



通信感知一体化的信息理论极限

熊一枫¹, 刘凡^{2*}, 袁伟杰², 崔原豪², 杨凯³, 武刚⁴, 张奇勋¹, 尉志青¹,
冯志勇¹, 张平¹

1. 北京邮电大学信息与通信工程学院, 北京 100876
 2. 南方科技大学电子与电气工程系, 深圳 518055
 3. 北京理工大学信息与电子学院, 北京 100081
 4. 电子科技大学通信抗干扰国家级重点实验室, 成都 611731
- * 通信作者. E-mail: liuf6@sustech.edu.cn

收稿日期: 2023-03-02; 修回日期: 2023-05-26; 接受日期: 2023-07-04; 网络出版日期: 2023-11-07

国家自然科学基金 (批准号: 62101234, 62101232, 62022020)、国家重点研发计划 (批准号: 2020YFA0711303)、中国科协青年人才托举工程项目 (批准号: YESS20210055, YESS20220603)、广东省“珠江计划”青年拔尖人才项目 (批准号: 2021QN02X128)、深圳市高等院校稳定支持计划项目 (批准号: 20220815100308002) 和中央高校基本科研业务费专项资金资助 (批准号: 2023RC94) 项目

摘要 无线感知已成为通信产业界广泛公认的、下一代无线网络中的原生能力. 通信感知一体化将通信和感知功能集成在同一个无线系统中, 能够提高资源利用率, 减少基础设施开销, 并增强通信和感知各自的性能. 通信与感知间的性能折衷是通感一体化的关键基础理论问题之一. 本文首先指出通感性能极限和可达性能边界是研究通感性能折衷的重要手段, 然后从容量-失真理论、基于均方误差的通感性能边界理论、基于感知等效速率的通感性能边界理论, 以及面向目标检测的通感性能边界理论 4 个方面出发, 对相关的当前研究进展进行了详细总结与分析. 文中指出通感性能折衷可进一步划分为确定-随机折衷和子空间折衷, 并详细讨论了现有研究工作中与之相关的结论. 在此基础上, 讨论了基于实际的 5G NR 协议与帧结构的通感性能边界理论. 最后, 本文对通感一体化的信息理论极限中仍需关注和进一步研究的开放问题进行了总结.

关键词 通信感知一体化, 信息理论极限, 通感性能折衷

1 引言

无线网络演进至今的首要驱动力是用户对数据通信速率日益增长的需求. 为此, 第五代 (5G) 无线网络提供的增强型移动宽带 (eMBB) 服务在 4G 的基础上提升了 1000 倍的网络容量^[1~6]. 然而, 随着车联网、智慧家居、工业互联网等应用的兴起, 无线感知成为下一代无线网络 (包括 6G, Wi-Fi 7

引用格式: 熊一枫, 刘凡, 袁伟杰, 等. 通信感知一体化的信息理论极限. 中国科学: 信息科学, 2023, 53: 2057–2086, doi: 10.1360/SSI-2023-0056
Xiong Y F, Liu F, Yuan W J, et al. Information-theoretic limits of integrated sensing and communications (in Chinese). Sci Sin Inform, 2023, 53: 2057–2086, doi: 10.1360/SSI-2023-0056

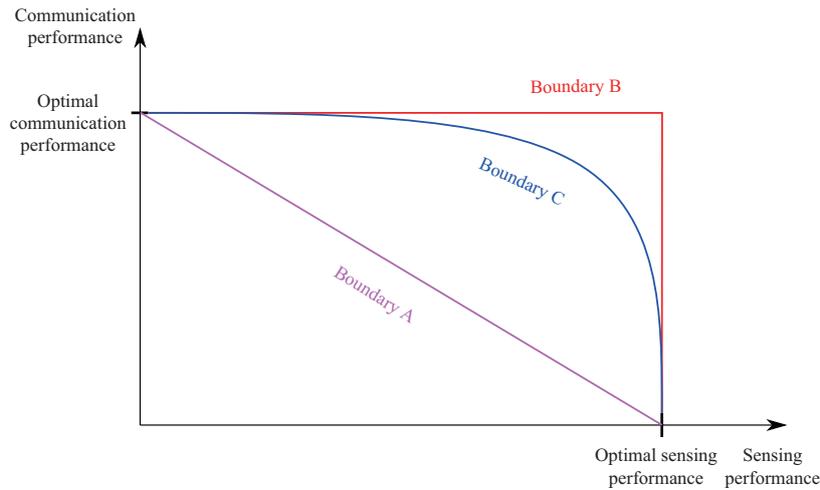


图 1 (网络版彩图) 通信与感知可达性能区域边界示意图

Figure 1 (Color online) Graphical illustration of the achievable region of communication and sensing performance

等) 中不可或缺的原生能力之一^[7~9]. 与此同时, 由于未授权频段已拥挤不堪, 现有的新型无线传感器 (例如 Google 的 Soli 雷达^[10]) 普遍面临频谱合规的挑战. 上述现状催生了通信感知一体化 (integrated sensing and communications, ISAC) 的思想, 即将通信和感知功能集成在同一个系统中, 使用相同的无线资源以提高资源利用率, 并增强通信、感知子系统各自的性能^[11,12]. 技术方面, 无线通信和感知系统的趋同演进也使通信感知一体化成为可能: 二者都向更高的频段发展, 有着相似的信道特性; 都使用更大规模的天线阵列, 寻求设备的小型化, 在硬件结构和信号处理方法方面均趋于统一.

通信感知一体化已经得到了学术界和产业界的高度关注, 相关研究和标准化工作如火如荼. 研究人员已在 ISAC 波形设计^[13~28]、收发信机设计^[29~34]、实验验证^[35~40]、芯片设计^[41,42] 等多个方向取得突破. 国际电气与电子工程师学会 (IEEE) 建立了 802.11bf 工作组, 在 Wi-Fi 7 中引入感知功能^[43]. 第三代合作伙伴计划 (3GPP) 组织也在其 R19 中设立了关于通信感知一体化的研究项目^[44]. 国际电信联盟 (ITU) 于 2023 年 6 月完成了《IMT 面向 2030 及未来发展的框架和总体目标建议书》^[45], 建议书中将通信感知一体化列为 6G 的六大典型场景之一. 近期, 部分学者在将通信感知一体化和大规模 MIMO、无人机、可重构智能表面 (reconfigurable intelligent surface, RIS) 等新型系统相结合的方向上做了有益的探索, 提出了高效的通感一体化系统设计方案, 有力地证明了一体化设计在诸多实际场景中能够带来性能增益^[46~49]. 尽管如此, 通信感知一体化中仍有大量的关键理论问题尚待解决, 其中最为关键的是通信和感知间的性能折衷问题^[50]. 对这一折衷机理的揭示将对实际 ISAC 系统的设计和分析起到至关重要的指导作用. 当前, 已有部分研究工作进行了对通感性能折衷的分析, 其中最核心的分析思路是研究通信和感知子系统所能达到的信息理论极限: 定义通信和感知的性能度量, 并刻画二者的可达区域. 在这一框架下, 通过观察可达性能区域的边界形状, 即可研究通感性能折衷的性质. 不妨观察如图 1 所示的几个边界. 可见其中的边界 A 对应于较差的通感性能折衷 – 若要提升通信性能, 必须等比例地损失感知性能. 边界 B 则是最为理想的情况, 此时最优通信性能和最优感知性能可同时取得, 不存在通感性能折衷. 实际系统的边界多如边界 C 所示, 介于边界 A 和 B 之间. 通过对波形、收发信机、帧结构等的合理设计, 可以达到边界上的其中一点, 该点的具体位置则由实际需求决定.

本文对通信感知一体化信息理论极限方面的现有研究工作进行梳理和总结, 重点讨论其中对通感

表 1 现有通感性能边界理论对比

Table 1 Comparison of existing theories on the performance boundaries of sensing and communications

Theory	Representative formula	Scenario	Characteristics
Capacity-distortion theory	$C(D) = \sum_{p(X^n) \in \mathcal{F}} I(X; Y S),$ s.t. $\mathbb{E}\{d(S^n, \hat{S}^n)\} \leq D$	Generic ISAC scenarios	General but abstract; less value of practical guidance
MMSE-based performance boundary theory	$R_{\text{SC}} = \left(1 - \frac{M_{\text{SC}}}{2T}\right) \log \sigma_c^{-2} \mathbf{H}_c \mathbf{R}_X^{\text{SC}} \mathbf{H}_c^{\text{H}} + O(1),$ $\frac{\sigma_s^2}{T} \text{Tr}\{\Phi^{-1}(\tilde{\mathbf{R}}_X^{\text{CS}})\} \leq \epsilon_{\text{CS}}$ $\leq \frac{\sigma_s^2}{T - \min\{K, \text{rank}(\tilde{\mathbf{R}}_X^{\text{CS}})\}} \text{Tr}\{\Phi^{-1}(\mathbf{R}_X^{\text{CS}})\}$	High-SNR parameter estimation scenarios (Gaussian)	Reveal the two-fold tradeoff of ST & DRT but sensing & communication (S&C) performance metrics are separated
Equivalent sensing rate-based performance boundary theory	$\mathbb{E}\{d(\boldsymbol{\eta}, \hat{\boldsymbol{\eta}})\} \geq D[\mathbb{E}\{I_{\boldsymbol{\eta}}(\mathbf{R}_X)\}] \geq D[I_{\boldsymbol{\eta}}(\tilde{\mathbf{R}}_X)]$	Parameter estimation (admits closed-form for linear Gaussian models)	Unified S&C performance metric; but lack of a clear relationship between sensing rate and expected distortion
Target detection-oriented performance boundary theory	Binary symmetric channels: $R \leq I(Y_c; X),$ $E \leq -\min_{s \in [0,1]} \mathbb{E}_X \log \sum_{Y_s \in \mathcal{Y}} P_1(Y_s X)^{1-s} P_2(Y_s X)^s;$ Vector Gaussian channels: $R \leq \log \mathbf{I} + \mathbf{H}_c \tilde{\mathbf{R}}_X \mathbf{H}_c^{\text{H}} ,$ $E \leq 4^{-1} \text{Tr}\{\mathbf{H}_s \tilde{\mathbf{R}}_X \mathbf{H}_s^{\text{H}}\}$	Large- T target detection scenarios	Error exponent E only defined for $T \rightarrow \infty$; cannot reflect DRT in Gaussian channels

性能折衷的分析与刻画. 本文首先给出在现有研究中常用的通信感知一体化系统基本模型, 接下来介绍作为根基的容量 - 失真理论, 然后详细阐述基于均方误差度量和感知等效速率这两种方法的通感性能边界理论, 以及面向目标检测的通感性能边界理论. 在此基础上, 针对 5G NR 帧结构进行了通感性能边界的分析. 最后, 在结论部分列出了一些尚待解决的代表性开放问题, 希望对读者有所启发. 为更好说明几种性能边界理论的特点, 表 1 对它们各自的特征及适用范围进行了总结.

2 通感一体化系统基本模型

本文主要讨论下行无设备感知 (downlink device-free sensing), 几个典型场景如图 2 所示. 对于单用户通信情形 (即图 2(a), (b), (d)), 通信和感知接收信号的一般形式如下:

$$\mathbf{Y}_c = \mathbf{H}_c \mathbf{X} + \mathbf{Z}_c, \quad \mathbf{Y}_s = \mathbf{H}_s(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{X} + \mathbf{Z}_s, \quad (1)$$

其中 $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{M \times T}$ 表示 ISAC 发射信号, T 为信号的持续时间 (感知中也称快拍数 [51]), M 为单个时刻的发射信号维度, 对应于子载波数、发射天线数等. $\mathbf{Y}_c \in \mathbb{C}^{N_c \times M}$ 表示通信接收信号, N_c 为单个时刻的接收信号维度, 对应于子载波数、接收天线数等. $\mathbf{Y}_s \in \mathbb{C}^{N_s \times M}$ 为感知接收信号, N_s 为单个时刻的感知接收信号维度. \mathbf{H}_c 为通信信道, \mathbf{H}_s 为感知信道, 也称目标响应矩阵 [52]. 感知信道是感知目标参数 $\boldsymbol{\eta}$ (距离、速度、角度等) 的函数, 即 $\mathbf{H}_s = \mathbf{H}_s(\boldsymbol{\eta})$. 感知目标可以有多个, 也可以是通信接收机本身. 通常通信子系统则可以使用任意长的编码分组长度, 而参数 $\boldsymbol{\eta}$ 每隔 T 时刻变化一次, 因此感知子系统必须每隔 T 时刻完成一次估计 (T 也称为感知相干时间 [53]). \mathbf{Z}_c 和 \mathbf{Z}_s 分别为通信和感知噪声, 通常假设为零均值的高斯 (Gaussian) 白噪声. 根据式 (1), 图 2 中场景 (a) 和 (b) 的区别在于二者的感知信道 \mathbf{H}_s 不同, 而场景 (b) 和 (d) 的区别在于 ISAC 信号 \mathbf{X} 对 (b) 中的感知接收机来说已知, 而对 (d) 中的接收机来说未知. 场景 (c) 与 (a) 之间在实际应用意义上的主要区别在于 (a) 中考虑单用户通信场景, 而 (c) 中考虑多用户通信场景. 从信息论的视角来看, 场景 (a) 对应于点对点信道, 场景 (c) 对应于广播信道 (broadcast channel) [54], 二者并非包含关系. 现有信息论研究工作中对它们

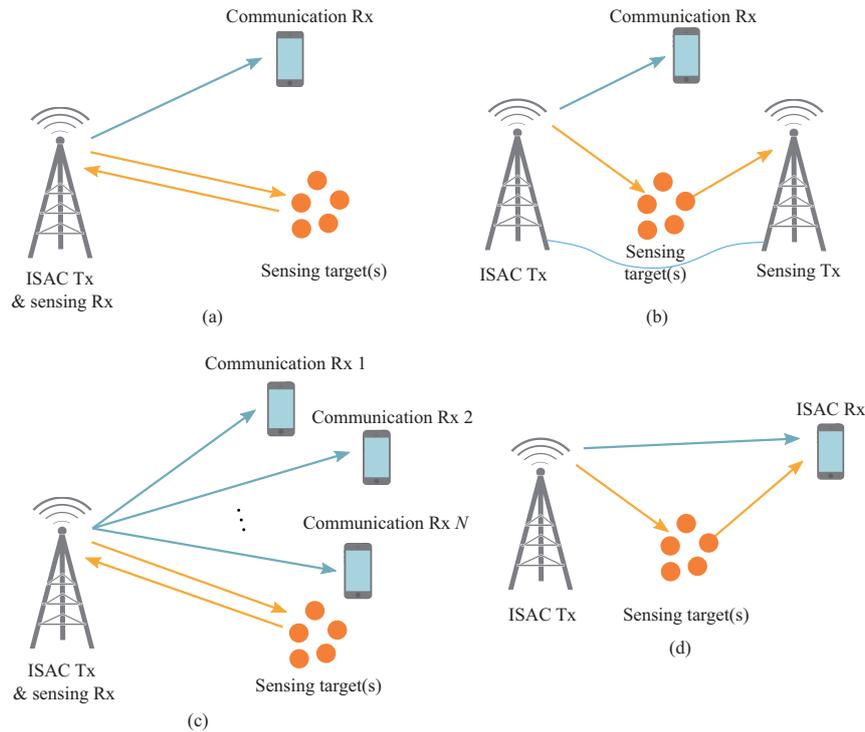


图 2 (网络版彩图) ISAC 系统的典型场景示意图. 所有场景中, 感知目标均可作为通信接收机本身

Figure 2 (Color online) Typical application scenarios of ISAC systems. Sensing targets can be communication receivers themselves in all scenarios. (a) Monostatic sensing; (b) bistatic sensing, known waveform; (c) monostatic sensing, multiuser communication (broadcast channel); (d) bistatic sensing, unknown waveform

的讨论各有侧重. 具体来说, 针对场景 (a) 的分析注重讨论通信和感知任务在无线资源和信号形式方面的性能折衷关系, 而对场景 (c) 的分析重点探讨感知任务的加入对广播信道的最优编码策略有何影响. 现有的研究工作通常在式 (1) 的基础上略作修改, 以便于推导和讨论. 需要指出的是, 即使不考虑通信感知一体化, 单纯的广播信道容量区域也是悬而未决的问题^[54]. 所幸一个称为“物理退化广播信道 (physically degraded broadcast channel)”的特殊场景存在已知的广播信道容量区域, 该场景中两个通信用户, 其中一者比另一者强. 正式的数学描述如下^[54]: 将用户 1 和 2 的通信接收信号分别记作 Y_1 和 Y_2 , 如果 $X \rightarrow Y_1 \rightarrow Y_2$ 构成一个马尔可夫 (Markov) 链, 即

$$p(Y_1, Y_2 | X) = p(Y_1 | X)p(Y_2 | X), \quad (2)$$

则称这两个用户对应的信道为物理退化的广播信道, 其中用户 1 强于用户 2. 现有的多用户 ISAC 性能极限研究多聚焦于该场景^[55, 56].

我们还要强调的一点是, ISAC 系统的感知与传统雷达感知具有本质不同. 由于 ISAC 系统需要传递通信信息, ISAC 信号一定是服从于某一概率分布的随机信号, 例如高斯分布. 而传统雷达信号无须携带信息, 因此大多发射确定信号, 或通过伪随机序列产生二相码或跳频信号. 因此, ISAC 系统的感知实质上是利用真随机信号进行感知. 对其感知性能的分析往往需要考虑期望性能而非瞬时性能. 我们将在后文的确切 - 随机折衷理论中对这一点做进一步说明.

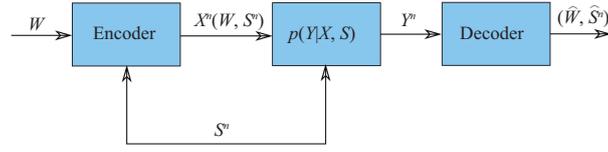


图3 (网络版彩图) ISAC系统的点对点有状态无记忆信道模型

Figure 3 (Color online) State-dependent memoryless channel model of an ISAC system

3 容量 – 失真理论

由于通信与感知的目的不同、性能评价指标不同, 二者的性能之间存在不可避免的折衷. 通感一体化性能极限理论的核心目标正是刻画这一通感性能折衷, 其基本方法是描述通信和感知性能指标所能达到的最优帕累托 (Pareto) 前沿.

最基本的通感性能帕累托前沿由容量 – 失真 (capacity-distortion, C-D) 边界^[57]给出, 该方法是受信息论中经典的率失真编码理论 (rate-distortion theory)^[58]启发而提出的. 在 C-D 框架下, 感知目标对应于一个信道状态序列 S^n . 通信子系统的目标是从观测序列 Y^n 中恢复出原始消息 W , 感知子系统的目标则是根据 Y^n 来估计信道状态 S^n . 最早将率失真理论应用于 ISAC 问题的文献^[57]考虑了如图 3 所示的点对点有状态无记忆信道 (state-dependent memoryless channel, SDMC) 模型, 该模型中发射端已知信道状态 S^n , 而码字 X^n 对接收端来说未知, 对应于通信用户同时为感知接收机的场景, 即图 2(d).

由于发射端已知信道状态 S^n , 信源编码可以依赖于 S^n , 即码字 $X^n = X^n(W, S^n)$ 是 S^n 和 W 的函数. 不失一般性, 假设码字 X^n 是从一个码率为 R , 码长为 n 的分组码本中选取的. 消息 W 对应于码字的索引, 即 $W \in \{1, 2, \dots, 2^{nR}\}$. 由于信道的无记忆性, 观测 Y^n 服从

$$p(Y^n) = \prod_{i=1}^n p(Y_i | X_i, S_i), \quad (3)$$

其中 Y_i , X_i 和 S_i 分别表示观测 Y^n 、码字 X^n 和状态序列 S^n 中的第 i 个元素. 接收端根据 Y^n 得到译码结果 $\hat{W}(Y^n)$, 并计算信道状态的估计 \hat{S}^n . 译码错误概率可用下式计算:

$$P_e(n, R) = \frac{1}{2^{nR}} \sum_{i=1}^{2^{nR}} \mathbb{P} \left\{ \hat{W}(Y^n) = i | W \neq i \right\}. \quad (4)$$

给定一个失真度量 $d(S^n, \hat{S}^n)$ (通常为某种距离函数或代价函数), 感知的平均失真为

$$D = \mathbb{E} \left\{ d(S^n, \hat{S}^n) \right\}. \quad (5)$$

当码长 n 趋于无穷时, 若有

$$\mathbb{E} \left\{ d(S^n, \hat{S}^n) \right\} \leq D, \quad P_e(n, R) \rightarrow 0 \quad (6)$$

成立, 则称 (R, D) 是一个可达的码率 – 失真对. 根据信道编码定理, 给定一个平均失真 D 、码率 R 的上确界 $C(D)$ 即为此时的信道容量, 并且可由下式计算得出:

$$C(D) = \sum_{p(X^n) \in \mathcal{F}} I(X; Y | S), \quad \text{s.t. } \mathbb{E} \left\{ d(S^n, \hat{S}^n) \right\} \leq D, \quad (7)$$

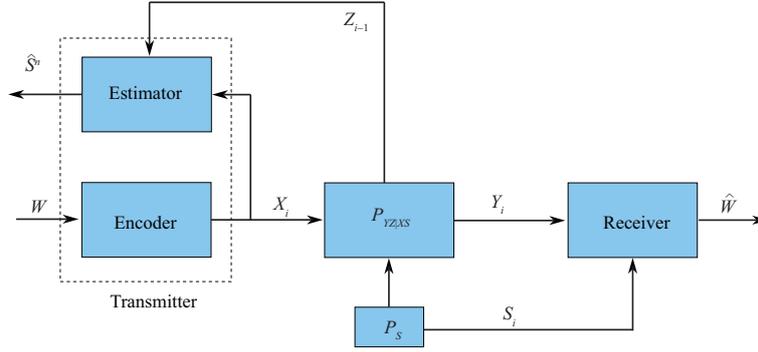


图 4 (网络版彩图) ISAC 系统的延时反馈 SDMC 模型

Figure 4 (Color online) Delayed feedback SDMC model of an ISAC system

其中 \mathcal{F} 是码字分布 $p(X^n)$ 的可行域, 刻画了发射端的设计约束. 最常见的设计约束是平均功率约束, 即

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{E} \{ |X_i|^2 \} \leq P_T. \quad (8)$$

遍历所有可达的平均失真 D , 即可通过式 (7) 得到完整的容量 - 失真边界 $C(D)$.

Kobayashi 等^[59,60] 将 C-D 理论框架扩展到了如图 4 所示的模型, 其中接收端已知信道状态 S 并据此进行译码; 发射端则根据一个延时反馈 Z 来估计 S . 该模型描述了一个更为典型的 ISAC 场景, 即从回波 (对应于延时反馈 Z) 中估计目标参数, 对应于图 2(a) 和 (b). 信道状态 S 、码字 X 、观测 Y 、延时反馈 Z 和状态估计量 \hat{S} 的联合分布完全刻画了该模型中各组成部分之间的关系, 其可分解为

$$p_{SXYZ\hat{S}}(s, x, y, z, \hat{s}) = p_S(s)p_X(x)p_{Y|XZ}(y, z|x, s)p_{\hat{S}|XZ}(\hat{s}|x, z). \quad (9)$$

对这一模型, 也可根据问题 (7) 求解最优容量 - 失真折衷. 文献 [59] 证明了如下的最小后验平均失真估计量可达到最小平均失真:

$$\hat{s}^*(x, z) = \operatorname{argmin}_{s' \in \mathcal{S}} \sum_{s \in \mathcal{S}} p_{S|XZ}(s|x, z) d(s, s'), \quad (10)$$

其中后验分布 $p_{S|XZ}(s|x, z)$ 可表示为

$$p_{S|XZ}(s|x, z) = \frac{p_S(s)p_{Z|SX}(z|s, x)}{\sum_{\tilde{s} \in \mathcal{S}} p_S(\tilde{s})p_{Z|SX}(z|\tilde{s}, x)}. \quad (11)$$

值得注意的是, 式 (10) 描述的最优估计量是一个逐符号估计量. 这表明对于延时反馈 SDMC 模型而言, 逐符号估计已能达到最优感知性能, 不需要对一段时间内积累的观测进行联合估计. 近期, 上述结论被推广至通信与感知的信道不同 (类似于式 (1)), 但二者之间存在统计相关性的情形^[61].

对于单输入单输出 (single-input single-output, SISO) 情形, 文献 [59] 指出可利用 Blahut-Arimoto 算法, 对容量 - 失真边界进行数值计算并绘制. 以经受瑞利 (Rayleigh) 衰落的实高斯信道为例, 其输出可表示为

$$Y_i = S_i X_i + N_i, \quad (12)$$

其中 X_i 为信道输入码字的第 i 个元素, 满足期望功率约束 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{E} \{ |X_i|^2 \} \leq P_T$, 而 S_i 和 N_i 皆为零均值单位方差的实高斯随机变量. 当 $P_T = 10$ 时, 以均方误差为感知失真度量, 上述模型的容量 -

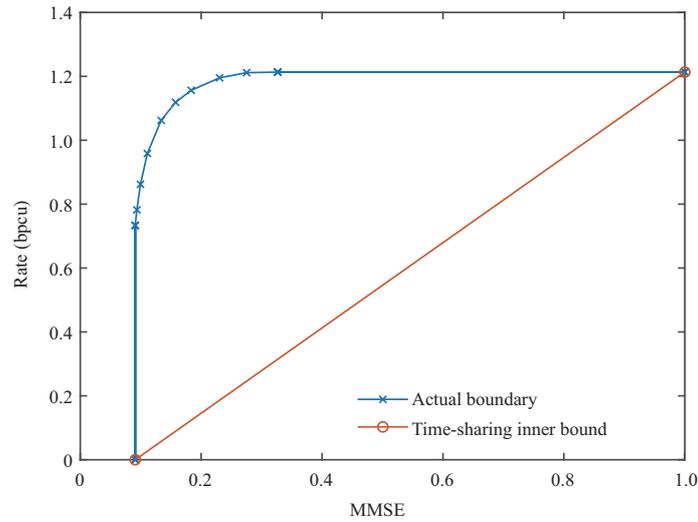


图 5 (网络版彩图) SISO 情形的容量 – 失真边界 (平方失真度量)

Figure 5 (Color online) Capacity-distortion boundary in the SISO case with quadratic distortion metric

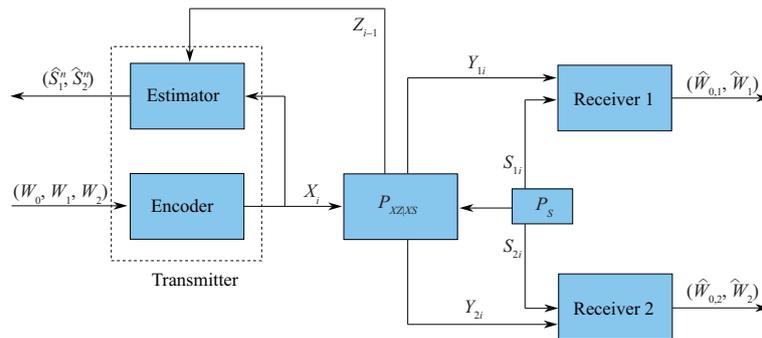


图 6 (网络版彩图) ISAC 系统的延时反馈有状态无记忆广播信道模型

Figure 6 (Color online) Delayed feedback state-dependent memoryless broadcast channel model of an ISAC system

失真边界如图 5 所示. 注意到边界上有两个关键的极限点: 其一是通信速率最大时, 最小化均方误差所得到的工作点. 在该点处, 码字 X_i 具有高斯分布. 而另一个极限点是在均方误差最小时对通信速率最大化所得的工作点, 此处码字对应于等概率的 BPSK (binary phase shift keying) 调制. 从这个例子可以看出, 通信性能最佳时的 ISAC 码字具有较强的随机性 (高斯分布在二阶矩约束下有最大熵), 而感知性能最佳时 ISAC 码字具有一定的确定性 (BPSK 信号的幅度恒定). 这一现象在基于均方误差的通感性能边界理论中得到了更为深入和广泛的研究, 详见 4.2 小节.

Ahmadipour 等 [55,56] 进一步将 C-D 理论框架推广到了广播 ISAC 信道, 对应于图 2(c), 其系统模型如图 6 所示. 图 6 中, 含有下标 1 的量对应于通信用户 1, 含有下标 2 的量对应于用户 2, 而 W_0 则代表广播信道中的公共消息, 可同时被两个用户接收. 针对物理退化的广播 ISAC 信道, 其中用户 1 强于用户 2, 即

$$X \rightarrow (S_1, Y_1) \rightarrow (S_2, Y_2) \tag{13}$$

构成马尔可夫链. 文献 [56] 指出, 容量 - 失真区域即满足下列约束的 $(R_0, R_1, R_2, D_1, D_2)$ 五元组

$$R_1 \leq I(X; Y_1 | U, S_1), \quad (14a)$$

$$R_0 + R_2 \leq I(U; Y_2 | S_2), \quad (14b)$$

$$D_k \geq \mathbb{E} \left\{ d_k \left(S_k, \hat{S}_k(X, Z) \right) \right\}, \quad k = 1, 2, \quad (14c)$$

构成的闭包, 其中 U 是一辅助变量. 采用标准的叠加编码策略^[62] 即可达到这一区域的边界. 这表明, 在无记忆信道中, 延时反馈 Z_{i-1} 并不能用来提升物理退化的广播 ISAC 信道中的通信速率, 只能帮助感知信道状态 S_1 和 S_2 . 对于一般的广播 ISAC 信道, 文献 [56] 中也给出了一些容量 - 失真区域的内界和外界.

4 基于均方误差度量的通感性能边界理论

容量 - 失真理论构成了通感一体化性能边界理论的基本框架. 然而, 由于其较为抽象, 通常只能得到最优编码策略的形式解, 难以直接为实际系统的设计提供指导. 鉴于此, 部分现有工作研究了在具体失真度量之下的容量 - 失真折衷, 其中最具代表性的失真度量是均方误差 (mean squared error, MSE), 即

$$d(S, \hat{S}) = \|S - \hat{S}\|^2, \quad D = \mathbb{E}\{d(S, \hat{S})\} = \mathbb{E}\{\|S - \hat{S}\|^2\}. \quad (15)$$

给定一个编码方式 $X = X(W, S)$, 观测 Y 的分布也即唯一确定, 此时后验均值估计量

$$\hat{S}_{\text{MMSE}} = \mathbb{E}\{S|Y\} \quad (16)$$

能够达到最优 MSE, 因此也称为最小均方误差 (MMSE) 估计量.

4.1 互信息 - 均方误差关系

MMSE 与信息论中的微分熵之间有着深刻的联系, 对该关系的论述可追溯至经典的 De Bruijn 恒等式^[63]

$$\frac{\partial}{\partial t} h(S + \sqrt{t}Z) = \frac{1}{2} J(S + \sqrt{t}Z), \quad (17)$$

其中 S 是任一具有有限方差的随机变量, Z 是与 S 独立的零均值标准正态随机变量, $h(\cdot)$ 是微分熵, $J(\cdot)$ 则是 Fisher 信息^[64]. 一般来说, Fisher 信息与无偏估计的方差间有如下的克拉美 - 罗 (Cramér-Rao bound, CRB) 关系:

$$\text{Var}(\hat{S}) \geq \frac{1}{J(S)}. \quad (18)$$

对于式 (17) 中的线性高斯模型来说, 式 (18) 中的等号成立. 当 S 是随机变量时, CRB 可被扩展为贝叶斯 CRB (Bayesian CRB, BCRB)^[65], 即如下的不等式:

$$\text{MMSE}(\hat{S}) \geq \frac{1}{J(S) + J_p}, \quad (19)$$

其中 J_p 是 S 的先验分布的贡献. 在此基础上, Guo 等^[66~72] 针对如下的矢量实高斯线性模型:

$$\mathbf{Y} = \sqrt{\text{snr}} \mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{Z} \quad (20)$$

提出了互信息 – 最小均方误差 (I-MMSE) 关系

$$\frac{\partial}{\partial \text{snr}} I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) = \frac{1}{2} \text{MMSE}(\text{snr}), \quad (21)$$

其中 \mathbf{X} 是发射的信号, 满足 $\mathbb{E}\{\|\mathbf{X}\|_{\mathbb{F}}^2\} = 1$; \mathbf{H} 为确定性的信道; \mathbf{Z} 为噪声矩阵, 其每个元素彼此独立, 服从零均值高斯分布, 且有 $\mathbb{E}\{\|\mathbf{Z}\|_{\mathbb{F}}^2\} = 1$. 式 (20) 中的 snr 表示信号在发射端的信噪比 (signal-noise rate, SNR). $\text{MMSE}(\text{snr})$ 是关于 $\mathbf{H}\mathbf{X}$ 的 MMSE, 即

$$\text{MMSE}(\text{snr}) = \mathbb{E} \left\{ \|\mathbf{H}\mathbf{X} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(\mathbf{Y}, \text{snr})\|^2 \right\}, \quad (22)$$

其中, $\hat{\mathbf{X}}(\mathbf{Y}, \text{snr})$ 是对 \mathbf{X} 的 MMSE 估计. 利用上述 I-MMSE 关系, Guo 等^[66] 进一步证明了在功率约束之下, 高斯分布的发射信号 \mathbf{X} 使得上述 MMSE 最大化. 另一方面, 高斯分布的发射信号能够达到容量, 即使得互信息最大化. 换言之, 高斯信号在达到最优的通信性能的同时, 却具有最差的感知性能.

4.2 CRB-速率边界

尽管上述互信息 – 均方误差关系清晰地刻画了通信容量和发射信号 \mathbf{X} 的估计误差之间的折衷关系, 这方面的现有研究却仅仅聚焦于对式 (20) 这一简单模型的讨论. 其原因在于所使用的理论工具 De Bruijn 恒等式很难扩展到其他情形. 这导致互信息 – 均方误差关系局限于通信问题本身, 而不能用于衡量通信和感知间的性能折衷关系.

上述困难的关键之处在于 De Bruijn 恒等式中的待估计量是 \mathbf{X} 而非 \mathbf{H} , 更非 $\boldsymbol{\eta}$, 因此不易扩展至通信感知一体化的场景. 除此以外, MMSE 本身也不便于分析. 不妨将互信息和 MMSE 这两个性能指标做一对比. 一般而言, 互信息由下式给出:

$$I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) = \mathbb{E} \left\{ \log \frac{p(\mathbf{Y}|\mathbf{X})}{\mathbb{E}_{\mathbf{X}} p(\mathbf{Y}|\mathbf{X})} \right\}. \quad (23)$$

若观测模型给定 (即 $p(\mathbf{Y}|\mathbf{X})$ 给定), 互信息是 $p(\mathbf{X})$ 的泛函. 因此, 可以通过设计 $p(\mathbf{X})$ 来优化互信息, 从而达到相应的通信性能. 相比之下, MMSE 与 $p(\mathbf{X})$ 之间的关系并不直接. 从 MMSE 的一般表达式

$$\text{MMSE}(\boldsymbol{\eta}) = \mathbb{E}_{\boldsymbol{\eta}, \mathbf{X}} \left\{ \|\mathbb{E}\{\boldsymbol{\eta}|\mathbf{Y}, \mathbf{X}\} - \boldsymbol{\eta}\|^2 \right\} \quad (24)$$

可以看出, 它通过估计量 $\mathbb{E}\{\boldsymbol{\eta}|\mathbf{Y}, \mathbf{X}\}$ 与 $p(\mathbf{X})$ 建立联系. 除 \mathbf{Y} 与 $\boldsymbol{\eta}$ 呈线性高斯关系等特殊情况下, 估计量 $\mathbb{E}\{\boldsymbol{\eta}|\mathbf{Y}, \mathbf{X}\}$ 并无闭合表达式, 因此也很难对 MMSE 进行优化.

上述分析带来的启示是: 是否有可能找到一种 MMSE 的近似, 使得其与 $p(\mathbf{X})$ 的关系不再受待估计参数 $\boldsymbol{\eta}$ 影响? 一种可行的方法是使用贝叶斯 CRB, 即如下的不等式:

$$\text{MMSE}(\boldsymbol{\eta}) \geq \mathbb{E}_{\mathbf{X}} \text{Tr} \left\{ \mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}|\mathbf{X}}^{-1} \right\}, \quad (25)$$

其中

$$\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}|\mathbf{X}} = \mathbb{E}_{\mathbf{Y}, \boldsymbol{\eta}} \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}} \ln p(\mathbf{Y}, \boldsymbol{\eta}) \right) \left(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}} \ln p(\mathbf{Y}, \boldsymbol{\eta}) \right)^{\text{T}} \right\} \quad (26)$$

称为参数 $\boldsymbol{\eta}$ 的贝叶斯 Fisher 信息矩阵 (Bayesian Fisher information matrix, BFIM). 注意到式 (25) 中, 关于 $\boldsymbol{\eta}$ 的期望和关于 \mathbf{X} 的期望是分两步求的, 因而可以先求出关于 $\boldsymbol{\eta}$ 的期望, 进而设计 $p(\mathbf{X})$. 在该

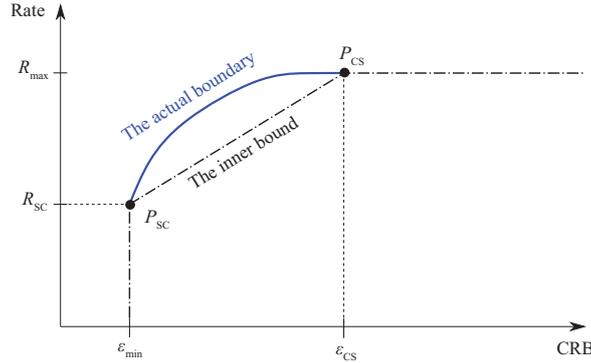


图 7 (网络版彩图) CRB-速率区域示意图

Figure 7 (Color online) Graphical illustration of the CRB-rate region

框架下, Xiong 等 [53,73] 考虑了式 (1) 给出的下行无设备感知 ISAC 模型, 其中感知信道是待估计参数 η 的函数. 若联合考虑通信和感知性能, 可采用如下的 BCRB 约束优化问题来设计 $p(\mathbf{X})$:

$$\max_{p(\mathbf{X}) \in \mathcal{F}} I(\mathbf{Y}_s; \mathbf{X}), \quad \text{s.t. } \mathbb{E}_{\mathbf{X}} \text{Tr} \{ \mathbf{J}_{\eta|\mathbf{X}}^{-1} \} \leq \epsilon, \quad (27)$$

其中 $\mathbb{E}_{\mathbf{X}} \text{Tr} \{ \mathbf{J}_{\eta|\mathbf{X}}^{-1} \} \leq \epsilon$ 为 BCRB 约束, \mathcal{F} 表征了 $p(\mathbf{X})$ 的其他设计约束. 定义发射信号的样本协方差矩阵和统计协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X}} = T^{-1} \mathbf{X} \mathbf{X}^H, \quad \tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}} = \mathbb{E} \{ T^{-1} \mathbf{X} \mathbf{X}^H \}. \quad (28)$$

根据上述定义, BFIM 可表示为

$$\mathbf{J}_{\eta|\mathbf{X}} = \frac{T}{\sigma_s^2} \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{R}_{\mathbf{X}}) = \frac{T}{\sigma_s^2} \left(\sum_{i=1}^{r_1} \mathbf{F}_i \mathbf{R}_{\mathbf{X}}^T \mathbf{F}_i^H + \sum_{j=1}^{r_2} \mathbf{G}_j \mathbf{R}_{\mathbf{X}} \mathbf{G}_j^H \right) + \mathbf{J}_P, \quad (29)$$

其中 \mathbf{F}_i 和 \mathbf{G}_j 等是雅可比 (Jacobi) 矩阵 $\mathbf{B} = \frac{\partial \text{vec}(\mathbf{H}_s)}{\partial \eta^*}$ 的分块, \mathbf{J}_P 表示来自先验分布的贡献, r_1 和 r_2 称为线性映射 $\boldsymbol{\Phi}_1(\mathbf{R}_{\mathbf{X}}) = \sum_{i=1}^{r_1} \mathbf{F}_i \mathbf{R}_{\mathbf{X}}^T \mathbf{F}_i^H$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_2(\mathbf{R}_{\mathbf{X}}) = \sum_{j=1}^{r_2} \mathbf{G}_j \mathbf{R}_{\mathbf{X}} \mathbf{G}_j^H$ 的 Kraus 秩, 其具体定义较为复杂, 详见文献 [73] 中的附录. 于是 BCRB 可写成

$$\epsilon = \frac{\sigma_s^2}{T} \mathbb{E}_{\mathbf{X}} \{ \text{Tr} [\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\mathbf{R}_{\mathbf{X}})] \}. \quad (30)$$

注意到式 (30) 中, $\text{Tr} [\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\mathbf{R}_{\mathbf{X}})]$ 为 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}}$ 的凸函数. 由 Jensen 不等式, 有

$$\mathbb{E}_{\mathbf{X}} \{ \text{Tr} [\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\mathbf{R}_{\mathbf{X}})] \} \geq \text{Tr} \{ \boldsymbol{\Phi}^{-1} [\mathbb{E}_{\mathbf{X}}(\mathbf{R}_{\mathbf{X}})] \}. \quad (31)$$

上式等号成立的充分条件是 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}} = \mathbb{E}_{\mathbf{X}}(\mathbf{R}_{\mathbf{X}})$, 即信号的样本协方差为一确定变量. 我们将在后文指出, 从这一条件可以导出通感一体化系统中的确定-随机折衷.

根据式 (27) 和 (30) 可以得到 CRB-速率区域, 其形状如图 7 所示. 图中, P_{SC} 点对应于在最优感知性能约束下, 最大化通信速率的策略; P_{CS} 点则对应于在最大通信速率约束下, 最优化感知性能的策略. 文献 [73] 中指出, 达到 P_{CS} 点的策略是使用高斯信号, 即如下的信号结构:

$$\mathbf{X}_{CS} = \mathbf{U}_c \mathbf{\Lambda}_c^{\frac{1}{2}} \mathbf{D}, \quad (32)$$

其中 \mathbf{D} 的每列均服从独立同分布的标准复高斯分布, \mathbf{U}_c 由 \mathbf{H}_c 的右奇异向量组成, 而 \mathbf{A}_c 是一个由注水策略给出的对角矩阵. 此时的可达速率为

$$R_{\max} = \log \left| \mathbf{I} + \sigma_c^{-2} \mathbf{H}_c \tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}^{\text{CS}} \mathbf{H}_c^{\text{H}} \right|, \quad (33)$$

其中 $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}^{\text{CS}}$ 是 \mathbf{X}_{CS} 的统计协方差矩阵. 一般来说, P_{CS} 点的可达 CRB 并无闭合表达式, 但有如下的上下界:

$$\frac{\sigma_s^2}{T} \text{Tr} \left\{ \Phi^{-1}(\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}^{\text{CS}}) \right\} \leq \epsilon_{\text{CS}} = \frac{\sigma_s^2}{T} \mathbb{E}_{\mathbf{X}} \text{Tr} \left\{ \Phi^{-1}(\mathbf{R}_{\mathbf{X}}^{\text{CS}}) \right\} \leq \frac{\sigma_s^2}{T - \min\{K, \text{rank}(\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}^{\text{CS}})\}} \text{Tr} \left\{ \Phi^{-1}(\mathbf{R}_{\mathbf{X}}^{\text{CS}}) \right\}, \quad (34)$$

其中 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}}^{\text{CS}}$ 是 \mathbf{X}_{CS} 的样本协方差矩阵, 服从复 Wishart 分布^[74]. 当 $T \rightarrow \infty$ 时, 式 (34) 中左右两边的等号同时成立. 换言之, 式 (34) 中 CRB 的上下界间距随着样本数量 T 的增加趋于 0.

另一方面, 达到 P_{SC} 点的策略是使用如下的半酉 (semi-unitary) 信号结构:

$$\mathbf{X}_{\text{SC}} = \sqrt{T} \mathbf{U}_s \mathbf{A}_s^{\frac{1}{2}} \mathbf{Q}, \quad (35)$$

其中 \mathbf{Q} 是一个随机半酉矩阵, 从如下的 Stiefel 流形:

$$\mathcal{S}_{M_{\text{SC}} \times T} = \{ \mathbf{Q} | \mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{M_{\text{SC}} \times T}, \mathbf{Q} \mathbf{Q}^{\text{H}} = \mathbf{I}_{M_{\text{SC}}} \} \quad (36)$$

上的均匀分布 (即 Haar 测度^[75]) 中采样得来, $M_{\text{SC}} = \text{rank}(\mathbf{H}_c \mathbf{R}_{\mathbf{X}} \mathbf{H}_c^{\text{H}})$ 为感知性能最优时的发射数据流数量; \mathbf{A}_s 是一个半正定 Hermitian 矩阵, 而 \mathbf{U}_s 由如下的确定性 CRB 优化问题:

$$\min_{\mathbf{R}_{\mathbf{X}}} \text{Tr} \left\{ \Phi^{-1}(\mathbf{R}_{\mathbf{X}}) \right\}, \quad \text{s.t. } \mathbf{R}_{\mathbf{X}} \succeq \mathbf{0}, \mathbf{R}_{\mathbf{X}} = \mathbf{R}_{\mathbf{X}}^{\text{H}}, \text{Tr}\{\mathbf{R}_{\mathbf{X}}\} \leq P_{\text{T}} M \quad (37)$$

中的最大秩解的特征向量组成. 注意到式 (37) 为半正定规划 (semidefinite programming, SDP) 问题, 当该优化问题有唯一最优解时 (不妨记该最优解为 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}}^{\text{SC}}$), 有 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}}^{\text{SC}} = \tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}^{\text{SC}}$ 成立, 即 P_{SC} 点处的信号 \mathbf{X}_{SC} 的样本协方差等于其统计协方差, 说明样本协方差矩阵是确定性的. 此时高信噪比的渐近可达通信速率可表示为

$$R_{\text{SC}} = \left(1 - \frac{M_{\text{SC}}}{2T} \right) \log \left| \sigma_c^{-2} \mathbf{H}_c \mathbf{R}_{\mathbf{X}}^{\text{SC}} \mathbf{H}_c^{\text{H}} \right| + O(1), \quad (38)$$

可达 CRB 则为

$$\epsilon_{\min} = \frac{\sigma_s^2}{T} \text{Tr} \left\{ \Phi^{-1}(\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}) \right\}. \quad (39)$$

对上述达到 P_{SC} 和 P_{CS} 点的策略进行比较, 可以发现在 CRB-通信速率这一理论框架下, 通信与感知之间的性能折衷实质上是一种双重折衷, 具体如下:

(1) **确定 - 随机折衷 (deterministic-random tradeoff, DRT)**. 直觉上, 为提升通信速率, 需要让发射的信号尽量随机, 以携带更多信息; 而若要考虑感知性能, 则需要发射较为确定的信号, 以确保感知性能稳定. 对比式 (33) 和 (38), 可见为了达到最佳感知性能, 信号的确定性造成了通信自由度损失, 其数值为 $M_{\text{SC}}/2T$. 另一方面, 对比式 (34) 和 (39), 则可看出为达到最佳通信性能, 发射高斯信号也造成了一定的感知自由度损失, 最大损失为 $\min\{K, \text{rank}(\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}^{\text{CS}})\}$. 值得注意的是, 当感知持续时间 T 与 M_{SC} 之比充分大时, 确定 - 随机折衷变得不再显著. 这是因为即便 \mathbf{X} 是通信最优的高斯信号, 在 $T/M_{\text{SC}} \rightarrow \infty$ 时, 其各行之间都渐近正交^[76], 从而高斯信号和半酉信号渐近等效. 另一方面, 若 T/M_{SC} 或 $T/\min\{K, \text{rank}(\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}^{\text{CS}})\}$ 保持恒定, 即使 $T \rightarrow \infty$, 确定 - 随机折衷也将始终存在¹⁾.

1) 这暗示着确定 - 随机折衷反映了通信速率与某种感知速率之间的折衷关系, 因 K/T 体现了单位时间内待估计的感知参数个数. 对这一问题, 现有研究工作并未涉及, 尚需进一步分析.

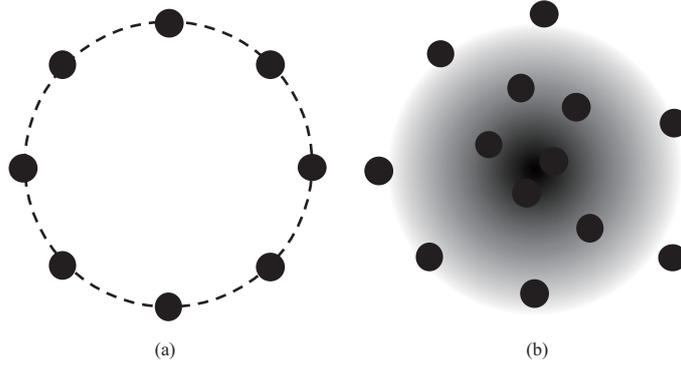
图 8 $M = 1$ 且 $T = 1$ 时, 感知与通信性能最优时的发射信号星座图

Figure 8 Sensing-optimal and the communication-optimal transmit constellations, respectively ($M = 1, T = 1$). (a) Sensing-optimal: constant modulus constellation; (b) communication-optimal: Gaussian distribution

为进一步说明确定 - 随机折衷在实际 ISAC 系统中的意义, 考虑一个简单情形: $M = 1$ 且 $T = 1$. 此时, 发射的信号是一个标量, 不妨记作 x . 为达到最优感知性能, 需要 $R_x = |x|^2$ 为确定值, 于是发射信号需要具有恒定幅度. 而若要达到最大通信速率, 发射信号的经验分布需要趋近于高斯分布. 两种情形的发射星座图如图 8 所示. 可见, 感知最优的信号失去了幅度这一自由度, 从而携带信息的能力减弱. 与此同时, 信号的恒模特性使得 x 在每个实现中都有着恒定的感知性能. 而 x 服从高斯分布时, 其感知能力会在各次实现之间发生波动, 平均意义上不如恒模信号.

(2) 子空间折衷 (subspace tradeoff, ST). 对比式 (32) 和 (35), 可以看出感知最优发射信号的列空间与 \mathbf{U}_s 对齐, 而通信最优发射信号的列空间与 \mathbf{U}_c 对齐. 因此, 文献 [73] 中将 \mathbf{U}_s 和 \mathbf{U}_c 的列空间分别称为感知子空间和通信子空间. 这带给我们的启示是: 当 ISAC 系统的设计目标并非是最优化通信或感知性能中的一者, 而是实现二者间的某种平衡时, 可以在通信子空间和感知子空间之间适当地分配信号功率. 文献 [73] 中还指出, 上述功率分配可通过统计协方差成形来实现, 即求解如下的多目标优化问题:

$$\begin{aligned} \max_{\tilde{\mathbf{R}}_X} \quad & (1 - \alpha) \text{Tr}\{\tilde{\Phi}^{-1}(\tilde{\mathbf{R}}_X)\} - \alpha \log |\mathbf{I} + \sigma_c^{-2} \mathbf{H}_c \tilde{\mathbf{R}}_X \mathbf{H}_c^H| \\ \text{s.t.} \quad & \text{Tr}\{\tilde{\mathbf{R}}_X\} = P_T M, \tilde{\mathbf{R}}_X \succeq \mathbf{0}, \tilde{\mathbf{R}}_X = \tilde{\mathbf{R}}_X^H, \end{aligned} \quad (40)$$

其中 $\alpha \in [0, 1]$ 是调节通感性能折衷的参数.

子空间折衷的显著程度与通信和感知子空间之间的耦合强度密切相关. 直观来看, 当通信用户本身就是感知目标时, \mathbf{U}_c 和 \mathbf{U}_s 的列空间相同. 此时不存在子空间折衷, 通感性能折衷完全由确定 - 随机折衷决定. 考虑另一个极端, 若通信子空间和感知子空间相互正交, 此时完全可以在通信子空间中发射高斯信号, 而在感知子空间中发射半酉信号. 这表明此时不存在确定 - 随机折衷, 可以完全依靠式 (40) 的统计协方差成形来实现通感性能折衷的最佳调节.

下面以单目标角度估计问题为例说明确定 - 随机折衷与实际场景中的意义. 为简化讨论, 假设通信用户仅有单天线. 在该场景中, 通信信道为一个向量 (记作 \mathbf{h}_c), 而感知信道为 [73]

$$\mathbf{H}_s = \alpha \cdot \mathbf{a}(\theta) \mathbf{v}^T(\theta), \quad (41)$$

其中 α 为回波的复幅度, θ 表示待估计的目标方位角, $\mathbf{a}(\theta)$ 和 $\mathbf{v}(\theta)$ 分别表示接收和发射天线阵的阵列

导向矢量 (steering vector). 由式 (41) 可计算出 θ 的贝叶斯 Fisher 信息如下:

$$J_{\theta|\mathbf{X}} = \frac{2T\mathbb{E}\{|\alpha|^2\}}{\sigma_s^2} \text{Tr}\{\overline{\mathbf{M}}\mathbf{R}_{\mathbf{X}}\} + J_{\theta}^P, \quad (42)$$

其中 J_{θ}^P 为先验分布的贡献, $\overline{\mathbf{M}} = \mathbb{E}\{\mathbf{M}^*(\theta)\}$, $\mathbf{M}(\theta) = \|\dot{\mathbf{a}}(\theta)\|^2 \mathbf{v}(\theta) \mathbf{v}^H(\theta) + \|\mathbf{a}(\theta)\|^2 \dot{\mathbf{v}}(\theta) \dot{\mathbf{v}}^H(\theta)$, $\dot{\mathbf{a}}(\theta) = \partial \mathbf{a}(\theta) / \partial \theta$, $\dot{\mathbf{v}}(\theta) = \partial \mathbf{v}(\theta) / \partial \theta$. 在本例中, 通信子空间即由 \mathbf{h}_c 张成的空间, 而感知子空间则是由感知最优导向矢量 \mathbf{u}_s 张成的, 该矢量即矩阵 $\overline{\mathbf{M}}$ 的最大特征向量. 为调节子空间折衷, 可求解如下的统计协方差成形问题^[73]:

$$\max_{\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}} \text{Tr}\{\overline{\mathbf{M}}\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}\} + \lambda \mathbf{h}_c^H \tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}} \mathbf{h}_c, \quad \text{s.t. } \text{Tr}\{\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}\} = P_{\text{T}} M, \tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}} \succeq \mathbf{0}, \tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}} = \tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}^H, \quad (43)$$

其中 $\lambda \in [0, +\infty)$ 是调节子空间折衷的控制参数. 若忽略确定-随机折衷的影响, 式 (43) 给出了一个 CRB-速率区域的外界: 一般而言, 无法用一种信号分布同时达到半酉信号的感知性能 (对应于 $(\text{Tr}\{\overline{\mathbf{M}}\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}\})^{-1}$) 和高斯信号的通信性能 (对应于 $\log(1 + \mathbf{h}_c^H \tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}} \mathbf{h}_c)$), 除非确定-随机折衷不存在或可忽略 (例如 $T \rightarrow \infty$ 时).

在式 (43) 的基础上, 又可选择信号的具体分布, 用以调节确定-随机折衷. 具体来说, 由于在本例中有 $M_{\text{SC}} = 1$, 故由前述讨论可知半酉信号的通信自由度损失为 $1/2T$. 另一方面, 注意到

$$\text{Tr}\{\overline{\mathbf{M}}\mathbf{R}_{\mathbf{X}}\} = \frac{P_{\text{T}} M \mathbf{r}^H \overline{\mathbf{M}} \mathbf{r}}{T} \sum_{i=1}^T \|n_i\|^2, \quad (44)$$

其中 \mathbf{r} 是统计协方差矩阵的最大特征向量, n_i , $i = 1, \dots, T$ 为彼此独立的零均值圆对称复高斯分布随机变量. 因此, $\text{Tr}\{\overline{\mathbf{M}}\mathbf{R}_{\mathbf{X}}\}$ 正比于 $2T$ 自由度的卡方分布随机变量, 从而发射高斯信号时有

$$\mathbb{E}\left[(\text{Tr}\{\overline{\mathbf{M}}\mathbf{R}_{\mathbf{X}}\})^{-1}\right] = \frac{T}{(T-1)\text{Tr}\{\overline{\mathbf{M}}\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}\}}. \quad (45)$$

这表明高斯信号的感知自由度损失为 1. 在高斯信号和半酉信号之间进行分时操作, 又可进一步灵活调整通感性能折衷.

根据上述讨论可绘制出本例中 CRB-速率区域的各内外界, 如图 9 所示. 仿真中考虑秩 -1 的视距通信信道, 目标方位角服从均值为 30° 、标准差为 5° 的 von Mises 分布. 其他仿真参数列于表 2 中. 图中用到的参数 ρ 定义为

$$\rho = \frac{\mathbf{h}_c^H \overline{\mathbf{M}} \mathbf{h}_c}{\|\mathbf{h}_c\|^2 \lambda_{\max}(\overline{\mathbf{M}})}, \quad (46)$$

其中 $\lambda_{\max}(\cdot)$ 表示最大特征值. 可以看出 ρ 能够反映通信和感知子空间之间的重叠程度, ρ 越大则二者重叠程度越高. 将通信接收机方位角固定于 $\theta_c = 40^\circ$, 并按照式 (43) 调节子空间折衷, 得到各内外界如图 9(a) 所示. 其中半酉-高斯分时内界为在两种信号体制之间进行分时操作所得内界, 而朴素分时内界则是直接在 P_{SC} 和 P_{CS} 直接进行分时操作所得内界. 显然, 先通过统计协方差成形调节子空间折衷再做分时操作, 和朴素的分时操作相比能得到更好的通信和感知性能. 另外, 注意图 9(a) 中半酉内界和高斯内界与半酉-高斯分时内界之间的间隙是确定-随机折衷所致: 半酉信号损失通信自由度, 而高斯信号损失感知自由度. 调整通信接收机方位角 θ_c , 可得不同的通感子空间耦合强度 ρ , 此时的外界和半酉-高斯分时内界如图 9(b) 所示. 从图中可看出, 随着子空间耦合强度 ρ 的增加, 内外界之间的间隙逐渐缩小, 这意味着子空间折衷逐渐减弱. 当 ρ 达到最大值 0.99 时, 半酉-高斯分对内

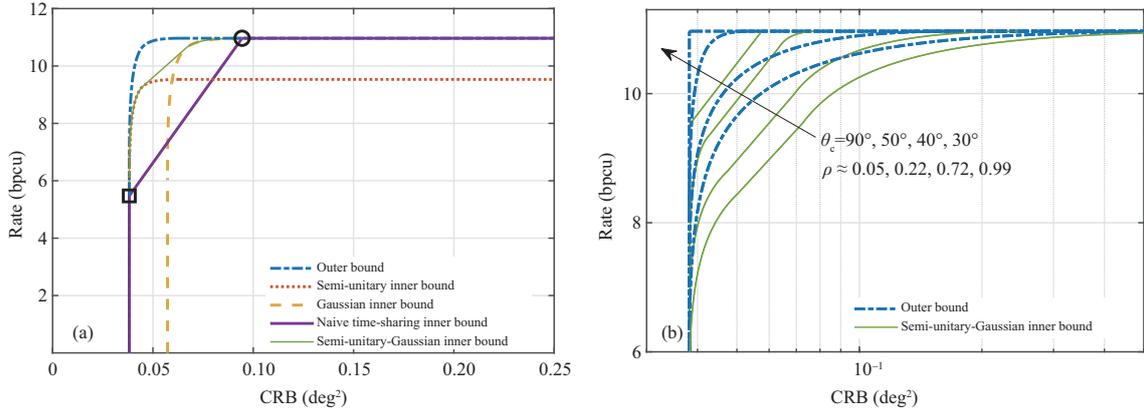


图 9 (网络版彩图) 单目标角度估计 CRB-速率区域的内外界

Figure 9 (Color online) Inner and outer bounds of CRB-rate regions of the single-target angle estimation problem. (a) Communication receiver at bearing angle $\theta = 40^\circ$, $\rho = 0.72$; (b) outer bound and the semi-unitary-Gaussian inner bound varying with ρ

表 2 仿真参数

Table 2 Simulation parameters

Parameter	Value
Number of transmit antennas	10
Number of sensing receive antennas	10
Transmit antenna spacing	Half wavelength
Sensing receive antenna spacing	Half wavelength
Maximum sensing receive SNR	20 dB per antenna
Maximum communication receive SNR	33 dB per antenna

界变成五边形, 而忽略确定 - 随机折衷的外界已经变成矩形. 此时子空间折衷完全消失, 通感性能折衷完全由确定 - 随机折衷决定.

上述确定 - 随机折衷是因 CRB 的凸性而产生的. 在某些特定的感知任务中, 可以证明齐夫 - 扎凯界 (Ziv-Zakai bound, ZZB) 也是一种凸的失真度量. 不妨考虑如下的测距问题:

$$y(t) = s(t - \tau) + n(t),$$

其中 $y(t)$ 表示接收信号, $s(t)$ 表示发射信号, $n(t)$ 为功率谱密度为 N_0 的零均值高斯白噪声, $\tau = d/c$ 为信号传播时延, c 为传播速度, d 为待测距离. 本问题的 ZZB 如下:

$$\mathbb{E}\{(d - \hat{d})^2\} \geq \zeta_{\text{SNR}}[\tilde{R}(x)] := \int_0^{\epsilon_{\max}} x Q\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}}{2}(1 - \tilde{R}(x))}\right) dx,$$

其中信噪比 SNR 定义为 $\text{SNR} = \frac{1}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |s^2(t)| dt$, $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{1}{2}u^2} du$, ϵ_{\max} 为最大测距范围, $\tilde{R}(x)$ 为信号的归一化自相关函数, 即

$$\tilde{R}(x) = R(x/c)/R(0), \quad R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau)s(t) dt.$$

对于上述问题, 可以证明 $\zeta_{\text{SNR}}[\tilde{R}(x)]$ 是关于归一化自相关函数 $\tilde{R}(x)$ 的凸泛函, 从而对于 ZZB 来说也存在确定 - 随机折衷.

5 基于感知等效速率的通感性能边界理论

基于特定失真度量的方法存在必须“具体度量具体分析”, 无法将结论直接推广到一般情形的缺陷. 例如, 虽然在 CRB-速率理论中, 通感性能折衷已被分解为确定 - 随机折衷和子空间折衷的双重折衷, 但这并不能说明对于一般的失真度量, 依然存在这样的双重折衷. 另一方面, 感知性能采用失真度量来衡量, 而通信性能却用速率来描述, 这使得在刻画二者间的折衷时将会遇到量纲困难——诸如“1 m 的定位误差可以换取 1 Mbps 的通信速率”之类的说法令人十分费解.

5.1 估计速率

考虑到失真度量方法的上述缺陷, 另有研究者^[77~82]提出了将感知性能等效成某种“感知速率”的思想. Chiriyath 等^[77]受率失真理论的启发, 提出了“估计速率”的概念, 其定义为

$$R_{\text{est}} = \frac{1}{T} \sum_{m=1}^{M_{\text{PRI}}} I(\mathbf{Y}_s; \boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{T} \sum_{m=1}^{M_{\text{PRI}}} [h(\mathbf{Y}_s) - h(\mathbf{Y}_s|\boldsymbol{\eta})], \quad (47)$$

其中 M_{PRI} 为感知持续时间 T 内的脉冲重复周期 (pulse repetition interval, PRI) 数量. 当观测 \mathbf{Y}_s 、参数 $\boldsymbol{\eta}$ 和最优估计量 $\hat{\boldsymbol{\eta}}(\mathbf{Y}_s)$ 皆服从高斯分布时, 可将 $h(\mathbf{Y}_s)$ 和 $h(\mathbf{Y}_s|\boldsymbol{\eta})$ 表示为

$$h(\mathbf{Y}_s) = \frac{1}{2} \log [2\pi e (\sigma_{\text{proc}}^2 + \sigma_{\text{est}}^2)], \quad h(\mathbf{Y}_s|\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{2} \log(2\pi e \sigma_{\text{est}}^2), \quad (48)$$

其中 σ_{proc}^2 为参数 $\boldsymbol{\eta}$ 的先验方差, σ_{est}^2 为最优估计量的方差.

下面以时延估计问题为例说明估计速率的实际应用. 考虑如下接收信号模型:

$$y(t) = a\sqrt{P_{\text{T}}}x(t - \tau) + z(t), \quad (49)$$

其中 P_{T} 为发射信号功率, a 为信道增益, τ 为待估计时延, $z(t)$ 为具有方差 σ^2 的零均值白高斯噪声. 根据该模型, 可得到时延估计的 CRB 如下^[77]:

$$\mathbb{E}\{(\tau - \hat{\tau})^2\} \geq \frac{\sigma^2}{8\pi^2 a^2 B_{\text{rms}}^2 B T_{\text{PRI}} P_{\text{T}}}, \quad (50)$$

其中 T_{PRI} 为单个 PRI 的持续时间, B 为发射波形 $x(t)$ 的谱零点带宽, B_{rms} 为其均方根带宽, 由下式给出:

$$B_{\text{rms}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^2 |X(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df}, \quad (51)$$

其中 $X(f)$ 是 $x(t)$ 的频域表示, 即其傅里叶 (Fourier) 变换. 考虑到在高信噪比时最优估计量可达到 CRB, 结合式 (47), (48) 和 (50), 可得到^[77]

$$R_{\text{est}} = \frac{1}{2T} \sum_{m=1}^{M_{\text{PRI}}} \log \left(1 + \frac{\sigma_{\text{proc}}^2}{\sigma_{\text{est}}^2} \right) = \frac{1}{2T} \sum_{m=1}^{M_{\text{PRI}}} \log \left(1 + \frac{8\pi^2 a^2 \sigma_{\text{proc}}^2 B_{\text{rms}}^2 B T_{\text{PRI}}}{\sigma^2} \right). \quad (52)$$

根据式 (52), 即可在同一量纲 (信息速率) 下讨论通信与感知之间的性能折衷, 给出二者性能的帕累托前沿. 由于时延与距离之间仅差一个信号传播速度项, 上述分析可以很方便地扩展到测距情形.

5.2 感知互信息

5.1 小节中介绍的估计速率在其定义式 (47) 中用到了感知互信息. 虽然在形式上, 式 (47) 与通信的可达速率^[58]

$$R_{\text{comm}} = \frac{1}{T} \max_{p(\mathbf{X})} I(\mathbf{Y}_c; \mathbf{X}) \quad (53)$$

十分相似, 但二者的操作意义迥异: 式 (53) 意味着在通信发射端若做了恰当的信道编码 (即关于 $p(\mathbf{X})$ 最大化互信息 $I(\mathbf{Y}_c; \mathbf{X})$), 则由信道编码定理^[58] 可知, 若传输速率不高于 $T^{-1} \max I(\mathbf{Y}_c; \mathbf{X})$, 在收端总可以无损恢复出传输的数据. 然而在感知中, 我们关心的参数通常是位置、速度等连续变量, 原则上需要无穷多比特才能完美表示, 自然也不可能用有限多的比特进行无损传输. 另一方面, 由于目标感知过程中不存在一个可进行信道编码的发射端, 式 (47) 中没有关于 $p(\mathbf{X})$ 的最大化, 从而也无法用编码定理来解释.

从上述讨论可以看出, 首先要明确感知互信息 $I(\mathbf{Y}_s; \boldsymbol{\eta})$ 的操作意义, 才能筑牢估计速率的理论基础. Bell^[78] 的早期工作从编码理论出发诠释了感知互信息的意义. 文献 [78] 指出, 如果参数 $\boldsymbol{\eta}$ 的先验是在 N 个类别间的均匀分布, 那么根据观测 \mathbf{Y}_s , 能够正确分类的最大类别数 N_{max} 为

$$N_{\text{max}} = \lfloor \exp\{I(\mathbf{Y}_s; \boldsymbol{\eta})\} \rfloor. \quad (54)$$

式 (54) 在感知互信息和感知系统的分辨能力之间建立了联系. 反过来, 也可用最大可分辨类别数来估算感知互信息, 即

$$I(\mathbf{Y}_s; \boldsymbol{\eta}) \approx \log N_{\text{max}},$$

其中估算误差来自式 (54) 中的取整操作. Guerci 等^[79] 运用上述思想, 针对动目标显示 (moving target indication, MTI) 雷达提出了如下的“雷达信息容量”概念

$$C_R = \log N, \quad (55)$$

其中 N 为在目标 RCS 和检测灵敏度给定时, MTI 雷达的最大可分辨单元数, 由下式给出:

$$N \approx \frac{B}{\sqrt{\sigma} \cdot \sqrt[4]{\text{SNR}_{\text{min}}}} \cdot \left(\frac{2\pi}{\Delta\theta} \right) \left(\frac{f_{\text{PRF}}}{\Delta f_D} \right), \quad (56)$$

其中 SNR_{min} 为最小可检测信噪比, $\Delta\theta$ 和 Δf_D 分别表示角度和多普勒 (Doppler) 的分辨率, f_{PRF} 为脉冲重复频率. 可见, Guerci 等^[79] 所提的“雷达信息容量”即为均匀先验假设下的 MTI 雷达感知互信息.

式 (54) 和 (55) 虽给出了感知互信息和分辨力之间的关系, 但并不能利用感知互信息来直接刻画对参数 $\boldsymbol{\eta}$ 的感知精度. 为此, 文献 [78] 进一步引入了率失真理论, 定义感知的信息率失真函数为

$$R(D) = \min_{\delta \leq D} I(\mathbf{Y}_s; \boldsymbol{\eta}), \quad (57)$$

其中 $\delta = \mathbb{E}\{d(\boldsymbol{\eta}, \hat{\boldsymbol{\eta}})\}$ 为期望失真. 文献 [78] 据此指出, 由于信息率失真函数 $R(D)$ 是 D 的单调非增函数^[58], 若最大可容许期望失真为 D , 则在此约束下的最小感知互信息 $I(\mathbf{Y}_s; \boldsymbol{\eta})$ 是 D 的单调非增函数. 直观来看, 这表明若要提高感知精度, 则需要观测中包含更多关于感知参数的信息. 针对 MSE 这种常用的失真度量, Blum 等^[80] 对感知互信息做了更为定量的解释. 考虑如下模型:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{Z}, \quad (58)$$

其中待估计的参数是 \mathbf{H} , 服从零均值色高斯分布; \mathbf{Z} 为各元素方差为 σ^2 的零均值加性白噪声. 文献 [80] 证明了, 在功率约束 $\text{Tr}\{\mathbf{X}\mathbf{X}^H\}$ 之下, 若 \mathbf{X} 具有注水结构, 则同时能够使感知互信息 $I(\mathbf{Y}; \mathbf{H}|\mathbf{X})$ 取得最大值, 并使 MSE 取得最小值. 具体而言, 最优 \mathbf{X} 有如下结构:

$$\mathbf{I} \otimes \mathbf{X}^T = \mathbf{U} \left(\text{diag} \left[\left(p - \frac{\sigma^2}{\lambda_{11}} \right)^+, \dots, \left(p - \frac{\sigma^2}{\lambda_{MM}} \right)^+ \right] \right)^{\frac{1}{2}} \boldsymbol{\Psi}, \quad (59)$$

其中 $\boldsymbol{\Psi}$ 为一半酉矩阵, p 为注水水位线, \mathbf{U} 中包含 $\text{vec}(\mathbf{H})$ 的协方差矩阵的特征向量, 即

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\text{vec}(\mathbf{H})} = \mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{U}^H, \quad (60)$$

$\lambda_{11}, \dots, \lambda_{MM}$ 等是特征值矩阵 \mathbf{A} 的对角元. 上述分析表明, 至少就线性高斯模型 (58) 而言, 若存在满足式 (59) 的 \mathbf{X} , 感知互信息是一种与 MSE 等效的感知性能度量.

除参数估计问题外, 目标检测也是一类重要的感知任务. De Maio 等 [81] 考虑了 MIMO 雷达中经典的二元检测问题, 即如下问题:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : \mathbf{Y} &= \mathbf{0} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{Z} = \mathbf{Z}, \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{Y} &= \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{Z}, \end{aligned} \quad (61)$$

此处 \mathbf{X} 称为编码矩阵, 包含 MIMO 雷达的发射波形; \mathbf{H} 称为目标响应矩阵, 包含目标存在时 (即备择假设 \mathcal{H}_1 成立) 的反向散射幅度. 当目标不存在时, 零假设 \mathcal{H}_0 成立, 雷达接收机只会收到白噪声 \mathbf{Z} . 文献 [81] 指出, 在设计编码矩阵 \mathbf{X} 时最大化备择假设 \mathcal{H}_1 中的感知互信息 $I(\mathbf{Y}; \mathbf{H})$, 等效于最大化检测概率 P_d 的 Chernoff 下界 [83]. 这表明, 通过优化感知互信息不仅可以提高估计精度, 还可以提升检测概率.

前述研究工作说明了感知互信息可作为一种感知性能度量. 具体来说, 感知互信息的相反数可视为一种期望失真度量, 且在线性高斯模型中与 MSE 有一定的等效性. 自然我们要问: 作为感知度量的感知互信息会像 4.2 小节中所述的 CRB 一样, 与通信速率之间存在确定 - 随机折衷吗? Liu 等 [82] 对此展开了详细的探讨. 该文章考虑式 (1) 中的一般模型, 在该模型中, 感知互信息为 $I_s := I(\mathbf{Y}_s; \boldsymbol{\eta}|\mathbf{X})$. 在此基础上, 文献 [82] 证明了

$$I_\eta(\mathbf{R}_A) := I(\mathbf{Y}_s; \boldsymbol{\eta}|\mathbf{X} = \mathbf{A}) \quad (62)$$

是样本协方差 $\mathbf{R}_A = T^{-1}\mathbf{A}\mathbf{A}^H$ 的凹函数, 于是对条件互信息 I_s 应用 Jensen 不等式可得

$$I(\mathbf{Y}_s; \boldsymbol{\eta}|\mathbf{X}) = \mathbb{E}_{\mathbf{X}} \{I_\eta(\mathbf{R}_X)\} \leq I_\eta(\mathbb{E}_{\mathbf{X}} \{\mathbf{R}_X\}). \quad (63)$$

上式中等号成立的充分条件仍为 $\mathbf{R}_X = \mathbb{E}(\mathbf{R}_X)$. 由 4.2 小节的讨论可知其也存在确定 - 随机折衷. 不仅如此, 利用失真率函数

$$D(R) = \min_{I_\eta(\mathbf{R}_X) \leq R} \mathbb{E} \{d(\boldsymbol{\eta}, \hat{\boldsymbol{\eta}})\} \quad (64)$$

又可证明, 对于任意的失真度量 $d(\boldsymbol{\eta}, \hat{\boldsymbol{\eta}})$, 都有如下的期望失真下界:

$$\mathbb{E} \{d(\boldsymbol{\eta}, \hat{\boldsymbol{\eta}})\} \geq D[\mathbb{E} \{I_\eta(\mathbf{R}_X)\}] \geq D[I_\eta(\tilde{\mathbf{R}}_X)], \quad (65)$$

其中 $\tilde{\mathbf{R}}_X = \mathbb{E}\{\mathbf{R}_X\}$ 是 \mathbf{X} 的统计协方差, 且式 (65) 中第 2 个不等号可通过令 $\mathbf{R}_X = \tilde{\mathbf{R}}_X$, 并对 $\tilde{\mathbf{R}}_X$ 进行优化而取到等号. 这表明, 对于一般的失真度量, 有可能依然存在某种意义上的确定 - 随机折衷.

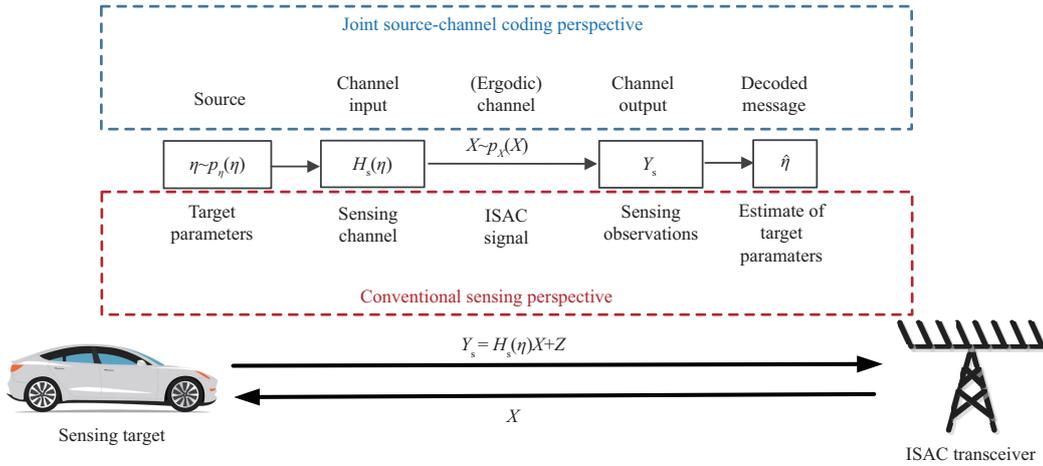


图 10 (网络版彩图) 无线感知的非合作式联合信源信道编码诠释

Figure 10 (Color online) Non-cooperative joint source-channel coding interpretation of wireless sensing

式 (65) 中还蕴含着更为深刻的思想. 它暗示着, 无线感知可视为一种如图 10 所示的非合作式联合信源信道编码: 感知目标对其参数 η 进行编码得到码字 $\mathbf{H}_s(\eta)$, 并通过一个“信道” \mathbf{X} 将其传输给感知接收机. 感知接收机得到观测 \mathbf{Y}_s , 并以此对参数 η 做估计. 率失真函数 $R(D)$ 刻画了为达到期望失真 D , 目标向感知接收机所需传输的信息量. 感知互信息 $I(\mathbf{Y}_s; \eta | \mathbf{X})$ 作为 $R(D)$ 的上界, 一定程度上也反映了期望失真, 但一般情况下该上界并不紧. 这是因为在联合信源信道编码的信源-信道分离定理^[58]中, 发射端需要进行分组编码, 即把若干个 η 的实现 $\eta^k = (\eta_1, \dots, \eta_k)$ 映射到一组码字 $\mathbf{H}_s^n = (\mathbf{H}_{s,1}, \dots, \mathbf{H}_{s,n})$. 然而在感知任务中, 目标并没有这样的编码能力. 首先, 它只能进行所谓的逐字母编码 (letter-wise coding)^[82], 即将每个 η 的实现映射到一个信道字母 $\mathbf{H}_s(\eta)$. 不仅如此, 感知目标甚至无法实现最优的逐字母编码, 而是只能采用 $\mathbf{H}_s(\eta)$ 这一种固定的编码方式. 如何在上述更强的编码方式约束下求得实际可达的最大感知速率, 仍是悬而未决的问题. 但若就逐字母编码这一约束而言, 可以借鉴有限码长容量理论中的方法来求得一个感知速率的上界, 进而得到更紧的期望失真下界. 除此之外, 对于感知任务这种可对“信道”进行设计的问题, 如何采用最优信道设计来定义感知容量, 也是值得研究的问题.

6 面向目标检测的通感性能边界理论

上文各节所述的研究工作讨论的若非一般的期望失真度量, 则多半是参数估计的精度与通信速率间的折衷. 考虑到目标检测在雷达感知中的核心地位, 部分工作^[84~86]对目标检测性能与通信速率间的折衷也展开了深入研究. Joudeh 和 Willems^[84]讨论了两种二元假设检验模型下的通感性能折衷, 其一是如下的二元对称信道模型:

$$Y_{c,i} = X_i \oplus Z_{c,i}, \quad Y_{s,i} = S \cdot X_i \oplus Z_{s,i}, \quad (66)$$

其中 \oplus 符号表示模 2 加运算 (即异或); 下标 i 表示第 i 次使用信道时产生的量, c 代表通信子系统, s 代表感知子系统; $Z_{c,i} \sim \text{Bern}(p)$ 和 $Z_{s,i} \sim \text{Bern}(q)$ 为相互独立的、伯努利 (Bernoulli) 0-1 分布的噪声, 在各次信道使用中的实现皆为独立同分布; $S \in \{0, 1\}$ 为待估计的目标状态, 对应于目标存在/不存在

的情形. 这种二元对称信道模型可用于刻画低信噪比 1 比特量化的实际场景²⁾. 另一种模型是高斯噪声模型, 即

$$Y_{c,i} = X_i + Z_{c,i}, \quad Y_{s,i} = S \cdot X_i + Z_{s,i}, \quad (67)$$

其中 $Z_{c,i} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_c^2)$ 和 $Z_{s,i} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_s^2)$ 为相互独立的零均值高斯噪声, 在各次信道使用中的实现皆为独立同分布. 定义最大误码率和最大检测错误概率分别为

$$\lambda_n := \max_{W \in \mathcal{W}} \mathbb{P}\{\hat{W}(Y_c^n) \neq W\}, \quad \epsilon_n := \max_{\substack{W \in \mathcal{W} \\ S \in \{0,1\}}} \mathbb{P}\{\hat{S}(Y_s^n, W) \neq S\}, \quad (68)$$

则速率 – 错误指数区域可被定义为 (R, E) 的可达区域, 即存在一个 $(2^{nR}, n)$ 码的序列, 满足

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} -\frac{1}{n} \log \epsilon_n = E, \quad (69)$$

速率 – 错误指数区域即为满足式 (69) 的 (R, E) 的闭包.

值得注意的是, 上述定义 (69) 中, 计算可达错误指数 E 的时候考虑的是码长 $n \rightarrow \infty$ 的极限, 而在模型 (66) 和 (67) 中, 在整个长度为 n 的分组中, 目标状态 S 始终未变化. 换言之, 错误指数 E 是在无限长感知相干时间 ($T \rightarrow \infty$) 的极限下的一种目标检测性能度量. 类比参数估计问题, 在 CRB-速率区域框架下, 对于高斯噪声模型 (67) 来说确定 – 随机折衷不存在, 通感性能折衷完全由子空间折衷决定. 而由于模型 (67) 是标量情形, 此时也不存在子空间折衷, 故此时通信和感知性能应当是能够同时达到最优. 文献 [84] 中的分析结论也验证了上述直觉, 即在高斯噪声模型中速率 – 错误指数区域具有矩形边界 (如图 11(b) 所示), 速率和错误指数可同时达到最优. 与此截然不同的是, 即使考虑 $T \rightarrow \infty$ 的标量情形, 对于二元对称信道模型 (66) 来说, 依然存在速率和错误指数之间的折衷, 其速率 – 错误指数区域边界如图 11(a) 所示. 这主要是因为模型 (66) 中, 只有 $X_i = 1$ 对应的发射符号才对感知性能有贡献, 而 $X_i = 0$ 则毫无意义, 故感知子系统希望多发 $X_i = 1$. 然而, 如果总发射全 1 码字, 则完全不能携带通信信息, 通信子系统希望发射的 0 和 1 符号数量均等. 由此可见, 二元对称信道模型中的确定 – 随机折衷更为显著, 即使在 $T \rightarrow \infty$ 的极限下依然存在.

上述研究工作反映了目标存在性检测与通信性能之间的折衷关系. Wu 和 Joudeh^[85] 对此模型略作修改, 讨论了信道判别的情形, 即判断目标回波究竟是经过了哪一种信道. 在实际场景中, 这对应于分辨目标的类型. 文献 [85] 指出, 对于二元信道判别情形, 速率 – 错误指数区域由下式给出:

$$R \leq I(Y_c; X),$$

$$E \leq - \min_{s \in [0,1]} \mathbb{E}_X \left\{ \log \left(\sum_{Y_s \in \mathcal{Y}} P_1(Y_s|X)^{1-s} P_2(Y_s|X)^s \right) \right\}, \quad (70)$$

其中 $P_1(Y_s|X)$ 和 $P_2(Y_s|X)$ 分别表示两种可能的信道对应的转移概率分布. 利用式 (70), 文献 [85] 证明了在式 (66) 对应的二元对称信道模型下 (其中 $S = 0$ 对应于信道 1, $S = 1$ 对应于信道 2), 存在与图 11(a) 所示情形类似的确定 – 随机折衷. 然而, 考虑如下模型:

$$Y_{c,i} = X_i \oplus Z_{c,i}, \quad Y_{s,i} = X_i \oplus (1 - S) \cdot Z_{s,i}^{(1)} \oplus S \cdot Z_{s,i}^{(2)}, \quad (71)$$

2) 为降低硬件复杂度或是满足低功耗需求, 有时会对接收的信号进行 1 比特量化, 然后再进行目标检测等后续处理. 此时, 量化前的连续噪声 (如高斯噪声) 变成了伯努利 0-1 分布的噪声. 当无噪声信号本身就只有两个幅度值 (例如 m 序列扩频码), 且噪声较强时, 二元对称信道模型是该场景中量化后等效信道的一个良好近似. 值得注意的是, 为体现扩频信号的低截获概率优势, 该类信号通常用于低信噪比场景, 因此与二元对称信道模型更为契合.

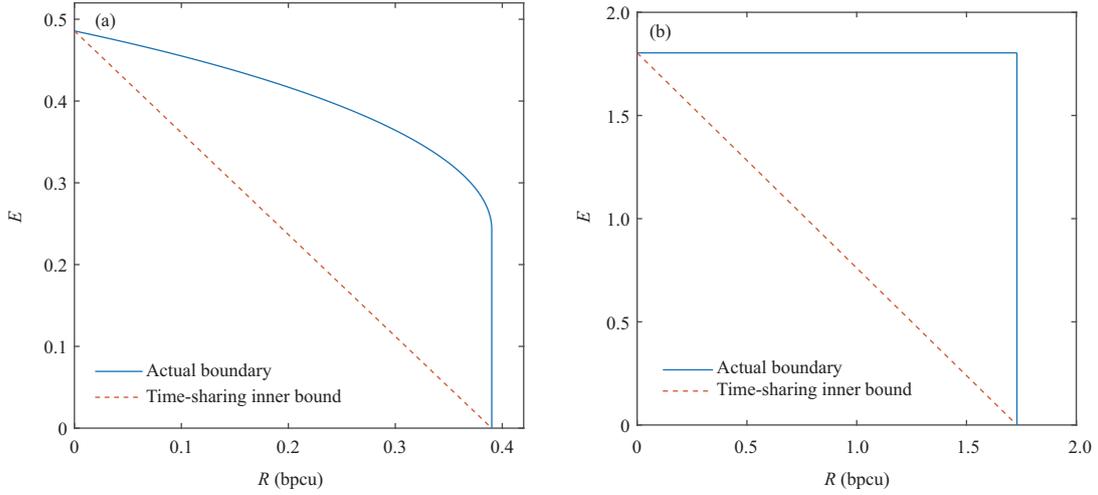


图 11 (网络版彩图) 二元对称信道 (66) 和高斯噪声信道 (67) 模型的速率 - 错误指数区域边界

Figure 11 (Color online) Rate-exponent region boundaries of binary symmetric channels (66) and Gaussian channels (67), respectively. (a) Binary symmetric channel, error probability 0.15; (b) Gaussian channel, SNR = 10 dB

其中 $Z_{s,i}^{(1)} \sim \text{Bern}(p)$ 和 $Z_{s,i}^{(2)} \sim \text{Bern}(q)$ 为两个不同的伯努利分布, 分别表示信道 1 和 2 的噪声. 对于该模型, 文献 [85] 证明了在 $T \rightarrow \infty$ 的极限下并不存在通感性能折衷, 速率 - 错误指数区域也具有与图 11(b) 类似的矩形边界.

同为二元对称信道, 式 (66) 和 (71) 两个模型的确 - 随机折衷却迥异, 这是为何? 对比两个模型, 可以发现在式 (66) 中, 码字 X 的不同选择会显著影响感知性能: $X = 0$ 时完全无法感知目标状态, $X = 1$ 时则有一定的感知能力. 而在式 (71) 的模型中, 码字的选择对感知性能并无影响. 这表明, 是否存在确定 - 随机折衷, 取决于各码字是否具有相同的感知性能. 这一解释也可应用于 4.2 小节中所述的高斯信道模型. 为简化讨论, 不妨考虑 $M = 1$ 的情形. 当 T 为有限值时, 若不发射恒范数信号, 则 X 的不同范数将对应于不同的感知性能, 此时存在确定 - 随机折衷; 当 $T \rightarrow \infty$ 时, 由于在高维空间中范数球的体积集中在其表面, 在功率约束下, 无论信号为何分布, 其非恒范数的概率趋于 0, 因此确定 - 随机折衷逐渐减弱. 由此观之, 就目标检测问题而言, 关于二元对称信道模型的研究在对确定 - 随机折衷之本质的探索中做出了重要的理论贡献.

在近期的工作中, Joudeh^[86] 又将速率 - 误差指数区域的方法应用到了如下的矢量高斯信道模型:

$$\mathbf{Y}_c = \mathbf{H}_c \mathbf{X} + \mathbf{Z}_c, \quad \mathbf{Y}_s = S \cdot \mathbf{H}_s \mathbf{X} + \mathbf{Z}_s, \quad (72)$$

其中 $S \in \{0, 1\}$ 为待判决的目标存在性状态. 文献 [86] 指出, 式 (72) 模型对应的速率 - 误差指数区域为

$$R \leq \log |\mathbf{I} + \sigma_c^{-2} \mathbf{H}_c \tilde{\mathbf{R}}_X \mathbf{H}_c^H|, \quad E \leq \frac{1}{4} \text{Tr} \{ \sigma_s^{-2} \mathbf{H}_s \tilde{\mathbf{R}}_X \mathbf{H}_s^H \}, \quad (73)$$

其中统计协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_X$ 为半正定矩阵, 且满足功率约束 $\text{Tr} \{ \tilde{\mathbf{R}}_X \} \leq P$. 由式 (73) 可看出, 矢量高斯信道模型中的目标检测问题也存在和 4.2 小节所述相似的子空间折衷: $\tilde{\mathbf{R}}_X$ 的特征空间若与通信信道 \mathbf{H}_c 的行空间对齐, 则速率 R 达到最优, 但会使目标检测误差指数 E 无法取到最大值; 相反, 若 $\tilde{\mathbf{R}}_X$ 的特征空间与感知信道 \mathbf{H}_s 的行空间对齐, 则将以损失通信性能为代价, 达到最优误差指数 E . 值得注意的是, 式 (73) 并不能反映通信速率和目标检测性能之间的确定 - 随机折衷. 这恰好印证了上一

段中关于确定-随机折衷的讨论: 误差指数是一种仅在 $T \rightarrow \infty$ 的极限处有定义 (见式 (69)) 的感知性能度量, 而对于高斯信道模型而言, $T \rightarrow \infty$ 时并不存在确定-随机折衷.

7 基于 NR 帧结构的通感性能边界理论

由 3~6 节可知, 容量-失真理论较为抽象, 难以直接为实际系统的设计提供指导; 基于感知等效速率的通感性能边界理论, 虽在某种程度上与通信子系统保持相同的量纲, 但与期望失真的闭式关系尚无明确结论; 面向目标检测的通感性能边界理论, 误差指数的可定义条件限制了其应用范围. 由此可知, 如何将上述理论结果应用于实际系统的波形设计, 仍值得探索. 部分工作对现有帧结构中可用于感知的物理信道/信号进行了特征描述, 总结了当前基于实际通信系统帧结构的感知参数估计和通感性能折衷的研究进展, 并基于均方误差的通感性能边界理论, 采用最大似然估计理论推导了帧结构中导频信号的时频排布对感知参数估计 CRB 的影响.

当前, 以正交频分复用 (orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) 波形为代表的通感一体化波形设计最近受到越来越多的关注, 一个主要的原因是它与以 5G 为代表的移动通信系统物理层标准具有良好的兼容性. 3GPP NR R18 版本考虑在现有 5G 网络的基础上集成感知与通信功能^[87], 感知功能由用于通信的 5G NR 无线通信系统和基础设施提供^[88], 采用无线感知方式增强对目标的扩展定位能力, 辅助实现目标状态精准检测与连续追踪^[89]、厘米级定位精度和毫米级识别精度^[90]. 在 5G Advanced 中, 3GPP SA1 对 ISAC 用例及潜在需求进行了研究, 用例包括智能家居中的入侵者检测、高速公路上的行人或动物的入侵检测、透明传感服务等, 感知 KPI 包括感知精度、感知分辨率、时延、刷新率等^[44]. 3GPP RAN 则对 SA1 中讨论的候选解决方法进行可行性评估, 并提供信道模型、无线接入技术、工作频段、候选波形等方面的考虑^[91]. 为了最小化硬件部署成本和标准改动, vivo 公司^[92] 提出 R19 版本中 ISAC 信号设计应在 5G NR 传统物理信道和物理信号的基础上实现感知功能的集成, 这是基于 5G NR 的无线感知用例的初步尝试.

基于 5G NR 的无线感知, 将可用于雷达感知的信号分为用于信道估计的参考信号、非信道估计信号和数据有效载荷信号^[93]. 根据 3GPP 标准^[94], 参考信号主要包括与物理下行链路共享信道 (physical downlink shared channel, PDSCH) 和物理上行链路共享信道 (physical uplink shared channel, PUSCH) 相关联的解调参考信号 (demodulation reference signal, DMRS)、用于下行链路的信道状态信息参考信号 (channel-state information reference signals, CSI-RS) 和用于上行链路的探测参考信号 (sounding reference signals, SRS). 它们中的大多数具有梳状结构, 并针对不同的用户采用正交码, 同时在时域和频域中可灵活配置以支持不同的需求. 非信道估计信号主要包括同步信号 (synchronization signal, SS) 和物理广播信道 (physical broadcast channel, PBCH), 通常周期性地发送, 并且可用于估计多普勒频移. 但由于占用的子载波数量有限, 距离估计的分辨率受到限制. 数据有效载荷信号包括 PDSCH 和 PUSCH, 传输的数据对于特定用户总是随机的. 由前文讨论可知, 这种随机性将导致感知性能损失, 并增加了信号处理的复杂度. 综上所述, 应综合利用不同物理信号的传输和映射特性, 设计灵活的帧结构, 以满足不同场景的应用需求.

当前基于 NR 的无线感知技术研究, 学术界和产业界主要侧重在物理信道和信号的感知功能性评估上. Sun 等^[95] 提出采用上行链路探测参考信号 SRS 进行 UE 的 3D 定位, 研究基于子空间的联合角度-时间估计和基于统计的期望最大算法, 其中, 来自不同 UE 的 SRS 信号的正交性为两种定位方法提供了良好条件, 在没有相互干扰和性能损失的同时保证了对大量 UE 的检测、定位、跟踪. 中国移动 Ma 等^[96] 采用下行链路 DMRS 和 CSI-RS 导频信号实现距离估计误差 0.15 m 和速度估计误差

0.2 m/s 的感知性能. Rahman 等 [97] 提出将一维至三维压缩感知技术用于基于解调参考信号 DMRS 的无线感知技术中. Wei 等 [98] 提出采用定位参考信号 (positioning reference signal, PRS) 实现目标距离和速度的估计, 并通过增加观测帧的个数提升感知性能. Cui 等 [99] 从感知模糊函数角度评估了包括同步信号 PSS、SSS、物理广播信道 PBCH、解调参考信号 DMRS 在内的探测性能. 此外, vivo 公司在 2022 年 12 月 3GPP RP-223115 提案中, 采用信道状态信息参考信号 CSI-RS 的灵活可配置帧结构, 实现非接触式呼吸监测用例的性能评估与原型测试 [92].

除了上述对基于 NR 物理信道和信号的无线感知技术的性能评估工作之外, 少量研究探讨了导频信号的优化排布对感知和通信性能折衷的影响. Hsu 等 [100] 通过理论证明导频信号的排布和功率分配对雷达检测性能和通信误码率的影响, 但尚未考虑与 3GPP 物理层标准相结合. Zhao 等 [101,102] 研究在保证通信和感知性能的前提下, 通过优化导频信号的排布和功率分配最小化传输总功率. 然而, 当前基于导频信号的无线感知技术研究, 多以雷达检测性能、参数估计误差、感知信干噪比等表征感知性能, 以误码率、吞吐等表征通信性能, 通信与感知的性能指标单位仍然被放置在不同量纲上, 难以进行联合优化.

在近期工作中, 北京邮电大学张奇勋教授及团队根据 3GPP 物理层标准, 提出在时-频-空-码多维度上实现无线资源的优化调度, 基于灵活可配置的附加 DMRS 量化了感知估计性能 RMSE 和通信吞吐的权衡关系 [103], 推导了导频信号的排布对感知参数估计 CRB 的影响. 考虑基站自发自收的场景, 雷达接收机已知发送的调制符号, 受传播延迟 $\tau = 2r/c_0$ 和多普勒频移 $f_D = 2\nu_{\text{rel}}f_c/c_0$ 的影响 (其中, r 和 ν_{rel} 表示目标和基站间的距离, 目标相对基站运动的径向速度, c_0 表示光速, f_c 表示中心频率), 相位翻转后的雷达观测信号可以表示为

$$z_{n,m} = h e^{-j2\pi K_f n \Delta f \tau} e^{j2\pi K_t m T_s f_D} + \omega_{n,m}, \quad (74)$$

其中, h 表示复信道增益, K_t 和 K_f 分别表示导频信号的时域占用间隔和频域占用间隔, n 和 m 分别表示占用子载波索引和占用符号索引. Δf 表示子载波间隔, $T_s = 1/\Delta f + T_{\text{CP}}$ 表示包含循环前缀在内的 OFDM 符号持续时间, $\omega_{n,m}$ 表示具有零均值和方差为 $\sigma^2/A_{n,m}^2$ 的加性高斯白噪声, 式 (74) 中的无噪声分量可以写成

$$s_{n,m} = h e^{-j2\pi K_f n \Delta f \tau} e^{j2\pi K_t m T_s f_D}. \quad (75)$$

式 (74) 所对应的似然函数可表示为

$$f(Z|f_D, \tau) = \prod_{n=0}^{N_f-1} \prod_{m=0}^{M_t-1} \frac{A_{n,m}}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{A_{n,m}^2}{2\sigma^2} |z_{n,m} - s_{n,m}|^2}. \quad (76)$$

对于未知参数集 $\delta = (\tau, f_D)$, 考虑最大似然 (maximum likelihood, ML) 估计, 其目标是通过最小化如下的负对数似然函数:

$$L(Z|f_D, \tau) = \frac{M_t N_f}{2} \ln \left(\frac{A_{n,m}^2}{2\pi\sigma^2} \right) - \frac{A_{n,m}^2}{2\sigma^2} \sum_{n=0}^{N_f-1} \sum_{m=0}^{M_t-1} |z_{n,m} - s_{n,m}|^2 \quad (77)$$

得到参数估计量. 在该模型中, 针对未知参数定义 2×2 Fisher 信息矩阵 \mathbf{F} 为

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_{\tau,\tau} & F_{\tau,f_D} \\ F_{f_D,\tau} & F_{f_D,f_D} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} E \left(\frac{\partial^2 L}{\partial \tau^2} \right) & E \left(\frac{\partial^2 L}{\partial \tau \partial f_D} \right) \\ E \left(\frac{\partial^2 L}{\partial f_D \partial \tau} \right) & E \left(\frac{\partial^2 L}{\partial f_D^2} \right) \end{bmatrix} = \frac{A_{n,m}^2}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N_f-1} \sum_{m=0}^{M_t-1} \frac{\partial s_{n,m}}{\delta_i} \frac{\partial s_{n,m}^*}{\delta_j}. \quad (78)$$

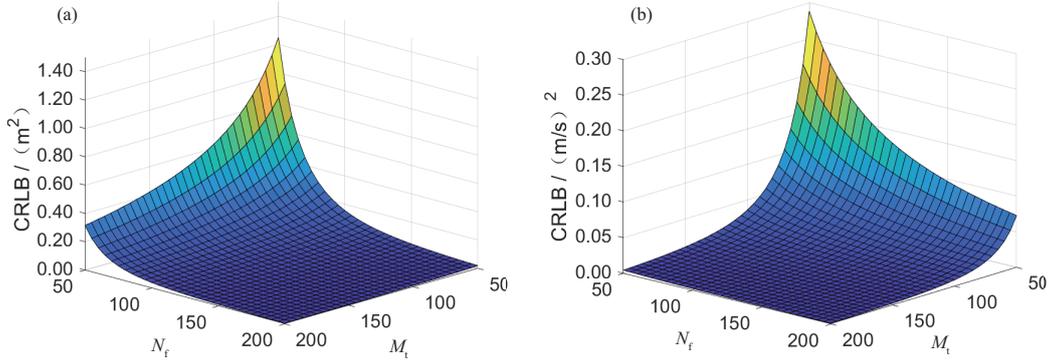


图 12 (网络版彩图) CRB 随时域和频域实际占用个数 M_t 和 N_f 的变化曲线 (SNR = -20 dB)

Figure 12 (Color online) CRB vs. the numbers of time-domain and frequency-domain intervals, M_t and N_f , actually occupied by the pilot symbols (SNR = -20 dB). (a) CRB of distance estimation; (b) CRB of velocity estimation

根据 CRB 的定义, 取矩阵的逆, 得到 τ 和 f_D 的 CRB, 如下所示:

$$\mathbf{F}^{-1} = \begin{bmatrix} \text{CRB}(\tau) & \text{CRB}(\tau, f_D) \\ \text{CRB}(f_D) & \text{CRB}(f_D) \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} F_{f_D, f_D} & -F_{\tau, f_D} \\ -F_{f_D, \tau} & F_{\tau, \tau} \end{bmatrix}, \quad (79)$$

其中,

$$\beta = 1 / (F_{f_D, f_D} F_{\tau, \tau} - F_{\tau, f_D} F_{f_D, \tau}). \quad (80)$$

当导频信号的排布方式固定时, 即时域和频域占用间隔 K_t 和 K_f 固定时, 改变时域和频域实际占用个数 M_t 和 N_f , 基于 NR 帧结构的无线感知估计距离和速度的克拉美罗下界 CRB 为

$$\text{CRB}(R) = \frac{6c_0^2 T_s^2 (2M_t - 1)}{h^2 \gamma (2\pi)^2 (N_f - 1) M_t N_f K_f^2 (7M_t N_f + N_f + M_t - 5)}, \quad (81)$$

$$\text{CRB}(v_{\text{rel}}) = \frac{6c_0^2 (\Delta f)^2 (2N_f - 1)}{h^2 \gamma (2\pi)^2 (N_f - 1) M_t N_f K_t^2 (7M_t N_f + N_f + M_t - 5)}, \quad (82)$$

其中, $\gamma = A_{n,m}^2 / \sigma^2$ 表示信噪比, $A_{n,m} = |a(n, m)|$ 表示发送符号的幅值. 由图 12 可知, 当时域和频域占用间隔 K_t 和 K_f 固定为 1 时, 距离和速度估计对时频域实际占用个数表现出了不同的相关程度. 对于距离估计, CRB 与 N_f 的立方成反比; 对于速度估计, CRB 与 M_t 的立方成反比.

当 $M \gg K_t$, $N \gg K_f$ 且时频资源有限时, 即时域占用总符号数 M 和频域占用总子载波数 N 固定时, 基于 NR 帧结构的无线感知估计距离和速度的 CRB 为

$$\text{CRB}(R) = \frac{12c_0^2 T_s^2 K_t K_f}{7h^2 \gamma (2\pi)^2 M N (N - K_f)^2}, \quad (83)$$

$$\text{CRB}(v_{\text{rel}}) = \frac{12c_0^2 (\Delta f)^2 K_t K_f}{7h^2 \gamma (2\pi)^2 f_c^2 M N (M - K_t)^2}. \quad (84)$$

由图 13 可知, 当时域占用总符号数 M 和频域占用总子载波数 N 有限时, 距离和速度估计的 CRB 对时频域的填充密度具有相同的依赖性. 当时频填充密度为 1 h, 即占用全部时频资源格用作探测时, CRB 取最小值.

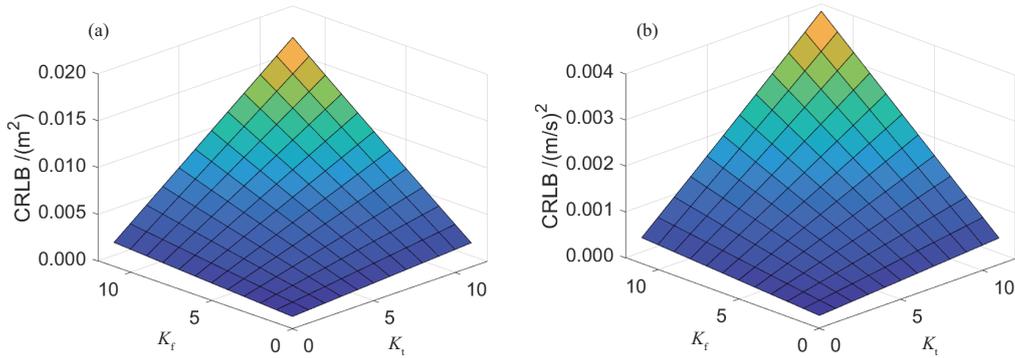


图 13 (网络版彩图) CRB 随时域和频域占用间隔 K_t 和 K_f 的变化曲线 ($\text{SNR} = -20 \text{ dB}$)

Figure 13 (Color online) CRB vs. the size of time-domain and frequency-domain gaps, K_t and K_f , in between pilot symbols. (a) CRB of distance estimation; (b) CRB of velocity estimation

8 结论与展望

通信感知一体化是下一代无线网络中的关键使能技术,而通信与感知间的性能折衷则是其中最为关键的基础理论问题之一.本文立足信息理论,聚焦于通信与感知的性能极限与可达边界问题,详细介绍了现有的相关研究工作,主要讨论了其中关于通感性能折衷的洞见.总结起来,现有工作建立了通感一体化的 4 种基本性能分析框架,包括容量-失真理论、CRB-速率区域、速率-误差指数区域,以及感知互信息的思想;阐明了通感性能折衷的两种细分类型,即子空间折衷和确定-随机折衷;提供了通感一体化系统的两大信息理论诠释,即延时反馈有状态信道编码和非合作式联合信源信道编码.与此同时,现有工作所建立的理论框架仍存在诸多有待填补的空白.在此,我们尝试列出各个细分研究方向中最具代表性的开放问题,与读者共勉.

(1) **马尔可夫信道下的容量-失真理论.**目前相关工作均考虑无记忆信道,这意味着目标参数的各次实现彼此独立.然而在实际场景中,目标参数(如位置、速度等)通常是连续变化的.与上述独立同分布模型相比,马尔可夫过程可能更能反映实际情况^[104].因此,刻画在马尔可夫信道模型下的容量-失真边界很有实际意义,也是一个富有挑战性的问题.

(2) **基于均方误差度量的通感性能边界理论.**现有工作^[73]已证明在 CRB-速率区域框架下,通信和感知性能之间存在确定-随机折衷.然而,CRB 仅是均方误差的一个下界,一般情形下仅在高 SNR 时可达.考察低 SNR 时更紧的下界(例如 Ziv-Zakai 下界^[105]),乃至均方误差度量本身是否存在确定-随机折衷,是十分值得探索的问题.

(3) **基于有限码长分析的感知等效速率理论.**利用无线感知的非合作式联合信源信道编码诠释,文献[82]提出了任意期望失真度量的通用下界,但该下界一般并不紧.若要改善该下界,则需要将感知目标仅能进行逐字母编码的事实纳入考量,在该约束下求得实际可达的最大感知速率,进而得到更紧的期望失真下界.在此过程中,可借鉴现有信息论研究中已建立起来的有限码长容量理论.此外,通感一体信号作为该理论框架中的“信道”,应当如何设计以达到感知等效容量,也是值得研究的问题.

(4) **面向目标检测的通感性能边界理论.**目前相关工作均采用速率-误差指数区域作为基本分析方法.然而,误差指数仅在感知相干时间趋于无穷大(即 $T \rightarrow \infty$)时才有定义.对于常见的高斯信道模型, $T \rightarrow \infty$ 时确定-随机折衷不存在,这导致速率-误差指数区域方法无法全面地反映通感性能折

衷. 解决这一问题的关键在于提出一种在任何时候都有定义, 且便于分析处理的目标检测性能度量.

(5) 面向通信 – 感知 – 计算一体化的性能边界理论. 为服务无人驾驶、智慧家庭、工业互联网等新兴应用, 下一代无线通信系统除了依赖于多维环境信息感知能力以外, 还需要强大的网络内生智能与计算能力. 这就需要在通感一体化的基础上, 进一步实现通信、感知、计算三者深度融合与互惠增强^[106,107]. 通信性能主要由频谱效率、能量效率、误比特/符号/帧率等衡量, 感知性能可由检测概率、虚警率、参数估计误差等衡量, 计算性能可由准确率、召回率、样本效率等指标衡量. 当前, 对于通感算一体化的研究才刚刚起步, 三者的性能互换机理、理论极限、协作机制仍是领域内开放问题.

参考文献

- 1 Andrews J G, Buzzi S, Choi W, et al. What will 5G be? *IEEE J Sel Areas Commun*, 2014, 32: 1065–1082
- 2 An J, Yang K, Wu J, et al. Achieving sustainable ultra-dense heterogeneous networks for 5G. *IEEE Commun Mag*, 2017, 55: 84–90
- 3 Shafi M, Molisch A F, Smith P J, et al. 5G: a tutorial overview of standards, trials, challenges, deployment, and practice. *IEEE J Sel Areas Commun*, 2017, 35: 1201–1221
- 4 Xiao M, Mumtaz S, Huang Y, et al. Millimeter wave communications for future mobile networks. *IEEE J Sel Areas Commun*, 2017, 35: 1909–1935
- 5 Tehrani M N, Uysal M, Yanikomeroglu H. Device-to-device communication in 5G cellular networks: challenges, solutions, and future directions. *IEEE Commun Mag*, 2014, 52: 86–92
- 6 Liu Y, Qin Z, Elkashlan M, et al. Nonorthogonal multiple access for 5G and beyond. *Proc IEEE*, 2017, 105: 2347–2381
- 7 Saad W, Bennis M, Chen M. A vision of 6G wireless systems: applications, trends, technologies, and open research problems. *IEEE Netw*, 2020, 34: 134–142
- 8 Dang S, Amin O, Shihada B, et al. What should 6G be? *Nat Electron*, 2020, 3: 20–29
- 9 You X, Wang C X, Huang J, et al. Towards 6G wireless communication networks: vision, enabling technologies, and new paradigm shifts. *Sci China Inf Sci*, 2021, 64: 110301
- 10 Google Inc. Home: Soli. 2023. <https://atap.google.com/soli>
- 11 Liu F, Cui Y, Masouros C, et al. Integrated sensing and communications: toward dual-functional wireless networks for 6G and beyond. *IEEE J Sel Areas Commun*, 2022, 40: 1728–1767
- 12 Liu F, Yuan W J, Yuan J H, et al. Radar-communication spectrum sharing and integration: overview and prospect. *J Radars*, 2021, 10: 467–484 [刘凡, 袁伟杰, 原进宏, 等. 雷达通信频谱共享及一体化: 综述与展望. *雷达学报*, 2021, 10: 467–484]
- 13 Kumari P, Vorobyov S A, Heath R W. Adaptive virtual waveform design for millimeter-wave joint communication-radar. *IEEE Trans Signal Process*, 2020, 68: 715–730
- 14 Liu Y, Liao G, Xu J, et al. Adaptive OFDM integrated radar and communications waveform design based on information theory. *IEEE Commun Lett*, 2017, 21: 2174–2177
- 15 Liu F, Masouros C, Ratnarajah T, et al. On range sidelobe reduction for dual-functional radar-communication waveforms. *IEEE Wireless Commun Lett*, 2020, 9: 1572–1576
- 16 Ma D, Shlezinger N, Huang T, et al. Joint radar-communication strategies for autonomous vehicles: combining two key automotive technologies. *IEEE Signal Process Mag*, 2020, 37: 85–97
- 17 Zhang J A, Liu F, Masouros C, et al. An overview of signal processing techniques for joint communication and radar sensing. *IEEE J Sel Top Signal Process*, 2021, 15: 1295–1315
- 18 Hassanien A, Amin M G, Zhang Y D, et al. Dual-function radar-communications: information embedding using sidelobe control and waveform diversity. *IEEE Trans Signal Process*, 2016, 64: 2168–2181
- 19 Huang T, Shlezinger N, Xu X, et al. MAJoRCom: a dual-function radar communication system using index modulation. *IEEE Trans Signal Process*, 2020, 68: 3423–3438
- 20 Wei Z Q, Feng Z Q, Li Y H, et al. Terahertz joint communication and sensing waveform: status and prospect. *J Commun*, 2022, 43: 3–10 [尉志青, 冯志勇, 李怡恒, 等. 太赫兹通信感知一体化波形: 现状与展望. *通信学报*, 2022, 43: 3–10]

- 21 Liu F, Zhou L, Masouros C, et al. Toward dual-functional radar-communication systems: optimal waveform design. *IEEE Trans Signal Process*, 2018, 66: 4264–4279
- 22 Liu F, Masouros C, Li A, et al. MU-MIMO communications with MIMO radar: from co-existence to joint transmission. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2018, 17: 2755–2770
- 23 Sturm C, Wiesbeck W. Waveform design and signal processing aspects for fusion of wireless communications and radar sensing. *Proc IEEE*, 2011, 99: 1236–1259
- 24 Liu X, Huang T, Shlezinger N, et al. Joint transmit beamforming for multiuser MIMO communications and MIMO radar. *IEEE Trans Signal Process*, 2020, 68: 3929–3944
- 25 Saddik G N, Singh R S, Brown E R. Ultra-wideband multifunctional communications/radar system. *IEEE Trans Microw Theor Techn*, 2007, 55: 1431–1437
- 26 Yuan W, Wei Z, Li S, et al. Integrated sensing and communication-assisted orthogonal time frequency space transmission for vehicular networks. *IEEE J Sel Top Signal Process*, 2020, 15: 1515–1528
- 27 Xiao Z, Zeng Y. Waveform design and performance analysis for full-duplex integrated sensing and communication. *IEEE J Sel Areas Commun*, 2022, 40: 1823–1837
- 28 Liu F, Liu Y F, Li A, et al. Cramér-Rao bound optimization for joint radar-communication beamforming. *IEEE Trans Signal Process*, 2022, 70: 240–253
- 29 Chen L, Wang Z, Du Y, et al. Generalized transceiver beamforming for DFRC with MIMO radar and MU-MIMO communication. *IEEE J Sel Areas Commun*, 2022, 40: 1795–1808
- 30 Ni Z, Zhang J A, Huang X, et al. Uplink sensing in perceptive mobile networks with asynchronous transceivers. *IEEE Trans Signal Process*, 2021, 69: 1287–1300
- 31 Liu F, Masouros C, Petropulu A P, et al. Joint radar and communication design: applications, state-of-the-art, and the road ahead. *IEEE Trans Commun*, 2020, 68: 3834–3862
- 32 左家骏, 杨瑞娟, 李晓柏, 等. 基于索引调制 OFDM 雷达通信共享信号压缩感知方法研究. *电子与信息学报*, 2020, 42: 2976–2983
- 33 Pan C K, Wang A L, Liu J J, et al. Technology analysis of integration of wireless sensing and communication. *Radio Commun Technol*, 2021, 47: 143–148 [潘成康, 王爱玲, 刘建军, 等. 无线感知通信一体化关键技术分析. *无线电通信技术*, 2021, 47: 143–148]
- 34 Liu F, Masouros C, Li A, et al. MIMO radar and cellular coexistence: a power-efficient approach enabled by interference exploitation. *IEEE Trans Signal Process*, 2018, 66: 3681–3695
- 35 Ma D, Shlezinger N, Huang T, et al. Spatial modulation for joint radar-communications systems: design, analysis, and hardware prototype. *IEEE Trans Veh Technol*, 2021, 70: 2283–2298
- 36 Wang J, Liang X D, Chen L Y, et al. First demonstration of joint wireless communication and high-resolution SAR imaging using airborne MIMO radar system. *IEEE Trans Geosci Remote Sens*, 2019, 57: 6619–6632
- 37 Moghaddasi J, Wu K. Multifunctional transceiver for future radar sensing and radio communicating data-fusion platform. *IEEE Access*, 2016, 4: 818–838
- 38 Temiz M, Horne C, Peters N J, et al. An experimental study of radar-centric transmission for integrated sensing and communications. *IEEE Trans Microw Theor Techn*, 2023, 71: 3203–3216
- 39 Xu T, Liu F, Masouros C, et al. An experimental proof of concept for integrated sensing and communications waveform design. *IEEE Open J Commun Soc*, 2022, 3: 1643–1655
- 40 Zhang Q, Gan X. Joint communication and sensing enabled cooperative perception testbed for connected automated vehicles. In: *Proceedings of IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS)*, New York, 2022
- 41 Mannem N S, Erfani E, Huang T Y, et al. A mm-Wave frequency modulated transmitter array for superior resolution in angular localization supporting low-latency joint communication and sensing. *IEEE J Solid-State Circ*, 2023, 58: 1572–1585
- 42 Mannem N S, Park J, Erfani E, et al. A reconfigurable phase-time array transmitter achieving keyless secured transmission and multi-receiver localization for low-latency joint communication and sensing. *IEEE J Solid-State Circ*, 2023, 58: 1898–1912
- 43 IEEE Wireless LAN Working Group. Standard for information technology – telecommunications and information exchange between systems local and metropolitan area networks – specific requirements – part 11: wireless LAN

- medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications amendment: enhancements for wireless local area network (WLAN) sensing: 801.11bf. IEEE, 2020. <https://ieeexplore.ieee.org/document/102648>
- 44 3rd Generation Partnership Project. Feasibility study on integrated sensing and communication: TR 22.837. 3GPP, 2022. https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/22_series/22.837/
- 45 International Telecommunication Union. Proposals for the draft new Recommendation ITU-R M.[IMT. FRAMEWORK FOR 2030 AND BEYOND]. ITU-R WP5D, 2023. <https://www.itu.int/md/R19-WP5D-C-1743>
- 46 Meng K, Wu Q, Xu J, et al. UAV-enabled integrated sensing and communication: opportunities and challenges. *IEEE Wireless Commun*, 2023. doi: 10.1109/MWC.131.2200442
- 47 Song X, Zhao D, Hua H, et al. Joint transmit and reflective beamforming for IRS-assisted integrated sensing and communication. In: *Proceedings of IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, Austin, 2022. 189–194
- 48 Hua H C, Xu J, Han T X. Optimal transmit beamforming for integrated sensing and communication. 2023. ArXiv:2104.11871
- 49 Song X, Xu J, Liu F, et al. Intelligent reflecting surface enabled sensing: Cramér-Rao lower bound optimization. In: *Proceedings of IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*, Rio de Janeiro, 2022. 413–418
- 50 Liu A, Huang Z, Li M, et al. A survey on fundamental limits of integrated sensing and communication. *IEEE Commun Surv Tut*, 2022, 24: 994–1034
- 51 Zheng Z D, Niu Z Y, Zhang J Y. Receiver and transmitter angle estimation for Bi-static MIMO radar with single snapshot. *Signal Process*, 2010, 26: 789–794 [郑志东, 牛朝阳, 张剑云. 单快拍数下双基地 MIMO 雷达的角度估计. *信号处理*, 2010, 26: 789–794]
- 52 Li B, Petropulu A P. Joint transmit designs for coexistence of MIMO wireless communications and sparse sensing radars in clutter. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 2017, 53: 2846–2864
- 53 Xiong Y F, Liu F, Cui Y H, et al. Flowing the information from Shannon to Fisher: towards the fundamental tradeoff in ISAC. In: *Proceedings of IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM 2022)*, Rio de Janeiro, 2022
- 54 El Gamal A, Kim H. *Network Information Theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 2011
- 55 Ahmadipour M, Wigger M, Kobayashi M. Joint sensing and communication over memoryless broadcast channels. In: *Proceedings of IEEE Information Theory Workshop*, Riva del Garda, 2021
- 56 Ahmadipour M, Kobayashi M, Wigger M, et al. An information-theoretic approach to joint sensing and communication. *IEEE Trans Inform Theor*, 2022. doi: 10.1109/TIT.2022.3176139
- 57 Sutivong A, Cover T M, Chiang M. Tradeoff between message and state information rates. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, Washington DC, 2001
- 58 Cover T M, Thomas J A. *Elements of Information Theory*. 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006
- 59 Kobayashi M, Caire G, Kramer G. Joint state sensing and communication: optimal tradeoff for a memoryless case. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, Vail, 2018. 111–115
- 60 Kobayashi M, Hamad H, Kramer G, et al. Joint state sensing and communication over memoryless multiple access channels. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, Paris, 2019. 270–274
- 61 Liu Y, Li M, Liu A, et al. Information-theoretic limits of integrated sensing and communication with correlated sensing and channel states for vehicular networks. *IEEE Trans Veh Technol*, 2022, 71: 10161–10166
- 62 Han T, Kobayashi K. A new achievable rate region for the interference channel. *IEEE Trans Inform Theor*, 1981, 27: 49–60
- 63 Barron A R. Entropy and the central limit theorem. *Ann Probab*, 1986, 14:
- 64 Kay S M. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1993
- 65 van Trees H L. *Detection, Estimation and Modulation, Part I*. Hoboken: Wiley Press, 1968
- 66 Guo D N, Shamai S, Verdu S. Mutual information and minimum mean-square error in Gaussian channels. *IEEE Trans Inform Theor*, 2005, 51: 1261–1282
- 67 Guo D N, Shamai S, Verdu S. Estimation of non-Gaussian random variables in Gaussian noise: properties of the MMSE. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, Toronto, 2008. 1083–1087
- 68 Wu Y, Guo D N, Verdu S. Derivative of mutual information at zero SNR: the Gaussian-noise case. *IEEE Trans Inform Theor*, 2011, 57: 7307–7312
- 69 Guo D N, Wu Y H, Shamai S, et al. Estimation in Gaussian noise: properties of the minimum mean-square error.

- IEEE Trans Inform Theor, 2011, 57: 2371–2385
- 70 Guo D N. The interplay between information and estimation measures. *FNT Signal Process*, 2013, 6: 243–429
- 71 Verdu S, Guo D N. A simple proof of the entropy-power inequality. *IEEE Trans Inform Theor*, 2006, 52: 2165–2166
- 72 Guo D N, Shamai S, Verdu S. Mutual information and conditional mean estimation in poisson channels. *IEEE Trans Inform Theor*, 2008, 54: 1837–1849
- 73 Xiong Y F, Liu F, Cui Y, et al. On the fundamental tradeoff of integrated sensing and communications under Gaussian channels. *IEEE Trans Inform Theor*, 2023, 69: 5723–5751
- 74 Edelman A. Eigenvalues and condition numbers of random matrices. *SIAM J Matrix Anal Appl*, 1988, 9: 543–560
- 75 Bump D. *Lie Groups*. Berlin: Springer, 2004
- 76 Marzetta T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2010, 9: 3590–3600
- 77 Chiriyath A R, Paul B, Jacyna G M, et al. Inner bounds on performance of radar and communications co-existence. *IEEE Trans Signal Process*, 2016, 64: 464–474
- 78 Bell M R. Information theory and radar waveform design. *IEEE Trans Inform Theor*, 1993, 39: 1578–1597
- 79 Guerci J R, Guerci R M, Lackpour A, et al. Joint design and operation of shared spectrum access for radar and communications. In: *Proceedings of IEEE Radar Conference (RadarCon)*, Arlington, 2015. 0761–0766
- 80 Yang Y, Blum R. MIMO radar waveform design based on mutual information and minimum mean-square error estimation. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 2007, 43: 330–343
- 81 De Maio A, Lops M. Design principles of MIMO radar detectors. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 2007, 43: 886–898
- 82 Liu F, Xiong Y F, Wan K, et al. Deterministic-random tradeoff of integrated sensing and communications in Gaussian channels: a rate-distortion perspective. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, Taipei, 2023. 1–6
- 83 Chernoff H. A measure of asymptotic efficiency for tests of a hypothesis based on the sum of observations. *Ann Math Statist*, 1952, 23: 493–507
- 84 Joudeh H, Willems F M J. Joint communication and binary state detection. *IEEE J Sel Areas Inf Theor*, 2022, 3: 113–124
- 85 Wu H, Joudeh H. On joint communication and channel discrimination. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, Espoo, 2022. 3321–3326
- 86 Joudeh H. Joint communication and target detection with multiple antennas. In: *Proceedings of the 26th International ITG Workshop on Smart Antennas and the 13th Conference on Systems, Communications, and Coding*, Braunschweig, 2023. 404–409
- 87 China Telecom. Motivation on Integrating Sensing with Communication in NR. RP-222292, 3GPP TSG RAN #97-e, 2022. https://www.3gpp.org/ftp/TSG_RAN/TSG_RAN/TSGR_97e/Docs/RP-222292.zip
- 88 3rd Generation Partnership Project. Revised SID on Integrated Sensing and Communication. SP-220717, 3GPP TSG SA Meeting #96, 2022. https://www.3gpp.org/ftp/tsg_sa/TSG_SA/TSGS_96_Budapest_2022_06/Docs/SP-220717.zip
- 89 Lenovo. Motivation for Introducing Sensing in NR Rel-18. RP-212467, 3GPP TSG RAN#93-e, 2021. https://www.3gpp.org/ftp/tsg_ran/TSG_RAN/TSGR_93e/Docs/RP-212467.zip
- 90 China Telecom. Proposal on Conducting the Study of Integrating Sensing and Communication in NR. RP-222951, 3GPP TSG RAN #98-e, 2022. https://www.3gpp.org/ftp/TSG_RAN/TSG_RAN/TSGR_98e/Docs/RP-222951.zip
- 91 Xiaomi. RAN Level Guidance Required for Sensing. RP-221942, 3GPP TSG RAN#97-e, 2022. https://www.3gpp.org/ftp/TSG_RAN/TSG_RAN/TSGR_97e/Docs/RP-221942.zip
- 92 Vivo. Initial Study on Integrated Sensing and Communication for NR. RP-223115, 3GPP TSG RAN Meeting #98-e, 2022. https://www.3gpp.org/ftp/TSG_RAN/TSG_RAN/TSGR_98e/Docs/RP-223115.zip
- 93 Zhang J A, Rahman M L, Wu K, et al. Enabling joint communication and radar sensing in mobile networks — a survey. *IEEE Commun Surv Tut*, 2022, 24: 306–345
- 94 3rd Generation Partnership Project. Technical specification group radio access network; NR; Physical channels and modulation. 3GPP TS 38.211 V18.0.0, 2023. https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/38_series/38.211/38211-i00.zip
- 95 Sun B, Tan B, Wang W, et al. A comparative study of 3D UE positioning in 5G new radio with a single station.

- Sensors, 2021, 21: 1178
- 96 Ma L, Pan C K, Wang Q X, et al. A downlink pilot based signal processing method for integrated sensing and communication towards 6G. In: Proceedings of the 95th Vehicular Technology Conference, Helsinki, 2022. 1–5
- 97 Rahman M L, Cui P-F, Zhang J A, et al. Joint communication and radar sensing in 5G mobile network by compressive sensing. In: Proceedings of the 19th International Symposium on Communications and Information Technologies (ISCIT), Ho Chi Minh City, 2019. 599–604
- 98 Wei Z, Wang Y, Ma L, et al. 5G PRS-based sensing: a sensing reference signal approach for joint sensing and communication system. IEEE Trans Veh Technol, 2023, 72: 3250–3263
- 99 Cui Y H, Jing X J, Mu J S. Integrated sensing and communications via 5G NR waveform: performance analysis. In: Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Singapore, 2022. 8747–8751
- 100 Hsu H W, Lee M C, Gu M X, et al. Analysis and design for pilot power allocation and placement in OFDM based integrated radar and communication in automobile systems. IEEE Trans Veh Technol, 2022, 71: 1519–1535
- 101 Zhao Q M, Li S Q, Tang A M, et al. Energy-efficient reference signal optimization for 5G V2X joint communication and sensing. In: Proceedings of IEEE International Conference on Communications, Seoul, 2022. 1040–1045
- 102 Zhao Q M, Tang A M, Wang X. Reference signal design and power optimization for energy-efficient 5G V2X integrated sensing and communications. IEEE Trans Green Commun Netw, 2023, 7: 379–392
- 103 Ji K J, Zhang Q X, Wei Z Q, et al. Networking based ISAC hardware testbed and performance evaluation. IEEE Commun Mag, 2023, 61: 76–82
- 104 Goldsmith A J, Varaiya P P. Capacity, mutual information, and coding for finite-state Markov channels. IEEE Trans Inform Theor, 1996, 42: 868–886
- 105 Bell K L, Steinberg Y, Ephraim Y, et al. Extended Ziv-Zakai lower bound for vector parameter estimation. IEEE Trans Inform Theor, 1997, 43: 624–637
- 106 Yan S, Peng M G, Wang W B. Integration of communication, sensing and computing: the vision and key technologies of 6G. J Beijing Univ Post Telecommun, 2021, 44: 1–11 [闫实, 彭木根, 王文博. 通信 – 感知 – 计算融合: 6G 愿景与关键技术. 北京邮电大学学报, 2021, 44: 1–11]
- 107 段向阳, 杨立, 夏树强, 等. 通感算智一体化技术发展模式. 电信科学, 2022, 38: 37–48

Information-theoretic limits of integrated sensing and communications

Yifeng XIONG¹, Fan LIU^{2*}, Weijie YUAN², Yuanhao CUI², Kai YANG³, Gang WU⁴,
Qixun ZHANG¹, Zhiqing WEI¹, Zhiyong FENG¹ & Ping ZHANG¹

1. *School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China;*

2. *Department of Electronic and Electrical Engineering, Southern University of Science and Technology, Shenzhen 518055, China;*

3. *School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;*

4. *National Key Laboratory of Science and Technology on Communications, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China*

* Corresponding author. E-mail: liuf6@sustech.edu.cn

Abstract Wireless sensing has become an important native capability in next-generation wireless networks (including 6G and Wi-Fi 7) and is widely recognized in the communications industry. Integrated sensing and communications (ISAC) is a promising technology that integrates communication and sensing functionalities into a single wireless system, thereby reducing wireless resource and infrastructure costs and improving communication and sensing subsystem performances. The performance tradeoff between communication and sensing (C&S) is one of the most important fundamental problems of ISAC. This paper argues that performance limits and achievable performance regions are essential techniques for studying C&S tradeoffs. Existing contributions are investigated from four aspects: capacity-distortion theory, C&S performance boundary theory based on mean square error, C&S performance boundary theory based on equivalent sensing rate, and target-detection-oriented C&S performance boundary theory. Moreover, this C&S tradeoff is twofold, comprising the deterministic-random and subspace tradeoffs. As a step further, we discuss the ISAC performance limits based on practical 5G NR frame structures. Finally, representative open problems associated with the information-theoretic limits of ISAC systems are summarized.

Keywords integrated sensing and communications, information-theoretic limits, the performance tradeoff between communication and sensing