



移动机器人导航技术综述

姚陈鹏^{1,2}, 石文博², 刘成菊², 陈虹^{1,2}, 陈启军^{2*}

1. 同济大学机械工程流动站, 同济大学汽车学院, 上海 201804

2. 同济大学电子与信息工程学院, 上海 201804

* 通信作者. E-mail: qjchen@tongji.edu.cn

收稿日期: 2022-10-27; 修回日期: 2022-12-31; 接受日期: 2023-05-10; 网络出版日期: 2023-12-11

国家自然科学基金重点项目 (批准号: 62233013) 资助

摘要 作为移动机器人的核心技术之一, 导航技术涉及感知、决策、控制等多层架构, 包含建图、定位、规划等主要模块, 兼容经典控制与机器学习等多样算法, 其相关研究涉及面广, 时间跨度大, 联系较为不明显. 为梳理不同工作间关联, 帮助快速了解移动机器人导航技术发展与挑战, 本文从“导航”的词语释义与数学描述出发, 以“导”与“航”两个主要目标为线索贯穿全文. 通过分析不同环境下的导航应用局限, 探究环境的空间复杂性与时间不确定性对导航技术产生的影响, 阐明复杂场景应用下的研究现状与关键挑战. 全文借助对近几十年来相关文献的归类梳理, 寻找不同研究间的相关联系、研究初衷以及可能方案, 拟在帮助读者加深对导航技术理解的同时, 为后续研究提供思路参考.

关键词 移动机器人, 导航技术, 导航效率, 导航安全, 复杂环境

1 引言

自 20 世纪 60 年代第一台移动机器人 Shakey 面世以来, 移动机器人导航技术因其综合性与实用性一直受到广泛的关注^[1~3]. 作为机器人核心技术之一, 导航技术为机器人完成各类复杂任务提供了基础, 也使得机器人被广泛应用于运输、清洁、迎宾等各类场景, 活跃在生产生活之中.

移动机器人导航技术涉及感知、决策、控制等多层架构^[4,5], 包含建图^[6,7]、定位^[8,9]、规划^[10~13]等主要模块, 兼容经典控制与机器学习等多样算法^[14~17], 长久以来其相关研究工作层出不穷, 但涉及面广, 时间跨度大, 联系较为不明显. 然而, 现有移动机器人导航相关综述大多仅侧重于特定类型传感器^[18~20]、特定模块^[6,8~13]、特定场景^[21~27]或特定算法^[14~17], 缺乏对不同研究方向间的关系梳理, 缺少对整体导航技术的讨论分析.

为梳理不同工作间关联, 帮助快速了解移动机器人导航技术发展与挑战, 本文拟基于图 1 所示逻辑架构展开讨论, 具体布局如下. 第 2 节首先从“导航 (navigation)”的释义与数学描述出发, 提出机

引用格式: 姚陈鹏, 石文博, 刘成菊, 等. 移动机器人导航技术综述. 中国科学: 信息科学, 2023, 53: 2303-2324, doi: 10.1360/SSI-2022-0420

Yao C P, Shi W B, Liu C J, et al. An overview of mobile robot navigation technology (in Chinese). Sci Sin Inform, 2023, 53: 2303-2324, doi: 10.1360/SSI-2022-0420

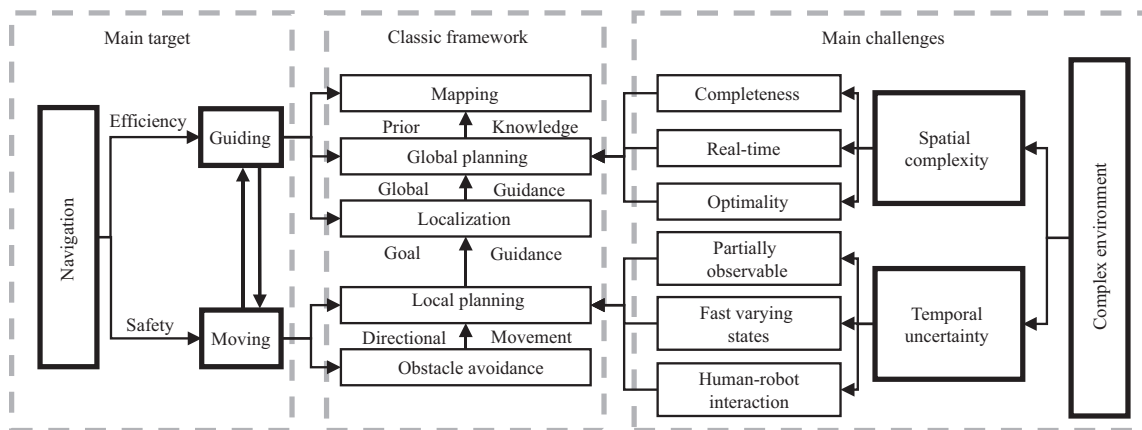


图 1 导航的目标与挑战

Figure 1 Objectives and challenges of navigation

机器人导航的主要目标为提升运动效率 (导, guiding) 与保证运动安全 (航, moving), 再通过对近年来相关工作的统计分析, 表明目前机器人导航的主要挑战在于复杂环境特有的空间复杂性以及时间不确定性对已有导航算法所带来的冲击. 在此基础上, 第 3 与 4 节通过关联主要目标与主要挑战阐述导航任务在不同应用场景下所面临的挑战及研究现状. 最后, 第 5 节进一步总结相关研究工作以及未来研究方向.

本文以独特的逻辑梳理文献 200 余篇, 时间跨度涵盖 1957~2023 年, 通过寻找不同研究间的相关联系、研究初衷以及可能解决方案, 拟在帮助读者加深对导航技术理解的同时, 为后续研究提供思路参考. 本文主要贡献如下所述.

- 从词语释义角度梳理机器人导航工作, 以提升效率 (导) 与保证安全 (航) 两个目标描述导航任务的本质.
- 通过相关文献分析探究机器人导航挑战, 提出环境所带来的时间不确定性与空间复杂性是目前导航技术所面临的主要挑战.
- 联合主要任务与主要挑战, 从基础导航任务到复杂场景应用, 以全新的角度, 系统、递进地分析相关研究工作的主要思路及未来研究点.

2 机器人导航的研究现状

2.1 导航任务的主要目标

根据现代汉语词典解释, “导航”是指“引导陆地、海洋、空中和空间载体从一地向另一地运动的活动及其技术的统称”^[28].

考虑实际三维物理空间 $Q \subset \mathbb{R}^3$, 令其中可能导致机器人碰撞损坏的区域为 Q_{obs} , 安全区域为 $Q_{free} = Q \setminus Q_{obs}$. 此时若以空间中一点 $q_o^w \in Q$ 作为原点构建世界坐标系, 则机器人在空间中的姿态可表示为 $\mathbf{x} = [p^x, p^y, p^z, \theta^r, \theta^p, \theta^y]$, 其中, $[p^x, p^y, p^z]$ 为机器人在世界坐标系下的坐标, 而 $\theta^r, \theta^p, \theta^y$ 分别表示机器人的滚动角 (roll)、俯仰角 (pitch) 和偏转角 (yaw)¹⁾. 其运动可通过式 (1) 所示运动方程进行

1) 绕 z 轴的旋转称为滚动 (roll); 绕 y 轴的旋转称为俯仰 (pitch); 绕 x 轴的旋转称为偏转 (yaw).

描述.

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}, \mathbf{w}_k), \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k$ 分别为在 k 时刻下的机器人状态、机器人控制信号以及控制噪声. 通常情况下, 控制信号由机器人的角速度 $\boldsymbol{\omega} = [\dot{\theta}^x, \dot{\theta}^y, \dot{\theta}^z]$ 与线速度 $\mathbf{v} = [\dot{p}^x, \dot{p}^y, \dot{p}^z]$ 表示, 即 $\mathbf{u} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}]$, 而过程噪声 \mathbf{w}_k 则与传感器精度、控制性能、环境干扰等多方面因素有关.

对于从位置 \mathbf{x}_s 到 \mathbf{x}_g 的导航任务, 其数学描述可由式 (2) 给出. 该任务下, 导航算法被期望找到系列控制信号 $\{\mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_T\}$, 使得机器人在运动方程 (1) 作用下, 实现从位置 \mathbf{x}_s 到 \mathbf{x}_g 的转移. 其中 $c(\{\mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_T\})$ 为具体导航应用需求下所设立的代价函数, 以便于对导航性能进行评估.

$$\begin{aligned} \{\mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_T\} &= \arg \min c(\{\mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_T\}), \\ \text{s.t. } f(\mathbf{x}_g, \mathbf{u}_{0:T}, \mathbf{w}_k) &= \mathbf{x}_g, \\ \mathbf{x}_k &\notin \mathcal{Q}_{\text{obs}}, k = 0, \dots, T. \end{aligned} \quad (2)$$

结合词语释义与式 (2) 所示导航定义, 本文以“导”与“航”两个目标描述导航任务的本质, 关联相关研究方向, 并引申新的研究思路. “导, 引也”^[29], 正确有效地引导可帮助机器人从一地向另一地进行高效运动, 是导航效率的保证, 其旨在通过适当的引导方式使得目标函数 $c(\{\mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_T\})$ 最小化, 同时保证第一个约束条件 $f(\mathbf{x}_g, \mathbf{u}_{0:T}, \mathbf{w}_k) = \mathbf{x}_g$ 能够成立. “航, 渡也”^{[29]2)}, 在以机器人为载体时, 可引申为机器人在空间中的安全运动, 是导航成功率的体现, 其对应于第二个约束条件 $\mathbf{x}_k \notin \mathcal{Q}_{\text{obs}}, k = 0, \dots, T$.

2.2 导航任务的主要挑战

如图 1 所示, 围绕“导 (guiding)”与“航 (moving)”两大目标, 由建图、定位、全局规划以及局部规划等模块组成的经典导航框架^[4,5]为导航任务的求解提供了一套成熟的方案. 具体的, 避障算法^[30~32]与局部规划算法^[33~35]的引入使机器人能够在环境中进行简单运动且不发生碰撞, 而全局规划算法^[36~38]则在机器人定位^[39~41]与 SLAM 建图^[42~44]等感知算法的支撑下, 以细分任务的方式引导机器人快速地完成向终点的行进. 其中, 定位算法使机器人了解自己, 了解目标, 空旷环境下的导航任务可简单地以目标点方位为前进方向; SLAM 等算法所构建的地图模型为机器人提供了环境先验; 全局规划算法则抽象出连接自身位置与目标点的无碰撞路径, 定位、建图与规划三者分别以终点引导、环境先验, 以及全局引导的方式提升整体导航效率.

在经典导航框架下, 以激光为主要传感器的机器人导航技术得以快速的发展并被广泛应用, 但近年来关于导航问题的探索却仍未停止. 为深入了解并分析导航任务目前所面临的主要挑战, 本文在 Google 学术中以“robot navigation”(机器人导航)为关键词进行搜索, 在整理 2018 年以来的 100 篇文献后获得图 2 所示统计结果. 其中, 多机器人导航相关研究占 5%, 综述型文章占 11%, 视觉导航工作占 7%, 对于感知方法的改进占 10%. 部分工作结合主动推理, (逆) 强化学习等内容对导航算法提出了新的尝试, 约占 14%, 而 5% 的文献则以特定机器人、终身学习、多元任务等为内容展开研究. 剩余近一半 (48%) 工作则通过特定环境对导航任务进行限定. 在这些特定环境中, 又以杂乱 (cluttered)、狭窄 (narrow)、大尺度 (long range/large scale) 等由于空间特性导致的难题 (空间复杂), 以及人群 (crowd)、动态障碍物 (moving/dynamic obstacle)、非结构化 (unstructured) 等由于时间推移造成的环境状态变化挑战 (时间不确定) 为主, 分别占总体的 12% 和 32%. 剩下的 4% 则为兼具二者的具体应用场景. 复

2) “航”通“杭”, “渡”通“度”, 导航一词最初多和船舶的航行相关.

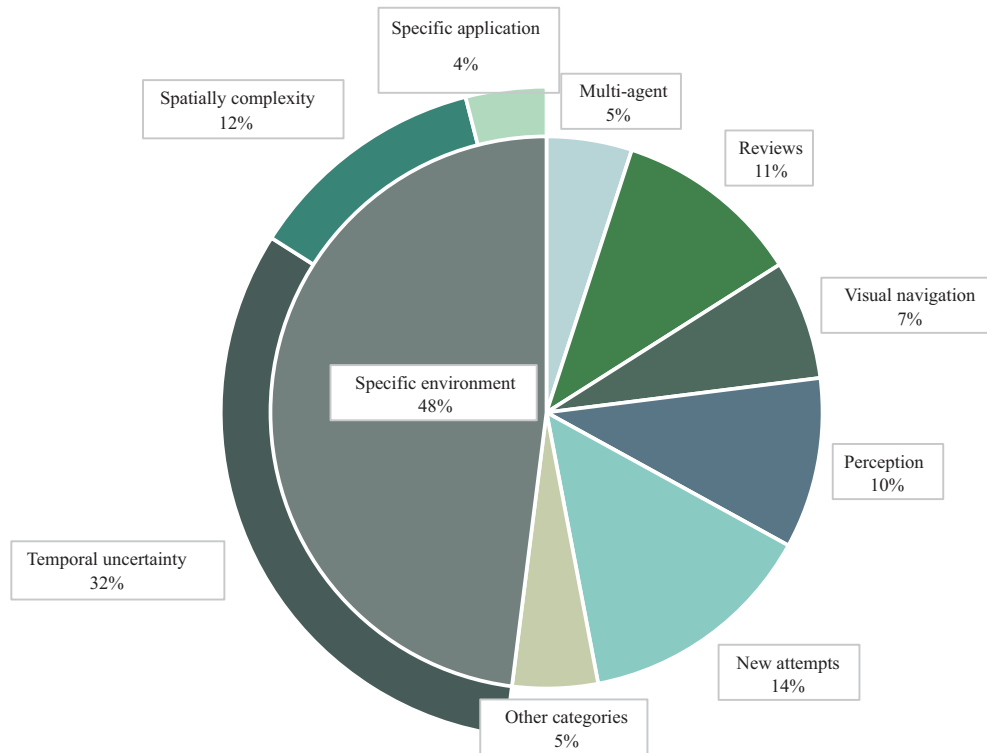


图 2 (网络版彩图) 2018 年以来机器人导航相关研究方向统计
 Figure 2 (Color online) Statistics of research topics related to robot navigation since 2018

杂环境所带来的空间复杂性以及时间不确定性难题俨然已成为目前机器人导航技术所亟须克服的两大挑战。

3 空间复杂性与导航效率

如表 1^[45~50] 所示, 空间复杂性 (spatial complexity) 的提升主要表现为环境的尺度规模扩大与杂乱程度提升, 前者由于搜索空间的扩大致使规定时间内的路径求解成为了挑战 (实时性), 后者则因为狭窄通道、死区等特殊结构的加入限制了部分全局规划算法对可行解的获取 (完备性). 对二者性能上的改进则不可避免地使得相关算法的建模精度下降, 进而导致最优性缺失.

在经典导航框架下, 全局路径规划算法借助搜寻工作空间中连接起点与终点的无碰撞路径, 以局部目标点 (全局路径上的点) 的方式划分导航任务, 并转交给局部规划模块执行. 其在实时性、完备性以及最优性上的表现直接影响整体导航任务的效率.

3.1 场景尺度与实时性

导航任务中的全局路径规划是一个单序列规划问题 (one-query planning), 其目的在于从机器人的工作空间中搜寻一条可行的路径以保障局部规划算法得以快速且轻松地被执行. 已有的单序列规划算法大致可分为基于图搜索与基于采样方法两大类, 前者以深度优先搜索 (depth first search, DFS)^[51] 与广度优先搜索 (breadth first search, BFS)^[52] 等图搜索算法为代表, 后者则以快速拓展随机树 (rapidly-exploring random trees, RRT)^[38] 及其系列变种算法^[53~55] 被广泛熟知. 二者虽在形式上略有不同,

表 1 空间复杂性代表性研究
Table 1 Representative research of spatial complexity

Spatial complexity	Research direction	Representative methods	Main ideas
Scale	Real-time	JPS ^[45]	Optimize searching by removing symmetric paths
		PRM ^[46]	Reduce the search space by sampling randomly
Chaos	Completeness	Bi-RRT ^[47]	Increase samples by introducing dual tree structure
		RRV ^[48]	Improve sampling quality with PCA
Accuracy	Optimality	Theta* ^[49]	Improve angle resolution with any vertex connection
		RRT* ^[50]	Optimize data by pruning the tree structure

但其中心思想都在于从起始状态开始对当前工作空间进行不断的探索,直至终点状态被发现后再对探索过程进行回溯以生成路径.该类算法的时间消耗对搜索空间敏感,其规划时间与场景尺度呈正相关.但与此相悖,随着机器人技术的发展与推进,实际应用下对工作环境尺度的大型化、规模化需求日益增长,对规划算法的实时性能 (real-time) 却更加苛刻.为更好地适应不同环境下的导航任务,提升全局规划算法的实时性能具有重要意义.

由于单序列规划算法的本质为一个空间搜索过程,其实时性能的提升也主要围绕改良搜索顺序以及缩小搜索空间两方面展开.

在相同的搜索空间下,搜索顺序的优劣直接决定规划过程所需的时间.以广度优先算法^[52]为基础, Dijkstra 算法^[36]为每个状态赋予属性 $g(\cdot)$ 以描述当前状态距离起始状态的已知最短距离,在维护 OPEN 和 CLOSED 两个列表的同时不断寻找 $g(\cdot)$ 最小的状态并更新相关权重信息,最终获取起点到其他节点的最短路径.更进一步, A^* ^[37] 在 Dijkstra^[36] 的基础上叠加了距离终点状态的引导函数 (heuristic function) $h(\cdot)$, 以 $f(\cdot) = g(\cdot) + h(\cdot)$ 为评判基准, A^* 算法的搜索方向对终点有很好的指向性,从而加快了规划速度.出于对路径对称性问题 (path dymmetries)^[56] 的考量, JPS (jump point search)^[45] 通过跳点 (jump point) 的引入在 A^* 的基础上进一步减少了规划时间.

对搜索方式的改进虽然在一定程度上提升了规划性能,但随着搜索空间的进一步扩大,其同步增长的规划时间并不能被有效地控制在合适的范围内,此时通过一定方式对原始工作空间进行筛选简化,使其成为保障实时性的另一有效手段.部分工作通过牺牲内存的方式精简搜索空间, Pochter 等^[57] 引入死区陷阱 (swamp) 的概念,通过事先排除可以被其他状态等效代替的区域以减少搜索空间; JPS+^[58] 则在预处理阶段提取了关键路径点,通过预先选取跳点的方式进一步改进了 JPS 算法.分层搜索^[59~61] 是另一种简化方案,通过将整个空间划分为几个较小的空间后逐层进行搜索,在尽可能不损失精度的情况下,有效地加快了规划速度.以 PRM (probabilistic roadmaps)^[46] 为代表的多序列规划算法 (multi-query planning)^[62,63] 则以生成可重复规划的等效搜索空间为目标,通过将空间离散化为图结构的方式完成对搜索空间的优化.

基于两种改进策略,场景尺度对机器人导航任务所带来的影响得以基本解决.作为 2013 年被提出的算法, JPS 至今仍作为 SOTA (state-of-the-art) 算法之一被广泛应用于各类场合^[64,65], 除少数极端环境外,可适应绝大部分由于场景尺度变化所带来的实时性问题.对搜索空间的系列简化方法则进一步为特殊场景需求下的导航任务提供了改进的思路,但其离散化过程也为算法的完备性缺失埋下了隐患.

3.2 杂乱程度与完备性

完备性 (completeness) 是对搜索空间存在可行解时算法有效获取解能力的衡量.以 Dijkstra^[36],

A*^[37], JPS^[45] 等为代表的图搜索算法大多具有较好的完备性. 但多序列规划涉及的离散化过程导致了空间信息的丢失, 使得整体算法丧失了原有的完备性或仅具备概率完备性. 环境中通道的存在与否直接影响了两端区域的连通性, 也是离散化后算法不具备完备性的主要原因, 栅格地图的分辨率过低或 PRM, RRT 等算法的采样数量不足均会导致对狭窄通道区域的建模失败, 从而造成空间连通性的缺失, 进一步导致无法寻得可行解. 在空间复杂环境下, 狭窄通道区域数量大幅上升, 因此对规划算法完备性的提升显得尤为重要.

保障足够的采样数量是解决完备性问题的一个有效方法. 一定程度上, 空间信息的丢失程度与采样数量呈负相关, 在保障足够采样数量的情况下空间连通性得以保留. 增加采样数量的方法以牺牲规划时间为代价保障算法的完备性与精度, 但这种做法也将导致新的问题. 随着采样数量的增加, 最终的搜索空间必将变得更大并给搜索过程带来压力, 同时也丧失了采样算法与多序列规划算法原有的优势. 略有不同的是 RRT 类算法^[38] 中的多树搜索方案, 双向 RRT^[47] 分别以起点和终点为根节点维护随机树, 直到二者相连时停止探索. Wang 等^[66] 通过交替更新多棵随机树的方式探索空间, 其核心思想在于通过增加采样密度以保证对狭窄通道区域的覆盖, 该方法虽能有效减少搜索过程的时间消耗, 但却在构建树结构时花费了额外的时间. 不同于其他多序列规划算法可离线运行并复用的特性, RRT 类方法对于每个新的规划任务都需要重新进行实时运算, 因此该时间不可被忽略. Otte 等^[67] 所提出的 C-Forest 结构采用了多树并行搜索的方法, 虽然在时间问题上取得了突破, 却也对计算设备有了更高的要求.

在实时性要求与硬件限制下, 增加采样数量的方法受到限制, 因此如何保障采样质量成为了解决完备性问题的另一个突破点. 原始的 PRM^[46] 与 RRT^[38] 算法均采用均匀分布对空间进行采样, 这就不可避免地使得最终结果包含大量冗余节点, 如何使用尽可能少的采样数量来保留更多空间信息成为解决问题的关键. Visibility-PRM^[68] 通过可视域的概念来筛选候选节点, 使得空间连通关系得以更好的保留; 为了对通道区域进行更好的建模, Sun 等^[69] 和 Wang 等^[70] 通过桥测试 (bridge test) 的方式判断采样点是否位于通道区域, 并以此为依据构建路图; Improved-PRM^[71] 则通过对障碍物区域集中采样取得了比桥测试更好的效果; 受中线 (media axis)^[72] 的启发, Wilmarth 等^[73] 和 Yang 等^[74] 利用中轴线对障碍物与通道的优秀表征能力, 通过在中线上采样构建路图; Koul 等^[75] 则借助神经网络模型实现了类似的效果. 无独有偶, RRT 类算法通过限制采样范围^[76, 77]、限制连接方式^[48]、自定义采样分布^[78~80] 以及监督学习^[81] 等方式对采样分布进行偏置, 从而加强对狭窄通道区域的搜索, 保障采样点质量. 但随机采样的方式始终具备一定的随机性, 因此部分工作直接以固定节点完成空间的离散化, 近似区域分解 (approximate cell decomposition, ACD)^[82] 通过四叉树以一定分辨率对空间进行表征, 并通过选定各边中点构建路图; 而 Uras 等^[62] 则直接利用障碍物角点信息构建路图.

在多年的研究下, 已有多种改进方法^[62, 82] 在理论与实践过程中被证明具备较好的完备性. 但离散化过程所导致的空间建模精度不足对算法的最优性同样造成了冲击.

3.3 建模精度与最优性

在全局路径规划算法中, 狭义的最优性通常由所求得路径的总长度进行度量. 而为了保证算法的实时性与完备性, 大部分算法在改进过程中放低了对建模精度的要求, 从而造成了最优性 (optimality) 上的不足.

Dijkstra 算法^[36] 作为广度优先算法的变种算法, 其所得路径结果常被作为最优值的参考. 但作为图搜索算法, Dijkstra 注定只能达到特定分辨率下的路径最优, 无法克服工作空间向图结构转换的过程中所造成的信息丢失这一问题. 除此之外, 为了保证在大尺度环境下的实时性能, A*^[37] 与 JPS^[45]

等算法在加入引导函数的过程中,由于使用欧氏距离、曼哈顿 (Manhattan) 距离等常见距离求解方式近似当前节点到终点的路径长度,从而不能对环境中的障碍物信息进行充分建模,往往仅能得到次优的解.而对于 RRT^[38] 等采样类算法,虽然在实时性方面具备其独特的优势,但由于不能充分表达环境信息,在路径最优性上表现不佳.类似的,ACD^[82],SUB^[62] 虽然在完备性上得到了保障,但其特有的节点提取方式并不利于最优路径的获取.

提升搜索空间的建模精度可以获得更优的路径,Theta*^[49] 突破原有空间的四连通或八连通的限制,通过任意角度连接的方式提升了自身路径的精度.不同于 Theta* 通过搜索网格中的各个点来获取近似的任意角度路径,Anyra 算法^[83] 通过搜索区间状态集来找到最优路径.Sub2-A*(k)^[84] 则通过快速生成 2^k 个相邻节点的方式,以少量的路径长度换取了近一个数量级的规划时间优化.

规划过程中的二次优化是提升精度的另一有效方案.基于长期的比赛实践,我们在 RRT 算法所获得的路径上依次向后检查节点间的连线,通过剔除冲突节点的方式,所得路径比 RRT 算法缩短了约 20%.RRT*^[50] 基于 RRT 方法,通过更新父节点的方式完成了剪枝操作,使得获得的路径更加平滑,趋于次优解;启发式 RRT*^[85] 则在得到初步路径之后限制搜索空间,从而对路径进行了进一步的优化.

在路径总长度相差较大时,狭义的最优性可以较为有效地对不同算法做出取舍,已有大量的工作在经典算法基础上做出了新的突破.但随着算法的不断迭代优化,各算法在路径最优性方面难分伯仲,此时则应该结合具体环境与任务需求来更加全面地评判不同算法的优劣.关于算法最优性的讨论不应仅仅局限于路径长度,安全性能、导航时间、舒适程度等更为广义的最优性将会是一个新的研究热点.

3.4 未来研究方向

环境的空间复杂性对经典导航框架下的全局路径规划算法带来了冲击,也对导航效率提出了更高的要求.随着研究的深入,相关算法在理想情况下的实时性、完备性以及最优性均具备较好的表现.但在实际应用过程中,受环境噪声、传感器精度、机器人性能等多方面影响,机器人实际路径与规划结果之间总存在着一定的差异,避开实际应用需求而单纯讨论算法性能并不合理.在满足规划频率需求的情况下,对实时性能的提升不再显得那么重要;由于各类误差与安全裕度的存在,原本具有完备性的算法也可能无法获得有效的可行解;在算法最优性方面,路径长度也绝不仅仅是衡量算法好坏的唯一标准.因此近年来基于全局规划算法的研究工作呈下降趋势,研究内容也不再局限于对自身实时性、完备性与最优性等规划性能的提升,而更加追求实际应用下对部分附加性能上的优化.

由于测量噪声、跟踪误差等因素,机器人的实际路径与期望路径存在出入,为排除控制精度不足导致的潜在安全隐患,在进行全局规划时预留额外的安全裕度成为潜在的共识.PRm^[46] 等算法得到的路图由于采用随机采样点作为节点,并不能控制路径点与障碍物之间的距离,最终得到的全局路径存在安全隐患.受形心维诺划分 (centroidal voronoi tessellations, CVT) 启发, Park 等^[59,86] 在得到初始的路图后利用形心维诺划分对所有节点进行优化,使得最终的路图节点都尽可能远离障碍物.稍有不同的,本文作者^[87] 在获取路径后借助区域分析对所得路径进行优化,实现对路径安全性的保障.

对于稠密栅格地图,代价地图 (costmap)^[88,89] 为每个状态赋予一定的代价值以表示该状态下机器人的危险程度,具体代价值的设定可简单地通过障碍物距离表示^[90],也可以综合考虑潜在碰撞威胁等因素后加以设计^[91].控制误差的存在对算法的完备性造成了冲击,为保障充分的安全性,理论上的可行解在不满足最低安全裕度的情况下将被规划算法进行舍弃,规划算法不得不在安全性与完备性之间进行取舍. Moreno 等^[92] 通过对问题区域的检测与辅助导航点的添加为相关研究提供了一种思路,但如何更好地权衡二者关系仍值得进一步的探究.

除环境因素外, 机器人自身的物理性能限制也是必要的考虑因素之一. 全局路径规划算法多假设机器人为完整系统 (holonomic system), 然而大部分的移动机器人却需要受到非完整约束的限制 (nonholonomic constraint), 只能执行特定方式的路径. 例如, 轮式机器人将受到最小转弯半径等因素的限制, 而足式^[93]及其他类型的机器人则需要考虑更复杂的运动建模. 以此为基点, 通过在全局规划过程中考虑非完整约束以减少局部规划算法的跟踪负担引起了相关研究者的关注. Dubins 曲线^[94]和 Reeds-Shepp 曲线^[95]分别给出了不允许倒车以及允许倒车情况下的非完整约束系统可行路径. 混合 A* 算法^[96]在遵守非完整性约束的情况下, 利用 Reeds-Shepp 曲线生成节点信息改进了 A* 算法, 使得到的路径更容易被机器人执行. PRM-RL^[97,98]则利用强化学习方式训练局部规划器连接相邻节点, 以构建符合机器人实际运动约束的地图. 我们前期的工作中针对仿人机器人的运动控制做出了大量的工作^[99~102], 受益于更加贴近人类的外形与更相近的运动模式, 以仿人机器人为载体的导航任务研究也将会是未来研究中的一片新天地.

经典导航框架为解决导航任务提供了一套快速有效的方案, 同时也于无形中限制了人们对新方案的思考. 以全局路径作为引导, 以到达局部目标点为任务拆分的方式并非唯一解也不是最优解. 例如, 借鉴 VO^[30], ORCA^[32]等避障算法在速度空间进行规划再反推全局路径, 以具体任务分割替代路径点寻找, 借助机器学习方式实现端到端输出等方式均存在着诸多的可能. 只有擅于并敢于挑战经典才能开拓出更为广阔的研究领域.

4 时间不确定性与导航安全

环境的时间不确定性 (temporal uncertainty) 源自时间推移所带来的环境状态变化, 具体包括天气、光照等因素带来的物体特征变化, 以及由于物体移动所带来的空间位置变化等. 在诸多动态因素影响下, 环境状态的部分可观以及环境状态的快速变化成为该类环境的主要特征.

作为经典导航框架下的主要避障模块, 局部路径规划算法在跟踪全局路径并到达局部目标点的同时, 需要根据实时传感器数据规避建图过程中未能建模的障碍物, 是导航安全性的保障. 为了更好地适应时间不确定性所带来的诸多干扰, 局部路径规划算法需要在动态物体建模、避障策略生成方面做出进一步的改进. 同时, 为了更加符合人机交互需求, 对社会规则的探索与学习也将会是一个重要的研究课题.

4.1 环境状态部分可观与动态物体建模

在智能体间存在通信的情况下, 其他智能体的状态能够较为轻松地获取, 相较于解决单个机器人的导航问题, 此时的研究重点偏向于为环境中的所有智能体分配路径, 从而使得整体系统的代价最小, 该类问题被称为多智能体路径规划 (multi-agent path planning)^[103~105]. 解决多智能体路径规划问题主要有全局搜索 (global search)^[106,107]与解耦搜索 (decoupled search)^[108,109]两种方案. 前者对整个系统的路径进行优化以求得最优, 后者则通过将多路径规划分解为若干个单机器人规划问题进行解决. 相对的, 在更为普遍的无通信场景下, 虽然根据自身运动模型及控制策略可以对机器人自身的状态做出较好的估计, 但其他智能体的状态却不能完全被外部所观测. 其中可观测状态可通过传感器数据进行推测, 包括位置、速度、半径等, 而目标点位置、偏好速度、决策方式等隐藏状态, 通常难以直接通过传感器数据进行推理. 环境状态的不完全可见 (partially observable) 对机器人决策过程产生了巨大的干扰, 错误的状态估计将导致错误的决策, 致使危险事故发生. 因此如何利用有限的观测数据建模复杂的动态物体运动成为了保障机器人导航安全的关键问题.

基于即时反应的方式不对动态障碍物的轨迹进行额外建模, D^* [110, 111], LPA^* [112, 113], D^* Lite [114] 等算法通过高效的规划方式, 不断纠正由于不可观测状态所导致的错误规划结果, 在保持一定规划频率的情况下, 实现安全运动. 但频繁的重规划过程对机器人性能提出了一定的要求, 同时规划结果间的不一致容易产生控制信号的跳变问题, 并不利于对机器人的控制.

基于轨迹预测的方案将轨迹预测与规划问题解耦. 该类方法以历史轨迹 [115~120]、运动模型 [121, 122] 等自身信息, 以及物理环境 [123~126] 与其他行人轨迹 [127~132] 等环境信息为基础, 借助轨迹聚类 [133, 134]、意图分析 [135~139] 以及决策学习 [140] 等方式对动态物体的后续运动轨迹做出预测. 由于轨迹预测工作多基于数据集进行训练并以平均/最终位移误差 (average/final displacement error) 作为评判指标, 无法完全模拟实际环境下动态物体的复杂性、多样性特征, 故相关算法的准确性与实用性仍有待提升. 而预测与规划解耦的方式也容易陷入机器人冻结问题 (freezing robot problem) [141], 无法获得有效解.

经典导航框架下的局部规划算法多以这两类建模方式为主, DWA [34], TEB [35] 等方法仅考虑动态物体在规划时刻下的状态信息, 并依据对全局路径的跟踪程度以及与障碍物的距离选取最优解, 动态物体建模的缺失使得该类方法需要不断修正原有的决策, 造成机器人抖动、运动不自然等问题; 而 VO [30], $ORCA$ [32] 等方法虽然利用线性模型构建动态物体的运动模型, 但是也由于匀速运动模型无法精确描述复杂的动态行为, 使得部分规划结果并不合理, 甚至造成机器人自身或他人的危险.

随着近年来人工智能技术的迅猛发展, 机器学习算法以其优秀的模仿学习能力令动态环境下的导航问题出现了新的转机. 基于学习的方法耦合动态物体建模与运动规划过程, 通过对人类运动策略的模仿与学习以应对复杂环境下的导航挑战. 该类方法中, 又以基于强化学习的导航策略 [142~144] 为典型代表, 其通过奖励函数形式表达导航问题中的各类约束条件, 以神经网络模型估算不同动作所能得到的奖励期望, 从而保证机器人在该策略下可以始终获得较大的奖励期望.

4.2 环境状态快速变化与避障策略生成

环境状态的快速变化 (fast varying states) 使得原本有效的路径与控制信号失效. 轨迹预测等长时模型的引入可以提升决策结果的时效性, 但机器人有限的感知范围使得对路径的修正效果有限, 预测算法的精度与实时性将在极大程度上影响最终导航效果, 并且随着预测轨迹的增加, 该类算法将面临着机器人冻结问题, 从而无法获取有效的控制信号, 机器人陷入停滞. 提高规划频率是解决时效性问题的另一种手段, 但该方案对算法的实时性能提出了更高的要求, 且不同时刻规划结果的矛盾将产生跳变的控制信号, 不利于最终的机器人控制. 同时考虑长时模型与规划频率提升是一种较好的思路, 但正如前文所述, 由于动态物体建模方式的缺失, 现有传统算法的组合均难以满足实际导航需求. 基于学习的方案以其强拟合能力模仿人类行为, 直接学习机器人行为完成动态环境下的避障, 在合理的训练之后, 其实时性与安全性均优于上述两种方案. 由于不存在绝对的标准行为, 故有监督方式并不完全适用于导航方案, 逆强化学习方法 [145~150] 通过对部分专家轨迹的学习模仿, 从而达到对机器人进行有效控制的目的, 但其无法有效模拟专家示例中未曾出现的情况. 相较之下, 强化学习方法以其优势成为近年来的主流方案.

通过假设各智能体在极短的时间内保持原有速度运动, 强化学习方法下的最优动作由式 (3) 给出, 其中奖励函数 $R(s_t, a)$ 与值函数 $V^*(\hat{s}_{t+1}^n)$ 分别对当前动作的短期奖励与长期奖励做出评估.

$$a_t = \pi^*(s_t^n) = \arg \max_a \left(R(s_t, a) + \gamma V^*(\hat{s}_{t+1}^n) \right). \quad (3)$$

值函数的获取依赖对未来状态的评估, 但受制于环境模型的缺失, 其真实值难以获取. $CADRL$ [142] 使

用三层全连接网络接收环境状态并输出对应的估计值, 为后续工作提供了一套可行的求解方案. 由于其网络模型结构固定且较为简单, CADRL 只能通过事先给定最大的智能体数量保证对不同情况的适应能力, 但过大的预设值将使得网络结构冗余, 难以训练, 而太小的预设值则难以应对更为复杂的场景. LSTM-RL^[144] 针对不定障碍物数量提出了一种新的解决方案, 其利用长短期记忆网络 LSTM^[151] 将智能体状态按照从远到近距离依次输入网络之中, 由于 LSTM 的每个单元之间结构相同可重复, 因此避免了冗余的权重产生, 使得值函数网络能够更好地适应不同的智能体情况. 但以障碍物到机器人自身的距离描述处理优先级并不合理, 且由于仅对各智能体与机器人之间的一对一交互关系 (pairwise interaction) 进行描述, 该方法不能精确建模不同智能体之间的群体交互关系. 针对该问题, SARL^[143] 通过为每个智能体构建局部地图完成交互模块的建模, 使得值函数网络能够更好地捕捉不同智能体之间的潜在互动, 也让网络模型更加合理. 类似的, Chen 等^[152] 基于图卷积网络建模交互过程, 而 Li 等^[153] 则借鉴轨迹预测网络完成了值函数网络的构建.

合理的值函数网络构建有助于更好地对动态物体进行建模, 对整体环境状态进行更准确的认知理解, 这是机器人运动决策正确性与可靠性的前提. 而巧妙的奖励函数设计则能够有效地引导机器人学习人类决策思维, 更加高效、优雅地完成任务. 最基础的奖励函数以实现导航任务为目标^[142~144], 通过对到达终点位置的奖励以及对碰撞行为的惩罚保障导航任务的推进. Cimurs 等^[154] 与 Lu 等^[155] 通过对交互过程中的舒适距离进行考虑, 在奖励函数中融入距离空间模型以实现具备社会属性的导航. 围绕人类避障习惯, Chen 等^[156] 在强化学习框架下设置复杂的奖励函数以实现特定方向的绕行. Samsani 等^[157] 和 Zhou 等^[158] 则通过对行人的运动范围进行警戒以减少机器人碰撞发生的可能. 为更好地适应人机交互需求, 在奖励函数中引入人类社会规则已成为一种趋势.

4.3 人机交互需求与社会规则约束

作为造成环境动态的主要因素之一, 行人的加入使得机器人完成基本导航任务之余, 需要额外考虑一定的社会规范以保证交互过程 (human-robot interaction) 中人类心理层面上的安全. 为更好地适应于实际生产生活场景, 社交导航 (social navigation)³⁾ 的概念在近年来被提出, 并受到了广泛的关注^[159~163]. 围绕机器人导航过程中舒适性 (comfort)、自然性 (naturalness) 以及社会性 (sociability) 等原则的探索就此展开.

舒适性是对安全性的一种更高层面的追求, 机器人在不与人类或者障碍物发生碰撞的同时, 需要避免给人类带来额外的压力或者不适. Hall^[164] 提出了一种空间关系模型 (proxemics model) 来描述人类与他人进行静态社交活动时的距离偏好. 根据空间距离模型, 行人周围的空间从近到远依次被划分成私密空间 (intimate space)、个人空间 (personal space)、社交空间 (social space) 以及公共空间 (public space). 人类偏向于使交互行为发生在社交空间以及公共空间, 闯入个人空间的行为将会给人们带来不适, 更需要避免对私密空间的闯入. 基于该模型, 诸多工作通过对各个空间的形状进行进一步改进来使得模型更加精确^[165, 166], Zhou 等^[167] 基于非对称高斯函数构建了个人以及群组的动态舒适空间模型. 社交导航中已有的舒适性工作大多基于相关模型进行. Mead 等^[168] 提出了一种由反应式空间模型控制器和交互式势能规划器组成的机器人自主行为框架来指引机器人完成合适的动作. Chen^[169] 在基于规则约束构建交互空间模型后进行机器人的全局规划, Truong 等^[170] 则将社交空间、D* 全局规划算法以及 DWA 局部规划器相结合来提升人类交互时的舒适度.

人们往往对未知的事物产生恐惧, 社交导航的自然性原则旨在使得机器人的所有行为都是合理且可推测的. 一旦机器人的行为能够被人类所理解, 人们就可以提前采取相应的应对措施以降低自身的

3) 也被称为 socially compliant navigation, social-aware navigation 等.

表 2 时间不确定性代表性研究
Table 2 Representative research of temporal uncertainty

Temporal uncertainty	Research direction	Representative methods	Main ideas
Partially observable	State modeling	DWA ^[34]	Regard the dynamic objects as stationary
		Social-GAN ^[127]	Predict trajectories based on GAN
		CADRL ^[142]	Couple the prediction and planning processes
Fast varying states	Obstacle avoidance	SARL ^[143]	Select best behaviors based on RL
		GAILNav ^[145]	Simulate expert behavior with IRL
Human-robot interaction	Social rules	Proxemics ^[164]	Define interaction preferences with distance

不安. 社会力模型 (social force, SF)^[171] 对人类的行为做出了较为合理的解释, 大量的工作使用该模型来使得机器人遵循人类的逻辑思维^[172~174], 意图让机器人的行为能够更好地被人类所理解. Ferrer 等^[172] 使用交互式的学习策略来对社会力模型的 4 个参数进行微调, 从而使得机器人生成能够让人类所接受的导航行为. Shiomi 等^[173] 根据社会力模型来更新机器人的速度从而复现类人的避障行为. Regier 等^[174] 使用最佳的加速度值作为标签信息训练网络模型以提升社会力模型性能, 使得机器人的行为具备自然性.

社会性是指机器人所采取的行为符合人类所制定的规则或者行为习惯. 部分工作借助 F-formation^[175] 与 O-Space^[176] 对行人的群组关系进行描述, Pandey 等^[177] 通过频繁的检测与重规划实现在偏好侧的超车行为, Knepper 等^[178] 使用重叠系数 (overlap fraction) 来控制机器人的超车习惯. Repiso 等^[179] 则围绕陪护过程中的系列规则展开了研究. 通过对社会规则的引入, 机器人对自身运动、交互方式以及特定行为进行优化, 一方面规范自身行为提升可接受度, 另一方面借鉴人类智慧提升导航性能.

作为近年来兴起的研究方向, 社交导航尚不具备较为完整的评价体系. 在验证平台方面, 常见的 MengerOS^[180] 与 CrowdSim^[143] 等仿真器采用 SFM^[171] 与 ORCA^[32] 算法构建行人动力学 (pedestrian dynamics), 而 SEAN^[181] 与 CrowdBot^[182] 则将机器人的路径规划算法拓展到行人仿真, 但由于假设条件强, 建模不精确等原因, 上述平台的仿真结果与真实行人轨迹均存在较大出入. 相较之下, SocNavBench^[183] 借助 ETH, UCY 等真实行人轨迹数据集再现行人动作, 但也由于在运行过程中无法进一步对机器人动作做出反应而缺乏真实性. 而现有的评价指标或主观性较强, 针对自身设定规则自圆其说^[87, 156], 或借助导航成功率、运动时间、平均奖励值等导航指标从侧面验证效果^[142~144].

目前已有的工作多针对自然性、舒适性和自然性中的某一项内容设定特定的场景完成特定的功能. 由于仅围绕极少数显著社会规则, 且对机器人行为的优化方式大相径庭, 不同工作之间难以相互整合, 无法准确描述人类行为模式. 同时, 社交导航统一定义及评价指标的缺失进一步为相关研究带来了挑战.

4.4 未来研究方向

如表 2^[34, 127, 142, 143, 145, 164] 所示, 环境的时间不确定性所带来的部分可观、状态变化以及人机交互等现象使得局部路径规划愈加困难, 但随着近年来硬件设备以及相关技术的发展, 逐渐形成了以强化学习方法为基础的主流方案. 在该方案下, 对值函数网络与奖励函数的设计成为两个主要的改进方向.

为保证值函数网络能够对当前动作的累积回报做出更好的评估, 其结构通常需要包含特征构建

与特征融合两个模块。在特征构建部分, 前期的一些工作中直接使用行人状态与机器人状态构建特征^[142, 144], 由于仅仅构建行人与机器人间的一对一交互过程, 这些方法对整体环境的把控能力极为有限, 并直接影响到了最终的导航效果. SARL^[143] 在值函数网络中首次引入行人交互模块, 该模块从各个行人的角度出发, 模拟行人动力学模型分析各自的运动特征, 该方式得到了广泛的认可并被后续方法相继借鉴^[152, 153]. 在特征融合部分, CADRL^[142] 将所有特征直接输入全连接网络, LSTM-RL^[144] 将各特征按照距离机器人的距离远近依次输入 LSTM, 而 SARL^[143] 则引入注意力网络模型来判别不同特征间的重要性关系. 通过对两个模块的借鉴与改进可以引申出诸多的方案.

对奖励函数的改进则主要围绕两个原则. 其一是提升导航性能, 例如, Samsani 等^[157] 通过危险区域的引入进一步避免了碰撞的发生, 由于考虑了额外的特征信息, 从而可以更有效地提升机器人的导航能力. 其二是希望能够赋予机器人一定的特性, 例如, SA-CADRL^[156] 通过修改奖励函数使得机器人在发生绕行行为时能够从特定的方向进行, 借助社会规则的引入, 机器人可以在进行某些行为时更加符合人类的行为习惯, 提升可接受度. 通过发掘优秀导航案例或人类运动过程中的某些特征与潜在规则, 奖励函数的设计将存在多样的可能. 值得注意的是, 机器人需要多次动作完成任务且仅在达到目标点时获得一次正奖励, 导致奖励空间中的负奖励样本数量远多于正奖励样本, 在设计奖励时对其进行稠密化将有效地提升训练效率, 如何有效地进行奖励塑形也将会是一项极具意义的工作.

整体上来看, 导航技术在理论层面取得了长远的进步与发展, 但在实际应用过程中仍面临着诸多的瓶颈. 受限于训练过程中可能存在的机器人损坏, 现有方案大多在仿真环境下进行训练后再进行移植. 不同于仿真环境中可以准确获取所有行人的状态, 光照、遮挡、传感器性能等诸多的因素都对最终的导航性能造成了巨大的影响. 长期以来, 我们团队在传感器设计^[184]、语义分割^[185]、位姿估计^[186~188] 等方面展开了大量的工作, 相关领域的研究将有助于导航技术落地应用且具有重大意义.

最后, 随着动态环境下的导航问题取得一定进展, 对于导航技术的研究也逐渐由物理层面的安全向心理层面的安全进行拓展, 社交导航的概念就此产生. 虽然存在自然性、舒适性与社会性等社交导航的主要原则, 但是由于量化指标^[189] 与验证平台^[180~183] 的缺失使得目前的社交导航研究各成一体. 社会规则的多样性使得该方向存在诸多的潜在研究点, 寻求统一的数学标准, 具有信服力的验证平台, 从而进一步搭建社交导航应用框架将会是未来研究的重要方向.

5 总结与展望

本文从词语释义与数学描述出发, 以提升效率 (导) 与保证安全 (航) 两个目标描述导航任务的本质, 并在对近几年相关文献的分析后推断, 环境所带来的时间不确定性与空间复杂性是目前导航技术所面临的主要挑战. 以经典导航框架为参考, 前文重点围绕运动规划算法在不同导航场景下的瓶颈问题与研究现状梳理相关技术的发展脉络, 而对建图、定位等其他领域下同样涉及的感知算法并不做过多展开. 本节将基于上述讨论进一步总结并展望移动机器人导航技术在未来一段时间内可能的研究方向, 希望能够为相关研究提供借鉴意义.

在以建图、定位、全局路径规划、局部路径规划等模块组成的经典导航框架^[4, 5] 下, 基于二维激光数据的移动机器人室内导航技术得以普及, 机器人操作系统 ROS (robot operating system) 所提供的系列功能包也进一步使得相关技术在实体机器人上的快速部署成为可能. 虽然经典框架在科学研究与落地应用中都被广泛借鉴使用, 但对于导航技术的研究需要不断推陈出新. 回顾本文所提及的“导”与“航”两项导航目标, 全局路径规划的目的在于通过系列局部目标点有效引导机器人实现快速小范围的安全移动, 但该引导方式不应局限于轨迹的形式. 主动 SLAM 方法^[190~193] 中使用基于边界或基

于信息值的探索方法引导机器人向未知区域行进,可有效地使机器人尽可能地向空间中不同的区域进行探索,保证最终目标位置的到达.视觉语言导航 (visual language navigation, VLN)^[194~197] 以人类语音指令与视觉标识为指引,为机器人提供系列局部目标点以实现导航目的.相应地,局部规划模块在保障机器人自身安全的同时实现向特定方向的行进,现有框架下该模块将接收单个或多个目标点(路径)作为跟踪目标,但以技能或特定动作模块^[145]为运动基础的执行模式有望取得预料之外的效果.已有的工作无疑为导航任务的推进奠定了基础,但其绝不应成为后续研究的枷锁,多元化的引导方法与运动模式将为机器人导航带来更多的可能性.

随着机器人向更加多样化、多元化的应用场景推进,现有算法的局限性得以显现,应用场景拓展所带来的空间复杂性与时间不确定性给机器人导航技术带来了新的挑战.

环境的空间复杂性由空间尺度、杂乱程度等特性决定,更加复杂且不规则的空间环境对全局路径规划算法的引导能力提出了更高的要求.为克服环境空间复杂性所带来的影响,早期工作围绕大尺度场景下的算法实时性、杂乱环境下的算法完备性等问题展开研究,但随着算法的逐步完善,全局规划在引导方面的功能得以充分开发,足以适应大部分场景.近年来与全局规划算法相关的文献数量相对减少,着重点也逐步由对已有算法的锦上添花,转向对安全性、非完整约束等额外功能需求的拓展,以求进一步减轻局部规划的负担,提升整体的导航性能.虽说对于经典规划算法的改良空间已相对较少,但对新方法的探索仍有意义,特别是与机器学习算法相结合的尝试^[198~204],将有望找到新的框架与突破点.

时间不确定性主要指动态物体、光照天气等由于时间变化所带来的环境改变.该环境具备环境状态部分可观且快速变化两个特征.围绕部分可观问题,以轨迹预测算法为代表的长时模型构建工作得到了广泛关注,但现有轨迹预测算法的精确性与实时性仍有待提升.对长时模型的引入以及规划频率的提升均对决策时效性的延长有所帮助,但信号跳变、机器人冻结以及时间代价等问题的存在使得动态环境下的导航问题长期存在瓶颈.随着近年来机器学习算法的引入,以强化学习为代表的局部规划算法得以快速发展.相关方法主要围绕对值函数网络与奖励函数的设计开展,而对轨迹预测网络的借鉴将使得强化学习模型具备更强的预测能力与可解释性.同时,为使导航过程更加贴合人类交互喜好,以社会性、自然性以及舒适性为主要研究对象的社交导航问题成为一个新的研究需求.但由于该问题的开放性,统一评价指标与验证平台^[189,205]的缺失既成为了一个机遇,也成为了一个重大挑战.

除此之外,多机器人涉及的协同感知、自主编队、任务调度等集群智能,是新一代人工智能的核心研究领域;倡导视觉为主、多传感融合的新型导航系统可适应于更苛刻的环境;对主动 SLAM,机器人重定位等算法的探索在简化机器人操作,提升导航鲁棒性方面具备重大意义.当研究对象涉及特种机器人、特殊应用场景以及特定任务需求时,导航技术在系统架构、算法实现、应用细节等方面均呈现出与通用方法不同的形态,结合具体应用的专用技术研究也是导航领域内不可或缺的重要组成部分.

历经数十年的演变与发展,机器人导航技术已能够较好地适应结构化的应用场景.更为普遍的非结构环境,虽然在理论研究与仿真模拟上均已取得突破,但实际应用仍然有限.作者团队多年来聚焦非结构化复杂环境下机器人多维感知、场景理解、地图构建、定位与导航系列方法,在无人码头、轨道标记、无人驾驶等领域得到成功的推广和应用.但导航技术在适应复杂非结构场景、跨越理论与实践鸿沟方面,仍面临着长远的挑战.

参考文献

- 1 Ratering S, Gini M. Robot navigation in a known environment with unknown moving obstacles. *Auton Robot*, 1995, 1: 149-165
- 2 Lam C P, Chou C T, Chiang K H, et al. Human-centered robot navigation-towards a harmoniously human-robot

- coexisting environment. *IEEE Trans Robot*, 2011, 27: 99–112
- 3 Verginis C K, Dimarogonas D V. Adaptive robot navigation with collision avoidance subject to 2nd-order uncertain dynamics. *Automatica*, 2021, 123: 109303
 - 4 Marder-Eppstein E, Berger E, Foote T, et al. The office marathon: robust navigation in an indoor office environment. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2010. 300–307
 - 5 Macenski S, Martín F, White R, et al. The marathon 2: a navigation system. In: *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2020. 2718–2725
 - 6 Taketomi T, Uchiyama H, Ikeda S. Visual SLAM algorithms: a survey from 2010 to 2016. *IPSJ T Comput Vis Appl*, 2017, 9: 16
 - 7 Aulinas J, Petillot Y, Salvi J, et al. The SLAM problem: a survey. In: *Proceedings of Conference on Artificial Intelligence Research and Development*, 2008. 363–371
 - 8 Malagon-Soldara S M, Toledano-Ayala M, Soto-Zarazua G, et al. Mobile robot localization: a review of probabilistic map-based techniques. *Int J Robot Autom*, 2015, 4: 73
 - 9 Panchpor A A, Shue S, Conrad J M. A survey of methods for mobile robot localization and mapping in dynamic indoor environments. In: *Proceedings of Conference on Signal Processing and Communication Engineering Systems (SPACES)*, 2018. 138–144
 - 10 González D, Pérez J, Milanés V, et al. A review of motion planning techniques for automated vehicles. *IEEE Trans Intell Transp Syst*, 2015, 17: 1135–1145
 - 11 Injarapu A S H H V, Gawre S K. A survey of autonomous mobile robot path planning approaches. In: *Proceedings of International Conference on Recent Innovations in Signal Processing and Embedded Systems (RISE)*, 2017. 624–628
 - 12 Pandey A, Pandey S, Parhi D R. Mobile robot navigation and obstacle avoidance techniques: a review. *Int Rob Auto J*, 2017, 2: 96–105
 - 13 Cai K Q, Wang C Q, Cheng J Y, et al. Mobile robot path planning in dynamic environments: a survey. 2020. ArXiv:2006.14195
 - 14 Zou A M, Hou Z G, Fu S Y, et al. Neural networks for mobile robot navigation: a survey. In: *Proceedings of International Symposium on Neural Networks*, 2006. 1218–1226
 - 15 Jiang H G, Wang H, Yau W Y, et al. A brief survey: deep reinforcement learning in mobile robot navigation. In: *Proceedings of IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, 2020. 592–597
 - 16 Xiao X S, Liu B, Warnell G, et al. Motion control for mobile robot navigation using machine learning: a survey. 2020. ArXiv:2011.13112
 - 17 Zhu K, Zhang T. Deep reinforcement learning based mobile robot navigation: a review. *Tsinghua Sci Technol*, 2021, 26: 674–691
 - 18 Desouza G N, Kak A C. Vision for mobile robot navigation: a survey. *IEEE Trans Pattern Anal Machine Intell*, 2002, 24: 237–267
 - 19 Rahmani B, Putra A E, Harjoko A, et al. Review of vision-based robot navigation method. *IAES Int J Robot Autom*, 2015, 4: 254
 - 20 Fauadi M H F M, Akmal S, Mat Ali M, et al. Intelligent vision-based navigation system for mobile robot: a technological review. *Period Eng Nat Sci*, 2018, 6: 47–57
 - 21 Kruse T, Pandey A K, Alami R, et al. Human-aware robot navigation: a survey. *Robot Auton Syst*, 2013, 61: 1726–1743
 - 22 Rios-Martinez J, Spalanzani A, Laugier C. From proxemics theory to socially-aware navigation: a survey. *Int J Soc Robotics*, 2015, 7: 137–153
 - 23 Pol R S, Murugan M. A review on indoor human aware autonomous mobile robot navigation through a dynamic environment survey of different path planning algorithm and methods. In: *Proceedings of International Conference on Industrial Instrumentation and Control (ICIC)*, 2015. 1339–1344
 - 24 Chik S, Yeong C, Su E, et al. A review of social-aware navigation frameworks for service robot in dynamic human environments. *J Telecommun*, 2016, 8: 41–50
 - 25 Charalampous K, Kostavelis I, Gasteratos A. Recent trends in social aware robot navigation: a survey. *Robot Auton Syst*, 2017, 93: 85–104
 - 26 Mavrogiannis C, Baldini F, Wang A, et al. Core challenges of social robot navigation: a survey. 2021.

ArXiv:2103.05668

- 27 Hoang V B, Nguyen V H, Ngo T D, et al. Socially aware robot navigation framework: where and how to approach people in dynamic social environments. *IEEE Trans Automat Sci Eng*, 2023, 20: 1322–1336
- 28 张力伟. 康熙字典通解. 长春: 时代文艺出版社, 1997
- 29 上海辞书出版社. 辞海 (第七版). 上海: 上海辞书出版社, 2020
- 30 Fiorini P, Shiller Z. Motion planning in dynamic environments using velocity obstacles. *Int J Robotics Res*, 1998, 17: 760–772
- 31 van den Berg J, Lin M, Manocha D. Reciprocal velocity obstacles for real-time multi-agent navigation. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2008. 1928–1935
- 32 van den Berg J, Guy S J, Lin M, et al. Reciprocal n-body collision avoidance. In: *Proceedings of Robotics Research*, 2011. 3–19
- 33 Borenstein J, Koren Y. The vector field histogram-fast obstacle avoidance for mobile robots. *IEEE Trans Robot Automat*, 1991, 7: 278–288
- 34 Fox D, Burgard W, Thrun S. The dynamic window approach to collision avoidance. *IEEE Robot Automat Mag*, 1997, 4: 23–33
- 35 Rösmann C, Feiten W, Wösch T, et al. Trajectory modification considering dynamic constraints of autonomous robots. In: *Proceedings of German Conference on Robotics (ROBOTIK)*, 2012. 1–6
- 36 Dijkstra E W. A note on two problems in connexion with graphs. *Numer Math*, 1959, 1: 269–271
- 37 Hart P E, Nilsson N J, Raphael B. A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths. *IEEE Trans Syst Sci Cyber*, 1968, 4: 100–107
- 38 LaValle S M. Rapidly-Exploring Random Trees: a New Tool for Path Planning. *Technology Report*, 1998
- 39 Fox D. Adapting the sample size in particle filters through KLD-sampling. *Int J Robotics Res*, 2003, 22: 985–1003
- 40 Cruciani S, Feliziani M. UWB source localization by using the pseudospectral time-domain time-reversal method in biological tissues. *IEEE Trans Magn*, 2015, 51: 1–4
- 41 Betke M, Gurdits L. Mobile robot localization using landmarks. *IEEE Trans Robot Automat*, 1997, 13: 251–263
- 42 Grisetti G, Stachniss C, Burgard W. Improved techniques for grid mapping with Rao-Blackwellized particle filters. *IEEE Trans Robot*, 2007, 23: 34–46
- 43 Konolige K, Grisetti G, Kümmerle R, et al. Efficient sparse pose adjustment for 2D mapping. In: *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2010. 22–29
- 44 Hess W, Kohler D, Rapp H, et al. Real-time loop closure in 2D lidar slam. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2016. 1271–1278
- 45 Harabor D, Grastien A. Online graph pruning for pathfinding on grid maps. In: *Proceedings of AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 2011. 1114–1119
- 46 Kavraki L E, Svestka P, Latombe J C, et al. Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces. *IEEE Trans Robot Automat*, 1996, 12: 566–580
- 47 Kuffner J J, LaValle S M. RRT-connect: an efficient approach to single-query path planning. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2000. 995–1001
- 48 Tahirovic A, Ferizbegovic M. Rapidly-exploring random vines (RRV) for motion planning in configuration spaces with narrow passages. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2018. 7055–7062
- 49 Nash A, Daniel K, Koenig S, et al. Theta*: any-angle path planning on grids. In: *Proceedings of AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI)*, 2007. 1177–1183
- 50 Karaman S, Frazzoli E. Sampling-based algorithms for optimal motion planning. *Int J Robotics Res*, 2011, 30: 846–894
- 51 Tarjan R. Depth-first search and linear graph algorithms. *SIAM J Comput*, 1972, 1: 146–160
- 52 Bundy A, Wallen L. Breadth-first search. In: *Proceedings of Catalogue of Artificial Intelligence Tools*, 1984. 13–13
- 53 Karaman S. Sampling-based algorithms for optimal path planning problems. *Dissertation for Ph.D. Degree*. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2012
- 54 Wang J K, Li T G, Li B P, et al. GMR-RRT*: sampling-based path planning using gaussian mixture regression. *IEEE Trans Intell Veh*, 2022, 7: 690–700

- 55 Ma H, Meng F, Ye C W, et al. Bi-risk-RRT based efficient motion planning for autonomous ground vehicles. *IEEE Trans Intell Veh*, 2022, 7: 722–733
- 56 Harabor D D, Botea A, Kilby P. Path symmetries in undirected uniform-cost grids. In: *Proceedings of the 9th Symposium of Abstraction, Reformulation, and Approximation*, 2011
- 57 Pochter N, Zohar A, Rosenschein J S, et al. Search space reduction using swamp hierarchies. In: *Proceedings of AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 2010
- 58 Harabor D, Grastien A. Improving jump point search. In: *Proceedings of International Conference on Automated Planning and Scheduling*, 2014
- 59 Park B, Choi J, Chung W K. An efficient mobile robot path planning using hierarchical roadmap representation in indoor environment. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2012. 180–186
- 60 Wang H F, Zhou J W, Zheng G F, et al. HAS: hierarchical A-Star algorithm for big map navigation in special areas. In: *Proceedings of International Conference on Digital Home*, 2014. 222–225
- 61 Nijjima S, Umeyama R, Sasaki Y, et al. City-scale grid-topological hybrid maps for autonomous mobile robot navigation in urban area. In: *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2020. 2065–2071
- 62 Uras T, Koenig S, Hernández C. Subgoal graphs for optimal pathfinding in eight-neighbor grids. In: *Proceedings of International Conference on Automated Planning and Scheduling*, 2013
- 63 Talbot B, Dayoub F, Corke P, et al. Robot navigation in unseen spaces using an abstract map. *IEEE Trans Cogn Dev Syst*, 2021, 13: 791–805
- 64 Tordesillas J, Lopez B T, Everett M, et al. FASTER: fast and safe trajectory planner for navigation in unknown environments. *IEEE Trans Robot*, 2021, 38: 922–938
- 65 Krátký V, Alcántara A, Capitán J, et al. Autonomous aerial filming with distributed lighting by a team of unmanned aerial vehicles. *IEEE Robot Autom Lett*, 2021, 6: 7580–7587
- 66 Wang W, Zuo L, Xu X. A learning-based multi-RRT approach for robot path planning in narrow passages. *J Intell Robot Syst*, 2018, 90: 81–100
- 67 Otte M, Correll N. C-Forest: parallel shortest path planning with superlinear speedup. *IEEE Trans Robot*, 2013, 29: 798–806
- 68 Siméon T, Laumond J P, Nissoux C. Visibility-based probabilistic roadmaps for motion planning. *Adv Robotics*, 2000, 14: 477–493
- 69 Sun Z, Hsu D, Jiang T T, et al. Narrow passage sampling for probabilistic roadmap planning. *IEEE Trans Robot*, 2005, 21: 1105–1115
- 70 Wang W, Li Y, Xu X, et al. An adaptive roadmap guided multi-RRTS strategy for single query path planning. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2010. 2871–2876
- 71 Cao K, Cheng Q, Gao S, et al. Improved PRM for path planning in narrow passages. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*, 2019. 45–50
- 72 Dey T K, Zhao W L. Approximate medial axis as a Voronoi subcomplex. In: *Proceedings of the 7th ACM Symposium on Solid Modeling and Applications*, 2002. 356–366
- 73 Wilmarth S A, Amato N M, Stiller P F. MAPRM: a probabilistic roadmap planner with sampling on the medial axis of the free space. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 1999. 1024–1031
- 74 Yang Y D, Brock O. Adapting the sampling distribution in PRM planners based on an approximated medial axis. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2004. 4405–4410
- 75 Koul S, Horiuchi T K. Waypoint path planning with synaptic-dependent spike latency. *IEEE Trans Circuits Syst I*, 2019, 66: 1544–1557
- 76 Yershova A, Jaillet L, Siméon T, et al. Dynamic-domain RRTs: efficient exploration by controlling the sampling domain. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2005. 3856–3861
- 77 Jaillet L, Yershova A, LaValle S M, et al. Adaptive tuning of the sampling domain for dynamic-domain RRTs. In: *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2005. 2851–2856
- 78 Boor V, Overmars M H, van Stappen A F D. The Gaussian sampling strategy for probabilistic roadmap planners.

- In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 1999. 1018–1023
- 79 van den Berg J P, Overmars M H. Using workspace information as a guide to non-uniform sampling in probabilistic roadmap planners. *Int J Robotics Res*, 2005, 24: 1055–1071
- 80 Burns B, Brock O. Single-query motion planning with utility-guided random trees. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2007. 3307–3312
- 81 Xia C K, Zhang Y Z, Chen I M. Learning sampling distribution for motion planning with local reconstruction-based self-organizing incremental neural network. *Neural Comput Applic*, 2019, 31: 9185–9205
- 82 Katevas N I, Tzafestas S G, Pnevmatikatos C G. The approximate cell decomposition with local node refinement global path planning method: path nodes refinement and curve parametric interpolation. *J Intell Robot Syst*, 1998, 22: 289–314
- 83 Harabor D D, Grastien A, Öz D, et al. Optimal any-angle pathfinding in practice. *J Artif Intell Res*, 2016, 56: 89–118
- 84 Hormazábal N, Díaz A, Hernández C, et al. Fast and almost optimal any-angle pathfinding using the 2k neighborhoods. In: Proceedings of the 10th Annual Symposium on Combinatorial Search, 2017. 139–143
- 85 Gammell J D, Srinivasa S S, Barfoot T D. Informed RRT*: optimal sampling-based path planning focused via direct sampling of an admissible ellipsoidal heuristic. In: Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2014. 2997–3004
- 86 Park B, Chung W K. Adaptive node sampling method for probabilistic roadmap planners. In: Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2009. 4399–4405
- 87 Yao C P, Liu C J, Liu M, et al. Navigation in multi-agent system with side preference path optimizer. *IEEE Access*, 2021, 9: 113944
- 88 Moravec H, Elfes A. High resolution maps from wide angle sonar. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 1985. 116–121
- 89 Tsardoulias E G, Iliakopoulou A, Kargakos A, et al. A review of global path planning methods for occupancy grid maps regardless of obstacle density. *J Intell Robot Sys*, 2016, 84: 829–858
- 90 Zhang H M, Li M L, Yang L. Safe path planning of mobile robot based on improved A* algorithm in complex terrains. *Algorithms*, 2018, 11: 44
- 91 Park J H, Huh U Y. Potential risk-based safe global path planning. In: Proceedings of the 1st International Conference on Innovative Engineering Systems, 2012. 172–176
- 92 Moreno F A, Monroy J, Ruiz-Sarmiento J R, et al. Automatic waypoint generation to improve robot navigation through narrow spaces. *Sensors*, 2019, 20: 240
- 93 Buchanan R, Bandyopadhyay T, Bjelonic M, et al. Walking posture adaptation for legged robot navigation in confined spaces. *IEEE Robot Autom Lett*, 2019, 4: 2148–2155
- 94 Dubins L E. On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal positions and tangents. *Am J Math*, 1957, 79: 497–516
- 95 Reeds J, Shepp L. Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards. *Pac J Math*, 1990, 145: 367–393
- 96 Dolgov D, Thrun S, Montemerlo M, et al. Practical search techniques in path planning for autonomous driving. *Ann Arbor*, 2008, 1001: 18–80
- 97 Faust A, Oslund K, Ramirez O, et al. PRM-RL: long-range robotic navigation tasks by combining reinforcement learning and sampling-based planning. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2018. 5113–5120
- 98 Francis A, Faust A, Chiang H T L, et al. Long-range indoor navigation with PRM-RL. *IEEE Trans Robot*, 2020, 36: 1115–1134
- 99 Ma L, Liu C J, Lin L M, et al. AM-RPPO based control method for biped adaptive locomotion. *Robot*, 2019, 41: 731–741 [马璐, 刘成菊, 林立民, 等. 基于 AM-RPPO 的双足机器人适应性行走控制算法. *机器人*, 2019, 41: 731–741]
- 100 Yao C P, Liu C J, Xia L, et al. Humanoid adaptive locomotion control through a bioinspired CPG-based controller. *Robotica*, 2022, 40: 762–779
- 101 Liu C J, Zhang T, Zhang C, et al. Foot placement compensator design for humanoid walking based on discrete control Lyapunov function. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2021, 51: 2332–2341

- 102 Liu C J, Wang D W, Chen Q J. Central pattern generator inspired control for adaptive walking of biped robots. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2013, 43: 1206–1215
- 103 Desaraju V R, How J P. Decentralized path planning for multi-agent teams in complex environments using rapidly-exploring random trees. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2011. 4956–4961
- 104 Yu J, LaValle S M. Planning optimal paths for multiple robots on graphs. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2013. 3612–3617
- 105 Vedder K, Biswas J. X*: anytime multi-agent path finding for sparse domains using window-based iterative repairs. *Artif Intell*, 2021, 291: 103417
- 106 Wagner G. Subdimensional Expansion: A Framework for Computationally Tractable Multirobot Path Planning. *Technology Report*, 2015
- 107 Cohen L, Greco M, Ma H, et al. Anytime focal search with applications. In: *Proceedings of International Joint Conferences on Artificial Intelligence (IJCAI)*, 2018. 1434–1441
- 108 Sharon G, Stern R, Felner A, et al. Conflict-based search for optimal multi-agent pathfinding. *Artif Intell*, 2015, 219: 40–66
- 109 Wilde B D, Mors A W T, Witteveen C. Push and rotate: a complete multi-agent pathfinding algorithm. *J Artif Intell Res*, 2014, 51: 443–492
- 110 Stentz A. Optimal and efficient path planning for partially known environments. In: *Proceedings of Intelligent Unmanned Ground Vehicles*, 1997. 203–220
- 111 Stentz A. The focussed D* algorithm for real-time replanning. In: *Proceedings of International Joint Conferences on Artificial Intelligence (IJCAI)*, 1995. 1652–1659
- 112 Koenig S, Likhachev M. Incremental A*. In: *Proceedings of the Neural Information Processing Systems (NIPS)*, 2001. 1539–1546
- 113 Koenig S, Likhachev M, Furcy D. Lifelong planning A*. *Artif Intell*, 2004, 155: 93–146
- 114 Koenig S, Likhachev M. Fast replanning for navigation in unknown terrain. *IEEE Trans Robot*, 2005, 21: 354–363
- 115 Zhao Y, Tian G H, Yin J Q, et al. Human trajectory analysis method based on hidden Markov model in home intelligent space. *Pattern Recognit Artif Intell*, 2015, 28: 542–549 [赵扬, 田国会, 尹建芹, 等. 家庭智能空间下基于HMM的人轨迹分析方法. *模式识别与人工智能*, 2015, 28: 542–549]
- 116 Wiest J, Höffken M, Kreßel U, et al. Probabilistic trajectory prediction with gaussian mixture models. In: *Proceedings of IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, 2012. 141–146
- 117 Gambs S, Killijian M O, del Cortez M N P. Next place prediction using mobility Markov chains. In: *Proceedings of the 1st Workshop on Measurement, Privacy, and Mobility*, 2012. 1–6
- 118 Asahara A, Maruyama K, Sato A, et al. Pedestrian-movement prediction based on mixed Markov-chain model. In: *Proceedings of ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems*, 2011. 25–33
- 119 Jiang Y X, Zhang Q S. Prediction algorithm of dynamic trajectory based on weighted grey model(1, 1). *J Comput Appl*, 2016, 36: 1336–1340 [江艺羨, 张岐山. 基于加权一个变量的一阶灰色模型的动态轨迹预测算法. *计算机应用*, 2016, 36: 1336–1340]
- 120 Fulgenzi C, Tay C, Spalanzani A, et al. Probabilistic navigation in dynamic environment using rapidly-exploring random trees and gaussian processes. In: *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2008. 1056–1062
- 121 Wilkie D, van den Berg J, Manocha D. Generalized velocity obstacles. In: *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2009. 5573–5578
- 122 Chen Y Y, Liu M, Wang L J. RRT* combined with GVO for real-time nonholonomic robot navigation in dynamic environment. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics (RCAR)*, 2018. 479–484
- 123 Manh H, Alaghband G. Scene-LSTM: a model for human trajectory prediction. 2018. ArXiv:1808.04018
- 124 Sadeghian A, Kosaraju V, Sadeghian A, et al. SoPhie: an attentive GAN for predicting paths compliant to social and physical constraints. In: *Proceedings of IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2019. 1349–1358

- 125 Bartoli F, Lisanti G, Ballan L, et al. Context-aware trajectory prediction. In: Proceedings of International Conference on Pattern Recognition (ICPR), 2018. 1941–1946
- 126 Liang J W, Jiang L, Niebles J C, et al. Peeking into the future: predicting future person activities and locations in videos. In: Proceedings of IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2019. 5725–5734
- 127 Gupta A, Johnson J, Li F F, et al. Social GAN: socially acceptable trajectories with generative adversarial networks. In: Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2018. 2255–2264
- 128 Alahi A, Goel K, Ramanathan V, et al. Social LSTM: human trajectory prediction in crowded spaces. In: Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2016. 961–971
- 129 Vemula A, Mueller K, Oh J. Social attention: modeling attention in human crowds. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2018. 4601–4607
- 130 Zhang P, Ouyang W L, Zhang P F, et al. SR-LSTM: state refinement for LSTM towards pedestrian trajectory prediction. In: Proceedings of IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2019. 12085–12094
- 131 Zhu Y L, Qian D H, Ren D C, et al. StarNet: pedestrian trajectory prediction using deep neural network in star topology. In: Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2019. 8075–8080
- 132 Huang Y F, Bi H K, Li Z X, et al. STGAT: modeling spatial-temporal interactions for human trajectory prediction. In: Proceedings of IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV), 2019. 6272–6281
- 133 Chen Z, Yung N H C. Improved multi-level pedestrian behavior prediction based on matching with classified motion patterns. In: Proceedings of International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSS), 2009. 1–6
- 134 Wang X, Huang Q Y, Celikyilmaz A, et al. Reinforced cross-modal matching and self-supervised imitation learning for vision-language navigation. In: Proceedings of IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2019. 6629–6638
- 135 Kitani K M, Ziebart B D, Bagnell J A, et al. Activity forecasting. In: Proceedings of European Conference on Computer Vision (ECCV), 2012. 201–214
- 136 Rehder E, Kloeden H. Goal-directed pedestrian prediction. In: Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision Workshops (ICCVW), 2015. 50–58
- 137 Karasev V, Ayyaci A, Heisele B, et al. Intent-aware long-term prediction of pedestrian motion. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2016. 2543–2549
- 138 Xie D, Shu T M, Todorovic S, et al. Learning and inferring “dark matter” and predicting human intents and trajectories in videos. *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell*, 2017, 40: 1639–1652
- 139 Yi S, Li H S, Wang X G. Pedestrian behavior understanding and prediction with deep neural networks. In: Proceedings of European Conference on Computer Vision (ECCV), 2016. 263–279
- 140 Zou H S, Su H, Song S H, et al. Understanding human behaviors in crowds by imitating the decision-making process. In: Proceedings of AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2018
- 141 Trautman P, Krause A. Unfreezing the robot: navigation in dense, interacting crowds. In: Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2010. 797–803
- 142 Chen Y F, Liu M, Everett M, et al. Decentralized non-communicating multiagent collision avoidance with deep reinforcement learning. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2017. 285–292
- 143 Chen C G, Liu Y J, Kreiss S, et al. Crowd-robot interaction: crowd-aware robot navigation with attention-based deep reinforcement learning. In: Proceedings of International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2019. 6015–6022
- 144 Everett M, Chen Y F, How J P. Motion planning among dynamic, decision-making agents with deep reinforcement learning. In: Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2018. 3052–3059
- 145 Tai L, Zhang J, Liu M, et al. Socially compliant navigation through raw depth inputs with generative adversarial imitation learning. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2018. 1111–1117

- 146 Tsai C E, Oh J. A generative approach for socially compliant navigation. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2020. 2160–2166
- 147 Fahad M, Yang G, Guo Y. Learning human navigation behavior using measured human trajectories in crowded spaces. In: Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2020. 11154–11160
- 148 Yao X J, Zhang J, Oh J. Following social groups: socially compliant autonomous navigation in dense crowds. 2019. ArXiv:1911.12063
- 149 Konar A, Baghi B H, Dudek G. Learning goal conditioned socially compliant navigation from demonstration using risk-based features. *IEEE Robot Autom Lett*, 2021, 6: 651–658
- 150 Kretzschmar H, Spies M, Sprunk C, et al. Socially compliant mobile robot navigation via inverse reinforcement learning. *Int J Robotics Res*, 2016, 35: 1289–1307
- 151 Hochreiter S, Schmidhuber J. Long short-term memory. *Neural Comput*, 1997, 9: 1735–1780
- 152 Chen Y Y, Liu C C, Shi B E, et al. Robot navigation in crowds by graph convolutional networks with attention learned from human gaze. *IEEE Robot Autom Lett*, 2020, 5: 2754–2761
- 153 Li K M, Shan M, Narula K, et al. Socially aware crowd navigation with multimodal pedestrian trajectory prediction for autonomous vehicles. In: Proceedings of IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC), 2020. 1–8
- 154 Cimurs R, Suh I H. Proxemics-based deep reinforcement learning for robot navigation in continuous action space. *J Inst Control*, 2020, 26: 168–176
- 155 Lu X J, Woo H, Faragasso A, et al. Socially aware robot navigation in crowds via deep reinforcement learning with resilient reward functions. *Adv Robotics*, 2022, 36: 388–403
- 156 Chen Y F, Everett M, Liu M, et al. Socially aware motion planning with deep reinforcement learning. In: Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2017. 1343–1350
- 157 Samsani S S, Muhammad M S. Socially compliant robot navigation in crowded environment by human behavior resemblance using deep reinforcement learning. *IEEE Robot Autom Lett*, 2021, 6: 5223–5230
- 158 Zhou Y Y, Li S T, Garcke J. R-SARL: crowd-aware navigation based deep reinforcement learning for nonholonomic robot in complex environments. 2021. ArXiv:2105.13409
- 159 Hurtado J V, Londoño L, Valada A. From learning to relearning: a framework for diminishing bias in social robot navigation. *Front Robot AI*, 2021, 8: 650325
- 160 Randhavane T, Bera A, Kubin E, et al. Pedestrian dominance modeling for socially-aware robot navigation. In: Proceedings of International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2019. 5621–5628
- 161 Vega A, Manso L J, Macharet D G, et al. Socially aware robot navigation system in human-populated and interactive environments based on an adaptive spatial density function and space affordances. *Pattern Recogn Lett*, 2019, 118: 72–84
- 162 Gil Ó, Garrell A, Sanfeliu A. Social robot navigation tasks: combining machine learning techniques and social force model. *Sensors*, 2021, 21: 7087
- 163 Vasconez J P, Guevara L, Cheein F A. Social robot navigation based on HRI non-verbal communication: a case study on avocado harvesting. In: Proceedings of the 34th ACM/SIGAPP Symposium on Applied Computing, 2019. 957–960
- 164 Hall E. *The Hidden Dimension: Man's Use of Space in Public and Private*. New York: Anchor, 1969
- 165 Hayduk L A. The shape of personal space: an experimental investigation. *Can J Behav Sci*, 1981, 13: 87–93
- 166 Gérin-Lajoie M, Richards C L, Fung J, et al. Characteristics of personal space during obstacle circumvention in physical and virtual environments. *Gait Posture*, 2008, 27: 239–247
- 167 Zhou L, Zhang S, Zhao Y L, et al. Modeling of personal/group dynamic comfort space based on asymmetric gaussian function. *Robot*, 2021, 43: 257–268 [周磊, 张森, 赵英利, 等. 基于非对称高斯函数的个人/群组动态舒适空间建模. *机器人*, 2021, 43: 257–268]
- 168 Mead R, Mataric M J. Autonomous human-robot proxemics: socially aware navigation based on interaction potential. *Auton Robot*, 2017, 41: 1189–1201
- 169 Chen W H. Research on wheeled mobile robot localization and navigation in social environment. Dissertation for Ph.D. Degree. Guangzhou: South China University of Technology, 2018
- 170 Truong X T, Ngo T D. Dynamic social zone based mobile robot navigation for human comfortable safety in social

- environments. *Int J Soc Robotics*, 2016, 8: 663–684
- 171 Helbing D, Molnar P. Social force model for pedestrian dynamics. *Phys Rev E*, 1995, 51: 4282–4286
- 172 Ferrer G, Garrell A, Sanfeliu A. Robot companion: a social-force based approach with human awareness-navigation in crowded environments. In: *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2013. 1688–1694
- 173 Shiomi M, Zanlungo F, Hayashi K, et al. Towards a socially acceptable collision avoidance for a mobile robot navigating among pedestrians using a pedestrian model. *Int J Soc Robotics*, 2014, 6: 443–455
- 174 Regier P, Shareef I, Bennewitz M. Improving navigation with the social force model by learning a neural network controller in pedestrian crowds. In: *Proceedings of European Conference on Mobile Robots (ECMR)*, 2019. 1–6
- 175 Ciolek T M, Kendon A. Environment and the spatial arrangement of conversational encounters. *Sociol Inq*, 1980, 50: 237–271
- 176 Cristani M, Paggetti G, Vinciarelli A, et al. Towards computational proxemics: inferring social relations from interpersonal distances. In: *Proceedings of IEEE the 3rd International Conference on Privacy, Security, Risk and Trust and IEEE the 3rd International Conference on Social Computing*, 2011. 290–297
- 177 Pandey A K, Alami R. A framework towards a socially aware mobile robot motion in human-centered dynamic environment. In: *Proceedings of IEEE/RSJ international Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2010. 5855–5860
- 178 Knepper R A, Rus D. Pedestrian-inspired sampling-based multi-robot collision avoidance. In: *Proceedings of the 21st IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication*, 2012. 94–100
- 179 Repiso E, Garrell A, Sanfeliu A. Adaptive side-by-side social robot navigation to approach and interact with people. *Int J Soc Robotics*, 2020, 12: 909–930
- 180 Aroor A, Esptein S L, Korpan R. MengeROS: a crowd simulation tool for autonomous robot navigation. In: *Proceedings of AAAI Fall Symposium Series*, 2017
- 181 Tsoi N, Hussein M, Espinoza J, et al. SEAN: social environment for autonomous navigation. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Human-Agent Interaction*, 2020. 281–283
- 182 Grzeskowiak F, Gonon D, Dugas D, et al. Crowd against the machine: a simulation-based benchmark tool to evaluate and compare robot capabilities to navigate a human crowd. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2021. 3879–3885
- 183 Biswas A, Wang A, Silvera G, et al. SocNavBench: a grounded simulation testing framework for evaluating social navigation. *J Hum-Robot Interact*, 2022, 11: 1–24
- 184 Du X G, Chen Q J. Dual-laser goniometer: a flexible optical angular sensor for joint angle measurement. *IEEE Trans Ind Electron*, 2021, 68: 6328–6338
- 185 Yan Q Q, Li S, Liu C J, et al. RoboSeg: real-time semantic segmentation on computationally constrained robots. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2022, 52: 1567–1577
- 186 Zhou G L, Wang D M, Yan Y, et al. Semi-supervised 6D object pose estimation without using real annotations. *IEEE Trans Circuits Syst Video Technol*, 2022, 32: 5163–5174
- 187 Zhou G L, Yan Y, Wang D M, et al. A novel depth and color feature fusion framework for 6D object pose estimation. *IEEE Trans Multimedia*, 2020, 23: 1630–1639
- 188 Wang D M, Zhou G L, Yan Y, et al. GeoPose: dense reconstruction guided 6D object pose estimation with geometric consistency. *IEEE Trans Multimedia*, 2022, 24: 4394–4408
- 189 Gao Y X, Huang C M. Evaluation of socially-aware robot navigation. *Front Robot AI*, 2022. doi: 10.3389/frobt.2021.721317
- 190 Chen Y B, Huang S D, Fitch R, et al. Efficient active SLAM based on submap joining, graph topology and convex optimization. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2018. 5159–5166
- 191 Rodríguez-Arévalo M L, Neira J, Castellanos J A. On the importance of uncertainty representation in active SLAM. *IEEE Trans Robot*, 2018, 34: 829–834
- 192 Chen Y B, Huang S D, Fitch R. Active SLAM for mobile robots with area coverage and obstacle avoidance. *IEEE ASME Trans Mechatron*, 2020, 25: 1182–1192
- 193 Mihálik M, Malobický B, Peniak P, et al. The new method of active SLAM for mapping using lidar. *Electronics-Switz*,

- 2022, 11: 1082
- 194 Anderson P, Wu Q, Teney D, et al. Vision-and-language navigation: interpreting visually-grounded navigation instructions in real environments. In: Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2018. 3674–3683
- 195 Chang A, Dai A, Funkhouser T, et al. Matterport3D: learning from RGB-D data in indoor environments. 2017. ArXiv:1709.06158
- 196 Qi Y K, Wu Q, Anderson P, et al. REVERIE: remote embodied visual referring expression in real indoor environments. In: Proceedings of IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2020. 9982–9991
- 197 Park S M, Kim Y G. Visual language navigation: a survey and open challenges. *Artif Intell Rev*, 2023, 56: 365–427
- 198 Qureshi A H, Miao Y L, Simeonov A, et al. Motion planning networks: bridging the gap between learning-based and classical motion planners. *IEEE Trans Robot*, 2020, 37: 48–66
- 199 Johnson J J, Li L J, Qureshi A H, et al. Motion planning transformers: one model to plan them all. 2021. ArXiv:2106.02791
- 200 Gammell J D, Srinivasa S S, Barfoot T D. Batch informed trees (BIT*): sampling-based optimal planning via the heuristically guided search of implicit random geometric graphs. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2015. 3067–3074
- 201 Ichter B, Pavone M. Robot motion planning in learned latent spaces. *IEEE Robot Autom Lett*, 2019, 4: 2407–2414
- 202 Li Y B, Littlefield Z, Bekris K E. Asymptotically optimal sampling-based kinodynamic planning. *Int J Robotics Res*, 2016, 35: 528–564
- 203 Tamar A, Wu Y, Thomas G, et al. Value iteration networks. In: Proceedings of Advances in Neural Information Processing Systems, 2016. 2154–2162
- 204 Srinivas A, Jabri A, Abbeel P, et al. Universal planning networks: learning generalizable representations for visuomotor control. In: Proceedings of International Conference on Machine Learning (ICML), 2018. 4732–4741
- 205 Holtz J, Biswas J. SocialGym: a framework for benchmarking social robot navigation. 2021. ArXiv:2109.11011

An overview of mobile robot navigation technology

Chenpeng YAO^{1,2}, Wenbo SHI², Chengju LIU², Hong CHEN^{1,2} & Qijun CHEN^{2*}

1. *School of Automotive Studies, Postdoctoral Station of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China;*

2. *School of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China*

* Corresponding author. E-mail: qjchen@tongji.edu.cn

Abstract As a core technology of mobile robots, navigation technology involves multilayer architectures such as perception, decision, and action, including main modules such as mapping, localization, and planning, and is compatible with various algorithms such as classical control and machine learning. The related research covers a wide range and a long period, whose connection is not obvious. To sort out the relationship between different works and help quickly understand the development and challenges of mobile robot navigation technology, this paper starts from the word interpretation and mathematical description of “navigation” and runs through the entire text with the two ultimate goals of “guiding” and “moving.” By analyzing navigation application limitations in different environments and exploring the impact of the spatial complexity and temporal uncertainty of the environment on navigation technology, the research status and critical challenges of navigating in complex scenes are clarified. With the help of sorting out related documents from recent decades, this paper looks for the relevant links between different studies, the original study intention, and possible solutions to the challenges to help readers deepen their understanding of navigation technology and provide ideas for subsequent research.

Keywords mobile robot, navigation technologies, navigation efficiency, navigation safety, complex environment