



火力与制导资源联合分配的快速构造算法组合设计

王加根¹, 辛斌^{1,2*}, 李冠呈³

1. 北京理工大学自动化学院, 北京 100081

2. 自主智能无人系统全国重点实验室, 北京理工大学, 北京 100081

3. 中国长峰机电技术研究设计院, 北京 100854

* 通信作者. E-mail: brucebin@bit.edu.cn

收稿日期: 2023-08-30; 修回日期: 2023-10-25; 接受日期: 2023-11-30; 网络出版日期: 2024-06-07

国家自然科学基金优秀青年基金 (批准号: 61822304) 和基础科学中心项目 (批准号: 62088101) 资助

摘要 火力与制导资源联合分配问题是军事运筹学研究中典型的 NP 完全问题, 其求解具有较高的实时性要求. 精确求解算法难以适用, 而近来提出的构造算法的时间开销也相对较大, 严重影响算法的实际应用. 为了解决该问题, 本文将建模为多阶段传感器-武器-目标分配 (sensor-weapon-target assignment, S-WTA) 问题, 并分解成两类作战资源分配子问题. 在武器分配阶段采用了一种基于威胁值确定分配优先级的快速构造算法, 在传感器分配阶段提出了一种新的基于阶段顺序确定分配优先级的快速构造算法, 该算法能充分利用约束条件, 大幅度减小时间开销. 本文在两种基本构造算法与基于边际损失的构造算法的基础上进一步提出了构造算法序列化组合, 对多阶段 S-WTA 问题进行求解. 计算实验验证了新提出的基本构造算法的快速性以及构造算法序列化组合相比于各种基本构造算法的性能优势.

关键词 异构资源联合分配, 传感器-武器-目标分配, 启发式算法, 构造算法, 协同作战

1 引言

随着信息科技的深入发展, 网络中心战 (network centric warfare, NCW) 已成为信息化战争的主要作战样式之一. NCW 通过通信系统, 将所拥有的传感器、武器资源与指挥控制系统有机结合成一个整体, 实现信息共享和各类资源的高效优化联合使用. 为了适应瞬息万变的战场态势, 各类资源的高效优化联合使用方案必须在尽可能短的时间内给出, 这种实时性要求较车间生产调度^[1]、高铁运行管理^[2]等场景的要求更高.

各类资源的组合优化问题在数学上可以抽象成传感器-武器-目标分配 (sensor-weapon-target assignment, S-WTA) 问题, 是一种典型的 NP 完全问题. NP 完全问题的求解方法可分为两类——精

引用格式: 王加根, 辛斌, 李冠呈. 火力与制导资源联合分配的快速构造算法组合设计. 中国科学: 信息科学, 2024, 54: 1458–1473, doi: 10.1360/SSI-2023-0253
Wang J G, Xin B, Li G C. Combinatorial design of fast construction algorithms for joint allocation of firepower and guidance resources (in Chinese). Sci Sin Inform, 2024, 54: 1458–1473, doi: 10.1360/SSI-2023-0253

确算法和非精确算法. 其中精确算法虽然能保证得到最优解, 但因其时间开销较大, 难以应用于高实时性且规模较大的场合; 非精确算法又可以分为两类——迭代搜索算法和构造算法. 其中迭代搜索算法包含局部搜索算法、元启发式算法^[3]和超启发式算法^[4]. 其在一般情况下通过大量迭代能取得质量较好的解, 但也因此存在较大的时间开销, 目前难以应用于实时性要求高的场合; 而构造算法通过对问题所蕴含规则的合理利用逐步构造出一个质量较好的解, 所利用规则越契合问题, 解的质量越高, 但在规则确定情形下算法难以进一步提高解的质量. 构造算法因为没有迭代搜索机制, 往往有着较小的时间开销, 更适用于实时性要求高的场合. 就目前文献分析而言, 近来缺乏求解 S-WTA 问题精确算法的相关研究, 所以下面文献分析将聚焦在非精确算法的相关研究上.

近来有关求解 S-WTA 问题的迭代搜索算法有很多. 西安工业大学的 Li 等^[5]提出了适配 S-WTA 问题的遗传算法框架, 还提出了基于 S-WTA 先验知识的染色体修复方法来处理约束条件, 从而调高算法的收敛能力. 北京理工大学的 Wang 等^[6]提出了改进遗传算法进行求解, 其将父种群划分为 3 个分量, 通过调整每个分量的比例来动态改变搜索区域, 提高了求解效率, 改进遗传算法也常见于 S-WTA 问题特殊情况——“武器-目标分配问题^[7]”的研究中^[8]. 西南民族大学的 Mu 等^[9]提出了多尺度量子谐振子算法, 该算法可以以高概率和较少的控制参数获得最佳结果, 可以进一步推广到大规模情形.

近来构造算法的研究从问题处理策略角度可分为两类.

第 1 类在传感器、武器和目标数目相等的情形下同时分配三者, 即采用三元配对方式的问题处理策略. 美国武器装备研发与工程中心的 Bogdanowicz 和 Coleman^[10]首次定义该策略, 并用拍卖算法^[11]进行求解. 他们后续进一步提出了基于拍卖算法的精确优化算法——Swt-opt 法进行求解, 还证明了其在特殊情形下能收敛到一个最优解^[12]. 海军航空工程学院的黎子芬等^[13]在此基础上提出了基于一致性算法的 Swt-opt 改进算法, 克服了传统 Swt-opt 算法受限于网络拓扑结构的缺点. 他们后续将其进一步推广至分布式形式, 用于求解动态 S-WTA 问题^[14]. 此外, 北京理工大学的辛斌等^[15]提出了一种不同于 Swt-opt 算法的基于边际收益的结构化启发式算法进行求解, 其因为只依赖于简单的查找操作来选择每个赋值三元组, 所以有着非常低的计算复杂度. 相较 Swt-opt 算法而言, 该算法有着更小的时间开销与更好的性能.

第 2 类将三元配对方式分解成两个二元配对方式——“武器-目标分配”和“传感器-目标分配”. 该问题处理策略相较第一类问题处理策略而言有着更低的问题求解复杂度, 更适用于实时性要求高的场合, 但也因此存在两个二元对失配的可能. 该问题处理策略由国防科技大学的杨晓凌等^[16]首次精确定义. 北京理工大学的王艺鹏等^[17]将该问题处理策略推广至多阶段形式, 既为动态 S-WTA 问题求解奠定了基础, 也深刻反映了传感器资源相较武器资源可以重复使用, 且对来袭目标具有非致命性的关键特征. 此外, 他们还在武器分配阶段提出了一种基于威胁值确定分配优先级的递增型快速构造算法, 在传感器分配阶段提出了一种基于边际损失的递减型构造算法进行求解, 但递减型构造算法因不能充分利用上界型约束条件, 实际求解开销较大. 空军工程大学的 Li 等^[18]将该模型进一步推广到不确定性层次上, 并用一种基于边际损失的构造算法外加局部搜索操作进行求解, 使得算法更适用于存在不确定因素的战场环境. 他们还同时研究了不确定性武器-目标分配问题的算法求解^[19].

本文基于递增型构造算法相较递减型构造算法能更充分利用约束条件的特点, 在传感器分配阶段提出了一种新的基于阶段顺序确定分配优先级的递增型快速构造算法, 在武器分配阶段借鉴了文献^[17]的思路. 为了充分利用已有问题规则来找到潜在更优解, 本文根据上述两个基本构造算法以及传感器分配阶段基于边际损失的构造算法, 提出构造算法序列化组合方法来对多阶段 S-WTA 问题进行求解. 该方法可以实现对问题规则的组合, 在大部分情况下相比单一算法能进一步找出问题更优解.

计算实验验证了新提出基本构造算法的快速性以及构造算法序列化组合在大多数情况下相比基本构造算法能找到问题更优解的结论.

本文创新点及贡献如下:

(1) 现有求解多阶段 S-WTA 问题传感器分配过程的构造算法为递减型算法, 但其受算法机制所限不能充分利用上界型约束条件, 导致求解开销较大. 因此基于递增型算法能更充分利用上界型约束条件的特点, 本文根据传感器分配过程中前后阶段分配对目标探测效果的链式影响来确定阶段分配顺序, 依据目标函数值来确定阶段内分配, 提出一种分阶段递增型快速构造算法进行求解. 该算法有着更低的计算复杂度, 能够大幅度削减时间开销.

(2) 针对特定知识对算例适配性不同导致难以保证联合分配方案质量的缺点, 本文提出一种构造算法序列化组合方法来组合已有知识从而丰富知识样式, 在保留原有快速性的前提下提高对不同算例的适配性. 该方法根据传感器分配阶段的两个构造算法 (现有递减型算法和新提出的递增型算法) 和武器分配阶段现有的递增型构造算法 3 个基本算法, 基于两个分配子问题分配过程相互独立, 分配效果相互依赖的特征, 通过不同分配阶段间效果矩阵的传递实现不同知识的组合.

(3) 针对构造算法序列化组合知识样式多样难以高效使用的问题, 平衡时间开销和解质量两个指标, 本文针对传感器分配阶段基本算法的选择提出了两种求解策略. 其中策略 1 仅选择递增型算法, 策略 2 则在策略 1 基础上进一步包含了递减型算法产生的第一个有效解. 计算实验验证了两种策略的效果均优于现有构造算法, 策略 1 的时间开销显著小于策略 2 和现有构造算法, 策略 2 则在策略 1 基础上进一步提高了性能.

本文第 2 节描述了火力与制导资源联合分配问题及其数学模型, 第 3 节进行了基本构造算法和构造算法序列化组合的设计, 第 4 节进行了计算实验结果的展示与分析, 第 5 节进行了总结与展望.

2 火力与制导资源联合分配问题描述及数学模型构建

火力与制导资源联合分配问题的基本任务是通过武器资源和传感器资源的合理分配最大化来袭目标的毁伤概率. 在该情景中, 武器资源利用传感器资源所提供的来袭目标信息实现有效打击. 本文在此基础上进一步考虑对来袭目标分多个阶段进行探测拦截的情形.

本文考虑 W 个武器通过 S 个传感器提供的信息在 L 个阶段攻击 T 个目标的火力与制导资源联合分配问题模型. 为了清楚表述, 表 1 列出了后续模型构建的所需变量.

此外, $q_{w,t,l}$ 取 0 表示武器 w 不能期望通过特定策略在第 l 个阶段打击目标 t , $p_{s,t,l}$ 取 0 表示传感器 s 不能在第 l 个阶段分配给目标 t . 这种处理相当于合并了文献 [17] 中提到的可行性约束条件.

基于上述定义和文献 [17] 推导, 在第 l 个阶段有效探测到目标 t 需要前 $l-1$ 个阶段都能有效探测到目标 t , 因此第 l 个阶段的有效探测概率可表达为

$$P_l(Y) = \prod_{l_1=1}^l \left[1 - \prod_{s=1}^S (1 - p_{s,t,l_1} y_{s,t,l_1}) \right]. \quad (1)$$

在第 l 个阶段, 目标 t 在有效探测下能被有效击毁的概率为

$$P_l(Z) = 1 - \prod_{w=1}^W (1 - q_{w,t,l} z_{w,t,l}). \quad (2)$$

表 1 变量说明
Table 1 Variable declaration

Variable	Meaning
$V = [v_t]_T$	Target threat value matrix, where v_t represents the threat value of target t and $v'_t = \frac{v_t}{\sum_{t=1}^T v_t}$ represents the normalized threat value of target t .
$Q = [q_{w,t,l}]_{W \times T \times L}$	Weapon capability matrix, where $q_{w,t,l}$ represents the probability of weapon w damaging target t in stage l under effective detection.
$P = [p_{s,t,l}]_{S \times T \times L}$	Sensor capability matrix, where $p_{s,t,l}$ represents the probability of sensor s detecting target t in stage l .
$Z = [z_{w,t,l}]_{W \times T \times L}$	Multistage weapon-target allocation decision result matrix, where $z_{w,t,l} = 1$ represents a decision to hit target t with weapon w in stage l through specific allocation and $z_{w,t,l} = 0$ represents a decision not to hit target t with weapon w in stage l .
$Y = [y_{s,t,l}]_{S \times T \times L}$	Multistage sensor-target allocation decision matrix, where $y_{s,t,l} = 1$ represents a decision to detect target t with sensor s in stage l , otherwise $y_{s,t,l} = 0$.
n_t^W	The maximum amount of weapons allowed to be allocated to target t in decision-making.
n_t^S	The maximum amount of sensors allowed to be allocated to target t in decision-making.
n_w	The amount of ammunition for weapon w .
$J(Y, Z) = \sum_{t=1}^T J_t(Y, Z)$	Expected value of remaining target threats corresponding to the allocation scheme (Y, Z) , where $J_t(Y, Z)$ represents remaining threats of target t .

综上, 表征目标最终存活概率的评价函数可表达为

$$\begin{aligned}
 J(Y, Z) &= \frac{\sum_{t=1}^T v_t \prod_{l=1}^L [1 - P_l(Y) \times P_l(Z)]}{\sum_{t=1}^T v_t} \\
 &= \sum_{t=1}^T v'_t \prod_{l=1}^L \left\{ 1 - \prod_{l_1=1}^l \left[1 - \prod_{s=1}^S (1 - p_{s,t,l_1} y_{s,t,l_1}) \right] \times \left[1 - \prod_{w=1}^W (1 - q_{w,t,l} z_{w,t,l}) \right] \right\}. \quad (3)
 \end{aligned}$$

该数学模型的约束条件可分为 3 类:

第 1 类约束限制了每个传感器/武器在每个阶段内只能同时探测/攻击一个目标, 若传感器/武器有能力同时探测/攻击多个目标时, 可将其简化成多个传感器/武器. 数学描述为

$$\sum_{t=1}^T y_{s,t,l} \leq 1, \quad \forall s \in \{1, 2, \dots, S\}, \quad \forall l \in \{1, 2, \dots, L\}, \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^T z_{w,t,l} \leq 1, \quad \forall w \in \{1, 2, \dots, W\}, \quad \forall l \in \{1, 2, \dots, L\}. \quad (5)$$

第 2 类约束依据作战策略限定了攻击各个目标所用的最大武器数量 n_t^W /最大传感器数量 n_t^S . 考虑到传感器可以连续工作且对目标不具有致命性影响的特点, 传感器可分配资源数量的限定仅在同一阶段内生效. 而由于武器具有消耗性且对目标具有致命性影响的特点, 因此武器在所有阶段统一限定可分配资源数量. 本文依据来袭目标的威胁值确定 n_t^W 和 n_t^S 的取值, 此时数学描述为

$$\sum_{s=1}^S y_{s,t,l} \leq n_t^S, \quad \forall t \in \{1, 2, \dots, T\}, \quad \forall l \in \{1, 2, \dots, L\}, \quad (6)$$

$$\sum_{l=1}^L \sum_{w=1}^W z_{w,t,l} \leq n_t^W, \forall t \in \{1, 2, \dots, T\}. \quad (7)$$

第 3 类约束反映了武器的弹药量限制, 因为传感器一般不具有可消耗性, 所以其没有同类型的约束条件. 本文依据武器的平均能力水平 $(\sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L q_{w,t,l})/m_w$ (式中 m_w 是对应武器 w 的不为 0 元素 $q_{w,t,l}$ 的个数) 来决定武器 w 的弹药量 n_w 取值. 数学描述为

$$\sum_{l=1}^L \sum_{t=1}^T z_{w,t,l} \leq n_w, \forall w \in \{1, 2, \dots, W\}. \quad (8)$$

因此最终的优化模型为

$$\min J(Y, Z), \text{ s.t. } (4) \sim (8).$$

3 基于知识的构造算法设计

由目标函数 $J(Y, Z)$ 的表达式可看出, Y 和 Z 方案的效果计算是相互独立的, 所以 Y 和 Z 方案的确立可以作为两个独立子问题进行单独分析. 为了利用问题领域知识降低问题求解的时间复杂度, 本文意在利用两个子问题结构及参数所包含的潜在规则实现对多阶段 S-WTA 问题的快速有效求解.

本文在武器分配阶段借鉴了文献 [17] 提出的基于威胁值确定分配优先级的递增型构造算法进行求解. 在传感器分配阶段提出了一种新的基于阶段顺序确定分配优先级的递增型构造算法进行求解. 本文最后还在两种递增型快速构造算法基础上加入传感器分配阶段基于边际损失的递减型构造算法 [17] 组成 3 个基本算法, 三者根据一定规律排列可形成构造算法序列化组合, 利用该组合可实现对多阶段 S-WTA 问题的快速有效求解.

3.1 约束处理

为了处理第 2 类约束条件, 用 $N^{S,U} = [n_{t,l}^{S,U}]_{T \times L}$, $N^{W,U} = [n_t^{W,U}]_T$ 矩阵表征传感器/武器分配数目矩阵, 其中 $n_{t,l}^{S,U}$ 表示在第 l 个阶段已分配给目标 t 的传感器数目, $n_t^{W,U}$ 表示在整个分配方案中已分配给目标 t 的武器数目. 为了处理第 3 类约束条件, 用矩阵 $N^{W,A} = [n_w^A]_W$ 表征武器弹药消耗量矩阵, 其中 n_w^A 表示在整个分配方案中武器 w 已消耗的弹药量.

因为武器分配阶段的求解算法为递增型构造算法, 所以每当在第 l 个阶段期望武器 w 能击中目标 t 时, 武器分配结果矩阵 Z 对应元素需置为 1 ($z_{w,t,l} = 1$), 武器能力矩阵 Q 对应元素需全置为 0 ($q_{w,\cdot,l} = 0$), 从而体现式 (5) 所示的第 1 类约束条件. 相应地, $n_t^{W,U}$ 元素需加 1, 当 $n_t^{W,U} = n_t^W$ 时, 武器能力矩阵 Q 对应元素需全置为 0 ($q_{\cdot,w,\cdot} = 0$), 从而体现式 (7) 所示的第 2 类约束条件. 相应地, n_w^A 元素也需加 1, 当 $n_w^A = n_w$ 时, 武器能力矩阵 Q 对应元素需全置为 0 ($q_{w,\cdot,\cdot} = 0$), 从而体现式 (8) 所示的第 3 类约束条件.

因为传感器分配阶段新提出的求解算法为递增型构造算法, 所以每当在第 l 个阶段分配传感器 s 给目标 t 时, 传感器分配矩阵 Y 对应元素需置为 1 ($y_{s,t,l} = 1$), 传感器能力矩阵 P 对应元素需全置为 0 ($p_{s,\cdot,l} = 0$), 从而体现式 (4) 所示的第 1 类约束条件. 相应地, $n_{t,l}^{S,U}$ 元素需加 1, 当 $n_{t,l}^{S,U} = n_t^S$ 时, 传感器能力矩阵 P 对应元素需全置为 0 ($p_{\cdot,t,l} = 0$), 从而体现式 (6) 所示的第 2 类约束条件.

文献 [17] 在传感器分配阶段的求解算法为递减型构造算法, 其逐个排除冗余分量, 当两类约束条件不同时满足时仍需继续排除冗余分量直至同时满足. 算法因此不能根据所排除的元素去消减可分配

方案或可排除方案, 有着相对较高的计算复杂度. 这是递减型构造算法利用上界型约束条件不充分的固有缺陷, 可能也会导致资源分配不充分的问题, 即在最终方案中还有可分配的资源. 而这意味着方案的最终效果可以进一步优化.

3.2 求解多阶段武器 – 目标分配问题的构造算法

武器分配方案的确定建立在传感器分配方案已经确定的基础上. 为后续搭配构造算法序列化组合使用, 本文相较文献 [17] 多引入了一个传感器分配方案已确定情况下的目标探测概率矩阵, 也就是传感器效果矩阵 $P^S = [p_{t,l}^S]_{T \times L}$. 仿照式 (1), $p_{t,l}^S$ 可表达为

$$p_{t,l}^S = \prod_{l_1=1}^l \left[1 - \prod_{s=1}^S (1 - p_{s,t,l_1} y_{s,t,l_1}) \right]. \quad (9)$$

为了求解多阶段武器 – 目标分配子问题, 采用如下规则 [17] 及其数学表达建立构造算法:

- 某个武器在某个拦截阶段可以消除的目标威胁越多, 它在该阶段用来拦截该目标的优先级越高. 武器消除的目标威胁值可表达为

$$j_{w,t,l}^{VQ} = v_t' q_{w,t,l} P_{t,l}^S. \quad (10)$$

- 如果任何有效的武器被分配给一个目标, 那么相应目标的威胁值减小. 更新的威胁值可表达为

$$v_t' = v_t' \times (1 - q_{w,t,l} P_{t,l}^S). \quad (11)$$

每进行一次武器分配, 在威胁值更新的同时, 能力矩阵也要相应更新. 分配结束条件为能力矩阵 Q 全为 0, 此时表明武器分配阶段的 3 类约束条件已饱和, 对应的方案 Z 即为最终方案.

若传感器分配方案未确定, 则对 P^S 矩阵元素做全 1 化处理, 此时实现效果与文献 [17] 实现的武器分配方案效果相同.

3.3 求解多阶段传感器 – 目标分配问题的构造算法

3.3.1 问题知识描述

本文提出的多阶段传感器 – 目标分配问题的构造算法是建立在模型蕴含的基本知识之上的 —— 传感器分配在分配过程上各阶段相互独立, 在分配效果上靠前阶段相比靠后阶段造成的影响大.

分配过程上各阶段相互独立基于全部约束条件仅在同一阶段内生效, 这本质上反映了传感器资源相对于武器资源的可连续使用以及对目标不具有致命性影响的特征. 这种相互独立的特点意味着分配过程可在阶段内进行, 可将所有阶段的分配分解成阶段内分配的组合, 体现分而治之的思想.

分配效果上靠前阶段相比靠后阶段造成的影响大源于物理世界中的时间因果律 —— 前面传感器的探测效果会影响后面传感器的探测效果. 在数学上通过式 (1) 的连乘关系可看出靠前阶段对传感器效果矩阵的影响大于靠后阶段, 也就是前后阶段分配对目标探测效果的链式影响. 这种特点意味着靠前阶段相较靠后阶段的分配有更高的优先级.

本文基于上述两点知识构建了阶段从前往后依次分配的算法框架.

3.3.2 算法表达

传感器分配方案的确定是建立在武器分配方案已经确定的情形下的, 令 Z' 表示已经确定的武器分配方案, $P^W = [p_{t,l}^W]_{T \times L}$ 表示对应的目标击毁概率矩阵, 也就是武器效果矩阵. 仿照式 (2), $p_{t,l}^W$ 可表

达为

$$p_{t,l}^W = 1 - \prod_{w=1}^W (1 - q_{w,t,l} z'_{w,t,l}). \quad (12)$$

不失一般性, 假设此时需在 k 阶段确定分配方案, 由上述讨论可知, 前 $k-1$ 阶段已经确定, 后面的 $k+1 \sim L$ 阶段尚未确定, 令 $Y^K = [y_{s,t,l}^K]_{S \times T \times L}$ 为由 k 阶段分配决定的假定分配方案, 由上述分析可知, $y_{s,t,1}^K, \dots, y_{s,t,k-1}^K$ 已经确定.

阶段内部的分配可以采用类似武器分配方案的规则来设计实现 (其中 $Y^K(s, t)$ 表示 $y_{s,t,k}^K$ 取 1, k 阶段其余元素取 0).

• 某个传感器在某个探测阶段配合武器打击使用可消除目标威胁越多, 在该阶段用来探测该目标的优先级越高. 传感器消除的目标威胁值可表达为

$$j_{s,t}^{VP} = v'_t - J_t[Y^K(s, t), Z']. \quad (13)$$

• 如果任何有效的传感器被分配给一个目标, 那么相应目标的威胁值减小. 更新的威胁值可表达为

$$v'_t = v'_t \times \left(1 - \frac{y_{s,t,k}^K}{v'_t} \right). \quad (14)$$

上述 $J_t[Y^K(s, t), Z']$ 的计算依赖于 $Y^K(s, t)$, 而 $Y^K(s, t)$ 的 $k+1 \sim L$ 阶段尚未确定, 为尽量避免问题分解可能造成的失配问题, 本文通过仅考虑第 2 类约束条件来假定后面阶段的分配方案.

在特定阶段内每进行一次传感器分配, 在威胁值更新的同时, 能力矩阵也要相应更新, 直至能力矩阵 k 阶段全为 0, 此时表明阶段内约束条件已饱和, 此时得到的就是最终方案 Y 的 k 阶段分配. 而在计算 $k+1$ 阶段分配时, 目标的初始威胁值是 k 阶段确定后目标的更新威胁值. 经过逐阶段确定后即可得到最终方案 Y .

若武器分配方案未确定, 则对 P^W 矩阵作元素全一化处理.

实现步骤如算法 1 所示. 因为武器分配方案 Z' 决定武器效果矩阵 P^W , 为算法表述方便, 仅提及 Z' , 而实际使用 P^W 时间开销更小. 输出为传感器分配方案 Y 而非传感器效果矩阵 P^S 的原因与上面类似.

3.4 求解多阶段 S-WTA 的构造算法序列化组合

由目标函数 $J(Y, Z)$ 表达式可看出, Y 和 Z 方案的效果计算是相互独立的, 而在上述两种构造算法中, Y 的效果矩阵 P^S 在武器分配阶段中会影响 Z 的确定, Z 的效果矩阵 P^W 在传感器分配阶段中又会反过来影响 Y 的确定, 所以本文通过迭代思想用已经确定的 P^W 矩阵重新求 Y , 用已经确定的 P^S 矩阵重新求 Z , 以期得到更接近最优解.

基于上述两个基本构造算法和文献 [17] 提出的传感器分配阶段基于边际损失的递减型构造算法, 本文确立了 3 个基本算子——武器分配阶段递增型构造算子 (W 增算子), 传感器分配阶段分阶段递增型构造算子 (S 增算子), 传感器分配阶段边际损失递减型构造算子 (S 减算子). 在本文中, 算法和算子是等同概念, 构造算法的基本特征是算法从无到有逐步生成一个解, 基于该特征在本质上可以将构造算法看成一种生成算子, 为表达方便, 在后文中特定的描述里也采用算子进行描述.

本文还对 S 减算子这类递减型算法利用上界约束条件不充分的固有缺陷进行修正, 对方案的最终效果进一步优化, 保障已有规则下计算实验结果比较的公平性. 修正是通过原先得到的最终分配方案反运算出可进一步分配的传感器资源, 再按照递增型构造算法的规则进一步分配来实现.

算法 1 Incremental construction algorithm for sensor allocation stage

Input: $S, T, L \in \mathbb{R}, V \in \mathbb{R}^T, P \in \mathbb{R}^{S \times T \times L}, SN = [n_i^S] \in \mathbb{R}^T, Z' \in \mathbb{R}^{S \times T \times L};$
Output: $Y \in \mathbb{R}^{S \times T \times L};$

- 1: $Y \leftarrow \mathbf{O} \in \mathbb{R}^{S \times T \times L};$
- 2: Construct multistage sensor-target allocation ideal decision matrix $Y^I \in \mathbb{R}^{S \times T \times L}$ only by the 2nd constraint condition;
- 3: **for** $k = 1 : 1 : L$ **do**
- 4: **for** $j = 1 : 1 : k - 1$ **do**
- 5: $y_{s,t,j}^K \leftarrow y_{s,t,j};$
- 6: **end for**
- 7: **for** $j = k + 1 : 1 : L$ **do**
- 8: $y_{s,t,j}^K \leftarrow y_{s,t,j}^I;$
- 9: **end for**
- 10: Construct $Y^K(s, t)$ by the only element $y_{s,t,k}^K \leftarrow 1$, the other elements $\leftarrow 0$;
- 11: **while** $P(:, :, k) \neq \mathbf{0}$ **do**
- 12: Calculate the corresponding $j(s, t) \leftarrow J[Y^K(s, t), Z'];$
- 13: $[\cdot, s_1, t_1] = \max(J);$
- 14: $Y(s_1, t_1, k) \leftarrow 1;$
- 15: Update $P(:, :, k);$
- 16: **end while**
- 17: **end for**

此时求解算法可表达成传感器分配阶段算子、武器分配阶段算子交替排列的构造算法序列化组合, 需要交替排列是因为武器/传感器算子的执行需要前一个传感器/武器分配阶段算子的效果矩阵作为计算基础, 效果矩阵需要更新推进, 否则就会产生重复的运算. 其中传感器分配阶段的算子可以选择两个算子中的任意一种. 可行分配方案从除刚开始的第一个算子外的任意算子处均可得到, 而序列的第一个算子需要预设一个效果矩阵 P^S 或 P^W 才能让算法顺利执行下去, 效果矩阵可以按情况自由构造, 其构造与优先分配资源类型的选择一齐影响整个构造算法序列化组合的整体效果, 属于构造算法序列化组合的初始设定问题, 分析比较复杂, 因此在本文中直接将效果矩阵设为全 1 矩阵.

基于构造算法序列化组合能更充分利用问题知识的特点, 其在大部分情况下能找出问题更优解, 相较单一算法而言对不同场景具有更好的适应性. 此外构造算法序列化组合能构造出更加丰富的解, 也可用于直接生成质量较高的解作为搜索算法的初始解.

3.4.1 三个基本算子时间复杂度分析

武器分配阶段的递增型构造算法的时间复杂度可以近似为内嵌在该算法内的查找操作的时间复杂度, 一个理想的查找算法 (搜寻最大值或最小值) 的计算复杂度为 $O(n)$, 其中 n 表示所需查找的数组大小, 在该情形下 $n = WTL$, 基于第 1 类约束条件考虑查找算法最多执行 TL 次, 因此最差情形下的时间复杂度为 $O(WT^2L^2)$.

由于传感器分配阶段的递增型分阶段构造算法是按阶段确定的, 因此其查找操作经历了 L 次, 每次查找操作的 $n = ST$, 基于第 1 类约束条件考虑查找算法最多执行 T 次, 因此最差情形下的时间复杂度为 $O(ST^2L)$. 而传感器分配阶段的边际损失递减型构造算法由文献 [17] 可知其时间复杂度为 $O(S^2T^2L^3)$, 远大于递增型分阶段构造算法.

3.4.2 构造算法序列化组合设计及分析

本文设计的构造算法序列化组合包含六类, 可按武器优先分配和传感器优先分配分为两组, 按在传感器分配阶段采取算子的方式在每一组下可分为 3 种: 全部采取 S 增算子的纯粹构造算法序列化组合; 全部采取 S 减算子的纯粹构造算法序列化组合; 等概率采取两个基本算子的混合构造算法序列化组合. 这里的混合算法是在构造算法序列化组合层次下的特例.

本文将 6 类构造算法序列化组合简写成 W 增序列, W 减序列, W 混序列, S 增序列, S 减序列, S 混序列: 前面的 S 和 W 表示优先分配资源类型的选择, 其中 S 代表传感器, W 代表武器; 后面的增、减、混代表上述传感器分配阶段采取算子的方式. 文献 [17] 实现的算法效果与 W 减序列的第 2 个算子得到的解效果相同.

构造算法序列化组合的基本单位为算法节, 其是指执行一次交替的武器算子和传感器算子的过程. 此外所有纯粹构造算法序列化组合的迭代还有循环判断机制——通过新生成的矩阵 Z 或 Y 与之前出现的矩阵 Z 或 Y 进行比照来判断是否进入循环. 若陷入循环, 则停止算法序列化组合的迭代, 否则继续迭代下去, 这样可以削减时间开销, 对后续策略统计实际时间开销有一定影响.

本文设置的算法节长度为 100, 此时不排除相同方案的话共能生成 $199 \times 6 = 1194$ 个解, 这些解构成了本文所提的解空间, 因为生成该解空间的时间开销较大, 所以在实际使用中需在能容忍的时间开销内找出尽量优的解, 这就涉及到策略选择问题. 基于初期实验观察, 平衡时间开销和解的质量的两个指标, 本文主要分析的是两个找解策略: 策略 1 解集包含整个 W 增序列和整个 S 增序列, 而策略 2 解集包含策略 1 解集、S 减序列和 W 减序列的第一个有效解.

设构造算法序列化组合的算法节长度为 n , 在考虑最坏情形下, 即不考虑循环判断机制情形下, 策略 1 的时间复杂度为 $O(2n(WL + S)T^2L)$, 策略 2 的时间复杂度为 $O(2nWT^2L^2 + 2S^2T^2L^3)$, 6 个构造算法序列化组合的总时间复杂度为 $O(3nS^2T^2L^3 + 6nWT^2L^2)$, 所以理论上两个策略占总可行策略集的时间开销较小.

4 实验结果与分析

为了验证本文提出的求解多阶段 S-WTA 问题的构造算法序列化组合性能, 在配置 Intel (R) Core(TM) i7-10510U 1.80 GHz CPU, 16G 内存以及 Windows 10 操作系统的计算机、MATLAB R2020a 环境下进行计算实验.

4.1 实验设定说明

本文实验场景设计基于 3 个规模, 5 个场景类型的两两组合, 5 个场景类型研究的是传感器或武器能力差异性, 传感器或武器可行分配比例和来袭目标威胁值差异对特定策略的影响. 它们均含有一个基本场景, 基本场景生成的控制参数为 $w^L = 0.75$, $w^H = 0.96$, $w^F = 0.5$, $s^L = 0.75$, $s^H = 0.96$, $s^F = 0.5$, $v^D = 8$, 场景类型中的其他场景都是在基本场景参数上做特定参数的改动. 此外, 为研究算法实现方案效果值与算例最优值 (通过遍历算例获得) 的差异并避免过大的时间开销, 本文额外设置了一个超小规模, 具体说明如表 2 和 3 所示. 由于篇幅所限, 且大量环境参数为三维矩阵的形式, 所以所用算例的具体参数不予列举, 全部数据和程序可从链接¹⁾下载.

本文在特定实验场景下生成符合其特征的随机参数进行实验, 其中在每个特定场景, 小规模生成 100 组算例, 中规模生成 20 组算例, 大规模生成 5 组算例. 此外, 为说明算法在统计意义下的最优性,

1) https://github.com/wldt1/constructive_algorithm.git.

表 2 规模参数设置表

Table 2 Setting of scale parameters

Scale type	S	W	T	L
Super small	3	4	2	3
Small	12	16	8	3
Moderate	24	32	16	3
Big	48	64	32	3

表 3 算例生成控制参数说明表

Table 3 Explanation of example generation control parameters

Symbol	Meaning
w^L	Minimum strike probability limit for weapons
w^H	Maximum strike probability limit for weapons
s^L	Minimum detection probability limit for sensors
s^H	Maximum detection probability limit for sensors
w^F	Weapon-target feasible allocation ratio, $w^F = \ Q\ /(W \cdot T \cdot L)$
s^F	Sensor-target feasible allocation ratio, $s^F = \ P\ /(S \cdot T \cdot L)$
v^D	Used to design the standard deviation of target threat distribution σ_v by $\sigma_v = \bar{v}/v^D$

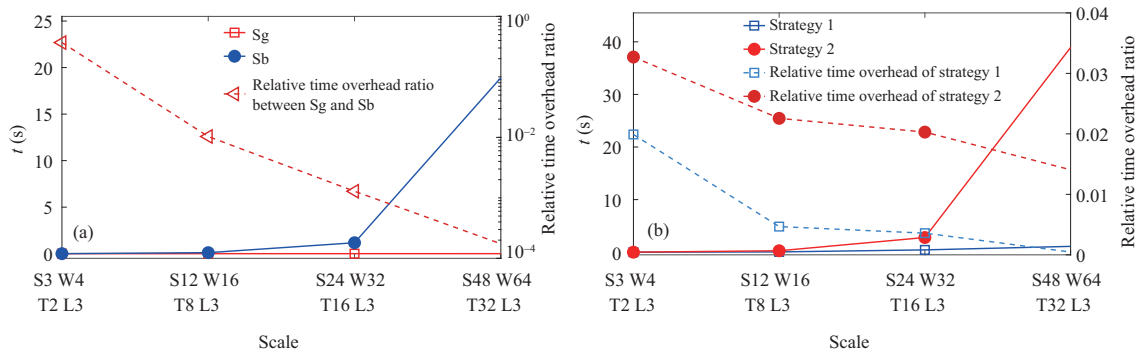


图 1 (网络版彩图) (a) 传感器分配阶段和 (b) 策略的绝对和相对时间开销

Figure 1 (Color online) Absolute and relative proportion of computational time in sensor allocation stage (a) and in strategy (b)

本文在基本情形下的超小规模生成 2500 组算例. 汇总的数据均取其平均值.

4.2 时间开销分析

图 1(a) 为传感器分配阶段两个基本算子的绝对时间开销及二者相对占比图, 图中右侧的纵坐标是指 S 增算子 (图示为 Sg) 与 S 减算子 (图示为 Sb) 的绝对时间开销比值. 由图可看出随着规模增大, S 减算子的时间开销增幅远大于 S 增算子的增幅, 二者的相对时间开销占比随着规模的增大而减小, 与本文对二者时间复杂度的理论分析相吻合.

图 1(b) 是两种策略的绝对时间开销和相对时间开销图, 图中右侧的纵坐标是指策略所花时间开销和完整运行 6 个构造算法序列化组合的时间开销的比值. 由图可看出随着规模增大, 两种策略的时

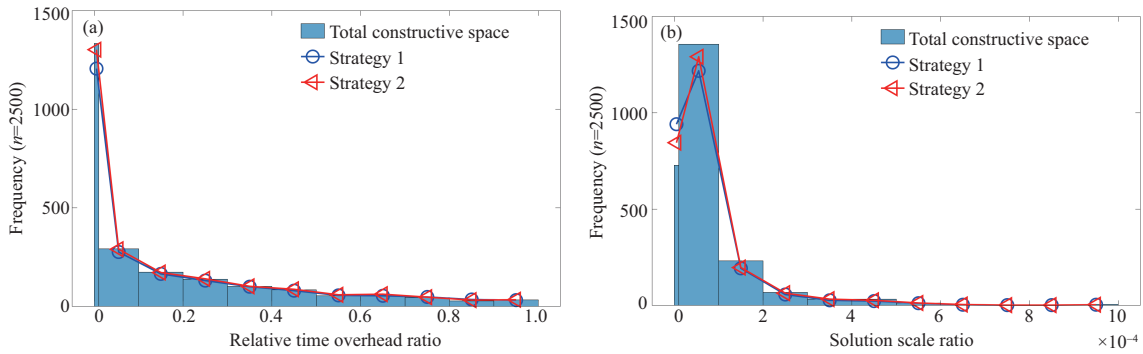


图 2 (网络版彩图) 构造算法序列化组合相对优性的频数分布图 (a) 和解规模比值的频数分布图 (b)

Figure 2 (Color online) Frequency distribution of (a) relative optimality and (b) solution scale ratio of constructive algorithms' sequential combination

间开销均有上涨, 且策略 2 的时间开销增幅远大于策略 1 的增幅. 此外, 两种策略的相对时间开销随规模增大有减小趋势.

4.3 解优性分析

4.3.1 最优性分析

最优性分析实验结果如图 2(a) 和 (b) 所示. 其中相对优性是用构造算法序列化组合或特定策略形成的解空间最优值与遍历算例的解空间最优值的差值与遍历算例的解空间最优值的比值来表征的.

根据统计数据, 相对优性大于 1 的共 159 组 (图 2(a) 并未显示), 即效果较差的概率为 6.36%, 而相对优性小于 1% 的组数共有 1334 组, 即效果较好的概率为 53.36%, 此外相对优性在 1% 到 1 之间的概率分布呈现递减趋势. 而由图 2(b) 可知, 构造算法序列化组合生成的解规模普遍在方案内含解规模的 0.1% 以下. 综上所述, 构造算法序列化组合构造出少量而质量较高的解.

此外, 由图 2(a) 还可看出, 策略 2 的频数分布曲线与构造算法序列化组合的频数分布图非常接近, 这表明策略 1 在一定程度上能代表构造算法序列化组合.

4.3.2 整体分析

图 3 是各种策略选择下相对优性平均值的对数值与规模的关系图, 此处的相对优性用策略解集中的最优解和解空间最优解的差值与解空间最优解的比值来表征, 跟最优性分析章节的含义不同.

文献 [17] 算法实现的解可通过 W 减序列第 2 个算子得到, 图示为 “Weapon D2” (D 表示 Decreasing); 图示 “D2” 的解集包含 S 减序列第 2 个算子得到的解和 W 减序列第 2 个算子得到的解; 图示 “I2” (I 表示 Increasing) 的解集包含 S 增序列第 2 个算子得到的解和 W 增序列第 2 个算子得到的解.

由图 3 可看出, 就整体而言, 在非异常情形下, 两种策略基本都满足随着规模增大, 解的相对优性数值减小的趋势, 但另外 3 种并不满足该规律, 这是因为此处相对优性的对比对象是整个解空间的最优值, 而非算例的最优值, 所以这并不能说明构造算法在大规模情形下性能反而变差的结论.

就细节而言, 两种策略在大规模的各种情形下的相对优性均值能达到 1%. 此外还可看出 “D2” (也就是策略 2 缺少机制 “策略 1”) 的相对优性相较策略 2 大了至少一个数量级, 这种差异随着规模增大而变大, 这说明了策略 1 在策略 2 中的不可替代性, 而 “I2” 的相对优性均高策略 1 至少一个数

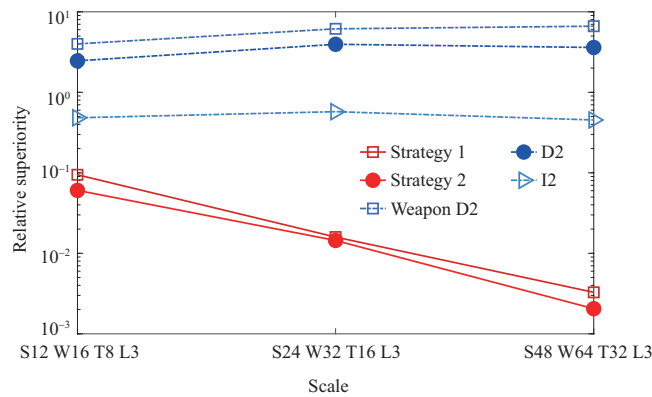


图3 (网络版彩图) 策略相对最优性对数与规模关系图

Figure 3 (Color online) Relationship between relative optimality and scale of strategies

量级, 这种差异也随着规模增大而变大, 这说明了构造算法序列化组合在效果提升上的显著优势。

4.3.3 武器能力差异性对策略的影响分析

本文围绕武器能力差异性设置了3种场景: 武器能力强(图示为 Strong weapon capabilities)对应于4.1小节提及的基本场景; 武器能力弱(图示为 Weak weapon capabilities), 调整基本场景参数中的 $w^L = 0.75$, $w^H = 0.96$ 为 $w^L = 0.5$, $w^H = 0.64$; 而武器能力有显著差异(图示为 Mix weapon capabilities)是指武器的能力大部分位于能力弱范围内, 小部分位于能力强范围内。这能在一定程度上反映战场环境中武器与来袭目标的远近问题等适配性问题, 距离适中时杀伤概率大, 距离过近或过远时, 杀伤概率小。

实验结果如图4(a)所示。由图可看出, 随着规模增大, 两种策略解的相对最优性都变得更好, 在大规模情形下均小于0.1%。且二者在同一规模情况下相比武器能力都强都弱的情况而言更适用于武器能力有差异的情况。这是因为当武器都强都弱时意味着武器间没有显著差异, 相较武器间有显著差异而言能取得类似效果的方案更多, 具有显著性差异的武器效果矩阵更多, 此时与之搭配的传感器方案也更多。而纯粹构造算法序列化组合因组合方式相对固定只能聚焦于其中几个方案, 但混合构造算法序列化组合因组合方式更加多元能找到更多的方案, 也就可能得到更优解。

4.3.4 武器打击目标的可行分配比例对策略的影响分析

本文围绕武器打击目标的可行分配比例设置了3种场景: 可行分配比例适中(图示为 Moderate feasible allocations)对应于4.1小节提及的基本场景; 可行分配比例大(图示为 Multiple feasible allocations), 调整基本场景参数中的 $w^F = 0.5$ 为 $w^F = 0.7$; 可行分配比例小(图示为 Few feasible allocations), 调整基本场景参数中的 $w^F = 0.5$ 为 $w^F = 0.3$ 。这能在一定程度上反映战场环境中武器与来袭目标的窗口适配问题。

实验结果如图4(b)所示, 两种策略解的相对最优性在中规模之后均低于3%。但两种策略解的相对最优性对该情形没有明显的规律趋势, 这是因为当可行分配比例变大时意味着武器分配阶段取得类似效果的方案变多, 但方案多不一定意味着用于传感器算子的武器效果矩阵会有更多的显著性差异, 此时可能显著性差异变多, 也可能不变, 甚至可能变少, 也就无法得到一种规律性结论。

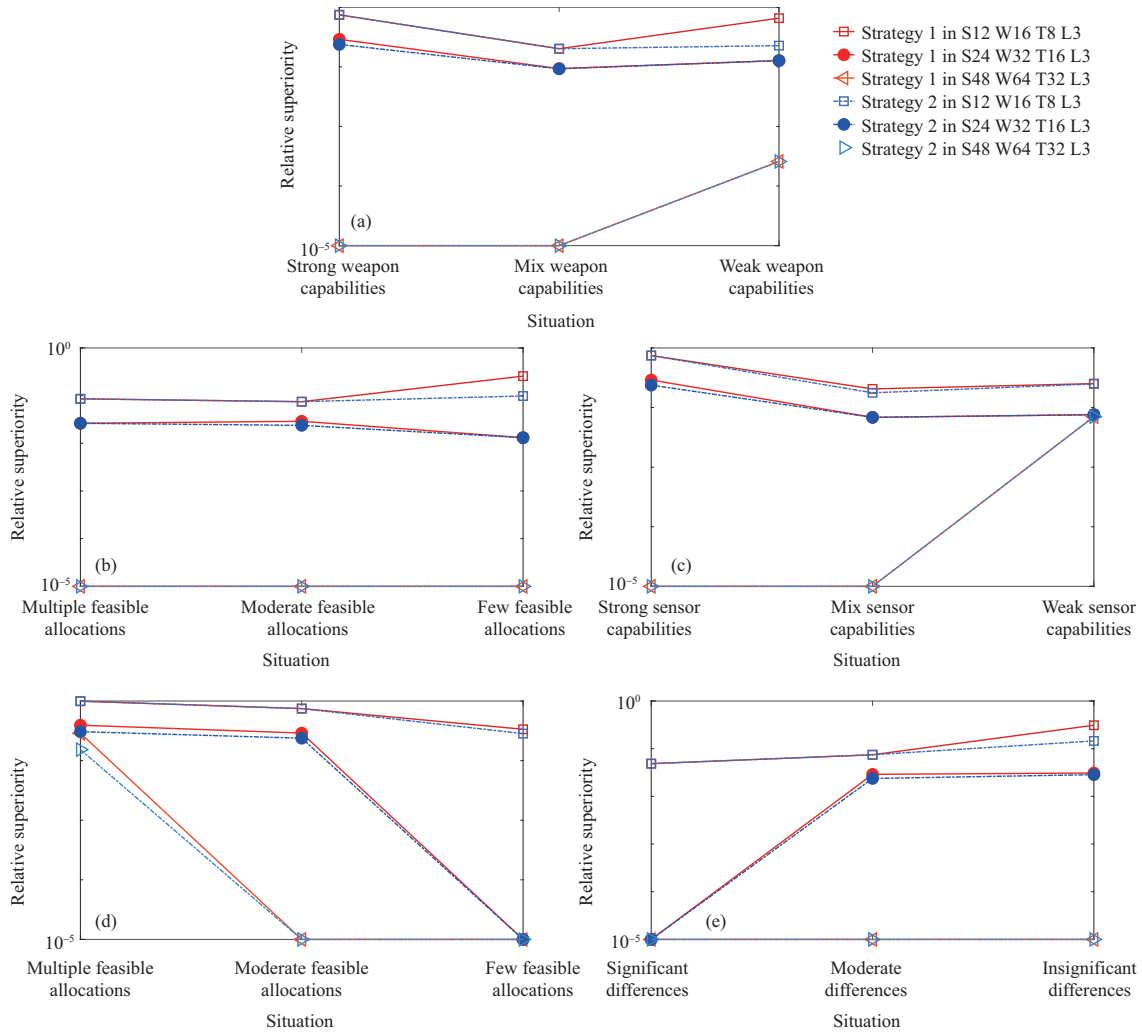


图 4 (网络版彩图) 两个策略相对优性图。(a) 武器能力有差异时; (b) 武器打击目标的可行分配比例变化时; (c) 传感器能力有差异时; (d) 传感器探测目标的可行分配比例变化时; (e) 目标威胁值差异变化时

Figure 4 (Color online) Relative optimality of two strategies with (a) differences in weapon capabilities, (b) changes of feasible allocation proportion of weapon striking targets, (c) differences in sensor capabilities, (d) changes of feasible allocation proportion of sensor detecting targets, (e) changes of target threat value difference

4.3.5 传感器能力差异性对策略的影响分析

本文围绕传感器能力差异性设置了 3 种场景: 传感器能力强 (图示为 Strong sensor capabilities) 对应于 4.1 小节提及的基本场景; 传感器能力弱 (图示为 Weak sensor capabilities), 调整基本场景参数中的 $s^L = 0.75, s^H = 0.96$ 为 $s^L = 0.5, s^H = 0.64$; 而传感器能力有显著差异 (图示为 Mix sensor capabilities) 是指传感器的能力大部分都位于能力弱范围内, 小部分位于能力强范围内。这能在一定程度上反映战场环境中传感器与来袭目标的距离引起的适配性问题。

实验结果如图 4(c) 所示。由图可看出, 随着规模增大, 两种策略解的相对优性都变得更好, 在大规模情形下均低于 1%。且二者在同一规模情况下相比传感器能力都强都弱的情况而言更适用于传感器能力有差异的情况。原因与武器能力差异情形类似。

4.3.6 传感器探测目标的可行分配比例对策略的影响分析

本文围绕传感器探测目标的可行分配比例设置了 3 种场景: 可行分配比例适中 (图示为 Moderate feasible allocations) 对应于 4.1 小节提及的基本场景; 可行分配比例大 (图示为 Multiple feasible allocations), 调整基本场景参数中的 $s^F = 0.5$ 为 $s^F = 0.7$; 可行分配比例小 (图示为 Few feasible allocations), 调整基本场景参数中的 $s^F = 0.5$ 为 $s^F = 0.3$. 这能在一定程度上反映战场环境中传感器与来袭目标的类型匹配问题.

实验结果如图 4(d) 所示. 由图可看出, 两种策略在同一规模情况下随传感器可行分配比例增大效果变差, 在中规模之后, 两个策略解的相对优劣性均低于 4%. 这是因为传感器探测目标的可行分配比例大意味着传感器分配阶段效果类似的方案变多, 此时混合构造算法序列化组合因组合方式更加多元能找到更多的方案, 也就可能得到更优解.

4.3.7 目标威胁值差异对策略的影响分析

本文围绕目标威胁值差异设置了 3 种场景: 目标威胁差异中等 (图示为 Moderate differences) 对应于 4.1 小节提及的基本场景; 目标威胁差异小 (图示为 Insignificant differences), 调整基本场景参数中的 $v^D = 8$ 为 $v^D = 16$; 而目标威胁差异大 (图示为 Significant differences), 调整基本场景参数中的 $v^D = 8$ 为 $v^D = 4$. 这能在一定程度上反映来袭目标攻击的先后顺序问题, 一般攻击越早, 威胁越大.

实验结果如图 4(e) 所示. 由图可看出, 两种策略在同一规模情况下随目标威胁差异增大效果变好, 在中大规模的相对优劣性均低于 3%. 这是因为目标威胁差异大能有效降低传感器分配阶段效果类似的方案数量, 此时两种策略的效果相较更好.

4.4 总结

综合上述时间开销和解质量分析, 本文可以得出随着规模的增大, 两种策略的相对优劣性和相对时间开销都在变小, 且它们都更适配于传感器分配阶段效果类似方案少的情形, 求解质量均显著优于文献 [17] 所提出的算法. 就两种策略而言, 在大规模情形下策略 1 均逼近于策略 2, 而策略 1 的时间开销相对策略 2 而言在 0.1% 以下, 所以策略 1 更适合用于实时性要求高的场合. 就策略性质而言, 策略 1 以牺牲少量解的质量来换取充分小的时间开销, 策略 2 则以牺牲时间开销来进一步保证解的质量. 所以本文认为在时间要求高且求解规模大的情形下可以使用策略 1 进行求解, 但在时间要求低的情形下最好使用策略 2 来保证解的质量.

5 结论与展望

本文针对递增型构造算法相较递减型构造算法更有利于利用约束条件的特点, 在多阶段 S-WTA 问题的传感器分配阶段提出了一种新的递增型分阶段构造算法, 在此基础上进一步提出构造算法序列化组合对 S-WTA 问题进行求解. 构造算法序列化组合因能更充分利用问题知识在大部分情况下能进一步找出问题更优解, 计算实验表明其能以较快速度取得 S-WTA 问题的较优解. 此外构造算法序列化组合还能生成较多的不同结构的解, 可以作为各种迭代搜索算法的质量较高的初始解, 提高迭代搜索算法的搜索效率.

为了适用于存在不确定因素的战场环境, 进一步研究适配于算法的不确定性机制具有重要意义. 与此同时, 根据毁伤评估的结果动态地调整分配方案的情形也值得进一步研究. 此外, 在保证计算的快速性的条件下, 也可以增加一些迭代搜索机制, 如局部搜索算法, 来优化解的质量.

参考文献

- 1 Wang R S, Zhang Q, Zhang T, et al. Real-time rescheduling approach of train operation for high-speed railways using problem-specific knowledge under a station blockage. *Sci Sin Inform*, 2022, 52: 2121–2140 [王荣笙, 张琦, 张涛, 等. 车站封锁下基于问题知识的高速铁路列车运行实时调整方法. *中国科学: 信息科学*, 2022, 52: 2121–2140]
- 2 Zhong X Y, Han Y Y, Yao X J, et al. An evolutionary algorithm for the multi-objective flexible job shop scheduling problem with uncertain processing time. *Sci Sin Inform*, 2023, 53: 737–757 [钟小玉, 韩玉艳, 姚香娟, 等. 不确定工时下多目标柔性作业车间调度问题的进化求解方法. *中国科学: 信息科学*, 2023, 53: 737–757]
- 3 Shang Z Y, Gu J N, Tang S X, et al. Comparative study on application performance of several meta-heuristic algorithms. *Mach Des Manuf*, 2021, 361: 34–38 [尚正阳, 顾寄南, 唐仕喜, 等. 针对几种元启发式算法的应用性能对比研究. *机械设计与制造*, 2021, 361: 34–38]
- 4 Xie Y, Hou Y E, Chen X P, et al. Review of research progress of hyper-heuristic algorithms. *Comput Eng Appl*, 2017, 53: 1–8 [谢毅, 侯彦娥, 陈小潘, 等. 超启发算法研究进展综述. *计算机工程与应用*, 2017, 53: 1–8]
- 5 Li X Y, Zhou D Y, Yang Z, et al. A novel genetic algorithm for the synthetical sensor-weapon-target assignment problem. *Appl Sci*, 2019, 9: 3803
- 6 Wang J, Chen C. Sensor-weapon joint management based on improved genetic algorithm. In: *Proceedings of the 34th Chinese Control Conference*, 2015. 2738–2742
- 7 Li M J, Chang X N, Shi J M, et al. Developments of weapon target assignment: models, algorithms, and applications. *J Syst Eng Electron*, 2023, 45: 1049–1071 [李梦杰, 常雪凝, 石建迈, 等. 武器目标分配问题研究进展: 模型、算法与应用. *系统工程与电子技术*, 2023, 45: 1049–1071]
- 8 Wang C, Nan Y, Xu H. A new elite genetic algorithm and its application in multi-missile interception assignment strategy. *Aerosp Control*, 2021, 39: 59–66 [王储, 南英, 许航. 一种新的精英遗传算法及在多弹拦截分配策略的应用. *航天控制*, 2021, 39: 59–66]
- 9 Mu L, Qu X M, Wang P. Application of sensor/weapon-target assignment based on multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm. In: *Proceedings of the 2nd International Conference on Image, Vision and Computing (ICIVC)*, 2017. 1147–1151
- 10 Bogdanowicz Z R, Coleman N P. Sensor-target and weapon-target pairings based on auction algorithm. In: *Proceedings of the 11th WSEAS International Conference on Applied Mathematics*, 2007. 730–735
- 11 Li X B, Guo L Z, Hang S. A robust auction algorithm for distributed heterogeneous multi-AUV task assignment. *J Beijing Univ Aeronaut Astronaut*, 2022, 48: 736–746 [李鑫滨, 郭力争, 韩松. 一种分布式异构多 AUV 任务分配鲁棒拍卖算法. *北京航空航天大学学报*, 2022, 48: 736–746]
- 12 Bogdanowicz Z R. A new efficient algorithm for optimal assignment of smart weapons to targets. *Comput Math Appl*, 2009, 58: 1965–1969
- 13 Li Z F, Li X M, Dai J J, et al. Swt-opt algorithm for solving formation air to ground joint fire distribution problem. *Mod Def Technol*, 2012, 40: 113–117 [黎子芬, 李相民, 代进进, 等. 编队对地攻击联合火力分配问题的 Swt-opt 算法. *现代防御技术*, 2012, 40: 113–117]
- 14 Li Z F, Li X M, Dai J J, et al. Research of modeling and simulation on formation attack to ground dynamic joint fire distribution. *J Syst Simul*, 2013, 25: 2900–2905 [黎子芬, 李相民, 代进进, 等. 编队对地动态联合火力分配建模与仿真研究. *系统仿真学报*, 2013, 25: 2900–2905]
- 15 Xin B, Wang Y, Chen J. An efficient marginal-return-based constructive heuristic to solve the sensor-weapon-target assignment problem. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2019, 49: 2536–2547
- 16 Yang X L, Qiu D S, Huang W, et al. Two planning models and solving method of sensor/weapon-target assignment problem. *Fire Control Command Control*, 2012, 37: 18–22 [杨晓凌, 邱涤珊, 黄维, 等. 传感器/武器 - 目标分配问题的两种规划模型及求解. *火力与指挥控制*, 2012, 37: 18–22]
- 17 Wang Y P, Xin B, Chen J. Modeling and optimization of multi-stage sensor-weapon-target assignment. *Control Theory Appl*, 2019, 36: 1886–1895 [王艺鹏, 辛斌, 陈杰. 多阶段传感器 - 武器 - 目标分配问题的建模与优化求解. *控制理论与应用*, 2019, 36: 1886–1895]
- 18 Li G J, He G J, Zheng M F, et al. Uncertain sensor-weapon-target allocation problem based on uncertainty theory. *Symmetry*, 2023, 15: 176–197
- 19 Li G J, He G J, Zheng M F, et al. Uncertain multi-objective dynamic weapon-target allocation problem based on uncertainty theory. *AIMS Math*, 2022, 8: 5639–5669

Combinatorial design of fast construction algorithms for joint allocation of firepower and guidance resources

Jiagen WANG¹, Bin XIN^{1,2*} & Guancheng LI³

1. *School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;*

2. *National Key Lab of Autonomous Intelligent Unmanned Systems, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;*

3. *China Changfeng Mechanics and Electronics Technology Academy, Beijing 100854, China*

* Corresponding author. E-mail: brucebin@bit.edu.cn

Abstract The joint allocation problem of firepower and guidance resources is a typical NP-complete problem in military operation research, which has higher real-time requirement on solving performance. Exact algorithms are difficult to apply, while recently proposed constructive algorithms have significant time overhead, seriously affecting their practical application. To satisfy the need of real-time solving, a multi-stage sensor-weapon-target assignment (S-WTA) problem was formulated and decomposed into two sub-problems of combat resource allocation. In the weapon allocation phase, a fast constructive algorithm determining allocation priority based on threat values was adopted. In the sensor allocation phase, a new fast constructive algorithm determining allocation priority based on stage order was proposed, utilizing constraints fully and reducing time overhead substantially. Additionally, based on the two basic constructive algorithms and a constructive algorithm for sensor allocation based on marginal loss, a sequential combination of constructive algorithms was proposed to solve the multi-stage S-WTA problem. Some computational experiments were carried out to validate the rapidity of the newly proposed basic constructive algorithm for sensor allocation. Additionally, it was proven that the sequential combination of constructive algorithms could find much better solutions to the problem as compared to the basic constructive algorithms in most cases.

Keywords heterogeneous resources co-allocation, sensor-weapon-target assignment, heuristic algorithms, constructive algorithms, cooperative engagement