attack and defense on automatic generation control in power system. *Autom Electric Power Syst*, 2021, 45: 3–14 [徐飞阳, 薛安成, 常乃超, 等. 电力系统自动发电控制网络攻击与防御研究现状与展望. *电力系统自动化*, 2021, 45: 3–14]
- 5 Li J, Chen Z H, Cai D S, et al. Delay-dependent stability control for power system with multiple time-delays. *IEEE Trans Power Syst*, 2016, 31: 2316–2326
- 6 Zhang X M, Han Q L, Ge X H. The construction of augmented Lyapunov-Krasovskii functionals and the estimation of their derivatives in stability analysis of time-delay systems: a survey. *Int J Syst Sci*, 2022, 53: 2480–2495
- 7 Lian H H, Qin S G, Xiao S P, et al. Load frequency control for power systems considering communication delays and sampling periods. *Control Theory Appl*, 2023, 40: 891–902 [练红海, 覃事刚, 肖伸平, 等. 考虑通信时滞和采样周期的电力系统负荷频率控制. *控制理论与应用*, 2023, 40: 891–902]
- 8 Wang Q, Tai W, Tang Y, et al. A review on false data injection attack toward cyber-physical power system. *Acta Autom Sin*, 2019, 45: 72–83 [王琦, 邰伟, 汤奕, 等. 面向电力信息物理系统的虚假数据注入攻击研究综述. *自动化学报*, 2019, 45: 72–83]
- 9 Peng C, Sun H T. Switching-like event-triggered control for networked control systems under malicious denial of service attacks. *IEEE Trans Automat Contr*, 2020, 65: 3943–3949
- 10 Hu Z J, Liu S C, Luo W S, et al. Credibility-based secure distributed load frequency control for power systems under false data injection attacks. *IET Gener Transm Distrib*, 2020, 14: 3498–3507
- 11 Xue T L, Liu X M, Zhang Y N, et al. Resilient load frequency control under periodic DoS attacks. *Control Eng China*, 2021, 28: 620–627 [薛田良, 刘希懋, 张赞宁, 等. 周期性拒绝服务攻击下的弹性负荷频率控制. *控制工程*, 2021, 28: 620–627]
- 12 Liu J L, Gu Y Y, Zha L J, et al. Event-triggered  $H_\infty$  load frequency control for multiarea power systems under hybrid cyber attacks. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2019, 49: 1665–1678
- 13 Zhao X, Zou S L, Wang P, et al. Bandwidth-aware event-triggered load frequency control for power systems under time-varying delays. *IEEE Trans Power Syst*, 2023, 38: 4530–4541
- 14 Ma M M, Li Y M, Cui J, et al. Event-triggered distributed model predictive load frequency control of an interconnected power system. *Sci Sin Inform*, 2023, 53: 1392–1403 [马苗苗, 李钰梅, 崔婧, 等. 基于事件触发的互联电力系统分布式负荷频率预测控制. *中国科学: 信息科学*, 2023, 53: 1392–1403]

- 15 Wang A M, Fei M R, Song Y, et al. Secure adaptive event-triggered control for cyber-physical power systems under denial-of-service attacks. *IEEE Trans Cybern*, 2024, 54: 1722–1733
- 16 Tian E G, Peng C. Memory-based event-triggering  $H_\infty$  load frequency control for power systems under deception attacks. *IEEE Trans Cybern*, 2020, 50: 4610–4618
- 17 Tian E G, Wong W K, Yue D, et al.  $H_\infty$  filtering for discrete-time switched systems with known sojourn probabilities. *IEEE Trans Automat Contr*, 2015, 60: 2446–2451

附录 A 定理 1 符号说明与证明过程

$$\begin{aligned} \Theta_1^1 &= \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma} & \tilde{\Theta}^2 & \Theta^1 \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix}, \Theta_1^2 = \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma} & \tilde{\Theta}^3 & \Theta^1 \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix}, \Theta_2^1 = \begin{bmatrix} \hat{\Gamma} & \Theta^1 \\ * & -I \end{bmatrix}, \Theta^1 = \begin{bmatrix} 0 & C^T G^T & 0 & \dots & G & 0 \\ 0 & & \dots & & 0 & I \end{bmatrix}_{2 \times (3N+10)}^T, \\ \Theta_1^3 &= \begin{bmatrix} R_2^{-1} & 0 \\ * & R_2^{-1} \end{bmatrix}, \Theta_1^4 = \begin{bmatrix} A(1-\bar{\gamma})BKC & 0 & A_{d1} & \dots & A_{dN} & 0 & \dots & 0 & (1-\bar{\gamma})BK & \bar{\gamma}BK & 0 & 0 \\ 0 & -\delta BKC & 0 & & & & & 0 & -\delta BK & \delta BK & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times (3N+12)}^T, \\ \Theta_2^2 &= \sum_{i=1}^N R_{3i}^{-1}, \Theta_2^3 = R_4^{-1}, \Theta_2^4 = \begin{bmatrix} A(1-\bar{\gamma})BKC & 0 & A_{d1} & \dots & A_{dN} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{1 \times (3N+10)}^T, \tilde{\Theta}_2^4 = \begin{bmatrix} \Theta_2^{4T} & hP_2 E \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Theta}_1^4 &= \begin{bmatrix} \Theta_1^{4T} & \begin{bmatrix} hP_1 E \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \tilde{\Theta}^2 = [EP_1, 0, \dots, 0]^T, \tilde{\Theta}^3 = [EP_2, 0, \dots, 0]^T, \\ \tilde{\Gamma} &= \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}_1 & 0 & 0 & \Gamma_3 \\ * & \Gamma_2 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & \Gamma_4 \end{bmatrix} + e^{-2\alpha_1 h} \begin{bmatrix} \Gamma_5 & 0 & \Gamma_7 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Gamma_6 & 0 \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix} + e^{-2\alpha_1 \tau_M} \begin{bmatrix} \Gamma_8 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} & \Gamma_{15} & 0 \\ * & \Gamma_9 & \Gamma_{14} & \Gamma_{16} & 0 \\ * & * & \Gamma_{10} & \Gamma_{17} & 0 \\ * & * & * & \Gamma_{11} & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(3N+10) \times (3N+10)}, \\ \tilde{\Gamma}_1 &= \begin{bmatrix} AP_1 + P_1 A + \sum_{i=1}^N Q_{1i} + Q_2 + 2\alpha_1 P_1 + C^T C & (1-\bar{\gamma})BKC & 0 \\ * & e^{-2\alpha_1 h} Q_2 + \delta C^T \Omega C & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix}, \Gamma_3 = \begin{bmatrix} (1-\bar{\gamma})P_1 BK & \bar{\gamma} P_1 BK \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \Gamma_2 &= e^{-2\alpha_1 \tau_M} \text{diag}\{-(1-\tau_M)Q_{1i}\}, \Gamma_4 = \text{diag}\{-\Phi, -\bar{\gamma}I\}, \Gamma_9 = \text{diag}\{\text{Sym}\{-N_{1i}^1 - N_{1i}^2 + N_{1i}^3 + N_{1i}^4\} + 8R_{1i}\}, \\ \Gamma_5 &= \begin{bmatrix} 4R_2 & (N_2^1 - N_2^2 - N_2^3 + N_2^4) + 2R_2 & -N_2^1 + N_2^2 - N_2^3 + N_2^4 \\ * & \text{Sym}(-N_2^1 - N_2^2 + N_2^3 + N_2^4) + 8R_2 & N_2^1 + N_2^2 + N_2^3 + N_2^4 + 2R_2 \\ * & * & 4R_2 \end{bmatrix}, \Gamma_6 = \begin{bmatrix} 12R_2 & 4N_2^4 \\ * & 12R_2 \end{bmatrix}, \\ \Gamma_7 &= \begin{bmatrix} -6R_2 & 2N_2^3 - 2N_2^4 \\ 2N_2^2 - 2N_2^4 - 9R_2 & -2N_2^3 - 2N_2^4 - 6R_2 \\ -2N_2^2 - 2N_2^4 & -12R_2 \end{bmatrix}, \Gamma_8 = \begin{bmatrix} 4 \sum_{i=1}^N R_{1i} & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix}, \Gamma_{10} = \text{diag}\left\{4 \sum_{i=1}^N R_{1i}, 0, 0, 0, 0\right\}, \\ \Gamma_{11} &= \left\{ \begin{bmatrix} 12R_{11} & 4N_{11}^4 \\ * & 12R_{11} \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 12R_{1N} & 4N_{1N}^4 \\ * & 12R_{1N} \end{bmatrix} \right\}, \Gamma_{14} = \begin{bmatrix} N_{1N}^1 + N_{1N}^2 + N_{1N}^3 + N_{1N}^4 + 2R_{1N} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_{1N}^1 + N_{1N}^2 + N_{1N}^3 + N_{1N}^4 + 2R_{1N} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \Gamma_{12} &= \begin{bmatrix} N_{11}^1 - N_{11}^2 - N_{11}^3 + N_{11}^4 + 2R_{11} & \dots & N_{1N}^1 - N_{1N}^2 - N_{1N}^3 + N_{1N}^4 + 2R_{1N} \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\Gamma_{15} = 2 \begin{bmatrix} -3R_{11} & -N_{11}^3 - N_{11}^4 & \cdots & -3R_{1N} & -N_{1N}^3 - N_{1N}^4 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Gamma_{17} = \begin{bmatrix} -2N_{11}^2 - 2N_{11}^4 & -6R_{11} & \cdots & -2N_{1N}^2 - 2N_{1N}^4 & -6R_{1N} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Gamma} = \begin{bmatrix} \hat{\Gamma}_1 & 0 & 0 & \hat{\Gamma}_3 \\ * & \hat{\Gamma}_2 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & \hat{\Gamma}_4 \end{bmatrix} - e^{2\alpha_2 h} \begin{bmatrix} \hat{\Gamma}_5 & 0 & \hat{\Gamma}_7 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \hat{\Gamma}_6 & 0 \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix} - e^{2\alpha_2 \tau_M} \begin{bmatrix} \hat{\Gamma}_8 & \hat{\Gamma}_{12} & \hat{\Gamma}_{13} & \hat{\Gamma}_{15} & 0 \\ * & \hat{\Gamma}_9 & \hat{\Gamma}_{14} & \hat{\Gamma}_{16} & 0 \\ * & * & \hat{\Gamma}_{10} & \hat{\Gamma}_{17} & 0 \\ * & * & * & \hat{\Gamma}_{11} & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(3N+10) \times (3N+10)},$$

$$\Gamma_{13} = \text{diag} \left\{ \sum_{i=1}^N (-N_{1i}^1 + N_{1i}^2 - N_{1i}^3 + N_{1i}^4), 0, 0, 0, 0 \right\}, \Gamma_{16} = \text{diag} \left\{ [2N_{1i}^2 - 2N_{1i}^4 - 6R_{1i}, -2N_{1i}^3 - 2N_{1i}^4 - 6R_{1i}] \right\},$$

$$\tilde{\Gamma}_1 = \text{diag} \left\{ AP_3 + P_3A + \sum_{i=1}^N Q_{3i} + Q_4 - 2\alpha_2 P_3 + C^T C, e^{2\alpha_2 h} Q_4 + \delta C^T \Omega C, 0 \right\}, \tilde{\Gamma}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

其余  $\hat{\Gamma}_i$  的定义与  $\Gamma_i$  类似, 只需将  $\Gamma_i$  的  $P_1, Q_{1i}, Q_2, R_{1i}, R_2, N_{1i}^1, N_{1i}^2, N_{1i}^3, N_{1i}^4, N_2^1, N_2^2, N_2^3, N_2^4, -e^{-2\alpha_1 h}, -e^{-2\alpha_1 \tau_M}$  依次替换为  $P_3, Q_{3i}, Q_4, R_{3i}, R_4, N_{3i}^1, N_{3i}^2, N_{3i}^3, N_{3i}^4, N_4^1, N_4^2, N_4^3, N_4^4, e^{2\alpha_2 h}, e^{2\alpha_2 \tau_M}$  即可.

**证明** 构造 LKF 形式如下:

$$V(t) = \begin{cases} V_1(t), & t \in L_k^n \cap \Pi_N, \\ V_2(t), & t \in \Pi_D, \end{cases} \quad (\text{A1})$$

其中,

$$V_1(t) = x^T(t)P_1x(t) + \sum_{i=1}^N \int_{t-\tau_i(t)}^t e^{-2\alpha_1(t-s)} x^T(s)Q_{1i}x(s)ds + \int_{t-d_k^n(t)}^t e^{-2\alpha_1(t-s)} x^T(s)Q_2x(s)ds \\ + \sum_{i=1}^N \tau_M \int_{t-\tau_M}^t e^{-2\alpha_1(t-s)} (\tau_M - t + s) \dot{x}^T(s)R_{1i}\dot{x}(s)ds + h \int_{t-h}^t e^{-2\alpha_1(t-s)} (h - t + s) \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)ds,$$

$$V_2(t) = x^T(t)P_2x(t) + \sum_{i=1}^N \int_{t-\tau_i(t)}^t e^{2\alpha_2(t-s)} x^T(s)Q_{3i}x(s)ds + \int_{t-d_k^n(t)}^t e^{2\alpha_2(t-s)} x^T(s)Q_4x(s)ds \\ + h \int_{t-h}^t e^{2\alpha_2(t-s)} (h - t + s) \dot{x}^T(s)R_4\dot{x}(s)ds + \sum_{i=1}^N \tau_M \int_{t-\tau_M}^t e^{2\alpha_2(t-s)} (\tau_M - t + s) \dot{x}^T(s)R_{3i}\dot{x}(s)ds.$$

定义矩阵

$$\xi(t) = \left[ x(t), x(t - d_k^n(t)), x(t - h), x(t - \tau_1(t)), \dots, x(t - \tau_N(t)), x(t - \tau_M), \frac{1}{h} \int_{t-h}^t x(s)ds, \frac{1}{d_k^n(t)} \int_{t-d_k^n(t)}^t x(s)ds, \right. \\ \left. \frac{1}{h - d_k^n(t)} \int_{t-h}^{t-d_k^n(t)} x(s)ds, \frac{1}{\tau_M} \int_{t-\tau_M}^t x(s)ds, \frac{1}{\tau_1(t)} \int_{t-\tau_1(t)}^t x(s)ds, \frac{1}{\tau_M - \tau_1(t)} \int_{t-\tau_M}^{t-\tau_1(t)} x(s)ds, \right. \\ \left. \dots, \frac{1}{\tau_N(t)} \int_{t-\tau_N(t)}^t x(s)ds, \frac{1}{\tau_M - \tau_N(t)} \int_{t-\tau_M}^{t-\tau_N(t)} x(s)ds, e_k^n(t), g(y(s_k^n)) \right]^T.$$

对  $V_1(t)$  进行求导并结合  $V_1(t)$  可得如下不等式:

$$\dot{V}_1(t) + 2\alpha_1 V_1(t) \leq 2\dot{x}^T(t)P_1x(t) + \dot{x}^T(t) \left( \sum_{i=1}^N \tau_M^2 R_{1i} + h^2 R_2 \right) \dot{x}(t) + e^{-2\alpha_1 d_k^n(t)} x^T(t - d_k^n(t)) Q_2 x(t - d_k^n(t)) \\ + \sum_{i=1}^N x^T(t) Q_{1i} x(t) + x^T(t) Q_2 x(t) - \sum_{i=1}^N (1 - \dot{\tau}_i(t)) e^{-2\alpha_1 \tau_i(t)} x^T(t - \tau_i(t)) Q_{1i} x(t - \tau_i(t)) \quad (\text{A2})$$

$$-\sum_{i=1}^N \tau_M \int_{t-\tau_M}^t e^{-2\alpha_1(t-s)} \dot{x}^T(s) R_{1i} \dot{x}(s) ds - h \int_{t-h}^t e^{-2\alpha_1(t-s)} \dot{x}^T(s) R_2 \dot{x}(s) ds + 2\alpha_1 x^T(t) P_1 x(t).$$

应用 Wirtinger 不等式以及倒数凸引理, 以下不等式成立:

$$-\tau_M \int_{t-\tau_M}^t e^{-2\alpha_1(t-s)} \dot{x}^T(s) R_{1i} \dot{x}(s) ds \leq -e^{-2\alpha_1 \tau_M} \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_1 \\ \hat{\Pi}_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{R}_{1i} & \hat{N}_{1i} \\ * & \hat{R}_{1i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_1 \\ \hat{\Pi}_2 \end{bmatrix}, \quad (A3)$$

$$-h \int_{t-h}^t e^{-2\alpha_1(t-s)} \dot{x}^T(s) R_2 \dot{x}(s) ds \leq -e^{-2\alpha_1 h} \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_3 \\ \hat{\Pi}_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{R}_2 & \hat{N}_2 \\ * & \hat{R}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_3 \\ \hat{\Pi}_4 \end{bmatrix}, \quad (A4)$$

其中,

$$\hat{R}_{1i} = \begin{bmatrix} R_{1i} & 0 \\ * & 3R_{1i} \end{bmatrix}, \hat{R}_2 = \begin{bmatrix} R_2 & 0 \\ * & 3R_2 \end{bmatrix}, \hat{N}_{1i} = \begin{bmatrix} N_{1i}^1 & N_{1i}^2 \\ N_{1i}^3 & N_{1i}^4 \end{bmatrix}, \hat{N}_2 = \begin{bmatrix} N_2^1 & N_2^2 \\ N_2^3 & N_2^4 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\Pi}_1 = \begin{bmatrix} \Pi_{11} \\ \Pi_{12} \end{bmatrix}, \hat{\Pi}_2 = \begin{bmatrix} \Pi_{13} \\ \Pi_{14} \end{bmatrix}, \hat{\Pi}_3 = \begin{bmatrix} \Pi_{21} \\ \Pi_{22} \end{bmatrix}, \hat{\Pi}_4 = \begin{bmatrix} \Pi_{23} \\ \Pi_{24} \end{bmatrix},$$

$\iota_1 = \frac{\tau_i(t)}{\tau_M}, \iota_2 = \frac{d_k^n(t)}{h}, \Pi_{11} = x(t - \tau_M) - x(t - \tau_i(t)), \Pi_{12} = P_{i11} - \frac{2}{\tau_M - \tau_i(t)} \int_{t-\tau_M}^{t-\tau_i(t)} x(s) ds, \Pi_{13} = x(t - \tau_i(t)) - x(t), \Pi_{14} = x(t - \tau_i(t)) + x(t) - \frac{2}{\tau_i(t)} \int_{t-\tau_i(t)}^t x(s) ds, \Pi_{21} = x(t - h) - x(t - d_k^n(t)), \Pi_{22} = x(t - h) + x(t - d_k^n(t)) - \frac{2}{h - d_k^n(t)} \int_{t-h}^{t-d_k^n(t)} x(s) ds, \Pi_{23} = x(t - d_k^n(t)) - x(t), \Pi_{24} = x(t - d_k^n(t)) + x(t) - \frac{2}{d_k^n(t)} \int_{t-d_k^n(t)}^t x(s) ds.$

欺骗攻击满足假设 1, 得  $2\mathbb{E}(\dot{x}^T(t) P_1 x(t)) = 2\xi^T(t) (\mathcal{A}_0 + \mathcal{A}_1) P_1 x(t)$ , 其中,  $\mathcal{A}_0 = Ae_1 + \sum_{i=1}^N A_{di} e_{3+i}, \mathcal{A}_1 = (1 - \bar{\gamma})BKCe_2 + (1 - \bar{\gamma})BKe_{9+3N} + \bar{\gamma}BKe_{10+3N}$ . 此外, 根据式 (6), 可得当  $t \in L_k^n \cap \Pi_N$  时, 有  $\dot{x}(t) = (\mathcal{B}_0 + (\Upsilon(t) - \bar{\gamma}\mathcal{B}_1)) \xi(t)$ , 其中,  $\mathcal{B}_0 = \mathcal{A}_0 + \mathcal{A}_1, \mathcal{B}_1 = -BKCe_2 - BKe_{9+3N} + BKe_{10+3N}$ . 且随机变量  $\Upsilon$  满足伯努利分布, 因此有

$$\mathbb{E} \left( \dot{x}^T(t) \left( \sum_{i=1}^N \tau_M^2 R_{1i} + h^2 R_2 \right) \dot{x}(t) \right) = \xi^T(t) \left( \tau_M^2 (\mathcal{B}_0 + \delta^2 \mathcal{B}_1)^T \sum_{i=1}^N R_{1i} (\mathcal{B}_0 + \delta^2 \mathcal{B}_1) + h^2 (\mathcal{B}_0 + \delta^2 \mathcal{B}_1)^T R_2 (\mathcal{B}_0 + \delta^2 \mathcal{B}_1) \right) \xi(t). \quad (A5)$$

当  $t \in \Pi_D$  时, 有  $\dot{x}(t) = \mathcal{A}_0 \xi(t)$ , 因此可得  $\mathbb{E}(\dot{x}^T(t) (\sum_{i=1}^N \tau_M^2 R_{3i} + h^2 R_4) \dot{x}(t)) = \xi^T(t) \mathcal{A}_0^T (\sum_{i=1}^N \tau_M^2 R_{3i} + h^2 R_4) \mathcal{A}_0 \xi(t)$ . 将式 (5) 与式 (A2)~(A5) 联立, 可得

$$\mathbb{E}(\dot{V}_1(t)) + 2\alpha_1 \mathbb{E}(V_1(t)) \leq \xi^T(t) \left( \Theta_1^1 + h^2 (\mathcal{B}_0 + \delta^2 \mathcal{B}_1)^T R_2 (\mathcal{B}_0 + \delta^2 \mathcal{B}_1) + \tau_M^2 (\mathcal{B}_0 + \delta^2 \mathcal{B}_1)^T \sum_{i=1}^N R_{1i} (\mathcal{B}_0 + \delta^2 \mathcal{B}_1) \right) \xi(t). \quad (A6)$$

类似地, 有  $\mathbb{E}(\dot{V}_2(t)) - 2\alpha_1 \mathbb{E}(V_2(t)) \leq \xi^T(t) (\Theta_2^1 + \mathcal{A}_0^T (\sum_{i=1}^N \tau_M^2 R_{3i} + h^2 R_4) \mathcal{A}_0) \xi(t)$ .

应用舒尔 (Schur) 补引理, 可得当 LMIs (7) 以及 (9) 取  $j = 11, \dots, 1N, 2$  成立时,  $\mathbb{E}(\dot{V}_1(t)) \leq -2\alpha_1 \mathbb{E}(V_1(t))$ .

同理, 可证明当 LMIs (8) 以及 (9) 取  $j = 31, \dots, 3N, 4$  成立时,  $\mathbb{E}(\dot{V}_2(t)) \leq 2\alpha_2 \mathbb{E}(V_2(t))$ . 因此, 可得如下不等式:

$$\mathbb{E}(V(t)) \leq \begin{cases} e^{-2\alpha_1(t-p_n)} \mathbb{E}(V_1(p_n)), & t \in [p_n, p_n + q_n), \\ e^{2\alpha_2(t-(p_n+q_n))} \mathbb{E}(V_2(p_n + q_n)), & t \in [p_n + q_n, p_{n+1}). \end{cases} \quad (A7)$$

当  $t \in [p_n, p_n + q_n)$  时, DoS 攻击的次数为  $\mathcal{N}_0$ , 结合式 (A7) 可得

$$\mathbb{E}(V(t)) \leq \mu_2 e^{-2\alpha_1(t-p_n)} \mathbb{E}(V_2(p_n^-)) \leq (\mu_1 \mu_2)^{\mathcal{N}_0} e^{q+2(\alpha_1+\alpha_2)h\mathcal{N}_0} \mathbb{E}(V_1(p_0)), \quad (A8)$$

其中,  $q = -2\alpha_1[(t - p_n) + q_n + \dots + q_0] + 2\alpha_2[(p_n - (p_{n-1} + q_{n-1})) + \dots + (p_1 - (p_0 + q_0))]$ . 根据假设 2,  $t_{\text{nor}} = (t - p_n) + q_n + \dots + q_0 > \rho t$ , 因此有  $q < -2\alpha_1 \rho t + 2\alpha_2(1 - \rho)t$ . 所以式 (A8) 可以表示为  $\mathbb{E}(V(t)) \leq V_1(0) e^{-s_n t}, t \in [p_n, p_n + q_n)$ . 类似地, 可以得到  $\mathbb{E}(V(t)) \leq \frac{e^{-s^* t}}{\mu_2} V_1(0), t \in [p_n + q_n, p_{n+1})$ .

定义  $c = \max\{1, \frac{1}{\mu_2}\}$ , 则有

$$\mathbb{E}(V(t)) \leq ce^{-s^* t} \mathbb{E}(V_1(0)), \quad \forall t \geq 0. \quad (A9)$$

令  $c_1 = \min\{\lambda_{\min}(P_1), \lambda_{\min}(P_2)\}, c_2 = \max\{\lambda_{\max}(P_1), \lambda_{\max}(P_2)\}, c_3 = c_2 + h\lambda_{\max}(Q_2) + h \cdot \max\{\lambda_{\max}(Q_{1i})\} + \frac{h^2}{2} \lambda_{\max}(\sum_{i=1}^N R_{1i} + R_2)$ , 可得

$$\mathbb{E}\{V(t)\} \geq c_1 \mathbb{E}\{\|x(t)\|^2\}, \quad \mathbb{E}\{V_1(0)\} \leq c_3 \mathbb{E}\{\|\psi\|^2\}. \quad (A10)$$

联立式 (A9) 与 (A10), 有  $\mathbb{E}\{\|x(t)\|^2\} \leq \frac{c\epsilon_3}{c_1} e^{-\varsigma t} \mathbb{E}\{\|\psi\|^2\}, \forall t \geq 0$ . 因此, 系统是均方意义下指数稳定的, 其指数衰减率为  $\varsigma$ . 定义  $\tilde{\xi}(t) = \{\xi(t), \omega(t)\}$ . 联立式 (A6) 与倒数凸可以得到  $\mathbb{E}(\dot{V}_1(t)) + 2\alpha_1 \mathbb{E}(V_1(t)) + \mathbb{E}(y^T(t)y(t)) - \gamma^2 \mathbb{E}(\omega^T(t)\omega(t)) \leq \tilde{\xi}^T(t)(\tilde{\Theta}_1^1 + h^2(\tilde{\mathcal{B}}_0 + \delta^2 \mathcal{B}_1)^T R_2(\tilde{\mathcal{B}}_0 + \delta^2 \mathcal{B}_1) + \tau_M^2(\tilde{\mathcal{B}}_0 + \delta^2 \mathcal{B}_1)^T \sum_{i=1}^N R_{1i}(\tilde{\mathcal{B}}_0 + \delta^2 \mathcal{B}_1))\tilde{\xi}(t)$ , 其中,  $\tilde{\mathcal{B}}_1 = \tilde{\mathcal{A}}_0 + \mathcal{A}_1$ ,  $\tilde{\mathcal{A}}_0 = A\epsilon_1 + \sum_{i=1}^N A_{di}\epsilon_{3+i} + E\epsilon_{11+3N}$ .

同理可得  $\mathbb{E}(\dot{V}_2(t)) - 2\alpha_1 \mathbb{E}(V_1(t)) + \mathbb{E}(y^T(t)y(t)) - \gamma^2 \mathbb{E}(\omega^T(t)\omega(t)) \leq \xi^T(t)(\tilde{\Theta}_2^1 + \tilde{\mathcal{A}}_0^T(\sum_{i=1}^N \tau_M^2 R_{3i} + h^2 R_4)\tilde{\mathcal{A}}_0)\xi(t)$ .

对 (8) 应用舒尔补引理可得,  $\mathbb{E}(y^T(t)y(t)) - \gamma^2 \mathbb{E}(\omega^T(t)\omega(t)) \leq 0$ , 对其两边从 0 到  $t$  同时进行积分可得  $\int_0^t (\mathbb{E}(y^T(t)y(t)) - \gamma^2 \mathbb{E}(\omega^T(t)\omega(t)))dt \leq 0$ . 令  $t \rightarrow \infty$ , 则对于任意  $\omega(t) = \mathcal{L}_2[0, +\infty)$ ,  $\int_0^t (\mathbb{E}(y^T(t)y(t))) dt \leq \gamma^2 \int_0^t (\mathbb{E}(\omega^T(t)\omega(t))) dt$ .

## 附录 B 定理 2 符号说明

$$\tilde{\Theta}_1^2 = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N -2\epsilon_{1i}P_1 + \epsilon_{1i}^2 R_{1i} & 0 \\ * & \sum_{i=1}^N -2\epsilon_{1i}P_1 + \epsilon_{1i}^2 R_{1i} \end{bmatrix}, \tilde{\Theta}_1^3 = \begin{bmatrix} -2\epsilon_2 P_1 + \epsilon_2^2 R_2 & 0 \\ * & -2\epsilon_2 P_1 + \epsilon_2^2 R_2 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Theta}_2^2 = \sum_{i=1}^N -2\epsilon_{3i}P_1 + \epsilon_{3i}^2 R_{3i}, \tilde{\Theta}_2^3 = -2\epsilon_4 P_1 + \epsilon_4^2 R_4, \tilde{\Theta}_2^4 = \begin{bmatrix} P_1 A (1 - \bar{Y}) B Y C & 0 & P_1 A_{d1} & \cdots & P_1 A_{dN} & 0 & \cdots & 0 & h P_2 E \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Theta}_1^4 = \begin{bmatrix} P_1 A (1 - \bar{Y}) B Y C & 0 & P_1 A_{d1} & \cdots & P_1 A_{dN} & 0 & \cdots & 0 & (1 - \bar{Y}) B Y & \bar{Y} B Y & h P_1 E \\ 0 & -\delta B Y C & 0 & \cdots & 0 & -\delta B Y & \delta B Y & 0 \end{bmatrix},$$

其余符号与定理 1 中类似, 只需将其中的  $P_1 B K$  替换为  $BY$  即可, 定义  $Y = XK$ .

# Load frequency control based on bandwidth-aware event-triggering mechanism under hybrid attacks

Ruisen DING<sup>1,2</sup>, Feisheng YANG<sup>1,2\*</sup>, Yuanchao FU<sup>1,2</sup> & Quan PAN<sup>2</sup>

1. Shenzhen Research Institute, Northwestern Polytechnical University, Shenzhen 518063, China;

2. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

\* Corresponding author. E-mail: yangfeisheng@nwpu.edu.cn

**Abstract** This paper presents a load frequency security control scheme for new power systems under hybrid attacks, which achieves closed-loop stability and secure operation under deception attacks and denial of service (DoS) attacks. Firstly, a detection mechanism against intermittent DoS attacks is introduced based on the acknowledgment character (ACK) technique. Secondly, to ensure system control performance and conserve network communication resources, a novel bandwidth-aware event-triggering mechanism is designed. Thirdly, a switching model is established for the multi-area power system under hybrid attacks, consisting of wind turbine generators and battery energy storage systems. Utilizing Lyapunov-Krasovskii functional theory and linear matrix inequality techniques, a sufficient condition for exponential mean-square stability satisfying  $H_\infty$  performance is demonstrated and an event-triggered security controller is derived. Finally, a simulation experiment is conducted to validate the effectiveness and superiority of the proposed DoS attack detection mechanism and the event-triggered security controller.

**Keywords** deception attack, intermittent DoS attack, bandwidth-aware event-triggering mechanism, attack detection, load frequency control