



# 面向信道簇模型的太赫兹宽带混合预编码

崔铭尧, 谭竞搏, 戴凌龙\*

清华大学电子工程系, 北京 100084

\* 通信作者. E-mail: daill@tsinghua.edu.cn

收稿日期: 2022-04-04; 修回日期: 2022-07-18; 接受日期: 2022-08-17; 网络出版日期: 2023-04-11

国家重点研发计划 (批准号: 2020YFB1805005) 和国家自然科学基金重点项目 (批准号: 62031019) 资助

**摘要** 太赫兹宽带混合预编码是未来高速无线传输的关键技术. 太赫兹系统带宽较大, 因而存在严重的波束分裂现象, 限制了用户的通信速率. 已有方案主要研究如何克服信道径模型下的波束分裂现象, 在存在角度扩展的信道簇模型下性能损失严重. 针对这一问题, 首先分析比较了信道簇模型下典型太赫兹预编码的性能; 接着提出了时相联合优化算法, 以克服信道簇模型下的波束分裂现象; 最后提供仿真结果验证所提算法的性能.

**关键词** 太赫兹, 宽带, 波束分裂, 角度扩展, 混合预编码

## 1 引言

太赫兹通信能够提供高达几十 GHz 的带宽, 可轻松满足未来 6G 的超高速传输需求<sup>[1]</sup>. 由于太赫兹频段路径衰减极为严重, 常采用大规模多入多出 (multiple-input-multiple-output, MIMO) 技术, 通过预编码生成高增益定向波束, 增强太赫兹信号的覆盖范围, 以支持太赫兹宽带移动通信<sup>[2]</sup>. 然而传统的全数字预编码技术使用了大量昂贵且高功耗的太赫兹射频链路, 因而难以应用于太赫兹大规模 MIMO 场景<sup>[3]</sup>. 幸运的是, 混合预编码技术能以较少的射频链支持大规模 MIMO, 因而被认为是未来太赫兹宽带无线移动通信的使能技术之一<sup>[4]</sup>.

然而, 经典的混合预编码基于窄带假设, 也难以直接应用于太赫兹宽带通信. 具体而言, 混合预编码由低维数字预编码和高维模拟预编码两部分组成, 其中, 高维模拟预编码的设计直接决定了混合预编码的性能. 经典的模拟预编码通常是由移相器阵列实现的, 而移相器仅能实现频率无关的相移<sup>[5]</sup>. 这种移相方式在窄带系统下是准最优的<sup>[6]</sup>, 但是太赫兹系统由于带宽过大, 存在严重的波束分裂现象, 即移相器生成的波束在不同频点会沿着不同的方向传播, 偏离用户所在方向, 从而引入严重的阵列增益损失<sup>[7]</sup>. 波束分裂现象严重制约用户的实际通信速率, 成为了混合预编码应用于太赫兹宽带通信的关键瓶颈之一.

**引用格式:** 崔铭尧, 谭竞搏, 戴凌龙. 面向信道簇模型的太赫兹宽带混合预编码. 中国科学: 信息科学, 2023, 53: 772–786, doi: 10.1360/SSI-2022-0137  
Cui M Y, Tan J B, Dai L L. Wideband hybrid precoding for THz massive MIMO with angular spread (in Chinese). Sci Sin Inform, 2023, 53: 772–786, doi: 10.1360/SSI-2022-0137

针对这一瓶颈问题,已有相关文献研究如何克服波束分裂现象.例如文献 [8] 从算法设计的角度,在经典混合预编码的架构上,使用半正定规划算法最大化所有频点在某一路径分量的阵列增益,从而缓解波束分裂现象,但该类方案在带宽较大时仍有较大的性能损失.文献 [9,10] 则从硬件设计的角度,使用延时器替换移相器,利用延时器实现频率选择性相移,可完全消除某一路径分量的波束分裂现象.然而,延时器的成本和功耗远高于移相器,故该类方案难以直接应用于太赫兹大规模阵列.进一步,文献 [11] 则融合了算法和硬件的优势,提出了在经典混合预编码的结构上插入小规模延时层,即时相混合预编码结构.该结构能以较低的成本准最优地消除某一路径分量的波束分裂现象.

可以看到,已有的太赫兹宽带预编码方法仅考虑了单一路径分量的波束分裂现象,即仅考虑了信道模型,这些方案在存在多条路径分量的信道簇模型下会遭受较严重的性能损失.原因在于,信道模型下的每条路径只对应于一个方向,角度扩展为 0. 此时最优宽带预编码只需在所有频点生成极窄的波束指向该方向即可.然而,在实际的信道簇模型下,成簇状分布的散射体使得实际信道的路径角度也呈现簇状分布,即发生了角度扩展<sup>[12]</sup>,此时需要在所有频点生成匹配实际信道的簇状分布的波束,才可实现最优宽带预编码<sup>[13]</sup>.因此,在信道簇模型下,最优波束宽度应由实际环境决定,而非天线数决定,波束越窄反而性能越差<sup>[14]</sup>.近年来,已有相关工作在外场实测了太赫兹信道的参数,结果表明即使是在太赫兹频段,信道簇模型也是广泛存在的<sup>[15,16]</sup>.例如,文献 [16] 在室内环境下测量并建模了 0.3 THz 频段信道特性,实测结果表明室内信道路径是呈簇分布的,每个路径簇内可观测到约 4° 的角度扩展.可见,针对信道簇模型的太赫兹宽带预编码在未来高速通信广泛存在.然而,尚无公开文献研究面向簇模型的太赫兹宽带预编码.

为此,本文提出了时相联合优化算法以实现针对信道簇模型的高增益太赫兹宽带预编码.具体而言,首先分析比较了径模型和簇模型下波束分裂的差异,结果表明簇模型下不同频点的波束不仅发生了分裂,还发生了畸变,使得宽带预编码的设计更加复杂,而已有的太赫兹宽带预编码方案难以应用到信道簇模型.为了匹配实际簇模型,在文献 [11] 提出的时相混合预编码的基础上,将太赫兹宽带预编码建模为矩阵分解问题,并提出了时相联合优化算法求解上述矩阵分解问题.所提算法的基本思想是通过交替迭代的方式,联合优化延时和相移,使得宽带混合预编码矩阵逼近簇模型下的最优宽带全数字预编码矩阵,从而实现高增益的太赫兹宽带预编码;仿真结果表明,所提算法在径模型和簇模型下,均可达到准最优的性能.

符号: 非加粗变量表示标量,加粗小写变量表示矢量,加粗大写变量表示矩阵;  $A(i, j)$  表示矩阵  $A$  的第  $i$  行第  $j$  列; 算符  $(\cdot)^{\dagger}, (\cdot)^{\text{T}}, (\cdot)^{\text{H}}, (\cdot)^{*}, \|\cdot\|_F, \|\cdot\|_k, \Re(\cdot), |\cdot|, \det(\cdot), \text{tr}(\cdot)$  分别表示矩阵伪逆、转置、共轭转置、共轭、Frobenius 范数、 $k$ -范数、取实部、取幅值、求矩阵行列式、求矩阵的迹;  $\mathcal{CN}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$  表示以  $\boldsymbol{\mu}$  为均值,以  $\boldsymbol{\Sigma}$  为协方差矩阵的复高斯 (Gauss) 分布,  $\mathcal{U}(a, b)$  表示  $a$  与  $b$  之间的均匀分布;  $\odot$  表示哈达玛积,  $\otimes$  表示克罗内克积.

## 2 系统模型

本节将详细介绍本文所采用的系统模型,2.1 小节介绍太赫兹宽带信道模型,比较径模型和簇模型波束分裂的差异;2.2 小节介绍时相混合预编码结构;最后,2.3 小节将宽带混合预编码问题建模为矩阵分解问题.

### 2.1 太赫兹宽带信道模型

考虑单用户太赫兹宽带大规模 MIMO 系统.基站使用  $N_t$  天线单元的均匀线阵服务用户,用户配

置  $N_r$  天线单元的均匀线阵. 定义中心载频为  $f_c$ , 带宽为  $B$ , 采用 OFDM 调制, 子载波个数为  $M$ . 同时假定阵列的天线间距为  $d = \lambda_c/2$ , 其中  $\lambda_c$  是载波波长,  $c$  为光速. 我们使用经典的射线追踪模型建模宽带信道, 具体而言, 在第  $m$  个子载波上, 信道矩阵  $\mathbf{H}_m \in \mathbb{C}^{N_s \times N_t}$  可以表示为 [17]

$$\mathbf{H}_m = \mathbf{H}_m^L + \mathbf{H}_m^N, \quad (1)$$

其中  $\mathbf{H}_m^L$  表示直射信道, 为单径模型,  $\mathbf{H}_m^N$  表示非直射信道, 为簇模型. 它们分别可表示为如下形式 [17]:

$$\mathbf{H}_m^L = g_0 e^{-j2\pi f_m \tau_0} \mathbf{a}_r(\theta_0^r, m) \mathbf{a}_t^H(\theta_0^t, m), \quad (2)$$

$$\mathbf{H}_m^N = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{p=1}^{L_p} g_{l,p} e^{-j2\pi f_m \tau_{l,p}} \mathbf{a}_r(\theta_{l,p}^r, m) \mathbf{a}_t^H(\theta_{l,p}^t, m), \quad (3)$$

其中,  $f_m = f_c - \frac{B}{2} + \frac{m}{M}B$  表示第  $m$  个子载波的频率,  $m \in [0, 1, \dots, M-1]$ ;  $g_0, \tau_0, \theta_0^r, \theta_0^t$  分别表示直射径的复增益、延时、接收角和发射角;  $L_c, L_p$  分别表示簇模型中簇的数量和每一簇内的路径数;  $g_{l,p}, \tau_{l,p}, \theta_{l,p}^r, \theta_{l,p}^t$  分别表示簇模型的复增益、延时、接收角和发射角. 值得注意的是, 簇模型的延时和收发角通常呈现簇状分布 [15, 16], 也就是在第  $l$  个簇内的路径会呈现一定的统计规律. 以发射角度为例, 第  $l$  个簇内的角度可建模为  $\theta_{l,p}^t = \theta_l^t + \Delta\theta_p^t$ , 其中  $\theta_l^t$  表示簇的中心角度,  $\Delta\theta_p^t$  则满足 0 均值,  $\sigma_\theta^2$  方差的拉普拉斯分布 [18], 其中  $\sigma_\theta^2$  即为角度扩展的大小; 进一步, 第  $l$  个簇内的时延分布可建模为以  $\tau_l^t$  为平均时延,  $\sigma_t^2$  为方差的拉普拉斯 (Laplace) 分布, 其中  $\sigma_t^2$  为时延扩展.

进一步, 矢量  $\mathbf{a}_r(\theta^r, m)$  和  $\mathbf{a}_t(\theta^t, m)$  分别为用户和基站各自阵列在频点  $f_m$  所对应的阵列导引矢量, 指向的物理角度分别为  $\theta^r$  和  $\theta^t$ . 以基站为例, 考虑任意角度  $\theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ , 可以得到

$$\mathbf{a}_t(\theta, m) = \frac{1}{\sqrt{N_t}} \left[ 1, e^{j\pi\eta_m \sin \theta}, \dots, e^{j(N_t-1)\pi\eta_m \sin \theta} \right]^T, \quad (4)$$

其中  $\eta_m = \frac{f_m}{f_c}$ . 注意到阵列导引矢量 (4) 是与频率相关的. 定义  $\sin \theta_m = \eta_m \sin \theta$  表示在频点  $f_m$  上的等效角度, 显然, 不同频点将对应不同的等效角度, 即等效角度是频率相关的. 而由于现有的混合预编码架构仅能生成频率无关的模拟波束, 与频率相关的等效角度失配. 这种失配导致了混合预编码架构生成的波束将沿着不同的方向传输, 即波束发生了分裂. 波束分裂导致用户无法接收到所有频点的信号, 从而引入了较严重的阵列增益损失. 现有针对毫米波通信的研究因为带宽受限, 常假设  $\theta_m \approx \theta$ , 此时导引矢量是与频率无关的, 波束分裂可以忽略不计 [19]; 而太赫兹系统带宽较大, 不同频点等效角度的差异不可忽略, 因而波束分裂较为严重 [11], 这也是太赫兹宽带通信区别于现有毫米波通信的显著特点.

基于径模型 (2) 和簇模型 (3), 分析比较波束分裂在两者中的差异. 为了使比较结果更加清晰, 在这里假设用户天线数为 1, 簇模型的簇数  $L_c$  为 1. 对于信道径模型 (2), 因为路径数仅为 1, 如图 1 所示, 使用傅里叶 (Fourier) 变换将信道变换到角度域, 可以看到每个频点的信道仅在一个角度上有较强的能量, 而波束分裂将会导致不同频点的信道在角度上发生规律的平移. 现有的太赫兹宽带预编码方案, 也主要针对这种简单的径模型波束分裂, 只需在每个频点生成与直射径匹配的窄波束即可实现准最优宽带预编码. 对于簇模型, 每一个簇内包含多个路径分量, 假定角度扩展为  $4^\circ$ , 如图 2 所示, 簇模型的角度域信道在多个角度方向上均有较强的能量, 此时, 波束分裂表现为整个簇随着频率的变化发生平移和畸变. 显然, 簇模型的波束分裂更为复杂, 需要在每个频点设计匹配实际信道的复杂簇状波束才可实现最优宽带预编码.

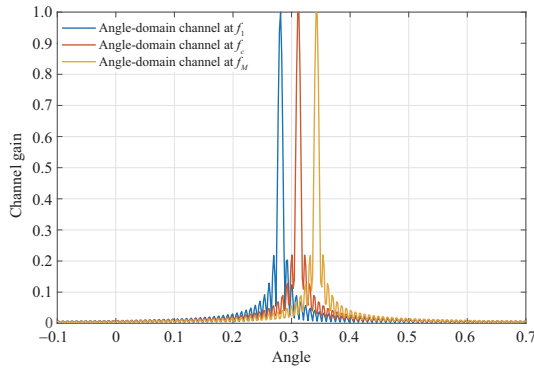


图 1 (网络版彩图) 单径模型的波束分裂现象. 图中绘制了在最低频点  $f_1$ , 中心频点  $f_c$  以及最高频点  $f_M$  这 3 个频率分量上, 单径信道的角度域能量分布

**Figure 1** (Color online) Beam split effect of the ray-based channel. This figure illustrates the angle-domain energy distribution of the ray-based channel at frequencies  $f_1$ ,  $f_c$ , and  $f_M$

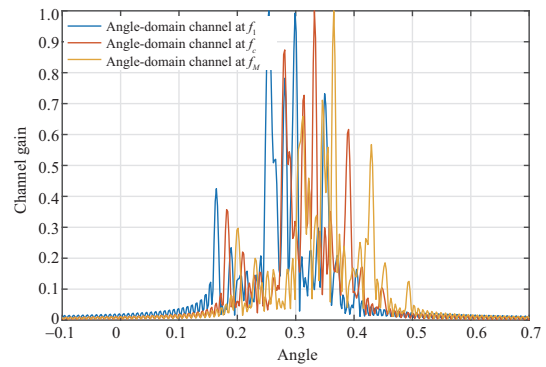


图 2 (网络版彩图) 簇模型的波束分裂现象. 图中绘制了在最低频点  $f_1$ , 中心频点  $f_c$  以及最高频点  $f_M$  这 3 个频率分量上, 存在角度扩展的簇信道的角度域能量分布

**Figure 2** Beam split effect of the cluster-based channel. This figure illustrates the angle-domain energy distribution of the cluster-based channel at frequencies  $f_1$ ,  $f_c$ , and  $f_M$

然而, 现有的太赫兹宽带预编码方案均仅针对信道径模型, 与实际信道簇模型失配, 因而存在较大的阵列增益损失. 进一步, 已有文献显示在室内太赫兹通信中, 信道簇模型是广泛存在的<sup>[16]</sup>, 实测每一个簇内的角度扩展约为  $4^\circ$ . 因此, 本文将重点考虑式 (3) 中的簇模型, 研究如何实现高增益的太赫兹宽带预编码, 2.2 小节将首先介绍所采用的预编码结构.

## 2.2 时相混合预编码结构

为了实现簇模型的太赫兹宽带预编码, 不是采用经典的混合预编码结构, 如图 3 所示, 而是沿用了文献 [11] 提出的时相混合预编码结构, 如图 4 所示. 原因在于, 经典的混合预编码结构其模拟预编码部分是由大规模相控阵实现的, 仅能实现频率无关的移相, 这与频率相关的信道导引矢量 (4) 是不匹配的. 文献 [11] 已验证, 即使是对于简单的径模型, 经典的混合预编码算法也会遭受严重的性能损失. 而时相混合预编码结构在大规模相控阵和射频链之间引入了小规模延时阵, 利用延时所提供的频率相关的相移, 可近似地与频率相关的导引矢量 (4) 匹配. 文献 [11] 验证了时相混合预编码结构能够以低成本消除径模型的波束分裂现象. 基于上述比较, 我们认为时相混合预编码结构有潜力进一步对抗簇模型的波束分裂, 因而我们沿用了该结构. 下面将具体介绍时相混合预编码的模型.

假设基站和用户之间传递的数据流数为  $N_s$ , 基站的射频链数为  $N_{\text{RF}}$ , 满足  $N_s \leq N_{\text{RF}} \ll N_t$ . 假设频点  $f_m$  的发射数据为  $\mathbf{x}_m$ , 用户接收的数据为  $\mathbf{y}_m$ , 则  $\mathbf{y}_m$  可表示为如下形式:

$$\mathbf{y}_m = \sqrt{P_t} \mathbf{H}_m \mathbf{A}_m \mathbf{D}_m \mathbf{x}_m + \mathbf{n}_m, \quad (5)$$

其中  $\sqrt{P_t}$  表示发射功率,  $\mathbf{n}_m \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{N_r})$  为复高斯白噪声,  $\sigma^2$  为噪声方差.  $\mathbf{D}_m \in \mathbb{C}^{N_{\text{RF}} \times N_s}$  为低维数字预编码矩阵,  $\mathbf{A}_m$  为高维模拟预编码矩阵. 在下行传输过程中, 发射数据会首先经过低维数字预编码矩阵  $\mathbf{D}_m$  的作用, 接着通过射频链进入模拟域, 在模拟域被模拟预编码矩阵  $\mathbf{A}_m$  作用后由发射天线辐射到空间中. 在模拟域, 每根射频链路分别连接了  $K$  个延时器, 每个延时器以子链接的方式连接  $P = N_t/K$  个移相器. 一方面, 延时器可实现频率相关的相移, 因此可以与频率相关的导引矢量 (4) 相匹配, 另一方面, 每个射频链连接的延时器的个数  $K$  远小于实际天线数  $N_t$ , 因此额外成本较低. 基

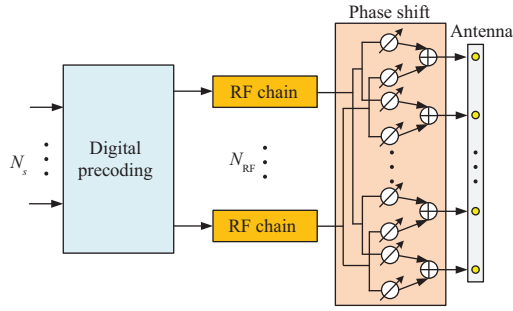


图 3 (网络版彩图) 经典混合预编码架构

Figure 3 (Color online) Classical hybrid precoding architecture

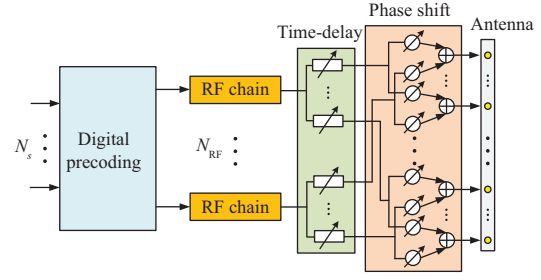


图 4 (网络版彩图) 时相联合混合预编码架构

Figure 4 (Color online) Delay-phase hybrid precoding architecture

于前述模型可知, 模拟预编码矩阵  $\mathbf{A}_m$  由两部分组成, 分别为频率无关的高维移相矩阵和频率相关的低维延时矩阵, 因而  $\mathbf{A}_m$  可表示为

$$\mathbf{A}_m = \mathbf{A} \odot (\mathbf{T}_m \otimes \mathbf{e}_P), \quad (6)$$

其中  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_{RF}}$  表示由大规模移相器阵列生成的移相矩阵, 满足移相器恒模约束  $|A(i, j)| = 1$ ;  $\mathbf{e}_P$  表示维度为  $P \times 1$  的全 1 向量.  $\mathbf{T}_m$  的维度为  $K \times N_{RF}$ , 其表示由小规模延时器阵列在频点  $f_m$  上生成的调相矩阵. 为了解释  $\mathbf{T}_m$  的具体形式, 首先令矩阵  $\mathbf{T} \in \mathbb{C}^{K \times N_{RF}}$  表示全部  $KN_{RF}$  个延时器, 它们的延时所组成的延时矩阵, 即  $T(k, n)$  表示第  $n$  个射频链路上第  $k$  个延时器的实际延时. 因此在频点  $f_m$ , 延时器的调相矩阵  $\mathbf{T}_m$  将满足延时约束  $T_m(k, n) = e^{-j2\pi f_m T(k, n)}$ . 式 (6) 中的全 1 矢量  $\mathbf{e}_P$  的含义是每个延时单元  $T(k, n)$  直接连接到了  $P$  个移相器上, 这与我们前文的讨论是一致的. 同时由于延时单元可实现频率相关的相移, 因此有能力克服波束分裂现象.

在文献 [11] 中, 已基于时相混合预编码结构, 在每个频点生成如图 1 所示的窄波束以克服径模型的波束分裂, 在后文中, 我们将采用该结构, 研究如何实现如图 2 所示的簇模型下的复杂宽带波束.

### 2.3 问题建模

本小节对预编码设计进行建模. 假设在时分双工模式下, 基站已通过上行信道估计 [20] 获知下行信道  $\mathbf{H}_m$ , 此时根据香农 (Shannon) 公式, 系统的可达和速率  $R$  可表示为

$$R = \sum_{m=0}^{M-1} \log_2 \det \left( I_{N_r} + \frac{P_t}{N_s \sigma^2} \mathbf{H}_m \mathbf{A}_m \mathbf{D}_m \mathbf{D}_m^H \mathbf{A}_m^H \mathbf{H}_m^H \right). \quad (7)$$

混合预编码的目的就是在满足硬件约束的情况下最大化速率  $R$ . 但是由于  $R$  的数学形式极为复杂, 难以直接优化. 文献 [19] 从理论上证明了和速率最大化问题可近似为矩阵分解问题, 即最小化

$$\sum_{m=0}^{M-1} \|\mathbf{F}_m - \mathbf{A}_m \mathbf{D}_m\|_F^2, \quad (8)$$

其中  $\mathbf{F}_m$  表示在无约束的情况下, 每个子载波上的最优预编码矩阵. 为了计算  $\mathbf{F}_m$ , 可首先计算信道矩阵的奇异值分解, 即  $\mathbf{H} = \mathbf{U}_m \mathbf{\Sigma}_m \mathbf{V}_m^H$ . 此时  $\mathbf{F}_m$  为最大  $N_s$  个奇异值所对应的右奇异矢量, 即  $\mathbf{F}_m$  取右奇异矩阵  $\mathbf{V}_m$  的前  $N_s$  列. 通过上述操作, 预编码的目的转变为联合设计数字预编码矩阵  $\mathbf{D}_m$  和模

拟预编码矩阵  $\mathbf{A}_m$ , 使得混合预编码矩阵在所有频点上逼近最优预编码矩阵  $\mathbf{F}_m$ . 同时考虑到移相器和延时器的实际硬件限制, 预编码问题最终可建模为如下约束优化问题:

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}, \mathbf{D}_m} \sum_{m=0}^{M-1} \|\mathbf{F}_m - \{\mathbf{A} \odot (\mathbf{T}_m \otimes \mathbf{e}_P)\} \mathbf{D}_m\|_F^2 \quad (9)$$

$$\text{s.t. } |A(l, n)| = 1, \quad (9a)$$

$$|T_m(k, n)| = e^{-j2\pi f_m T(k, n)}, \quad (9b)$$

$$\|\mathbf{A}_m \mathbf{D}_m\|_F^2 = \rho, \quad (9c)$$

其中, 式 (9a) 为移相器恒模约束, 式 (9b) 为延时器延时约束, 式 (9c) 为总功率约束,  $\rho$  表示每个子载波上的预编码矩阵能量限制. 通过求解上述优化问题, 即可得到准最优的时相混合预编码. 注意到, 优化问题 (9) 与文献 [11] 提出的预编码方案的主要区别在于, 文献 [11] 直接考虑如何在所有频点上生成指向用户的窄波束, 仅适用于径模型; 而优化问题 (9) 则考虑在所有频点上匹配最优预编码, 由于最优预编码严格依赖于信道的特性, 因此优化问题 (9) 与实际信道相匹配, 可同时应用于径模型和簇模型. 第 3 节将介绍所提的时相联合优化算法, 求解优化问题 (9), 以实现高增益的太赫兹宽带预编码.

### 3 时相联合优化算法

本节将详细介绍所提的时相联合优化算法 (delay-phase alternating minimization, DP-AltMin). 第 3.1 小节将介绍算法的整体思想和整体框架, 第 3.2~3.4 小节将依次介绍算法的详细步骤<sup>1)</sup>.

#### 3.1 算法整体框架

首先介绍所提时相联合优化算法的基本思想, 由于约束条件 (9a) 和 (9b) 均为非凸约束, 优化问题 (9) 难以直接求解. 但是由于待优化变量明显可以拆解为三部分: 数字预编码矩阵  $\mathbf{D}_m$ , 移相矩阵  $\mathbf{A}$  和延时矩阵  $\mathbf{T}$ , 我们可使用交替迭代优化的思路求解该问题, 即每轮迭代固定两部分参数, 只优化第三部分参数. 具体而言, 在算法 1 中, 我们给出了时相联合优化算法的流程, 首先初始化模拟预编码矩阵  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{T}$ , 初始化方法可选择随机初始化, 或使用文献 [11] 提出的针对径模型的时相混合预编码算法做初始化; 接着, 依次优化数字预编码矩阵  $\mathbf{D}_m$ 、移相矩阵  $\mathbf{A}$  和延时矩阵  $\mathbf{T}$ , 直至达到最大迭代次数  $N_{\text{iter}}$  或满足收敛条件, 最后根据总功率约束 (9c) 对数字预编码矩阵做能量归一化, 返回优化得到的预编码矩阵. 我们将在 3.2~3.4 小节详细展开介绍每个预编码矩阵都是如何迭代更新的.

---

#### 算法 1 时相联合优化算法

---

输入: 最优的无约束预编码矩阵  $\mathbf{F}_m$ ;

1: 初始化  $\mathbf{A}^{(0)}, \mathbf{T}^{(0)}$ ;

2: **for**  $n = 1, 2, \dots, N_{\text{iter}}$  **do**

3: 根据式 (11) 更新  $\mathbf{D}_m^{(n)} = \mathbf{A}_m^{(n-1)\dagger} \mathbf{F}_m$ ;

4: 根据式 (17) 更新  $\mathbf{A}^{(n)} = \exp\{j\angle(\sum_{m=0}^{M-1} \|\mathbf{D}_m^{(n)}\|_F^2 \mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^{(n)\dagger} \odot (\mathbf{T}_m^{(n-1)} \otimes \mathbf{e}_P)^*)\}$ ;

5: 根据式 (26) 更新  $\mathbf{T}^{(n)}$ ;

6: **end for**

7:  $\mathbf{A} = \mathbf{A}^{(N_{\text{iter}})}, \mathbf{T} = \mathbf{T}^{(N_{\text{iter}})}, \mathbf{D}_m = \frac{\sqrt{\rho}}{\|\mathbf{A}_m^{(N_{\text{iter}})} \mathbf{D}_m^{(N_{\text{iter}})}\|_F} \mathbf{D}_m^{(N_{\text{iter}})}$ ;

输出:  $\mathbf{A}, \mathbf{T}$  和  $\mathbf{D}_m$ ;

---

1) 代码链接: <http://oa.ee.tsinghua.edu.cn/dailinglong/publications/publications.html>.

### 3.2 优化数字预编码矩阵

在模拟预编码矩阵  $\mathbf{A}_m$  给定的情况下, 对数字预编码矩阵的优化可等效为如下子优化问题:

$$\min_{\mathbf{D}_m} \sum_{m=0}^{M-1} \|\mathbf{F}_m - \mathbf{A}_m \mathbf{D}_m\|_F^2 \quad (10)$$

$$\text{s.t. } \|\mathbf{A}_m \mathbf{D}_m\|_F^2 = \rho. \quad (10a)$$

在不考虑能量限制 (10a) 的情况下, 等效为解线性最小二乘问题, 此时  $\mathbf{D}_m$  的最优解为

$$\tilde{\mathbf{D}}_m = \mathbf{A}_m^\dagger \mathbf{F}_m. \quad (11)$$

进一步, 考虑能量限制 (10a), 此时通过拉格朗日乘子法可证明  $\mathbf{D}_m$  的最优解为

$$\mathbf{D}_m = \frac{\sqrt{\rho}}{\|\mathbf{A}_m \tilde{\mathbf{D}}_m\|_F} \tilde{\mathbf{D}}_m. \quad (12)$$

由此得到了数字预编码矩阵的优化方式. 注意到, 为了简化起见, 在迭代优化时, 使用式 (11) 优化数字预编码矩阵, 仅在迭代结束后引入能量限制, 将  $\mathbf{D}_m$  归一化, 这一方面是为了降低复杂度, 另一方面是便于后续优化模拟预编码部分.

### 3.3 优化移相矩阵

在给定数字预编码矩阵  $\mathbf{D}_m$  和延时矩阵  $\mathbf{T}$  的情况下, 对移相矩阵的优化可等效为如下子优化问题:

$$\min_{\mathbf{A}} \sum_{m=0}^{M-1} \|\mathbf{F}_m - \{\mathbf{A} \odot (\mathbf{T}_m \otimes \mathbf{e}_P)\} \mathbf{D}_m\|_F^2 \quad (13)$$

$$\text{s.t. } |A(l, n)| = 1. \quad (13a)$$

由于移相器的恒模约束 (13a) 为非凸约束, 子问题 (13) 难以直接求解. 可以通过对目标函数 (13) 做放缩, 将问题转变为最小化式 (13) 的上界, 从而得到移相矩阵  $\mathbf{A}$  的更新方式. 具体而言, 根据柯西施瓦茨 (Cauchy-Schwarz) 不等式, 可以得到式 (13) 的上界为

$$\sum_{m=0}^{M-1} \|\mathbf{F}_m - \mathbf{A}_m \mathbf{D}_m\|_F^2 = \sum_{m=0}^{M-1} \|(\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^\dagger - \mathbf{A}_m) \mathbf{D}_m\|_F^2 \leq \sum_{m=0}^{M-1} \|\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^\dagger - \mathbf{A}_m\|_F^2 \|\mathbf{D}_m\|_F^2. \quad (14)$$

通过上述操作, 我们成功将待优化矩阵  $\mathbf{A}$  与  $\mathbf{D}_m$  解耦, 为了进一步将  $\mathbf{A}$  与  $\mathbf{T}_m$  解耦, 首先令  $\mathbf{Q}_m = \mathbf{T}_m \otimes \mathbf{e}_P$ , 因此有  $\mathbf{A}_m = \mathbf{A} \odot \mathbf{Q}_m$ . 因为矩阵  $\mathbf{Q}_m$  的每一个单元都是  $e^{-j2\pi f_m t}$  的形式, 所以矩阵  $\mathbf{Q}_m$  的每一个元素满足模值恒为 1 的条件, 因此可以得到

$$\|\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^\dagger - \mathbf{A}_m\|_F^2 = \|\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^\dagger - \mathbf{A} \odot \mathbf{Q}_m\|_F^2 = \|(\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^\dagger) \odot \mathbf{Q}_m^* - \mathbf{A}\|_F^2. \quad (15)$$

将式 (14) 和 (15) 带回到优化问题 (13) 中, 可以得到新的优化目标, 即最小化式 (13) 的上界:

$$\min_{\mathbf{A}} \sum_{m=0}^{M-1} \|(\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^\dagger) \odot \mathbf{Q}_m^* - \mathbf{A}\|_F^2 \|\mathbf{D}_m\|_F^2 \quad (16)$$

$$\text{s.t. } |A(l, n)| = 1. \quad (16a)$$

此时易证明, 新的优化问题 (16) 的最优解为

$$\mathbf{A} = \exp \left\{ \text{j} \angle \left( \sum_{m=0}^{M-1} \|\mathbf{D}_m\|_F^2 \mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^\dagger \odot (\mathbf{T}_m \otimes \mathbf{e}_P)^* \right) \right\}, \quad (17)$$

其中  $\angle(\mathbf{x})$  表示  $\mathbf{x}$  的相位. 由此, 得到了移相矩阵的更新方式, 即算法 1 中的步骤 4.

### 3.4 优化延时矩阵

最后, 在给定数字预编码矩阵  $\mathbf{D}_m$  和移相矩阵  $\mathbf{A}$  的情况下, 优化延时矩阵  $\mathbf{T}$ . 此时, 子优化问题可建模为

$$\min_{\mathbf{T}} \sum_{m=1}^M \|\mathbf{F}_m - \{\mathbf{A} \odot (\mathbf{T}_m \otimes \mathbf{e}_P)\} \mathbf{D}_m\|_F^2 \quad (18)$$

$$\text{s.t. } T_m(k, n) = e^{-\text{j}2\pi f_m T(k, n)}. \quad (18a)$$

与优化移相矩阵的流程极为相似, 在优化延时矩阵时, 也着眼于最小化目标函数 (18) 的上界 (14), 即最小化  $\sum_{m=1}^M \|\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^\dagger - \mathbf{A}_m\|_F^2 \|\mathbf{D}_m\|_F^2$ , 从而将矩阵  $\mathbf{T}_m$  与数字预编码矩阵  $\mathbf{D}_m$  解耦. 同时, 类似于式 (15) 的推导, 为了将  $\mathbf{T}_m$  与  $\mathbf{A}$  解耦, 利用移相矩阵  $\mathbf{A}$  天然的恒模限制  $|A(l, n)| = 1$ , 可以得到

$$\|\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^\dagger - \mathbf{A}_m\|_F^2 = \|\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^\dagger - \mathbf{A} \odot \mathbf{Q}_m\|_F^2 = \|(\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^\dagger) \odot \mathbf{A}^* - \mathbf{Q}_m\|_F^2. \quad (19)$$

为了简化起见, 令  $\Theta_m = \mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^\dagger \odot \mathbf{A}^*$ , 那么式 (19) 可以重新整理为如下形式:

$$\|\Theta_m - \mathbf{Q}_m\|_F^2 = \text{tr}((\Theta_m - \mathbf{Q}_m)^H (\Theta_m - \mathbf{Q}_m)) = -2\Re\{\text{tr}(\Theta_m^H \mathbf{Q}_m)\} + \|\Theta_m\|_F^2 + N_s, \quad (20)$$

其中, 与待优化变量  $\mathbf{T}$  相关的项仅为  $-2\Re\{\text{tr}(\Theta_m^H \mathbf{Q}_m)\}$ , 我们可只讨论这一项. 具体而言,  $\Theta_m^H \mathbf{Q}_m$  可重新整理为如下形式:

$$\Theta_m^H \mathbf{Q}_m = \Theta_m^H (\mathbf{T}_m \otimes \mathbf{e}_P) = \Xi_m^H \mathbf{T}_m, \quad (21)$$

其中矩阵  $\Xi_m \in \mathbb{C}^{K \times N_{\text{RF}}}$  是由矩阵  $\Theta_m$  生成的, 满足

$$\Xi_m(k, n) = \sum_{p=1}^P \Theta_m((k-1)P + p, n). \quad (22)$$

经过上述整理, 联立式 (14), (19)~(22), 将子优化问题 (18) 转换为最小化目标函数的上界, 即等效为

$$\min_{\mathbf{T}} \sum_{m=0}^{M-1} \Re\{\text{tr}(\Xi_m^H \mathbf{T}_m)\} \|\mathbf{D}_m\|_F^2. \quad (23)$$

将延时矩阵  $\mathbf{T}$  具体形式带入到问题 (23) 中, 可以进一步将式 (23) 转化为

$$\min_{\mathbf{T}} \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{N_{\text{RF}}} \sum_{m=0}^{M-1} \Re\{\Xi_m^*(k, n) \|\mathbf{D}_m\|_F^2 e^{-\text{j}2\pi f_m T(k, n)}\}. \quad (24)$$



表 1 计算复杂度分析  
Table 1 Computational complexity

Algorithm	Computational complexity
Proposed DP-AltMin	$\mathcal{O}(MN_t N_r^2) + \mathcal{O}(N_{\text{iter}} M(N_{\text{RF}}^2 N_t + N_s N_{\text{RF}} N_t + K N_{\text{RF}} S))$
DPP-TTD <sup>[11]</sup>	$\mathcal{O}(MN_t N_r^2) + \mathcal{O}(MN_t N_{\text{RF}}(N_{\text{RF}}^2 + N_s N_{\text{RF}}))$
MO-AltMin <sup>[13]</sup>	$\mathcal{O}(MN_t N_r^2) + \mathcal{O}(N_{\text{iter}} M(N_{\text{RF}}^2 N_t + N_s N_{\text{RF}} N_t))$

值得注意的是, 式 (24) 表明, 延时矩阵的各个延时参数之前是互不影响的, 因而每个延时单元可以单独优化, 即高维的非凸优化问题通过式 (24) 可被转化为多个一维非凸优化问题. 对于第  $n$  个射频链路上的第  $k$  个延时器, 可定义新的参数  $\xi_{k,n} = [\Xi_1^*(k,n)\|\mathbf{D}_1\|_F^2, \Xi_2^*(k,n)\|\mathbf{D}_2\|_F^2, \dots, \Xi_M^*(k,n)\|\mathbf{D}_M\|_F^2] \in \mathbb{C}^{1 \times M}$ , 那么这个延时器的最优延时将满足

$$T(k,n) = \arg \max_t \Re \left\{ \sum_{m=0}^{M-1} \xi_{k,n}(m) e^{-j2\pi f_m t} \right\}. \quad (25)$$

尽管优化问题 (25) 仍为非凸优化问题, 仍没有闭式解, 但是由于式 (25) 仅为一维优化问题, 所以可以提前定义好可供选择的延时集合, 然后遍历该集合从而求得式 (25) 的最优解. 对于一维优化问题而言, 遍历的复杂度是非常低的. 具体而言, 假设时延的取值范围为  $[0, T_{\max}]$ , 在  $[0, T_{\max}]$  均匀地遍历  $S$  个时延, 即  $t_s = \frac{s}{S} T_{\max}$ ,  $s \in [0, 1, \dots, S-1]$ . 当  $S$  足够大时, 即可获得  $t$  的最优解. 令  $\Delta f = \frac{B}{M}$ ,  $\Delta t = \frac{T_{\max}}{S}$ , 则  $f_m = f_c - \frac{B}{2} + m\Delta f$ ,  $t_s = s\Delta t$ , 式 (25) 可进一步表示为如下形式:

$$T(k,n) = \arg \max_{s\Delta t} \Re \left\{ \sum_{m=0}^{M-1} \xi_{k,n}(m) e^{-j2\pi(f_c - \frac{1}{2}B + m\Delta f)s\Delta t} \right\}. \quad (26)$$

通过遍历所有的  $s\Delta t$  即可得到  $T(k,n)$  的更新值.

综上所述, 第 3.1~3.4 小节已经详细地介绍了所提时相联合优化算法的具体流程, 第 4 节将提供仿真结果, 验证所提算法在簇模型下的太赫兹宽带预编码性能.

### 3.5 计算复杂度分析

表 1 展示了所提时相联合优化算法 (DP-AltMin), 时相混合预编码算法 (delay-phase precoding with true-time-delay, DPP-TTD<sup>[11]</sup>), 黎曼流形优化算法 (manifold optimization based alternating minimization, MO-AltMin)<sup>[13]</sup> 的计算复杂度. 本文主要考虑计算乘法所需的复杂度. 所提算法的复杂度主要由 4 部分组成: (1) 计算  $\mathbf{F}_m$ , (2) 更新  $\mathbf{D}_m^{(n)}$ , (3) 更新  $\mathbf{A}^{(n)}$ , (4) 更新  $\mathbf{T}^{(n)}$ .

(1)  $\mathbf{F}_m$  是由维度为  $N_t \times N_r$  的信道矩阵  $\mathbf{H}_m$  做奇异值分解得到的. 通常基站天线数  $N_t$  是要远大于用户天线数  $N_r$  的, 因此计算  $\mathbf{F}_m$  的复杂度为  $\mathcal{O}(N_t N_r^2)$ , 同时每个子载波均需计算  $\mathbf{F}_m$ , 且子载波数为  $M$ , 因此第 1 步的复杂度为  $\mathcal{O}(MN_t N_r^2)$ .

(2) 更新  $\mathbf{D}_m^{(n)}$  的复杂度主要在于计算矩阵  $\mathbf{A}_m^{(n-1)}$  的伪逆  $\mathbf{A}_m^{(n-1)\dagger}$ , 以及计算矩阵乘法  $\mathbf{A}_m^{(n-1)\dagger} \mathbf{F}_m$ . 由于矩阵  $\mathbf{A}_m^{(n-1)}$  的维度为  $N_t \times N_{\text{RF}}$ , 矩阵  $\mathbf{F}_m$  的维度为  $N_t \times N_s$ , 因此计算伪逆  $\mathbf{A}_m^{(n-1)\dagger}$  的复杂度为  $\mathcal{O}(N_{\text{RF}}^2 N_t)$ , 计算矩阵乘法  $\mathbf{A}_m^{(n-1)\dagger} \mathbf{F}_m$  的复杂度为  $\mathcal{O}(N_s N_{\text{RF}} N_t)$ . 同时由于子载波数为  $M$ , 迭代次数为  $N_{\text{iter}}$ , 因此第 2 部分的复杂度为  $\mathcal{O}(N_{\text{iter}} M(N_{\text{RF}}^2 N_t + N_s N_{\text{RF}} N_t))$ .

(3) 更新  $\mathbf{A}^{(n)}$  的复杂度在于计算矩阵  $\mathbf{D}_m^{(n)}$  的伪逆  $\mathbf{D}_m^{(n)\dagger}$ , 以及计算矩阵乘法  $\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^{(n)\dagger}$ . 由于矩阵  $\mathbf{D}_m^{(n)}$  的维度为  $N_{\text{RF}} \times N_s$ , 矩阵  $\mathbf{F}_m$  的维度为  $N_t \times N_s$ , 因此计算伪逆  $\mathbf{D}_m^{(n)\dagger}$  的复杂度为  $\mathcal{O}(N_s^2 N_{\text{RF}})$ ,

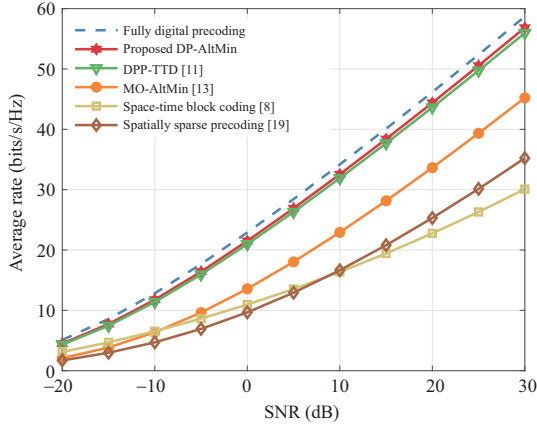


图 5 (网络版彩图)  $0^\circ$  角度扩展  
Figure 5 (Color online)  $0^\circ$  angular spread

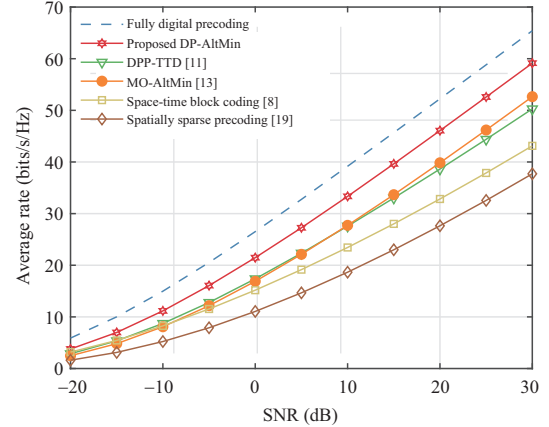


图 6 (网络版彩图)  $5^\circ$  角度扩展  
Figure 6 (Color online)  $5^\circ$  angular spread

计算矩阵乘法  $\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^{(n)\dagger}$  的复杂度为  $\mathcal{O}(N_s N_{\text{RF}} N_t)$ . 注意到  $N_s \leq N_{\text{RF}} \ll N_t$ , 计算伪逆  $\mathbf{D}_m^{(n)\dagger}$  的复杂度要远小于计算矩阵乘法的复杂度. 同时由于子载波数为  $M$ , 迭代次数为  $N_{\text{iter}}$ , 因此第 3 部分的复杂度为  $\mathcal{O}(N_{\text{iter}} M (N_s^2 N_{\text{RF}} + N_s N_{\text{RF}} N_t)) \approx \mathcal{O}(N_{\text{iter}} M (N_s N_{\text{RF}} N_t))$ .

(4) 更新  $\mathbf{T}^{(n)}$  的复杂度在于求解优化问题 (25), 其乘法计算复杂度为  $\mathcal{O}(MS)$ . 延时器的总数为  $N_{\text{RF}} K$ , 因此每次迭代需求解  $N_{\text{RF}} K$  次优化问题 (25), 考虑到迭代次数为  $N_{\text{iter}}$ , 第 3 部分的复杂度为  $\mathcal{O}(N_{\text{iter}} N_{\text{RF}} K MS)$ , 在实验中,  $S$  的取值通常与天线数  $N_t$  呈正比.

综上所述, 所提方法的复杂度为  $\mathcal{O}(M N_t N_r^2) + \mathcal{O}(N_{\text{iter}} M (N_{\text{RF}}^2 N_t + N_s N_{\text{RF}} N_t + K N_{\text{RF}} S))$ .

## 4 仿真结果

本节对比各种预编码算法, 验证所提时相联合优化算法的性能. 假定基站配置 256 单元的线阵, 基站每个射频链路都连接了  $K = 16$  个延时器, 因此每个延时器都连接了  $P = 256/16 = 16$  个移相器. 在用户端, 假设用户配置的天线数是受限的, 因而用户可采用全数字结构, 传输的流数和天线数是相同的, 即  $N_r = N_s$ . 信号的中心载频为  $f_c = 0.1$  THz, 带宽为  $B = 10$  GHz. 假设簇模型信道有 4 个路径簇, 每一簇内有 10 条子路径. 对于每一个路径簇, 假设中心发射角和接收角在  $-\frac{\pi}{2}$  和  $\frac{\pi}{2}$  之间均匀分布, 依据文献 [16] 中的参数, 每个簇的中心时延在 0~25 ns 之间均匀分布, 每个簇内的时延扩展为 0.06 ns. 角度扩展为  $\sigma_\theta$ , 在不同仿真情境下有不同的取值. 同时设置  $N_{\text{iter}} = 10$ ,  $S = 1024$ ,  $T_{\text{max}} = \frac{N_t}{f_c} = 2.56$  ns.

图 5 和 6 绘制了平均可达速率随传输信噪比  $\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{P_t}{\sigma^2}$  的变化. 设置传输流数  $N_s = 4$ , 基站射频链数  $N_{\text{RF}} = 4$ . 在图 5 中, 角度扩展为  $0^\circ$ , 在图 6 中, 角度扩展为  $5^\circ$ . 所对比的方案包括全数字预编码 (fully digital precoding), 时相混合预编码算法 [11] (DPP-TTD), 黎曼流形优化算法 [13] (MO-AltMin), 空时编码算法 [8] (space-time block coding), 以及空域稀疏预编码算法 [19] (spatially sparse precoding). 可以看到, 当角度扩展为  $0^\circ$  时, 所提时相联合优化算法和时相混合预编码算法均可逼近理论上界, 这是因为两种算法均可消除径模型 (无角度扩展) 的波束分裂, 因而优于经典混合预编码算法. 但是当角度扩展为  $5^\circ$  时, 针对径模型的时相混合预编码算法性能明显下降, 所提算法性能虽然也有一定程度的下降, 但依旧明显优于所有对比的基线算法, 因此所提算法能够有效地缓解簇模型的波束分裂问题.

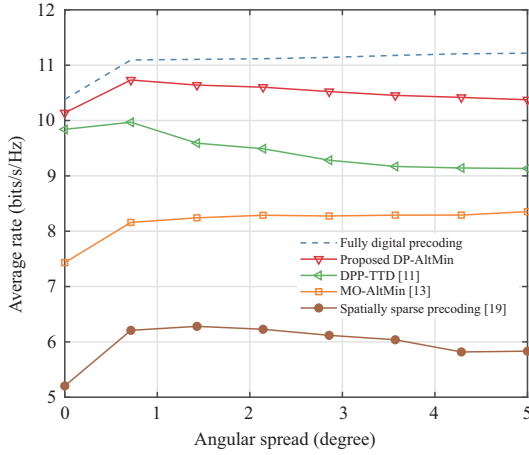


图 7 (网络版彩图) 平均可达速率性能随角度扩展的变化

Figure 7 (Color online) Average achievable rate versus angular spread

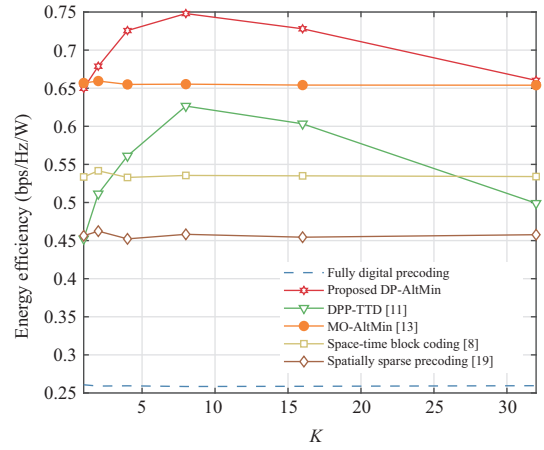


图 8 (网络版彩图) 能量效率 vs. 每个射频链连接的延时器的个数

Figure 8 (Color online) Energy efficiency versus the number of time-delay elements connected to one radio-frequency chain

图 7 绘制了平均可达速率随角度扩展的变化. 固定信噪比  $\text{SNR} = 10$  dB, 并假设传输的数据流数和射频链数均为 1. 角度扩展由  $0^\circ$  逐渐增大到  $5^\circ$ , 可以看到, 相较已有的性能最好的宽带预编码算法, 所提算法在角度扩展越大时性能优势越明显. 在角度扩展为  $4^\circ$  时, 相较时相混合预编码算法约有 12% 的速率提升, 且所提算法的可达和速率始终保持在理论上限的 90% 以上. 因此, 所提算法可同时在径模型和簇模型下实现高增益的太赫兹宽带预编码.

注意到, 所使用的时相联合预编码架构相较传统只基于移相器阵列的混合预编码架构, 额外引入了延时器件. 因此其代价就是需要付出额外的功耗和成本. 但是该架构仅引入了小规模延时器, 即仅引入了较小的功耗, 同时该架构能够大幅提升预编码的可达平均速率性能. 综合以上两点, 在能量效率方面, 时相联合预编码架构反而是要优于传统混合预编码架构的. 具体而言, 考察通信系统的能量效率指标  $E = \frac{R}{P}$ , 其中  $R$  表示预编码的平均可达速率,  $P$  表示预编码的功耗. 令时相联合预编码、传统混合预编码、全数字预编码的功耗分别为  $P_{\text{DPP}}$ ,  $P_{\text{HP}}$ ,  $P_{\text{FD}}$ . 假设天线数为  $N_t$ . 对于时相联合预编码, 其包含  $N_{\text{RF}}$  个射频链,  $N_{\text{RF}}K$  个延时器,  $N_{\text{RF}}N_t$  个移相器; 对于传统混合预编码, 其包含  $N_{\text{RF}}$  个射频链,  $N_{\text{RF}}N_t$  个移相器; 对于全数字预编码, 其包含  $N_t$  个射频链路. 因此,  $P_{\text{DPP}}$ ,  $P_{\text{HP}}$ ,  $P_{\text{FD}}$  可分别表示为  $P_{\text{DPP}} = P_t + P_{\text{BB}} + N_{\text{RF}}P_{\text{RF}} + N_{\text{RF}}N_tP_{\text{PS}} + N_{\text{RF}}KP_{\text{TTD}}$ ,  $P_{\text{HP}} = P_t + P_{\text{BB}} + N_{\text{RF}}P_{\text{RF}} + N_{\text{RF}}N_tP_{\text{PS}}$ ,  $P_{\text{FD}} = P_t + P_{\text{BB}} + N_tP_{\text{RF}}$ . 其中,  $P_t$  表示系统传输功耗,  $P_{\text{BB}}$  表示基带处理功耗,  $P_{\text{RF}}$  表示单个射频链路的功耗,  $P_{\text{PS}}$  表示单个移相器器件的功耗,  $P_{\text{TTD}}$  表示单个延时器器件的功耗. 采用文献 [1] 中提供的具体功耗数值, 即  $P_t = 30$  mW,  $P_{\text{BB}} = 300$  mW,  $P_{\text{RF}} = 200$  mW,  $P_{\text{PS}} = 20$  mW,  $P_{\text{TTD}} = 100$  mW. 图 8 绘制了能量效率随每个射频链的延时器数量变化的仿真结果. 假定角度扩展为  $5^\circ$ , 载频为  $f_c = 100$  GHz, 带宽为  $B = 10$  GHz, 其余参数如下:  $N_t = 256$ ,  $N_s = N_r = N_{\text{RF}} = 2$ . 每个射频链连接的延时器的数量从 1 提升至 32. 图 8 显示所提算法的能量效率明显高于传统混合预编码的能量效率 [8, 13, 19]. 这是因为, 虽然时相联合预编码的功耗要高于传统混合预编码, 但是其平均可达速率有明显的提升, 因而可实现更高的能量效率.

图 9 绘制了平均可达速率随着每个射频链连接的延时器数量  $K$  变化的仿真结果. 具体参数如下:

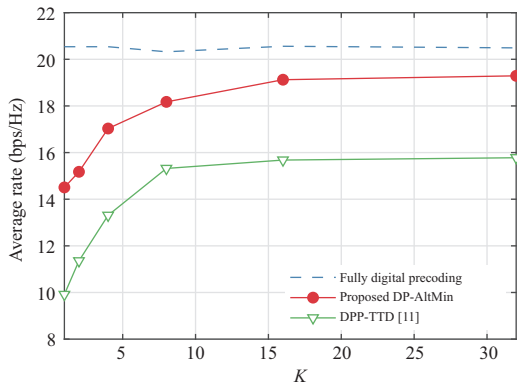


图 9 (网络版彩图) 平均可达速率 vs. 每个射频链连接的延时器的个数  $K$

Figure 9 (Color online) Average achievable rate versus the number of time-delay elements connected to one radio-frequency chain

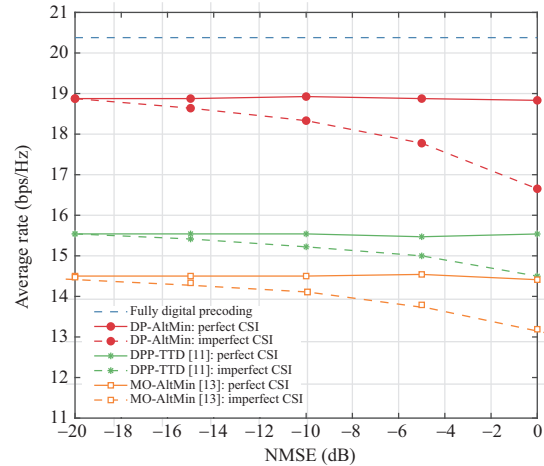


图 10 (网络版彩图) 平均可达速率 vs. 信道估计均方误差

Figure 10 (Color online) Average achievable rate versus normalized mean square error (NMSE) of channel estimation

$f_c = 100$  GHz,  $B = 10$  GHz,  $N_t = 256$ ,  $N_s = N_r = N_{RF} = 2$ . 可以看到, 随着延时器数量的增加, 系统的可达速率呈现上升趋势. 但是当延时器的数量达到 16 及以上时, 可达速率近似保持不变. 考虑到当延时器个数增多时 (大于等于 16), 系统的功耗会随之上升, 但系统的可达速率却不再增加, 因此本文设置  $K = 16$ , 同时注意到, 延时器的数量  $K = 16$  要远小于天线的数量  $N_t = 256$ .

图 10 考察了所提方法在信道估计存在误差情况下的性能. 系统角度扩展为  $5^\circ$ , 其他参数如下:  $f_c = 100$  GHz,  $B = 10$  GHz,  $N_t = 256$ ,  $N_s = N_r = N_{RF} = 2$ ,  $K = 16$ . 图中纵轴表示平均可达速率, 横轴表示信道估计均方误差. 使用 LS 方法实现信道估计, 令第  $m$  个子载波上估计的信道为  $\hat{\mathbf{H}}_m$ , 信道估计均方误差则可表示为  $\mathbb{E}(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\|\mathbf{H}_m - \hat{\mathbf{H}}_m\|_2^2}{\|\mathbf{H}_m\|_2^2})$ .

我们测试所提方法、时相混合预编码算法、流形优化这 3 个预编码方法, 分别在理想信道  $\mathbf{H}_m$  和非理想  $\hat{\mathbf{H}}_m$  下的预编码性能. 如图 10 所示, 随着信道估计均方误差的提升, 非理想信道与真实信道之间的误差越来越大, 3 个算法的性能都会逐渐变差. 但是所提算法始终优于现有的预编码算法. 所提算法在信道估计均方误差为  $-10$  dB 时, 性能损失约为 0.5 bps/Hz, 在信道估计均方误差为 0 dB 时, 性能损失约为 2 bps/Hz.

图 11 考察了所提算法的收敛性. 图中横轴表示算法的迭代次数  $N_{iter}$ , 纵轴代表目标函数在当前迭代次数下的取值. 改变天线数  $N_t$ , 射频链数  $N_{RF}$ , 传输流数  $N_s$  的取值, 从而绘制不同参数取值下的算法收敛曲线. 图 11 表示, 随着迭代次数的增加, 目标函数的取值单调下降. 同时, 在所有考虑的参数下, 目标函数均可在 10 次迭代之内实现收敛, 所提算法有较好的收敛性. 因此, 在仿真实验中, 设置算法的迭代次数  $N_{iter}$  为 10.

注意到, 所提方法是可以直接扩展至多用户预编码场景的. 所提方法本质上可分成两步, 第一步是计算全数字预编码矩阵  $\mathbf{F}_m$ , 第二步则是通过交替迭代算法最小化目标函数  $\sum_{m=1}^M \|\mathbf{F}_m - \mathbf{A}_m \mathbf{D}_m\|_F^2$ , 使时相联合预编码逼近全数字预编码. 只需要将第一步中的单用户全数字预编码矩阵替换为多用户全数字预编码矩阵, 第二步保持不变, 即可将所提方法扩展至多用户预编码场景, 例如, 对单用户信道

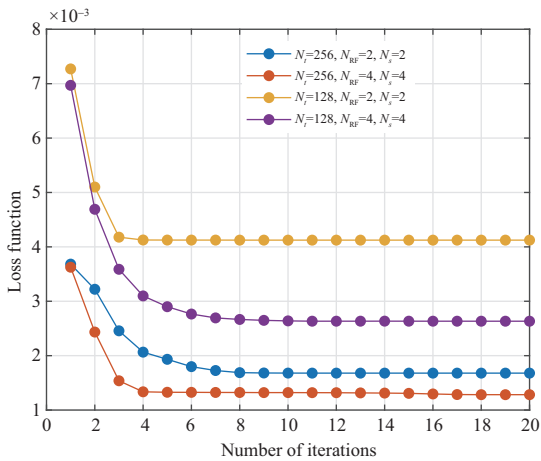


图 11 (网络版彩图) 算法收敛性验证  
**Figure 11** (Color online) The convergence of the proposed scheme

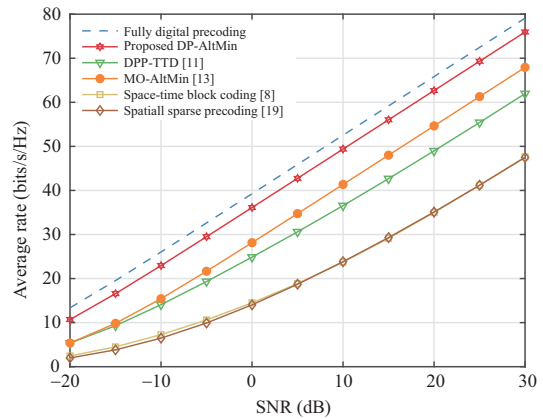


图 12 (网络版彩图) 多用户预编码平均可达速率 vs. 信噪比  
**Figure 12** (Color online) Average achievable rate in multi-user precoding versus SNR

矩阵做 SVD 分解, 使用右奇异矢量作为单用户全数字预编码矩阵. 在多用户预编码场景下, 可以使用 ZF 预编码或 MMSE 预编码设计多用户全数字预编码矩阵  $\mathbf{F}_m$ , 接着执行所提交迭代算法最小化目标函数  $\sum_{m=1}^M \|\mathbf{F}_m - \mathbf{A}_m \mathbf{D}_m\|_F^2$  即可实现多用户时相混合预编码. 基于上述方法, 对多用户预编码场景进行了仿真实验. 假定基站配置 256 单元的线阵, 基站每个射频链路都连接了  $K = 16$  个延时器. 系统包含 4 个用户, 每个用户的天线数为 1. 信道的角度扩展为  $5^\circ$ . 仿真结果如图 12 所示, 所提时相联合优化算法在多用户通信场景下依旧可以实现准最优的预编码性能, 相较现有的混合预编码算法约有 20% 的速率提升.

## 5 结论

本文揭示了太赫兹宽带预编码的一个重要挑战, 即簇模型的波束分裂问题. 首先对比了径模型和簇模型中波束分裂的区别, 结果显示簇模型的波束分裂更加复杂, 使得现在的太赫兹宽带预编码技术性能损失严重. 为了解决这一问题, 提出了时相联合优化算法, 通过对数字预编码矩阵、移相矩阵和延时矩阵的联合优化, 逼近理论最优的无约束宽带预编码, 从而匹配实际信道簇模型. 仿真结果显示所提算法可同时对抗径模型和簇模型的波束分裂问题, 且在簇模型下性能增益最为明显. 在未来, 我们将研究智能超表面辅助通信的太赫兹宽带预编码问题<sup>[21]</sup>.

## 参考文献

- 1 Akyildiz I F, Jornet J M, Han C. Terahertz band: next frontier for wireless communications. *Phys Commun*, 2014, 12: 16–32
- 2 Akyildiz I F, Han C, Nie S. Combating the distance problem in the millimeter wave and terahertz frequency bands. *IEEE Commun Mag*, 2018, 56: 102–108
- 3 Mumtaz S, Rodriguez J, Dai L. *MmWave Massive MIMO: A Paradigm for 5G*. New York: Academic, 2016
- 4 Rappaport T S, Xing Y, Kanhere O, et al. Wireless communications and applications above 100 GHz: opportunities and challenges for 6G and beyond. *IEEE Access*, 2019, 7: 78729–78757

- 5 Headland D, Monnai Y, Abbott D, et al. Tutorial: terahertz beamforming, from concepts to realizations. *APL Photonics*, 2018, 3: 051101
- 6 Zhang E, Huang C. On achieving optimal rate of digital precoder by RF-baseband codesign for MIMO systems. In: *Proceedings of 2014 IEEE 80th Vehicular Technology Conference (VTC2014-Fall)*, 2014. 1–5
- 7 Gao X, Dai L, Zhou S, et al. Wideband beamspace channel estimation for millimeter-wave MIMO systems relying on lens antenna arrays. *IEEE Trans Signal Process*, 2019, 67: 4809–4824
- 8 Liu X, Qiao D. Space-time block coding-based beamforming for beam squint compensation. *IEEE Wireless Commun Lett*, 2019, 8: 241–244
- 9 Hashemi H, Chu T, Roderick J. Integrated true-time-delay-based ultra-wideband array processing. *IEEE Commun Mag*, 2008, 46: 162–172
- 10 Lin C, Li G Y, Wang L. Subarray-based coordinated beamforming training for mmWave and sub-THz communications. *IEEE J Sel Areas Commun*, 2017, 35: 2115–2126
- 11 Dai L, Tan J, Poor H V. Delay-phase precoding for wideband THz massive MIMO. 2021. [ArXiv:2102.05211](https://arxiv.org/abs/2102.05211)
- 12 Ju S, Shah S H A, Javed M A, et al. Scattering mechanisms and modeling for terahertz wireless communications. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Communications*, 2019. 1–7
- 13 Yu X, Shen J C, Zhang J, et al. Alternating minimization algorithms for hybrid precoding in millimeter wave MIMO systems. *IEEE J Sel Top Signal Process*, 2016, 10: 485–500
- 14 Du J, Rybakowski M, Bechta K, et al. Matching in the air: optimal analog beamforming under angular spread. 2019. [ArXiv:1910.11054](https://arxiv.org/abs/1910.11054)
- 15 Xing Y, Rappaport T S. Propagation measurement system and approach at 140 GHz-moving to 6G and above 100 GHz. In: *Proceedings of IEEE GLOBALCOM*, 2018. 1–6
- 16 Priebe S, Jacob M, Kürner T. Angular and RMS delay spread modeling in view of THz indoor communication systems. *Radio Sci*, 2014, 49: 242–251
- 17 Lin C, Li G Y L. Terahertz communications: an array-of-subarrays solution. *IEEE Commun Mag*, 2016, 54: 124–131
- 18 Akdeniz M R, Liu Y, Samimi M K, et al. Millimeter wave channel modeling and cellular capacity evaluation. *IEEE J Sel Areas Commun*, 2013, 32: 1164–1179
- 19 Ayach O E, Rajagopal S, Abu-Surra S, et al. Spatially sparse precoding in millimeter wave MIMO systems. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2014, 13: 1499–1513
- 20 Xiao Z, Xia P, Xia X G. Channel estimation and hybrid precoding for millimeter-wave MIMO systems: a low-complexity overall solution. *IEEE Access*, 2017, 5: 16100–16110
- 21 Zhang Z, Dai L, Chen X, et al. Active RIS vs. passive RIS: which will prevail in 6G. 2020. [ArXiv:2103.15154](https://arxiv.org/abs/2103.15154)

## Wideband hybrid precoding for THz massive MIMO with angular spread

Mingyao CUI, Jingbo TAN & Linglong DAI\*

*Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China*

\* Corresponding author. E-mail: daill@tsinghua.edu.cn

**Abstract** Terahertz (THz) wideband hybrid precoding is a promising technology for enabling Tbps transmission in 6G massive multiple-input-multiple-output (MIMO) systems. Despite the abundant spectrum resources, a severe beam-split effect will be induced in THz massive MIMO communications, degrading the system capacity. The existing THz wideband precoding schemes mainly focus on overcoming the beam-split effect in line-of-sight (LOS) scenarios but cannot cope with the beam-split effect in non-LOS (NLOS) scenarios in the presence of angular spread. To address this issue, we first analyzed and compared the differences in the beam-split effect in LOS and NLOS scenarios. Then, a delay-time joint optimization algorithm is proposed to mitigate the beam-split effect in NLOS scenarios. Finally, simulations were conducted to verify the effectiveness of the proposed method.

**Keywords** THz, wideband, beam split, angular spread, hybrid precoding