SCIENTIA SINICA Informationis



# 大尺度类周期阵列结构快速电磁仿真方法

徐延林, 刘晨曦\*, 毋召锋, 虎宁, 刘继斌, 刘培国

国防科技大学电子科学学院,长沙 410073 \* 通信作者. E-mail: liuchenxi09@nudt.edu.cn

收稿日期: 2023-05-13; 修回日期: 2023-07-06; 接受日期: 2023-08-18; 网络出版日期: 2024-02-01

国家自然科学基金 (批准号: 62101564, 62101565, 62293491) 和湖南省自然科学基金 (批准号: 2022JJ20045) 资助项目

**摘要** 类周期结构具有独特的电磁波调控特性,在天线、雷达探测、目标隐身等领域具有重要研究价值,而针对大尺度类周期阵列的高效精确电磁仿真一直是电磁计算领域的重难点问题.本文从类周期阵列几何相似性出发,提出了一种具有函数复用机制的并行综合函数法 (parallel synthetic basis functions method, p-SBFM),首次实现并验证了 p-SBFM 在多构型类周期阵列分析中的有效性.相比传统电磁数值算法, p-SBFM 在大尺度类周期阵列分析中,能够在一定程度上克服精度、效率、内存消耗三方面指标难以兼顾的难题,为类周期结构的工程应用提供理论分析和仿真手段.

关键词 类周期结构,综合函数,并行计算,矩量法,电磁仿真

# 1 引言

周期/类周期结构具有独特的电磁波调控特性,在天线、雷达探测、目标隐身等诸多领域均具有重要的工程应用价值和学术研究价值.从相控阵天线<sup>[1,2]</sup>,到频率选择表面<sup>[3,4]</sup>,再到近些年兴起的电磁超材料<sup>[5~7]</sup>,其基本形态均是以周期或类周期结构形式展现的.相比严格周期结构,类周期结构具有更多的设计自由度,有潜力获得更为丰富的电磁特征,故而具有更为广泛的应用前景.在本文中,类周期结构的定义为:阵列单元具备相似的几何构型,但不同阵元之间可能存在曲面形变、尺寸缩放等变化,图1<sup>[8~10]</sup>展示了几种典型的类周期结构应用场景.

针对大尺度类周期阵列的高效精确仿真分析一直是电磁计算领域的重难点问题之一. 传统电磁数 值算法分析此类问题时,并不能充分挖掘类周期结构自身的几何特征,随着阵列规模增大,往往会面临 电磁计算领域的一个通用难题,即内存消耗和计算复杂度激增.故此,针对周期单元的几何重复性,有 学者提出可以将有限周期结构看作无限周期结构,基于 Floquet 定理预估目标的电磁特征. 此类方法 通常被称为周期边界法,是目前周期结构分析的主流方法之一. 然而,周期边界法本质上是一种等效近

引用格式: 徐延林, 刘晨曦, 毋召锋, 等. 大尺度类周期阵列结构快速电磁仿真方法. 中国科学: 信息科学, 2024, 54: 430-448, doi: 10.1360/SSI-2023-0139
 Xu Y L, Liu C X, Wu Z F, et al. Fast electromagnetic simulation method for large-scale quasi-periodic arrays (in Chinese). Sci Sin Inform, 2024, 54: 430-448, doi: 10.1360/SSI-2023-0139

© 2024《中国科学》杂志社



图 1 (网络版彩图) 类周期结构典型应用场景. (a) 球面共形天线阵列 <sup>[8]</sup>; (b) 微带平面反射阵天线 <sup>[9]</sup>; (c) 数字编 码电磁超表面 <sup>[10]</sup>

Figure 1 (Color online) Typical applications of quasi-periodic structures. (a) Spherical conformal antenna array <sup>[8]</sup>; (b) microstrip reflect-array antenna <sup>[9]</sup>; (c) digital coding metasurfaces <sup>[10]</sup>

似法,只适用于严格周期结构.对于阵列单元存在细微差异的类周期结构,由于其无法对差异性的阵 列单元进行等效模拟,一般无法适用.因此,针对类周期结构的电磁仿真,仍需依赖电磁数值算法.随 着相关理论不断发展,各种电磁算法百花齐放,曾有学者试图归纳计算电磁学族谱,其中仅具有正式名 称的算法就多达五十多种<sup>[11]</sup>.出于篇幅考虑,本文仅从紧密相关的矩量法 (method of moment, MoM) 领域出发,梳理一些适用于阵列结构分析的典型算法<sup>[12]</sup>.

(1) 加速算法. 这类算法的核心思想是加速矩阵 – 矢量的乘积运算, 提高迭代执行效率, 典型代表包括快速多极子、自适应积分、共轭梯度 – 傅里叶 (Fourier) 变换等. 其中, 快速多极子算法因在效率、精度、复杂度等方面的综合优异表现, 被誉为 20 世纪科学工程计算领域十大算法发明之一<sup>[13]</sup>, 关注度最高, 近些年的代表性工作包括: 2021 年, Wu 等<sup>[14]</sup> 将多层快速多极子算法 (multilevel fast multipole algorithm, MLFMA) 与特征模理论相结合, 用于周期和类周期阵列分析; 2022 年, He 等<sup>[15]</sup> 基于并行计算和 MLFMA, 成功实现百亿规模未知量的超电大目标电磁计算, 是目前快速多极子公开报道的最大规模电磁计算问题. 对于大尺度类周期阵列而言, 快速多极子算法并没有利用类周期结构的几何相似性特征, 随着阵列规模增大, 算法效率和内存指标仍有提升空间.

(2) 区域分解法. 该类算法通过"分而治之"的思想将大规模电磁计算问题划分为若干小问题逐一求解,从而降低大规模电磁计算的内存消耗. 该方法最早于 20 世纪末引入电磁计算领域,目前主流研究方向包括有限元区域分解、积分方程区域分解以及合元极区域分解三类<sup>[16]</sup>. 2020 年, Zhao 等<sup>[17]</sup>提出了一种局部耦合多轨迹区域分解法,使用局部耦合描述不同子域间的相互作用,从而生成一个稀疏矩阵方程,在多子域问题分析中具有明显优势. 2022 年, Fan 等<sup>[18]</sup>将时域有限元和区域分解相结合,用于二维电磁结构分析,相比单一算法,在效率和内存方面有较大提升. 实际上,区域分解法天然适合阵列结构分析,不用额外处理不同阵元之间的连接边界. 但是,该方法在子域迭代间会消耗较多时间,当阵元数目较多时,会影响算法效率,其本质是一种"以时间换空间"的处理思路.

(3) 宏基函数法. 此类算法的核心是寻求高维基函数对目标方程进行离散, 降低待求解的矩阵方 程维度. 宏基函数的构建是算法核心, 目前 3 种比较常用的宏基函数包括特征基函数、综合基函数和 子全域基函数<sup>[19]</sup>. 其中, 影响最广的当属特征基函数, 最早由 Mittra 等<sup>[20]</sup> 提出, 主要思想是对目标 分块并构造高阶特征基函数反映不同模块间的耦合效应, 再通过降阶构建一个低维度矩阵方程. 2020 年, Park 等<sup>[21]</sup> 提出并行特征基函数的多层多极加速算法, 目的是降低特征基函数构建复杂度, 提高 算法效率. 此类算法的精度通常由宏基函数数量决定, 基函数越多, 精度越高, 但算法的效率、内存等 方面指标也会随之恶化. 对于大尺度阵列而言, 此类算法的一个显著优势就是内存消耗较少, 但如何 提高算法的综合处理效率一直是学者关注的热点问题之一. 为了克服传统电磁数值算法在大尺度类周期阵列分析中,精度、效率、内存消耗难以兼顾的难题,本文从类周期阵列的几何相似性出发,提出了一种具有函数复用机制的并行综合函数法 (parallel synthetic basis functions method, p-SBFM). 该算法属于宏基函数法范畴,最初由 Matekovits 等<sup>[22]</sup>在分析阵列天线散射特性时提出,近年来学者围绕它的研究主要集中在两个方面:一是算法特性研究,主要关注精度和效率问题,研究重点多集中在综合函数构建方式上.典型代表包括:改进外部等效源设置方式提高算法精度或降低算法复杂度<sup>[23~26]</sup>;利用解空间描述度代替截断误差控制综合函数数量,提高算法稳定性<sup>[27]</sup>等.二是算法应用研究,学者从求解方程类型出发,改进算法处理流程,使其能够适应更多场景分析,如金属、介质和介质金属混合等<sup>[28~35]</sup>.

本文首次提出并验证了多机多线程的 p-SBFM 在多构型类周期阵列结构分析中的有效性. 基于"区域分解+并行处理"机制, p-SBFM 能够在保持高精度的同时,极大降低内存消耗,提高计算效率.更为重要的是,针对类周期结构,算法能够基于不同阵元之间的几何相似性建立一套综合函数复用机制,进一步降低算法复杂度、提升综合处理效率.本文后续章节安排如下:第2节介绍综合函数法基本原理;第3节针对类周期结构,阐述综合函数法改进设计思路;第4节用3个典型案例验证所提算法有效性;第5节总结全文工作,并对下一步发展提出展望.

### 2 综合函数法基本原理

#### 2.1 算法思想

p-SBFM 是经典电磁数值算法 MoM 的一种改进算法, 故此处从 MoM 的算法方程出发, 介绍 p-SBFM 的基本原理. 以金属目标为例, 其电场积分方程可写为

$$\hat{n} \times L(\boldsymbol{J}) = \hat{n} \times \boldsymbol{E}_{\text{inc}},$$
(1)

其中, *î* 表示目标表面法向单位矢量; *J* 表示目标表面感应电流密度矢量; *E*<sub>inc</sub> 表示照射波的电场矢量; *L* 表示积分算子, 其定义为

$$L(\boldsymbol{X}) = j\omega\mu \int_{S} \left[ \boldsymbol{X} + \frac{1}{k^{2}} \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{X}) \right] g dS.$$
<sup>(2)</sup>

对于式 (1), MoM 通过离散和检验两个过程可将其转化为式 (3) 所示的矩阵方程:

$$ZI = V, (3)$$

其中, 阻抗矩阵 Z 和激励矩阵 V 的矩阵元素计算表达式为

$$\begin{cases} z_{mn} = \langle \boldsymbol{f}_m, L(\boldsymbol{f}_n) \rangle, \\ v_m = \langle \boldsymbol{f}_m, \boldsymbol{E}_{\text{inc}} \rangle, \end{cases}$$
(4)

其中, **f**<sub>m</sub> 和 **f**<sub>n</sub> 表示矢量基函数, 一般为 RWG 基函数. 由于 RWG 函数是基于一对三角面片定义的, 对于一些电大问题, 当离散的三角面片数量很多时, 会导致 MoM 的矩阵方程维度很高, 对算法复杂度 和内存消耗提出了极大挑战. 鉴于此, Matekovits 等<sup>[28]</sup>提出用综合函数对式 (1) 进行离散和检验, 从 而降低待求解方程维度. 一般情况下, 综合函数定义为 RWG 函数的线性组合,

$$\boldsymbol{F}_{m}(\boldsymbol{r}) = \sum_{k=1}^{N} p_{mk} \boldsymbol{f}_{k}(\boldsymbol{r}), \quad m = 1, \dots, M,$$
(5)



图 2 (网络版彩图) 综合函数与 RWG 函数相互关系图

Figure 2 (Color online) Relationship between synthetic functions and RWG functions

其中,  $f_k$  表示第 k 个 RWG 函数;  $F_m$  表示第 m 个综合函数; N 表示 RWG 函数的总数量; M 表示综合函数的总数量;  $p_{mk}$  表示综合函数相对于 RWG 函数的展开系数, 用矩阵  $P_{M\times N}$  表示. 通常, 算法选取的综合函数数量要远小于目标原有的 RWG 函数数量, 即  $M \ll N$ .

图 2 展示了某一周期阵列任一单元的综合函数与 RWG 函数关系图,每一个 RWG 函数都定义在 一对三角面片上,而综合函数则是依托所有 RWG 函数定义的.利用综合函数对式 (1) 进行离散和检 验后,可以得到如下形式的矩阵方程:

$$\boldsymbol{W}_{\rm SBF}\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{G}_{\rm SBF},\tag{6}$$

其中, **W**<sub>SBF</sub> 和 **G**<sub>SBF</sub> 分别表示基于综合函数的阻抗矩阵和激励矩阵, **Y** 表示综合函数的电流系数矩阵. **W**<sub>SBF</sub> 和 **G**<sub>SBF</sub> 的矩阵元素计算表达式为

$$\begin{cases} w_{mn} = \langle \boldsymbol{F}_{m}(\boldsymbol{r}), L\left(\boldsymbol{F}_{n}(\boldsymbol{r}')\right) \rangle = [p_{m1} \ p_{m2} \ \cdots \ p_{mN}] \boldsymbol{Z} [p_{n1} \ p_{n2} \ \cdots \ p_{nN}]^{\mathrm{T}}, \\ g_{m} = \langle \boldsymbol{F}_{m}(\boldsymbol{r}), \boldsymbol{E}_{\mathrm{inc}} \rangle = [p_{m1} \ p_{m2} \ \cdots \ p_{mN}] \boldsymbol{V}. \end{cases}$$
(7)

将式 (7) 用矩阵形式表示, WSBF 和 GSBF 的计算公式可简写为

$$\begin{cases} \boldsymbol{W}_{\rm SBF} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{P}^{\rm T}, \\ \boldsymbol{G}_{\rm SBF} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{V}. \end{cases}$$
(8)

求解方程 (6) 可以得到综合函数的电流系数矩阵 **Y**, 再根据式 (5) 综合函数的定义即可求得每一个 RWG 函数的电流系数, 如下所示:

$$\boldsymbol{I}_{N\times 1} = (\boldsymbol{P}_{M\times N})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Y}_{M\times 1}.$$
(9)

进而可以根据 RWG 函数的定义得到目标表面每个三角面片上的电流分布情况,为后续其他电磁场量 求解奠定基础.



图 3 (网络版彩图) 一种类周期阵列及 AS 设置示意图 Figure 3 (Color online) Schematic diagram of a quasi-periodic array and AS setup

对比式 (3) 和 (6) 不难发现, 经过综合函数的变换, 将原来  $N \times N$  维的矩阵方程压缩为  $M \times M$ 维. 当  $M \ll N$  时, 矩阵方程的求解复杂度和内存消耗将大大降低. 另外, 当目标离散网格和外部激励 源确定后, 矩阵 Z 和 V 是唯一确定的, 故从式 (8) 可知, 构建综合函数法矩阵方程的核心工作就是确 定综合函数的展开系数矩阵 P.

# 2.2 综合函数构建

以图 3 所示类周期阵列为例, 对阵元 1 进行三角网格剖分, 假设其上定义的 RWG 函数数量为 N. 当阵元 1 的三角剖分网格确定后, 这 N 个 RWG 函数理论上是已知的. 根据式 (5), 阵元 1 上的综合 函数为这 N 个已知的 RWG 函数的线性组合. 为了获取综合函数的展开系数, 需要在阵元 1 的周边定 义一系列外部等效源 (auxiliary sources, AS) 用以模拟不同阵元对待分析单元的耦合作用. 在本文中, AS 的设置方式为: 首先, 在阵元 1 周围设立一个虚拟封闭曲面; 然后, 对该虚拟曲面进行非结构化三 角网格剖分, 并由此定义一系列 RWG 函数, 即为 AS, 如图 3 所示.

引入 AS 后, 在照射场 Einc 作用下, 阵元 1 满足的矩阵方程可写为<sup>[34]</sup>

$$\boldsymbol{Z}\boldsymbol{R} = \boldsymbol{V} - \boldsymbol{V}^{e}, \tag{10}$$

其中, **Z** 表示阵元 1 基于 RWG 函数的自阻抗矩阵; **R** 表示综合函数的解空间矩阵; **V** 表示照射场对 阵元 1 的激励矩阵; **V**<sup>e</sup> 表示阵元 1 与 AS 的互阻抗矩阵, 其矩阵元素计算表达式为

$$v_{mn}^{e} = \left\langle \boldsymbol{f}_{m}^{\text{unit1}}, L(\boldsymbol{f}_{n}^{\text{AS}}) \right\rangle, \tag{11}$$

其中,  $f_m^{\text{unit1}}$  表示阵元 1 的第 m 个 RWG 函数;  $f_n^{\text{AS}}$  表示 AS 的第 n 个 RWG 函数.

求解方程 (10) 得到综合函数的解空间 **R** 后, 对其进行奇异值分解 **R** =  $U\rho V^{\text{H}}$ . 然后, 综合函数 相对于 RWG 函数的展开系数通常为正交矩阵 **U** 的前 *M* 列, 即 **P** = [ $U_1, U_2, \ldots, U_M$ ], 其中, *M* 表 示阵元 1 定义的综合函数数量, 其值一般根据计算精度和计算量综合衡量选取. 通常, *M* 越大, 计算 精度越高, 但计算量也将随之增大. 关于综合函数数量的选取, 本文采取解空间描述度 (capability of description, CoD) 准则 <sup>[27]</sup>.

#### 2.3 阵列结构综合函数法分析流程

综合函数法分析阵列结构的算法流程如下:





步骤 1: 综合函数构建

1-1: 对每个单元进行三角网格剖分并定义 RWG 函数;

1-2: 为每个单元创建外部等效源;

1-3: 计算每个单元的综合函数展开系数矩阵 P;

步骤 2: 压缩矩阵方程构建

2-1: 利用 P 矩阵压缩每个单元基于 RWG 函数计算的自阻抗矩阵;

2-2: 利用 P 矩阵压缩不同单元之间基于 RWG 函数计算的互阻抗矩阵;

2-3: 利用 P 矩阵压缩每个单元基于 RWG 函数计算的激励矩阵;

步骤 3: 矩阵方程求解

3-1: 求解压缩矩阵方程, 获取综合函数的电流系数;

3-2: 根据综合函数的组成方式反推每个 RWG 函数的电流系数, 获取三角面片上的感应电流;

3-3: 基于三角面片上的感应电流计算空间电场和磁场.

对于类似图 3 所示的阵列结构,不失一般性,假设阵元数量为 B,第 b 个阵元上定义的 RWG 函数数量为  $N_b$ ,综合函数数量为  $M_b$ ,则整个阵列的综合函数法矩阵方程可表示为图 4 所示形式. 图 4 中,  $W_{bb}$  表示阵元 b 压缩后的自阻抗矩阵,其维度为  $M_b \times M_b$ ;  $W_{pq}$  表示阵元 p 与阵元 q 压缩后的互阻抗矩阵,其维度为  $M_p \times M_q$ ;  $G_b$  表示阵元 b 的压缩激励矩阵;  $Y_b$  表示阵元 b 上综合函数的电流系数矩阵,为方程的待求解量.

上述各压缩矩阵可直接通过传统 MoM 的相关矩阵计算得到,

$$\begin{cases} \boldsymbol{W}_{bb} = \boldsymbol{P}_{b}\boldsymbol{Z}_{bb}\boldsymbol{P}_{b}^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{W}_{pq} = \boldsymbol{P}_{p}\boldsymbol{Z}_{pq}\boldsymbol{P}_{q}^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{G}_{b} = \boldsymbol{P}_{b}\boldsymbol{V}_{b}, \end{cases}$$
(12)

其中,  $P_b$  表示阵元 b 的综合函数展开系数矩阵, 维度为  $M_b \times N_b$ . 记所有阵元的综合函数总数为 M, RWG 函数总数为 N, 则压缩后的矩阵方程维度为  $M \times M$ , 远小于 MoM 矩阵方程维度  $N \times N$ .

## 3 算法改进设计

利用综合函数法分析阵列目标时, 一般可将 MoM 的内存消耗降低 80% 以上. 当然, 这一裨益的 代价是计算时间的增加. 相比 MoM 求解流程, 综合函数法需要额外计算每个阵元的综合函数展开系 数. 故而这一算法本质上可以看作是"以时间换空间", 重点解决的是大尺度阵列"能不能算"的问题, 为了进一步解决算法"够不够快"的问题, 可从以下两个方向改进:

(1) 引入并行计算. 对于阵列结构而言, 每个阵元的综合函数构建与阻抗矩阵压缩都是相互独立 的, 故而可以通过并行处理的方式提高算法效率.

(2)利用单元的几何相似性简化综合函数构建流程. 类周期结构的阵元之间一般具备几何相似性, 若能够基于这种几何相似性建立不同阵元上综合函数解空间的相互转化关系,则意味着相似几何阵元 的综合函数解空间可以共享,可大大缩减大规模类周期阵列的综合函数构建复杂度.

#### 3.1 类周期结构的综合函数解空间复用

从式 (10) 的综合函数解空间方程可知, 其关键在于阵元自阻抗矩阵以及阵元与 AS 的互阻抗矩阵计算, 本质上就是不同 RWG 函数之间的内积运算. 根据 RWG 函数的定义和特征, 其内积运算结果主要取决于参与运算的两个 RWG 函数的空间相对位置. 鉴于此, 对于具有相似几何构型的阵元, 若可以建立不同阵元上 RWG 函数的一一对应关系, 使得不同 RWG 函数的相对位置关系固定, 则可以在很大程度上保证两个阵元自阻抗矩阵的相似性. 如图 5 所示, 阵元 1 和阵元 2 具有几何相似性, 两者可以建立线性的空间坐标变换关系. 于是可以利用这种坐标变换关系建立这两个阵元上综合函数解空间的对应关系: (1) 对阵元 1 进行三角网格剖分, 并基于这些三角网格定义若干 RWG 函数; (2) 将阵元 1 的三角网格按照空间坐标变换关系直接 "复印"至阵元 2 上, 可保证阵元 2 上定义的 RWG 函数与阵元 1 满足一一对应关系; (3) 在这两个阵元周围以相同的方式设置 AS, 即可保证每个阵元与其对应的 AS 相对位置关系相同, 如图 5 所示.

在这种处理方式下, 阵元 1 和阵元 2 上最终计算得到的综合函数解空间必然是相似的, 也即这两 个阵元的综合函数解空间可以复用. 这意味着具有相似几何构型的多个阵元, 综合函数的解空间只用 计算一次, 将大大提高类周期阵列的综合函数构建效率.

# 3.2 多构型类周期阵列的处理

第 3.1 小节阐释了相似几何构型阵元上综合函数的复用性.在实际工程中,还有一种更广泛的类 周期结构,即多构型类周期结构.图 6 展示了一种典型的双构型类周期阵列模型.对于此种情况,不同 构型阵元的综合函数解空间显然是不能复用的,但同构型阵元的综合函数解空间仍可按照 3.1 小节的 方式进行复用.下面以图 6 为例,阐释多构型类周期阵列的处理流程.



图 5 (网络版彩图)具有相同几何构型的两个阵元三角网格剖分及 AS 设置示意图

Figure 5 (Color online) Schematic diagram of triangulation and AS setup for two units with the same geometrics



图 6 (网络版彩图) 一种典型的双构型类周期阵列结构模型 Figure 6 (Color online) Typical quasi-periodic array with two kinds of geometries

(1) 选取方环子阵和圆环子阵基准单元,分别求解其综合函数展开系数矩阵,记为 P<sub>sq</sub>和 P<sub>c</sub>.

(2) 利用 P<sub>sq</sub> 和 P<sub>c</sub> 压缩阵列的阻抗矩阵和激励矩阵.

(3) 构建压缩后的矩阵方程.

以上步骤中, (2) 和 (3) 是多构型类周期阵列处理的关键, 不同几何构型阵元的互阻抗矩阵压缩及 填充需要满足位置对应关系. 图 7 展示了双构型类周期阵列压缩矩阵方程的构成形式. 不失一般性, 记方环子阵单元数量为 *B*<sub>1</sub>、圆环子阵单元数量为 *B*<sub>2</sub>.

对比图 4 和 7 可以看到, 双构型类周期阵列的矩阵方程本质上是单构型类周期阵列矩阵方程的 一种拓展, 只需在阻抗矩阵中加入不同构型类周期子阵之间的压缩互阻抗矩阵即可. 这种矩阵方程构 建方式采用的是模块化组合思想, 可进一步拓展至任意的多构型类周期阵列. 这种方法可充分利用单 构型类周期阵列方程, 降低多构型类周期阵列问题分析的复杂度.



图 7 (网络版彩图) 双构型类周期阵列结构综合函数法矩阵方程构成示意图

Figure 7 (Color online) Schematic diagram of the matrix equation of SBFM for the quasi-periodic array with two kinds of geometries

## 3.3 算法的并行设计

由于阵列结构不同阵元的综合函数构建、阻抗矩阵压缩都是独立进行的,故可通过并行处理的方 式提高算法效率,弥补综合函数法"以时间换空间"这一算法设计策略带来的效率损失.本文提出的并 行方案如图 8 所示.针对多构型类周期阵列,p-SBFM 采用的是一种基于 MPI+OpenMP 的多机多线 程并行处理方案.算法运行过程中设置一台主 PC 和若干台并行 PC,总体思想是将不同子阵、不同阵 元的独立处理过程交由并行 PC 计算,主 PC 主要负责任务分配、数据收集以及结果计算.考虑到并 行 PC 的处理过程是相互独立的,整个算法在处理过程中不需要考虑多机协同问题,每一台并行 PC 只需单独与主 PC 进行数据交互即可,并且数据交互没有严格时序要求.这种处理模式可以大大简 化综合函数法并行处理难度,避免了对电磁矢量方程进行复杂的分解与变换.下面结合图 8,详细阐述 p-SBFM 对于多构型类周期阵列的处理流程.

(1) 根据阵列几何特征将目标分成若干单构型类周期子阵, 为每一个子阵分配一台并行 PC.

(2) 每一台并行 PC 独立完成所属单构型类周期子阵的综合函数计算以及子阵内部阻抗矩阵、激励矩阵压缩. 需要注意的是, 每一个单构型类周期子阵只用计算一次综合函数解空间. 另外, 子阵内部的阻抗矩阵和激励矩阵压缩, 由于阵元的相互独立性, 可基于多线程的思路并行处理.

(3) 并行 PC 将计算结果回传给主 PC, 回传数据包括:每个子阵的综合函数展开系数矩阵、压缩 后的阻抗矩阵以及激励矩阵等. 然后,主 PC 向并行 PC 分配不同子阵间互阻抗矩阵计算任务.

(4) 并行 PC 计算不同子阵间的互阻抗矩阵,并利用综合函数展开系数矩阵对其进行压缩.

(5) 并行 PC 将不同子阵间的压缩互阻抗矩阵回传主 PC, 由主 PC 完成整个阵列的压缩矩阵方程 构建和求解, 获取目标表面感应电流密度矢量, 并计算其他感兴趣的电磁场量.







图 9 (网络版彩图) 一种柱面共形 FSS 模型 Figure 9 (Color online) Cylindrical conformal FSS model

# 4 案例仿真与验证

案例 1: 柱面共形频率选择表面. 图 9 展示了一种柱面共形频率选择表面 (frequency selective surface, FSS) 模型. 这是一种典型的单构型类周期阵列, 共包含 144 个阵元, 按照 18 × 8 的方式均匀 排布于半圆柱的外表面, 每个单元的详细结构尺寸见图中标注. 图 9 同时展示了基准单元的三角网格 剖分和 AS 设置示意图. 其中, 基准单元被分解为 212 个三角面元, 定义 244 个 RWG 函数, AS 共设置 882 个 RWG 函数.

按照图 8 的算法流程,利用 p-SBFM 分析了该模型沿圆柱周向的散射情况,激励源为频率 4.5 GHz 的均匀平面波,沿阵面中心垂直于圆柱轴向方向照射,平面波极化方向 +z,传播方向 -x. 本案例采用 单机多线程并行处理模式,主 PC 配置为:内存 64.0 GB,主频 4.2 GHz,4 核.算法执行过程中,开 6 线程并行.图 10 展示了该模型沿圆柱周向的双站 RCS 曲线.可以看到,p-SBFM 的计算精度与 MoM, MLFMA 等经典算法相当.其中,MLFMA 的计算结果由电磁仿真软件 Feko 获得.

表 1 展示了不同 CoD 指标下,算法的峰值内存、计算时间和计算精度等方面数据.其中,平均误差 (mean error) 是以标准 MoM 的计算结果为参考得出的结论.随着 CoD 增加,每个阵元上定义的综合函数越来越多,算法的峰值内存和计算时间随之增加,但计算精度也随之提高.当 CoD > 0.65 时,算法误差即可降到 1.0 dB 以下.以 CoD = 0.65 为例,每个阵元上定义 24 个综合函数,远小于每个阵元上定义的 RWG 函数数量 244 个,压缩后的矩阵方程维度为 (24 × 144) × (24 × 144) = 3456 × 3456,以单精度浮点数格式存储复系数稠密阻抗矩阵的内存需求约 91.1 MByte.而对于标准 MoM,阻抗矩阵维度为 (244 × 144) × (244 × 144) = 35136 × 35136,阻抗矩阵存储需求约 9.2 GByte.由此可以看到 p-SBFM 在内存缩减上的巨大优势.进一步,表 2 展示了不同算法的峰值内存消耗和计算时间对比,相比著名的 MLFMA, p-SBFM 在内存消耗上优势明显,但计算效率仍有所差距.另一方面,从表 2 可以看到,本案例中 p-SBFM 相比于 MLFMA 的内存缩减并没有达到一个数量级,这主要是由单元结构存在跨尺度精细结构造成的.根据 2.3 小节论述, p-SBFM 的内存消耗主要由综合函数的数量决定,而综合函数的数量主要取决于综合函数解空间矩阵的奇异值分布<sup>[27]</sup>.一般而言,阵列单元的几何构型越复杂,需要的综合函数就越多,算法的内存优势也会随之减弱.



图 10 (网络版彩图) 柱面共形 FSS 模型双站 RCS 特性曲线 Figure 10 (Color online) Bistatic RCS of the cylindrical conformal FSS model

CoD	Number of SFs	Dimension of matrix equation	Elapsed time (s)	Mean error $(dB)$
0.50	13	$1872 \times 1872$	233.36	1.186
0.55	16	$2304\times2304$	228.52	1.249
0.60	19	$2736\times2736$	229.38	1.112
0.65	24	$3456 \times 3456$	235.17	0.965
0.70	29	$4176\times4176$	251.42	0.845
0.75	36	$5184 \times 5184$	270.53	0.506
0.80	45	$6480 \times 6480$	345.72	0.416

表 1 7	同 CoD 指标约束下 p-SBFM 算法性能
Table 1	Performance of p-SBFM under different CoD

表 2 案例 1 不同算法的性能表现和对比

Table 2	Performance and	comparison of	different	algorithms	$\mathbf{for}$	case	
---------	-----------------	---------------	-----------	------------	----------------	------	--

	p-SBFM (CoD = $0.65$ )	MoM	MLFMA (Feko)
Elapsed time $(s)$	235.17	2178.78	152.26
Peak memory cost	91.25  MByte	9.24 GByte	328.26 MByte

案例 2: 柱面共形能量选择表面. 图 11 展示了一种柱面共形能量选择表面 (energy selective surface, ESS) 模型, 这也是一种单构型类周期阵列, 共包含 210 个阵元, 按照 21 × 10 的方式均匀排布于半圆



图 11 (网络版彩图) 一种柱面共形 ESS 模型 Figure 11 (Color online) Cylindrical conformal ESS model

柱的外表面, 基准单元的详细结构尺寸见图中标注. 本案例中, 每个基准单元被剖分为 164 个三角面 片, 定义 188 个 RWG 函数. 因为单元几何结构比较简单, 每个单元上定义 5 个综合函数即可达到满 意的计算精度.

另外,相比案例1的纯金属结构,本案例的阵列单元包含两个内嵌的 PIN 二极管,故需要先对 PIN 二极管进行建模.本文利用一根窄带金属条模拟二极管馈线,PIN 二极管可视为加载于馈线中心处的 集总元件:二极管截止时,等效为电容加载;二极管导通时,等效为电阻加载,如图 11 所示.这种处理 方式能够将真实模型的"线 – 面"连接转变为"面 – 面"连接,从而完美适应 RWG 函数求解,不用额 外引入其他类型的离散基函数.于是,在计算 PIN 二极管加载处的阻抗元素时,需要对其进行加载修 正,即

Diode OFF:  $z_{nn} \to z_{nn} + l_n^2 (1/j\omega C)$ , Diode ON:  $z_{nn} \to z_{nn} + l_n^2 R$ . (13)

根据文献 [36~38] 的阐述, ESS 是一种能量调控型电磁超材料, 当低能量电磁波照射时, PIN 二极 管处于截止状态, ESS 允许电磁波低损耗透过; 当高能量电磁波照射时, PIN 二极管感应导通, ESS 能 够将电磁波大幅度反射, 从而起到强电磁防护作用, 保护电子设备免受大功率电磁辐照损伤. 故此, 本 算例重点关注图 11 所示模型在 PIN 二极管导通和截止两种状态下对电磁波的衰减能力. 照射波为频 率 10.0 GHz 的均匀平面波, 沿阵面中心垂直于圆柱轴向方向照射, 平面波传播方向 -x, 极化方向 +z. 本案例也采用单机多线程的并行处理方案, 主 PC 的配置与案例 1 相同.

图 12 和 13 分别展示了 PIN 二极管导通和截止两种状态下,不同算法得到的 z = 30 mm 平面上 以坐标点 (0, 0, 30) 为中心, 边长 120 mm 矩形区域内电场分布. 可以明显看到, PIN 二极管在导通状态 下,产生了电磁防护效果, p-SBFM 计算结果与另两种算法吻合较好. 需要说明的是, 图中展现出的 p-SBFM 和 Feko 软件的计算结果较为接近, 但与 CST 软件的计算结果存在一定的差异, 这主要是由不 同算法内核对于结果表现方式的差异引起的. 在本案例中, Feko 软件采用的算法内核为 MLFMA, 其 与 p-SBFM 都是频域算法 MoM 的改进形式, 两者的空间网格剖分方式完全一致; CST 软件采用的是



图 12 (网络版彩图) PIN 二极管导通状态下的电场分布. (a) p-SBFM; (b) MLFMA (Feko); (c) FIT (CST) Figure 12 (Color online) Electric field distribution when diodes are in ON state. (a) p-SBFM; (b) MLFMA (Feko); (c) FIT (CST)



图 13 (网络版彩图) PIN 二极管截止状态下的电场分布. (a) p-SBFM; (b) MLFMA (Feko); (c) FIT (CST) Figure 13 (Color online) Electric field distribution when diodes are in OFF state. (a) p-SBFM; (b) MLFMA (Feko); (c) FIT (CST)

时域算法 FIT, 其空间网格剖分方式与频域算法存在天然的差异, 故而其空间场的展示形式与 p-SBFM 存在一定的差异. 实际上, 这几种算法计算得到的实际空间场数值是十分接近的.

为进一步定量衡量算法精度,计算了 PIN 二极管导通和截止两种状态下, ESS 的防护效能 (shielding effectiveness, SE) 和插入损耗 (insertion loss, IL) 指标, 其定义为

$$SE/IL = 20 \log \left( \frac{\iint_{S} |\boldsymbol{E}_{inc}| dS}{\iint_{S} |\boldsymbol{E}_{t}| dS} \right),$$
(14)

其中,  $E_t$  表示穿透 ESS 阵列的电场矢量; S 表示 z = 30 mm 平面上, 被 ESS 阵列所包含的半圆形区 域, 即  $S: x^2 + y^2 \leq R, x \geq 0, z = 30$  mm.

式 (14) 表征的是被 ESS 防护区域的平均电场强度与入射电场强度比值.工程上通常用这一比值 来衡量 ESS 对电磁波的传输状态: PIN 二极管截止时, ESS 允许电磁波通过,希望对电磁波的衰减越 小越好,将其称为 IL; PIN 二极管导通时, ESS 不允许电磁波通过,希望对电磁波的衰减越大越好,将 其称为 SE.表 3 展示了不同算法的计算结果和性能对比.其中, RMSE 表示不同算法计算的透射电场 与标准 MoM 计算结果的均方根误差.从表格数据不难看到, p-SBFM 的计算精度与商业软件处于同 一水平,计算效率略低于 MLFMA 和 FIT, 但峰值内存消耗具有明显优势.

案例 3: 双构型平面类周期阵列. 本案例分析图 6 所示的双构型类周期阵列的 RCS 特性. 该模型 包含两个独立的类周期子阵,每个子阵包含 9 个同构型阵元. 其中,方环子阵放置于 *xoy* 平面上,阵 列中心位于坐标原点;圆环子阵平行于方环阵列放置在 *z* = 1.5 m 处的二维平面上. 均匀平面波从垂 直于阵面的方向照射到该模型上,频率 1.0 GHz,传播方向 -*z*,极化方向 +*x*. 利用 p-SBFM 分析了该

Table 3         Performance and comparison of different algorithms for case 2							
	FIT (CST)	_					
IL (dB)	-0.45	-0.3	-1.26				
SE (dB)	-16.5	-17.7	-18.4				
Elapsed time (s)	387.56	262.16	266				
Peak memory cost	8.41 MByte	618.25 MByte	1.11 GByte				
RMSE	0.13	-	0.47				

表 3 案例 2 不同算法的性能表现和对比



图 14 (网络版彩图) 双构型类周期阵列双站 RCS 曲线. (a) xoz 观测面; (b) yoz 观测面 Figure 14 (Color online) Bistatic RCS of the quasi-periodic array with two kinds of geometries. (a) xoz; (b) yoz

模型在 xoz 和 yoz 两个平面上的双站 RCS 曲线, 采用双机多线程的并行计算模式. 两台 PC 机的硬件配置与案例 1 相同,每台 PC 机设置 6 线程并行. 计算过程中,每个方环阵元定义 750 个 RWG 函数;每个圆环阵元定义 767 个 RWG 函数. 为了构建每个子阵对应的综合函数,选取每个子阵中心阵元为基准单元. 然后,在基准单元外部设置 912 个 RWG 函数作为 AS. 图 14 展示了 p-SBFM 计算结果与 MoM 和 MLFMA 的对比, 三者吻合度较好, 从而验证了 p-SBFM 的精度.

表 4 展示了不同算法的性能对比. 首先, 计算精度方面, 当 CoD > 0.60 时, p-SBFM 相对于 MoM 的计算误差即可降至 1.0 dB 以下. 其次, 计算时间方面, p-SBFM 较 MoM 有较大改进, 但仍然不 如 MLFMA. 最后, 内存消耗方面, 当 CoD = 0.6 时, 方环子阵每个阵元上定义 46 个综合函数, 圆环子 阵每个阵元上定义 45 个综合函数, 整个阵列的压缩矩阵方程维度为 819 × 819. 故此, 算法的最大内 存消耗发生于综合函数构建过程中基准单元与外部等效源的互阻抗矩阵计算, 其矩阵维度分别为 750 × 912 (方环子阵) 和 767 × 912 (圆环子阵), 对应的存储需求分别为 5.22 MByte 和 5.34 MByte. 算法 监测的最大内存消耗总和为 10.89 MByte. 可以看到, 相比 MoM 和 MLFMA, p-SBFM 在保持同等计 算精度的同时, 虽然在计算效率上不如 MLFMA, 但在内存消耗方面具有极大优势, 这就意味着其处理 大尺度阵列的能力更强. 表 5 展示了本案例不同任务阶段两个并行 PC 的计算时间分布, 算法的主要 时间消耗在于阻抗矩阵的计算. 另外, 随着阵列规模增大, 矩阵方程求解的时间也会随之增加. 故为了

Table 4 Tertormance and comparison of different algorithms for case 5							
	Elapsed time (s)	Peak memory cost	Mean error (dB)				
p-SBFM (CoD = $0.6$ )	33.09	10.89  MByte	0.96				
MoM (Feko)	270.19	1.41 GByte	-				
MLFMA (Feko)	15.26	158.91 MByte	_				

表 4 案例 3 不同算法的性能表现和对比

 Cable 4
 Performance and comparison of different algorithms for case 3

表 5 不同计算任务时间占用情况分析 (CoD = 0.6)

Table 5	Elapsed	time of	different	tasks	in	the	case	of	CoD	=	0.6
---------	---------	---------	-----------	-------	----	-----	------	----	-----	---	-----

Task	PC1 (s)	PC2 (s)
Construction of synthetic functions	1.36	1.39
Compute and compress exciting matrix	0.05	0.05
Compute and compress self-impedance matrix	1.53	1.50
Compute and compress mutual-impedance matrix in the same sub-array	14.05	13.87
Compute and compress mutual-impedance matrix between different sub-arrays	13.95	14.21
Solve compressed matrix equation	0.	16
Calculate RCS	0.	18

#### 表 6 不同改进措施对计算效率的贡献分析

Table 6 Contribution analysis of different improvement measurements to computational efficiency

		Case 1		Case 2	Case 3		
	Elapsed Improvement (%)		Elapsed Improvement (%)		Elapsed	Improvement (%)	
	time (s)	improvement (70)	time (s)		time (s)	improvement (70)	
SBFM	987.27	-	1229.07	_	242.45	_	
SBFM+SF reuse	865.66	12.3	1148.01	6.6	215.25	11.2	
SBFM+SF reuse+parallel	235.17	76.2	387.56	68.5	33.09	86.4	

进一步提升 p-SBFM 的综合效率,可从阻抗矩阵的计算和矩阵方程迭代求解过程入手,比如尝试将算 法与 MLFMA 结合等.

本节通过 3 个案例验证了 p-SBFM 在类周期阵列结构分析中的有效性. 相比传统 SBFM, p-SBFM 的改进措施分为两部分: 函数复用和并行处理. 这两种改进措施是相互独立的, 目的都是提升 传统 SBFM 的算法效率, 克服 "以时间换空间"的算法设计策略带来的效率影响. 其中, "函数复用" 主要适用具有相似几何构型的类周期阵列结构, 而 "并行处理"则对单元结构没有特殊要求, 适用于 任意类型的阵列结构.

为了进一步分析"函数复用"和"并行处理"两种改进措施对算法效率提升的贡献,针对本节的3 个案例,分别计算了不同改进措施下的算法时间提升比,如表6所示.可以看到,所设计的两种改进措 施对于算法效率的提升比没有固定规律,实际提升效果与模型的几何复杂度、阵列规模等因素紧密相 关.总体上,"并行处理"的贡献要远大于"函数复用",这一结论是符合预期的,因为综合函数构建这 一任务在整个算法流程中所占的比例本身就比较低.

#### 5 总结与展望

针对大尺度类周期阵列的电磁仿真,本文从阵元的几何相似性和相互独立性出发,提出了一种具 有函数复用机制的 p-SBFM 算法,验证了其在多构型类周期阵列分析中的有效性.相比原始的综合函 数法, p-SBFM 基于"函数复用 + 并行处理"的改进设计,极大提高了算法的综合处理效率,一定程度 上克服了"以时间换空间"算法设计策略带来的效率影响.相比 MoM, MLFMA 等经典算法, p-SBFM 在保持同等计算精度的同时,能够将算法的峰值内存消耗缩减一个数量级以上,为大规模类周期阵列 的仿真分析奠定了基础.不可否认的是,虽然 p-SBFM 在计算效率上作了较大改进,但相比 MLFMA, FIT 等快速算法,效率上仍有不足,后续可考虑将其与 MLFMA 相结合,进一步提升算法效率,为大尺 度类周期阵列的高效、精确电磁仿真提供解决方案.

#### 参考文献 -

- 1 Yin L, Yang P, Gan Y, et al. A low cost, low in-band RCS microstrip phased-array antenna with integrated 2-bit phase shifter. IEEE Trans Antennas Propagat, 2021, 69: 4517–4526
- 2 Senthilkumar S, Surendar U, Christina X S, et al. A compact phased array antenna for 5G MIMO applications. Wireless Pers Commun, 2023, 128: 2155–2174
- 3 Chen S H, Pan T S, Wang W, et al. Origami-inspired frequency selective surface with large bandwidth modulation range based on electromagnetically induced transparency effect. Sci China Inf Sci, 2022, 65: 209301
- 4 Valle C L, Carranza G T, Rumpf R C. Conformal frequency selective surfaces for arbitrary curvature. IEEE Trans Antennas Propagat, 2023, 71: 612–620
- 5 Cui T J. Electromagnetic metamaterials—from effective media to field programmable systems. Sci Sin Inform, 2020, 50: 1427–1461 [崔铁军. 电磁超材料 —— 从等效媒质到现场可编程系统. 中国科学: 信息科学, 2020, 50: 1427–1461]
- 6 Jiang X N, Rashid A K, Xu W, et al. An ultrawideband three-dimensional bandpass frequency selective surface. Antennas Wirel Propag Lett, 2022, 21: 1238–1242
- 7 Tang W K, Li X, Dai J Y, et al. Wireless communications with programmable metasurface: Transceiver design and experimental results. China Commun, 2019, 16: 46–61
- 8 MWRF. Evolution of phased array antennas—current status and trend of conformal array antenna technology. Microw Radio Freq Net, 2018-07-04 [微波射频网. 相控阵天线的进化 —— 共形阵天线技术发展现状及趋势. 2018-07-04, https://www.mwrf.net/tech/antenna/2018/23909.html]
- 9 Dai X W, Zhang Y H, Yu W, et al. A broadband low-profile dual-circularly polarized reflect-array based on a singlelayer microstrip patch for Ka-band application. IEEE Trans Antennas Propagat, 2023, 71: 4932–4940
- 10 Gao L H, Cheng Q, Yang J, et al. Broadband diffusion of terahertz waves by multi-bit coding metasurfaces. Light Sci Appl, 2015, 4: e324
- 11 Zhou H J, Liu Y, Li H Y, et al. Computational electromagnetics and applications in numerical simulation of electromagnetic environmental effects and development tendency. Chin J Comput Phys, 2014, 31: 379–389 [周海 京, 刘阳, 李瀚宇, 等. 计算电磁学及其在复杂电磁环境数值模拟中的应用和发展趋势. 计算物理, 2014, 31: 379– 389]
- 12 Lu W B, Xiang W, Wu W J, et al. The fast algorithms for electromagnetic analysis of the large-scale and finite periodic structures. Chin J Radio, 2020, 35: 85–92 [陆卫兵, 相伟, 吴为军, 等. 大规模有限周期结构电磁特性的快速算法研究进展. 电波科学学报, 2020, 35: 85–92]
- 13 Dongarra J, Sullivan F. Guest editors introduction to the top 10 algorithms. Comput Sci Eng, 2000, 2: 22–23
- 14 Wu C, Guan L, Gu P, et al. Application of parallel CM-MLFMA method to the analysis of array structures. IEEE Trans Antennas Propagat, 2021, 69: 6116–6121
- 15 He W J, Yang Z, Huang X W, et al. Solving electromagnetic scattering problems with tens of billions of unknowns using GPU accelerated massively parallel MLFMA. IEEE Trans Antennas Propagat, 2022, 70: 5672–5682
- 16 Yang M L, Wu B Y, Huang X W, et al. The progress of domain decomposition methods for 3D electromagnetic scattering problems. Chin J Radio, 2020, 35: 37-45 [杨明林, 吴比翼, 黄晓伟, 等. 三维电磁散射问题区域分解技术

研究进展. 电波科学学报, 2020, 35: 37-45]

- 17 Zhao R, Chen Y, Gu X M, et al. A local coupling multitrace domain decomposition method for electromagnetic scattering from multilayered dielectric objects. IEEE Trans Antennas Propagat, 2020, 68: 7099–7108
- 18 Fan K H, Wei B, Chen J, et al. A spatial modes filtering FETD method combined with domain decomposition for simulating fine electromagnetic structures. IEEE Microw Wireless Compon Lett, 2022, 32: 1259–1262
- 19 Xu Y L, Yang H, Shen R J, et al. Scattering analysis of multiobject electromagnetic systems using stepwise method of moment. IEEE Trans Antennas Propagat, 2019, 67: 1740–1747
- 20 Prakash V V S, Mittra R. Characteristic basis function method: a new technique for efficient solution of method of moments matrix equations. Micro Opt Tech Lett, 2003, 36: 95–100
- 21 Park C S, Hong I P, Kim Y J, et al. Acceleration of multilevel characteristic basis function method by multilevel multipole approach. IEEE Trans Antennas Propagat, 2020, 68: 7109–7120
- 22 Matekovits L, Vecchi G, Dassano G, et al. Synthetic function analysis of large printed structures: the solution space sampling approach. In: Proceedings of IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. 2001. 568–571
- 23 Chen W C, Xiao G B, Xiang S, et al. A note on the construction of synthetic basis functions for antenna arrays. IEEE Trans Antennas Propagat, 2012, 60: 3509–3512
- 24 Xu Y L, Yang H, Lu J Q, et al. Improved synthetic basis functions method for nonperiodic scaling structures with arbitrary spatial attitudes. IEEE Trans Antennas Propagat, 2017, 65: 4728–4741
- 25 Xu Y L, Yang H, Yu W K, et al. An automatic scheme for synthetic basis functions method. IEEE Trans Antennas Propagat, 2018, 66: 1601–1606
- 26 Xu Y L, Huang X J, Liu C X, et al. Synthetic functions expansion: automation, reuse, and parallel. IEEE Trans Antennas Propagat, 2021, 69: 1825–1830
- 27 Xu Y L, Yang H, Yu W K. A selection scheme of synthetic functions for synthetic basis functions method.
   In: Proceedings of the International Conference on Electromagnetics in Advanced Application, 2017. 1120–1123
- 28 Matekovits L, Laza V A, Vecchi G. Analysis of large complex structures with the synthetic-functions approach. IEEE Trans Antennas Propagat, 2007, 55: 2509–2521
- 29 Yuan H W, Gong S X, Guan Y, et al. Scattering analysis of the large array antennas using the synthetic basis function method. J ElectroMagn Waves Appl, 2009, 23: 309–320
- 30 Matekovits L, Vecchi G, Bercigli M, et al. Synthetic-functions analysis of large aperture-coupled antennas. IEEE Trans Antennas Propagat, 2009, 57: 1936–1943
- 31 Zhang B, Xiao G B, Mao J F, et al. Analyzing large-scale non-periodic arrays with synthetic basis functions. IEEE Trans Antennas Propagat, 2010, 58: 3576–3584
- 32 Xiang S, Xiao G B, Mao J F. Analyzing electromagnetic systems on electrically large platform using a GTM-PO hybrid method with synthetic basis functions. Int J Antenn Propag, 2014, 2014: 1–7
- 33 Xu Y L, Yang H, Yu W K, et al. Scattering analysis of nonperiodic composite metallic and dielectric structures using synthetic functions. Antenn Wirel Propag Lett, 2017, 16: 3079–3083
- 34 Xu Y L, Yang H, Peng D, et al. Efficient numerical analysis of dielectric resonator antenna arrays. Antennas Wirel Propag Lett, 2018, 17: 670–674
- 35 Xu Y L, Li Z, Huang X J. Efficient numerical analysis of curved conformal array. Chin J Radio, 2020, 35: 515–522 [徐 延林, 李振, 黄贤俊. 曲面共形阵列结构快速数值分析方法. 电波科学学报, 2020, 35: 515–522]
- 36 Zhang J H, Hu N, Wu Z F, et al. Adaptive high-impedance surface for prevention of waveguide's high-intensity wave. IEEE Trans Antenn Propag, 2021, 69: 7679–7687
- 37 Hu N, Zhao Y T, Zhang J H, et al. High-performance energy selective surface based on equivalent circuit design approach. IEEE Trans Antenn Propag, 2022, 70: 4526–4538
- 38 Hu N, Liu C X, Tian T, et al. Design and analysis of response threshold of energy selective surface based on diode girds. IEEE Trans Electromagn Compat, 2023, 65: 386–394

# Fast electromagnetic simulation method for large-scale quasiperiodic arrays

Yanlin XU, Chenxi LIU<sup>\*</sup>, Zhaofeng WU, Ning HU, Jibin LIU & Peiguo LIU

College of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China \* Corresponding author. E-mail: liuchenxi09@nudt.edu.cn

**Abstract** Quasi-periodic structures have distinctive characteristics in electromagnetic regulation and have important applications in several fields, such as antennas, radar detection, and target stealth. However, efficient and accurate electromagnetic simulation for large-scale quasi-periodic arrays has always been a crucial and difficult problem in the field of computational electromagnetics. Considering this, a parallel synthetic basis function method (p-SBFM) is proposed in this paper. Based on the geometric similarity between different units, synthetic functions in p-SBFM can be reused, which can greatly improve the efficiency. This paper is the first to verify the effectiveness of p-SBFM for analyzing multi-configuration quasi-periodic arrays. Compared to traditional electromagnetic numerical algorithms, p-SBFM can, to some extent, overcome the difficulty of balancing accuracy, efficiency, and memory consumption while analyzing large-scale quasi-periodic arrays. Thus, p-SBFM provides an effective method for applying quasi-periodic structures in terms of theoretical analysis and simulation.

**Keywords** quasi-periodic structures, synthetic functions, parallel computing, method of moment, electromagnetic simulation