



基于未知状态估计与神经网络补偿的增强 PID 控制方法

孙霄阳, 周平*

东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室, 沈阳 110819

* 通信作者. E-mail: zhouping@mail.neu.edu.cn

收稿日期: 2022-02-25; 修回日期: 2022-04-29; 接受日期: 2022-06-03; 网络出版日期: 2023-04-12

国家自然科学基金 (批准号: 61890934, 61890930, 61790572) 和兴辽英才项目 (批准号: XLYC1907132) 资助

摘要 PID 控制一直是应用最广泛的工业控制技术. 但是基本 PID 控制算法仅考虑了动态系统输入–输出的外部特性, 缺乏对系统内部状态信息的运用, 因而在控制非线性耦合动态系统时往往难以获得满意的控制性能. 本文在不改变原有 PID 控制设置的基础上, 提出一种通过未知状态估计与神经网络控制补偿的增强 PID (enhanced PID, En-PID) 控制方法, 可显著增强原有 PID 控制的性能. 首先, 采用扩展卡尔曼 (Kalman) 滤波技术对未知关键状态进行精确估计, 并将状态估计值作为神经网络补偿控制器的输入, 从而将基本 PID 控制算法并未使用的过程状态信息引入到控制输入; 其次, 采用 K 均值聚类算法求取历史输入数据的聚类中心, 以此作为径向基函数 (radial basis function, RBF) 神经网络补偿器隐含层的中心向量; 构建关于控制误差熵的优化性能指标, 采用梯度下降算法对神经网络补偿器输出层权值向量进行优化和修正; 最后, 将 RBF 网络求取的补偿控制输入与原有 PID 控制器的基本控制输入进行综合, 并共同作用于实际被控系统, 实现高性能控制. 理论分析和污水处理过程控制实验验证了所提方法的先进性和实用性.

关键词 增强 PID 控制, 扩展卡尔曼滤波, 径向基函数神经网络, 控制补偿, 熵

1 引言

比例–积分–微分控制 (proportional-integral-derivative control), 简称 PID 控制, 是最早发展起来的控制技术之一. PID 控制算法由于简单、鲁棒性好和可靠性高等诸多优点, 被广泛用于工业过程控制, 并且一直是应用最为广泛的工业控制技术. 据不完全统计, 工业界仍有 90% 左右的基础控制系统采用 PID 控制实现^[1,2]. 实际上, PID 控制本质也是一种直接数据驱动控制的方法, 因而也有着数据驱动控制的诸多优点, 如不依赖于过程模型、计算代价小、使用方便和易于工程实现等. 但是, 很多实

引用格式: 孙霄阳, 周平. 基于未知状态估计与神经网络补偿的增强 PID 控制方法. 中国科学: 信息科学, 2023, 53: 715–736, doi: 10.1360/SSI-2022-0084
Sun X Y, Zhou P. Enhanced PID control method based on unknown state estimation and neural network-based compensation (in Chinese). Sci Sin Inform, 2023, 53: 715–736, doi: 10.1360/SSI-2022-0084

际工业过程, 比如污水处理过程、高炉炼铁过程, 是一个随机非平稳波动的多变量动态系统, 常规 PID 控制在控制这些复杂工业过程时, 存在控制精度不高的问题, 有时会造成较大的控制误差, 从而使得最终生产指标频繁波动甚至不达标. 针对这一问题, 学者们提出了很多改进的 PID 控制算法. 如文献 [3] 通过训练神经网络来求取最优的 PID 控制器参数, 以此提高 PID 控制的性能. 文献 [4] 针对一类动态特性随不同运行条件而变化且呈现强非线性的复杂过程, 将一步超前最优控制策略应用于 PID 控制器的参数设计, 从理论上给出了 PID 控制器参数调节的一般方法, 为解决 PID 控制器参数难于整定的问题提供了新的途径. 但是, 这些针对 PID 控制的改进方法大多数都是对控制器参数进行调节, 而实际工业过程出于经济性或者安全性考虑难以根据非平稳波动的运行工况对 PID 控制器参数进行频繁在线调节.

针对实际工业过程的复杂性、不确定性以及广泛存在的随机动态干扰, 一些基于机器学习、统计学习的数据驱动控制方法也受到了广泛关注^[5~8]. 如文献 [7] 将污水出水质量的评价指标分解成多个分量, 使得每个控制量更准确地对应每个指标分量, 并在此基础上使用基于回声状态网络 (echo state network, ESN) 的多指标控制策略有效改善了污水处理过程溶解氧浓度和硝态氮浓度的控制性能. 近年, 文献 [8] 采用一种基于多参数灵敏度判别分析的无模型自适应控制方法实现了具有结构与参数动态变化的污水处理过程的直接数据驱动自适应控制. 但是这些方法相对复杂, 需要放弃已经设置的 PID 控制器结构, 转而采用计算代价较大的复杂控制器, 因而难以低成本地解决现有工业过程中由于随机非平稳干扰导致 PID 控制精度不高的问题. 因此, 如何在不改变现有 PID 控制器设置的基础上, 采用有效方法提升现有 PID 控制的性能是一种更为经济实用的方法, 这也是本文工作所关注和研究的重点.

此外, 基本 PID 算法在控制多变量强耦合和非线性随机动态系统时存在着控制误差概率密度函数 (probability density function, PDF) 分布形状呈现多峰值特性的问题, 而理想情况下动态系统输出误差的 PDF 分布形状应越集中越好. 文献 [9] 指出动态随机系统的输出 PDF 分布一般与控制输入直接相关, 而由于 PID 算法仅考虑了动态系统输入 - 输出的外部特性, 缺乏对系统内部状态与结构信息的运用, 因此导致基本 PID 算法在面对多变量耦合非线性动态系统时控制精度、动态性能难以获得令人满意的效果. 自 Kalman 将状态空间法引入到现代控制理论以来, 可以方便使用输入 - 状态 - 输出的因果关系揭示系统内部的结构特性, 将系统内部信息以状态变量的形式展示出来, 进而有效改善多变量非线性动态系统的控制性能. 基于此思想, Zhou 等^[10] 针对 PI 控制算法在控制非线性随机动态系统时性能较差的问题, 通过求取最优的线性增益矩阵与状态变量相乘作为 PI 控制的补偿输入以此将状态变量信息引入到控制输入中, 有效改善了比例 - 积分 (proportional-integral, PI) 控制的控制精度. 近年来, 文献 [11] 在文献 [10] 的基础上, 将补偿控制器由线性增益矩阵拓展为可以进行非线性映射的径向基函数 (radial basis function, RBF) 神经网络, 获得了动态特性更优的补偿控制输入, 进一步提升了 PI 控制的性能和适用范围. 但是, 上述基于补偿策略的改进 PI 控制方法仅适用于基于 PI 结构的控制形式. 很多实际工业过程, 比如污水处理过程、高炉炼铁过程和高浓磨浆过程, 其动态特性十分复杂, 时刻受随机动态干扰与未知噪声的影响, 因而采用结构相对简单的 PI 控制难以获得满意的控制性能, 通常需要对其进行 PID 控制. 实际上, 对于具有非平稳动态特性的污水处理过程, 其过程控制的基准控制方法就是 PID 控制. 因为在 PI 控制基础上引入微分项能够提高控制系统的响应速度和稳定性能, 进而改善动态控制性能. 为此, 本文在文献 [10, 11] 的基础上将非线性补偿器的适用范围拓展为基于 PID 的增强控制形式, 即增强 PID (enhanced PID, En-PID), 并将其用于污水处理过程的高性能控制, 以验证这些技术在面临非线性、随机干扰、非平稳波动等复杂动态特性时对 PID 控制器的改善能力.

具体来说, 本文通过 RBF 神经网络将扩展卡尔曼滤波器估计的动态系统状态进行非线性映射, 以获得针对 PID 控制器的最优补偿输入. 作为 PID 控制输入补偿器的 RBF 神经网络训练主要分为隐层中心向量聚类求取和最优输出层权值向量优化计算两部分. 首先, 针对 RBF 网络隐层中心向量难以求取的问题, 采用 K 均值聚类算法求取历史输入数据集的聚类中心, 以此作为 RBF 网络隐层的中心向量, 而中心向量数量通过 Elbow 算法确定; 其次, 为了优化 RBF 网络输出层权值向量, 构建关于控制误差任意熵的优化性能指标, 然后采用梯度下降算法进行网络输出权值优化计算. 任意熵通常用于衡量一组数据的波动情况^[12, 13], 控制误差的熵越小则闭环系统的稳定性就越高且控制误差越小. 综上, 所提方法在不改变现有 PID 控制设置的基础上, 通过 RBF 神经网络对状态信息进行非线性映射来获取过程中控制输入的补偿输入信号, 以此降低控制误差的波动, 显著增强原有 PID 控制器的控制性能.

2 增强 PID 控制策略

在原有 PID 控制基础上, 提出的基于扩展卡尔曼滤波 (extended Kalman filtering, EKF) 估计技术和神经网络补偿技术增强 PID 控制策略如图 1 所示, 主要包括基本 PID 控制部分和神经网络补偿控制两部分. 所提方法首先通过 EKF 技术估计动态系统未知状态变量, 并将其作为 RBF 神经网络补偿控制器的输入. 其次通过 K 均值聚类算法求取历史输入数据的聚类中心, 以此作为 RBF 神经网络隐层的中心向量. 同时, 构建最小化关于控制误差熵的优化性能指标, 通过采用梯度下降算法获得最优的 RBF 神经网络输出层权值. 最后, 将 RBF 网络补偿器的输出值作为补偿控制输入加入到基本 PID 控制器的输出, 共同作用于实际被控动态系统, 用于增强动态系统的控制精度和整体控制性能. 考虑如下非线性动态系统:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}, w_k), \quad (1)$$

$$y_k = h(x_k, v_k), \quad (2)$$

其中, x_k 是系统状态向量, y_k 为动态系统输出, u_k 为控制输入, f 和 h 表示两个非线性动态映射函数, w_k 和 v_k 是两个相互独立的均值为零, 方差分别为 Q_k 和 R_k 的噪声向量.

从图 1 可知, 非线性动态系统的综合控制输入为

$$u_k = u_{1k} + u_{2k}, \quad (3)$$

$$u_{1k} = k_p e_k + k_i z_k + k_d d_k, \quad (4)$$

$$u_{2k} = W_k^T G(\hat{x}_k^+), \quad (5)$$

其中 u_{1k} 为基本 PID 控制器的控制信号, u_{2k} 是本文设计的神经网络补偿控制器的补偿信号, $e_k = r - y_k$ 为当前时刻的控制误差, $z_k = z_{k-1} + e_k$ 为当前时刻误差的积分, $d_k = e_k - e_{k-1}$ 为当前时刻采用差分算法计算的误差微分, $G(\cdot)$ 为神经网络的径向基函数, \hat{x}_k^+ 为经卡尔曼滤波器给出的动态系统状态估计值, 而 W_k^T 为 k 时刻 RBF 网络输出层权值向量.

注意到, RBF 神经网络广泛用于非线性动态系统的辨识与控制, 但是面临着隐层节点数和中心向量, 以及输出层权值向量难以优化求解的问题. 为此, 首先采用 Elbow 算法确定网络隐层节点数, 然后通过 K 均值聚类算法求取历史输入数据聚类中心来进行隐层节点的中心向量设置. 同时, 在梯度下降算法的性能指标中引入熵优化理论来修正网络输出层权值向量. 随机系统中控制误差的熵越小系统就

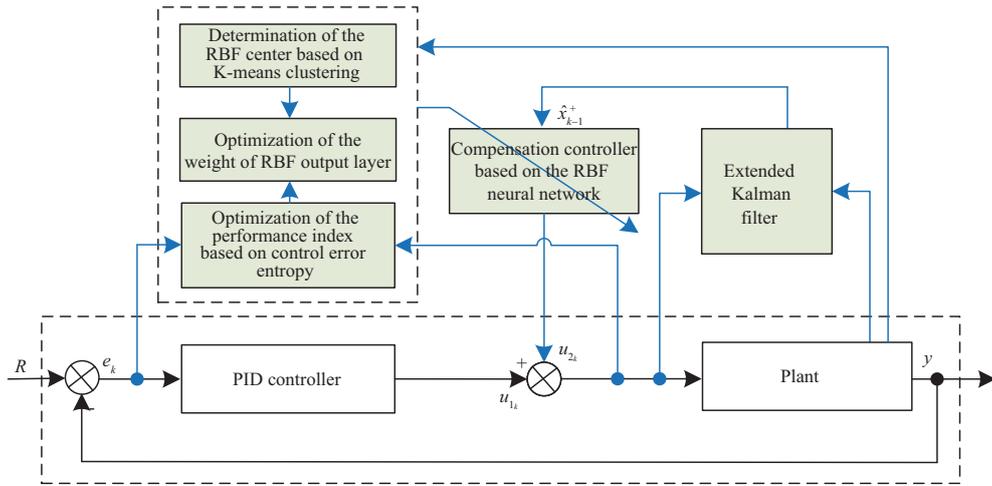


图 1 (网络版彩图) 所提增强 PID 控制的策略图

Figure 1 (Color online) Control strategy of the proposed enhanced PID control

越稳定, 因此本文引入熵优化的理论来解决非高斯 (Gauss) 随机噪声干扰的问题, 可有效降低控制误差的波动. 此外, 为了构建关于控制误差熵的优化性能指标, 需要计算控制误差数据的概率密度函数, 为此采用核密度估计技术对控制误差的熵进行计算.

注释1 本文工作是在文献 [10, 11] 基础上的进一步延续和拓展. 文献 [10, 11] 采用神经网络补偿技术提升了 PI 算法的控制性能. 然而, 很多实际工业过程的动态特性十分复杂, 比如污水处理过程、高炉炼铁过程等, 采用结构相对简单的 PI 控制难以获得满意的控制性能, 通常需要采用 PID 控制算法对关键参数进行控制. 这是因为在 PI 控制基础上引入微分项能够提高控制系统的响应速度和稳定性能, 进而改善动态控制性能. 因此, 对于具有非平稳动态特性的污水处理过程, 其基准测试平台的底层过程控制方法就是 PID 控制. 本文针对实际工业中的随机动态干扰与测量噪声, 探究如何基于神经网络补偿控制技术来改善 PID 算法的控制性能, 这也是更具普适性的性能增强控制方法. 此外, 在具体的补偿器算法设计中, 文献 [11] 所述方法的补偿器隐层中心向量通过经验选取, 主观性强, 也难以准确评估其实际效果. 而本文方法将数据驱动 Elbow 算法以及 K 均值聚类算法相结合, 能够结合实际运行数据的分布与特性确定合理的 RBF 网络补偿器隐层中心向量, 为最优补偿控制输入提供最佳网络结构基础. 此外, 所提增强 PID 控制方法的性能, 包括补偿器收敛性以及闭环系统稳定性, 均已通过严格理论分析得到了保证.

3 增强 PID 控制算法

3.1 扩展卡尔曼滤波状态估计

由于基本 PID 控制算法仅考虑了动态系统输入 - 输出的外部特性, 缺乏对系统内部状态与结构信息的运用, 因而基本 PID 控制算法在面对非线性耦合动态系统时控制精度、动态性能难以获得满意的效果. 但是, 借助于卡尔曼滤波技术对动态系统内部未知状态进行估计, 可以方便使用输入 - 状态 - 输出的因果关系来揭示系统内部的结构特性和隐含信息, 从而将动态系统内部信息以状态变量的形式展示出来, 进而改善多变量非线性动态系统的控制性能. 所提方法为了在控制时充分利用动态系统的内部状态信息, 针对动态系统的非线性、非平稳波动特性, 本文选用 EKF 技术在线估计动态系统内部

的状态变量^[14,15]. EKF 在线估计算法主要由预测和状态更新两部分组成, 具体如下.

预测过程算法如下:

$$P_k^- = A_{k-1}P_{k-1}^T A_{k-1}^T + F_{k-1}Q_{k-1}F_{k-1}^T, \quad (6)$$

$$\hat{x}_k^- = f_{k-1}(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}), \quad (7)$$

其中, $A_{k-1} = \frac{\partial f_{k-1}}{\partial x} |_{\hat{x}_{k-1}^+}$, $F_{k-1} = \frac{\partial f_{k-1}}{\partial w} |_{\hat{x}_{k-1}^+}$.

状态更新过程算法为

$$K_k = P_k^- C_k^T (C_k P_k^- C_k^T + Z_k R_k Z_k^T)^{-1}, \quad (8)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - h_k(\hat{x}_k^-)), \quad (9)$$

$$P_k^+ = (I - K_k C_k) P_k^-, \quad (10)$$

其中 $C_k = \frac{\partial h_{k-1}}{\partial x} |_{\hat{x}_{k-1}^-}$, $Z_k = \frac{\partial h_{k-1}}{\partial v} |_{\hat{x}_{k-1}^-}$, \hat{x}_k^- 和 \hat{x}_k^+ 分别是状态的先验估计值和后验估计值. 注意到, 在使用 EKF 进行状态估计时, 需要在每次迭代中更新状态增益矩阵 K_k .

3.2 RBF 神经网络补偿器设计

由于 RBF 网络在数据拟合中具有全局逼近特性, 并且结构简单且计算量较低, 适合在工业现场使用, 因此采用 RBF 神经网络求取最优 PID 控制器补偿控制输入. 相较于其他神经网络通过权值向量将网络输入映射到隐含层空间, RBF 网络通过将径向基函数作为隐含层激活函数, 可以直接将输入空间进行非线性拓展. 因此, 当径向基函数的中心向量确定后, 隐含层的输入输出映射关系也就固定下来了. RBF 网络的最终输出是隐含层输出关于权值向量 W_k 的线性加权和, 因而输出层的权值向量 W_k , 即为补偿器网络的可调参数^[16]. RBF 网络的结构如图 2 所示, 隐藏层的输出 $\Phi(\hat{x}_k^+)$ 根据式 (11) 计算, 输出层的输出 $\Delta u_{1|k}$ 如式 (12) 所述:

$$\begin{cases} \Phi(\hat{x}_k^+) = [\phi_1(\hat{x}_k^+), \phi_2(\hat{x}_k^+), \dots, \phi_p(\hat{x}_k^+)], \\ \phi_i(\hat{x}_k^+) = \exp(-\frac{\|\hat{x}_k^+ - c_i\|^2}{\sigma_{\text{rbf}}^2}), \quad i = 1, 2, \dots, p, \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \Delta u_{1|k} = W_k^T \Phi(\hat{x}_k^+), \\ W_k = [w_1, \dots, w_l, \dots, w_p]^T, \end{cases} \quad (12)$$

其中 $\exp(\cdot)$ 为指数函数, σ_{rbf} 为核平滑宽度, W_k 为输出层权值向量.

RBF 网络补偿器的训练分为两个阶段. 第一阶段为无监督学习, 即确定 RBF 网络隐层中心向量 c , 第二阶段为有监督学习, 即通过优化算法修正输出层权值向量 W_k . 本文首先通过 K 均值聚类算法^[17] 求取输入数据集 $\hat{X} = \{\hat{x}_1^+, \dots, \hat{x}_i^+, \dots, \hat{x}_k^+\}$ 的聚类中心, 从而将其作为各隐层节点的中心向量. 定义 RBF 网络 k 个历史输入数据的集合 $X = \{x_1, \dots, x_i, \dots, x_k\}$, $x_k \in \mathbb{R}^{m \times 1}$, 将其分到 p 个不同的类 G_p 中, 则该 p 个类构成对样本集合 X 的划分, 并且满足 $G_i \cap G_j = \emptyset$, $\bigcup_{i=1}^p G_i = X$, 则每个类 G_i 的聚类中心为 c_i , 记 $c = [c_1, \dots, c_p]$ 为隐藏层中心. 同时, 集合 X 中每个样本用一个整数 $i = \{1, 2, \dots, k\}$ 表示, 每个类分别用整数 $l = \{1, 2, \dots, p\}$ 表示, 本文用函数 $C(i) = l$ 表示将样本 i 映射到 l 类中. 在上述定义基础上, K 均值聚类网络中心向量的确定的具体步骤如下.

(1) 随机选择 p 个样本点作为初始时刻 $t = 0$ 的聚类中心:

$$c^t = (c_1^0, \dots, c_l^0, \dots, c_p^0). \quad (13)$$

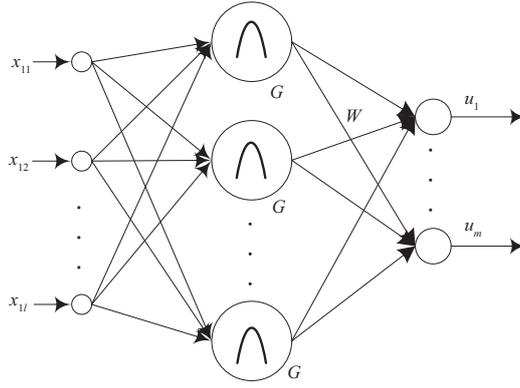


图 2 RBF 神经网络架构

Figure 2 The structure of RBF neural network

(2) 对样本进行聚类, 设定固定类中心 c^t 的优化目标函数为

$$\arg \min_{C^t} \sum_{l=1}^p \sum_{C^t(i)=l} \|\hat{x}_i^+ - c_l^t\|^2. \quad (14)$$

将每个样本指派到与其最近中心的类中, c_l^t 为第 t 时刻类 G_l 的中心, $C^t(i) = l$ 为 t 时刻的划分函数.

(3) 更新类中心, 针对 t 时刻聚类结果 $C^t(\cdot)$, 计算当前各个类中的样本均值:

$$c_l^{t+1} = \frac{1}{n_l} \sum_{C^t(i)=l} \hat{x}_i^+, \quad l = 1, \dots, p, \quad (15)$$

并将该组数据作为新的类中心.

(4) 如果迭代收敛则停止训练, 则最优的中心向量为 $c = (c_1^{t+1}, \dots, c_l^{t+1}, \dots, c_p^{t+1})$, 否则 $t = t + 1$ 跳转到步骤 (2).

注释2 聚类中心的数量 p 通过 Elbow 算法确定, Elbow 算法是一种用于确定数据集中聚类中心数量的启发式方法, 具体算法可参见文献 [18].

补偿控制器聚类中心确定后, 进一步使用梯度下降算法^[19] 修正网络的输出权值向量 W_k . 这是一种有监督学习, 需要首先设计合适的优化性能指标. 相对于均值和方差等常规性能指标, 熵是衡量一组数据多样性、不确定性和随机性更有效的方法. 因此, 构建关于控制误差熵的优化性能指标, 以此进行有监督学习来优化和修正输出层权值向量 W_k . 一组数据 Q_i 的二阶熵 $H_2(Q_i)$ 可以通过如下公式进行计算^[12]:

$$H_2(Q_i) = -\log V(Q_i), \quad (16)$$

其中, $Q_i = \{q_1, \dots, q_N\}^T$ 为一组独立同分布的随机数, $V(Q_i)$ 为 Q_i 的信息势.

从式 (16) 可以看出二阶熵 $H_2(Q_i)$ 是信息势 $V(Q_i)$ 的单调递减函数, 为了简化计算可以将优化误差 e_k 的熵 $H_2(e_k)$ 转化为优化其信息势 $V(e_k)$. 但熵仅能反映一组数据的波动情况, 因此在性能指标中还需要对控制误差均值加入限制以达到稳定跟踪的目的. 综上所述, 针对多输入多输出动态系统, 定义如下性能指标:

$$J_k = -R_1 \sum_{i=1}^m V(e_{i_k}) - R_2 V_{\text{joint}_k}(e_k) + R_3 \sum_{i=1}^m E(e_{i_k}) + \frac{1}{2} R_4 u_{2_k}^T u_{2_k}, \quad (17)$$

其中, m 为动态系统输出个数, 采用跟踪误差的均值 $E(e_{i_k})$ 来刻画控制误差幅值大小, $u_{2_k}^T u_{2_k}$ 代表控制输入大小, R_1, R_2, R_3, R_4 为给定常数. 此外, e_{i_k} 为第 i 个输出项在 k 时刻的累计输出误差, $e_k = [e_{1_k}, \dots, e_{m_k}]$ 为 k 时刻所有 m 个输出项的误差, $V(e_{i_k})$ 为输出控制误差 e_{i_k} 的信息势, $V_{\text{joint}}(e_k)$ 为所有输出控制误差 e_k 的联合信息势.

具体来说, 一组数据的信息势以及联合信息势采用下式进行计算:

$$\begin{cases} V(Q_i) = \int \gamma_q^2(q) dq, \\ V_{\text{joint}}(Q) = \int \cdots \int (\gamma_Q(Q_1, Q_2, \dots, Q_m))^2 dQ_1 Q_2 \cdots Q_m, \end{cases} \quad (18)$$

其中, $Q = \{Q_1, \dots, Q_i, \dots, Q_m\}$ 为 m 组数据, γ_q 为数据 q 的概率密度函数 (PDF), γ_Q 为数据 Q 的联合概率密度函数. 但由于控制误差 PDF 以及联合 PDF 未知, 需要采用核密度估计技术^[20] 求取控制误差的 PDF. 具体地, 针对数据 Q_i 和 Q 的 PDF 以及联合 PDF 分别采用下式计算:

$$\begin{cases} \hat{\gamma}_{Q_i} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \kappa_{\sigma}(q - q_i), \\ \kappa_{\sigma}(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-\frac{q^2}{2\sigma^2}), \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \hat{\gamma}_Q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \kappa_{\Sigma}(Q - Q_i), \\ \kappa_{\Sigma}(Q_i) = \prod_{i=1}^m \kappa_{\sigma_i}(q_i), \end{cases} \quad (20)$$

其中, $\kappa(\cdot)$ 为高斯核函数. 这里, 采用式 (19) 计算单输出变量的 PDF, 采用式 (20) 计算多维数据的联合 PDF.

当确定式 (17) 所述性能指标后, 本文采用梯度下降算法训练神经网络补偿器的权值向量 W_k . 由于该权重仅是网络隐含层和输出层之间的一种线性组合, 因此保证了网络有唯一确定的最优解, 不存在 BP 神经网络的局部极小值问题. 具体的梯度下降优化算法如下所示.

(1) 初始化权重 W 、学习速率 η 、临界值 $\tilde{\varepsilon}$.

(2) 求取梯度:

$$\nabla J_k = \frac{\partial J_k}{\partial W_{k-1}} | W_{k-1}, \quad (21)$$

其中, J_k 为评价控制效果的性能指标式 (17), ∇J_k 为当前时刻性能指标的梯度, 通过差分方法进行计算.

(3) 如果 $\nabla J_k \nabla J_k^T < \tilde{\varepsilon}$, 则最优的权重为 W_{k-1} , 否则进行步骤 (4).

(4) 根据梯度值更新权重:

$$W_k = W_{k-1} - \eta \frac{\partial J_k}{\partial W_{k-1}} | W_{k-1}. \quad (22)$$

(5) 返回步骤 (2).

获取最优的权值向量 W_{k-1} 后, 即可根据式 (3) 计算 RBF 网络补偿器的最终输出, 从而作为 PID 控制的补偿量, 共同作用到被控动态系统, 以增强控制性能.

3.3 算法实现步骤

综上, 所提增强 PID 控制算法的具体实现步骤如算法 1 所示.

算法 1 Enhanced PID (En-PID) control method

- 1: Initialize system parameters;
 - 2: Using (6)~(10), the state estimation value x_k^+ is calculated using the EKF technique;
 - 3: Using (13)~(15), the K-means clustering technique is used to calculate the cluster center c of the neural network-based compensator;
 - 4: Construct the optimized performance index of control error entropy shown in (17);
 - 5: Using (21) and (22), the gradient descent algorithm is used to obtain the weights W_{k-1} of the optimal compensator;
 - 6: Calculate u_{1k} using (4), calculate u_{2k} using (5), and then calculate u_k using (3);
 - 7: Bring u_k into a dynamic system, then make $k = k + 1$, and turn to Step 2.
-

4 性能分析

文献 [11] 采用递推分析方法在均方意义下给出了增强 PI 控制方法控制误差以及扩展卡尔曼滤波器的收敛性分析. 对于所提增强 PID 控制方法中的补偿器, PID 算法中微分项引入相较于 PI 算法的稳定性得到了提高. 从式 (17) 所示关于控制误差熵的性能指标可以看出其收敛性与控制误差的大小直接相关, 本节性能分析部分主要包括补偿器收敛性分析以及闭环系统稳定性两部分.

4.1 补偿器收敛性分析

由于 RBF 网络隐含层中一般采用高斯核函数, 因此补偿控制器隐含层输出有界. RBF 网络的最终输出是隐含层输出关于权重 W_k 的线性组合, 因此判断 RBF 网络补偿器的输出是否收敛只需判断网络输出层权值向量 W_k 是否收敛即可. 为便于分析, 可以将式 (17) 所示关于控制误差熵的性能指标在最优权值附近进行一阶泰勒分解, 得到下式:

$$J_k \approx J_k(W^*) - \nabla J_k \bar{W}_k, \quad (23)$$

其中, $W^* = \arg \min J_k$, $\bar{W}_k = W^* - W_k$.

定理 1 定义优化性能指标 J_k 的二阶导数为 $R = \nabla^2 J_k$, 采用梯度下降算法根据式 (17) 所述性能指标对输出层权值 W_k 进行修正, 当学习速率 η 以及 R 的特征值 λ_i 满足如下关系时:

$$0 < \eta < \frac{2}{\max\{\lambda_i\}}, \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (24)$$

所提算法 1 可以确保式 (5) 所述 RBF 网络补偿器的输出在均方意义下收敛.

证明 基于式 (23), 根据 $\nabla J_k = -R\bar{W}_k$, 可知 \bar{W}_k 的递推关系如下所示:

$$\bar{W}_{k+1} = (I - \eta R)\bar{W}_k, \quad (25)$$

同时, 从定义 $R = \nabla^2 J_k$ 可知 R 为 Hessian 矩阵, 因此存在 Q 和 Λ 使得

$$R = Q\Lambda Q, \quad (26)$$

其中, Q 是一个包含 R 所有特征向量的标准正交矩阵, Λ 为包含所有特征值的对角阵, 且特征值顺序同 Q 中的特征向量对应.

将式 (26) 代入式 (25), 可得下式:

$$\bar{W}_{k+1} = Q(I - \eta\Lambda)Q^T\bar{W}_k. \quad (27)$$

为了便于分析, 将式 (27) 等式右侧中 $Q^T \bar{W}_k$ 做如下替换:

$$\Omega_k = Q^T \bar{W}_k. \quad (28)$$

式 (27) 等式两侧左乘 Q , 可得下式:

$$\Omega_{k+1} = (1 - \eta\Lambda)\Omega_k. \quad (29)$$

由于 Λ 是关于特征值 λ_i 的矩阵, 可以将其从内部展开, 同理 Ω_k 也可以展开, 得到下式:

$$\Omega_{i_{k+1}} = (1 - \eta\lambda_i)\Omega_{i_k}, \quad i = 1, 2, \dots, p. \quad (30)$$

基于上式, 则式 (30) 均方值的形式可以表示如下:

$$E(\|\Omega_{i_{k+1}}\|^2) = (1 - \eta\lambda_i)^2 E(\|\Omega_{i_k}\|^2). \quad (31)$$

根据上述分析, 所提补偿器收敛同输出层权值向量 W_k 收敛是一致的. 进一步根据式 (28) 可知, Ω_k 趋于收敛则 W_k 也趋于收敛. 因此, 保证 Ω_k 的收敛即可保证补偿器的收敛, 而 Ω_k 如果收敛则其均方值应满足如下递推关系:

$$E(\|\Omega_{i_{k+1}}\|^2) < E(\|\Omega_{i_k}\|^2). \quad (32)$$

根据式 (31) 可知, 要想满足式 (32), $1 - \eta\lambda_i$ 的绝对值要小于 1, 即满足下式:

$$|1 - \eta\lambda_i| < 1. \quad (33)$$

因此, 学习速率 η 需满足如下关系:

$$0 < \eta < \frac{2}{\max\{\lambda_i\}}, \quad i = 1, 2, \dots, p. \quad (34)$$

4.2 闭环系统稳定性分析

为便于分析闭环系统稳定性, 重新定义变量 $\varepsilon_k = [x_k^T, z_k^T]^T$, 其中 x_k^T 为控制误差, z_k^T 为控制误差的积分.

假设1 系统 (1)-(2) 可以通过下述方法近似:

$$x_k \approx Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + Fw_k + \Delta f_{k-1}(x_{k-1}, u_{k-1}, w_k), \quad (35)$$

$$y_k \approx Cx_k + Zv_k + \Delta g_k(x_k, v_k), \quad (36)$$

其中, A, B, F, C, Z 为通过对非线性系统线性化求取的适当维数的矩阵, 而 Δf_{k-1} 和 Δh_k 为非线性动态系统线性化后的未建模动态项.

假设2 系统 (1)-(2) 中的未建模动态项 Δf_k 和 Δg_k 存在下述不等式关系:

$$\Delta f_k \leq L_1 \|x_k\| + L_2 \|u_k\| + L_3 \|w_{k+1}\|, \quad (37)$$

$$\Delta g_k \leq L_4 \|x_k\| + L_5 \|v_k\|, \quad (38)$$

其中, $L_1 \sim L_5$ 为正常数, 考虑到 Δf_k 和 Δh_k 为式 (1)-(2) 所述系统在工作点处线性化的未建模动态项, 一般认为 Δf_k 和 Δh_k 的范数处在一个较小的范围内, 因此总可以通过选取适当大的常数 $L_1 \sim L_5$, 使得假设 2 成立.

引理1 在假设 2 的基础上, 式 (3) 所示控制输入 u_k 满足下述不等式:

$$\|u_k\| \leq \|k_p\| \|r\| + M_1 \|\varepsilon_k\| + M_2 \|v_k\| + M_3 \|\varepsilon_{k-1}\| + M_4 \|v_{k-1}\| + \|u_{2k}\|, \quad (39)$$

其中,

$$M_1 = \|k_p\| \|C\| + \|k_d\| \|C\| + L_4(\|k_p\| + \|k_d\|) + \|k_i\|, \quad M_2 = \|k_p\| \|Z\| + \|k_d\| \|Z\| + L_5(\|k_p\| + \|k_d\|), \\ M_3 = (\|k_d\| \|C\| + \|k_d\| L_4), \quad M_4 = (\|k_d\| \|Z\| + \|k_d\| L_5).$$

在此基础上, 假设 2 的 $\|\Delta f_k\|$ 可以进一步表示为如下不等式:

$$\|\Delta f_k\| \leq L_1 \|x_k\| + L_2 \|u_k\| + L_3 \|w_{k+1}\| \\ \leq (L_1 + L_2 M_1) \|\varepsilon_k\| + L_2 M_3 \|\varepsilon_{k-1}\| + L_2 M_2 \|v_k\| \\ + L_2 M_4 \|v_{k-1}\| + L_3 \|w_{k+1}\| + L_2 \|k_p\| \|r\| + L_2 \|u_{2k}\|. \quad (40)$$

引理2 在假设 2 的基础上, $\|\Delta g_k\|$ 满足下述不等式:

$$\|\Delta g_k\| \leq M_5 \|\varepsilon_{k-1}\| + M_6 \|\varepsilon_{k-2}\| + M_7 \|r\| + L_5 \|v_k\| \\ + M_8 \|v_{k-1}\| + M_9 \|v_{k-2}\| + M_{10} \|w_k\| + M_{11} \|u_{2k-1}\|, \quad (41)$$

其中,

$$M_5 = L_4 \|A\| + L_4 \|B\| M_1 + L_4(L_1 + L_2 M_1), \quad M_6 = L_4 \|B\| M_3 + L_4 L_2 M_3, \\ M_7 = L_4 \|B\| \|k_p\| + L_4 L_2 \|k_p\|, \quad M_8 = L_4 \|B\| M_2 + L_4 L_2 M_2, \\ M_9 = L_4 \|B\| M_4 + L_4 L_2 M_4, \quad M_{10} = L_4 \|F\| + L_4 L_3, \quad M_{11} = L_4 \|B\| + L_4 L_2.$$

引理 1 和 2 的证明分别参见附录 A 和 B.

下面分析向量 $\varepsilon_k = [x_k^T, z_k^T]$ 的递推关系, 首先针对 x_k 部分, 根据式 (35) 可知,

$$x_k \approx Ax_{k-1} + Bk_p(r - Cx_{k-1} - Zv_{k-1} - \Delta g_{k-1}) + Bk_i z_{k-1} \\ + Bk_d[-Cx_{k-1} - Zv_{k-1} - \Delta g_{k-1} + Cx_{k-2} + Zv_{k-2} + \Delta g_{k-2}] + Bu_{2k-1} + Fw_k + \Delta f_{k-1}. \quad (42)$$

进一步整理可得

$$x_k \approx Ax_{k-1} + Bk_p r - Bk_p Cx_{k-1} - Bk_p Zv_{k-1} - Bk_p \Delta g_{k-1} + Bk_i z_{k-1} - Bk_d Cx_{k-1} - Bk_d Zv_{k-1} \\ - Bk_d \Delta g_{k-1} + Bk_d Cx_{k-2} + Bk_d Zv_{k-2} + Bk_d \Delta g_{k-2} + Bu_{2k-1} + Fw_k + \Delta f_{k-1}. \quad (43)$$

可得下式:

$$x_k \approx (A - Bk_p C - Bk_d C)x_{k-1} + Bk_d Cx_{k-2} + Bk_i z_{k-1} + Bk_p r + Bk_d Zv_{k-2} \\ - (Bk_p Z + Bk_d Z)v_{k-1} + Fw_k - (Bk_p + Bk_d)\Delta g_{k-1} + Bk_d \Delta g_{k-2} + \Delta f_{k-1} + Bu_{2k-1}. \quad (44)$$

类似地, z_k 的递推关系如下所示:

$$z_k \approx z_{k-1} + e_k \approx z_{k-1} + r - Cx_k - Zv_k - \Delta g_k, \quad (45)$$

将式 (44) 带入式 (45) 中, 可以得到下式:

$$\begin{aligned}
 z_k \approx & (I - CBk_i)z_{k-1} - C(A - Bk_pC - Bk_dC)x_{k-1} - CBk_dCx_{k-2} + (I - CBk_p)r \\
 & - \Delta g_k + C(Bk_p + Bk_d)\Delta g_{k-1} - CBk_d\Delta g_{k-2} - C\Delta f_{k-1} - Zv_k \\
 & + C(Bk_pZ + Bk_dZ)v_{k-1} - CBk_dZv_{k-2} - CFw_k - CBu_{2_{k-1}}.
 \end{aligned} \tag{46}$$

在上式基础上, ε_k 的递推关系如下所示:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_k = & \bar{A}_1\varepsilon_{k-1} + \bar{A}_2\varepsilon_{k-2} + \bar{B}u_{2_{k-1}} + \bar{R}r + \bar{H}_1\Delta g_k + \bar{H}_2\Delta g_{k-1} \\
 & + \bar{H}_3\Delta g_{k-2} + \bar{H}_4\Delta f_{k-1} + \bar{F}_1v_k + \bar{F}_2v_{k-1} + \bar{F}_3v_{k-2} + \bar{F}_4w_k,
 \end{aligned} \tag{47}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \bar{A}_1 = & \begin{bmatrix} A - Bk_pC - Bk_dC & Bk_i \\ -CA + CBk_pC + CBk_dC & I - CBk_i \end{bmatrix}, \bar{A}_2 = \begin{bmatrix} Bk_dC & 0 \\ -CBk_dC & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ -CB \end{bmatrix}, \\
 \bar{R} = & \begin{bmatrix} Bk_p \\ I - CBk_p \end{bmatrix}, \bar{H}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix}, \bar{H}_2 = \begin{bmatrix} -(Bk_p + Bk_d) \\ C(Bk_p + Bk_d) \end{bmatrix}, \bar{H}_3 = \begin{bmatrix} Bk_d \\ -CBk_d \end{bmatrix}, \bar{H}_4 = \begin{bmatrix} I \\ -C \end{bmatrix}, \\
 \bar{F}_1 = & \begin{bmatrix} 0 \\ -Z \end{bmatrix}, \bar{F}_2 = \begin{bmatrix} -(Bk_pZ + Bk_dZ) \\ C(Bk_pZ + Bk_dZ) \end{bmatrix}, \bar{F}_3 = \begin{bmatrix} Bk_dZ \\ -CBk_dZ \end{bmatrix}, \bar{F}_4 = \begin{bmatrix} F \\ -CF \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

定理2 针对式 (1)-(2) 所述系统, 当存在常数 $\delta > 0, \rho_0 > 0, \rho_1 > 0$, 使得 $\|T_1\| = \rho_1 < 1/2, \|T_0\| = \rho_0 < 1/2$, 以及满足如下关系时:

$$\begin{aligned}
 \max(E\{\|\varepsilon_0\|^2\}, E\{\|\varepsilon_1\|^2\}) & \leq \delta^2, \\
 E\{[\|T_2\| \|r\| + \|T_3\| \|u_{2_{k+1}}\| + \|T_4\| \|v_k\| + \|T_5\| \|v_{k+1}\| + \|T_6\| \|v_{k+2}\| + \|T_7\| \|w_{k+2}\|]^2\} \\
 & \leq (1 - \rho_1 - \rho_0)^2\delta^2,
 \end{aligned} \tag{48}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \|T_0\| = & \|\bar{A}_1\| + \|\bar{H}_1\| \|M_5\| + \|\bar{H}_2\| \|L_4\| + \|\bar{H}_4\| (\|L_1\| + \|L_2\| \|M_1\|), \\
 \|T_1\| = & \|\bar{A}_2\| + \|\bar{H}_1\| \|M_6\| + \|\bar{H}_3\| \|L_4\| + \|\bar{H}_4\| \|L_2\| \|M_3\|, \\
 \|T_2\| = & \|\bar{R}\| + \|\bar{H}_1\| \|M_7\| + \|\bar{H}_4\| \|L_2\| \|k_p\|, \|T_3\| = \|\bar{B}\| + \|\bar{H}_1\| \|M_{11}\| + \|\bar{H}_4\| \|L_2\|, \\
 \|T_4\| = & \|\bar{H}_1\| \|M_9\| + \|\bar{H}_3\| \|L_5\| + \|\bar{H}_4\| \|L_2\| \|M_4\| + \|\bar{F}_3\|, \\
 \|T_5\| = & \|\bar{H}_2\| \|L_5\| + \|\bar{H}_1\| \|M_8\| + \|\bar{F}_2\| + \|\bar{H}_4\| \|L_2\| \|M_2\|, \\
 \|T_6\| = & \|\bar{F}_1\| + \|\bar{H}_1\| \|L_5\|, \|T_7\| = \|\bar{H}_1\| \|M_{10}\| + \|\bar{H}_4\| \|L_3\| + \|\bar{F}_4\|.
 \end{aligned}$$

则算法 1 所述控制算法下, 可以保证式 (1)-(2) 所述系统的所有状态变量在均方值意义下是有界的.

证明 参见附录 C.

注释3 闭环系统稳定性与补偿信号、噪声直接相关, 而其在本文中都是有界的信号, 因此定理 2 中的条件都是可以满足的, 同时针对扩展卡尔曼滤波器的稳定性也同理可以参考文献^[11]给出, 由于篇幅限制, 这里不再详述.

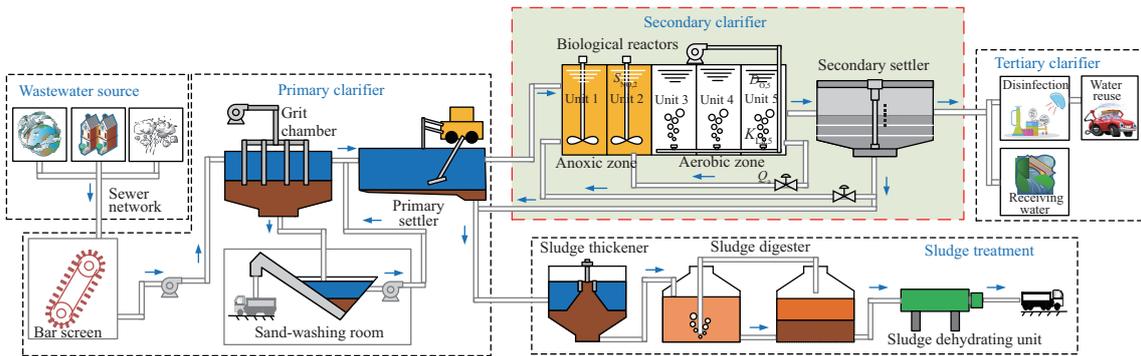


图 3 (网络版彩图) 污水处理过程流程图

Figure 3 (Color online) Flow chart of wastewater treatment process

5 污水处理过程增强 PID 控制实验

随着我国工业废水、城镇污水排放量逐年递增, 广泛进行污水处理是促进我国环境保护的重要手段. 现有污水处理最有效的办法就是通过管道引流到污水处理厂中进行集中分解, 其中活性污泥法是目前处理废水最常用污水处理方法. 如图 3 所示, 活性污泥法污水处理过程通常分三级, 其中一级处理通过洗砂间、初沉池等步骤初步处理掉塑料、石子等常见固体废物; 二级处理主要是以生化反应原理, 通过厌氧、好氧等生化反应, 完成有机污染物的分解; 三级处理通过加入氯气、活性炭等进一步分解二级处理未能完全去除的磷、有机物污染等, 最后将其排入到大自然中^[21~23]. 污水处理过程中影响出水质量优劣的最关键过程变量主要是二级处理中生化池厌氧区第二单元硝态氮浓度 $D_{NO,2}$ 和好氧区第五单元溶解氧浓度 $D_{O,5}$. 这其中, $D_{O,5}$ 主要通过五区溶解氧转换系数 $K_{La,5}$ 进行调节, 而 $D_{NO,2}$ 主要受五区回流至二区内回流量 Q_a 的影响. 一般情况下, $D_{O,5}$ 过低会使生物对有机物的分解效率降低而导致污泥积累, 相反则会导致分解速率过快, 降低活性污泥对杂质的吸附性. 而 $D_{NO,2}$ 过低会导致反硝化反应的速度降低, $D_{NO,2}$ 过高则使得分解磷的效率降低^[24~26]. 为此, 采用所提方法对污水处理过程的 $D_{NO,2}$ 和 $D_{O,5}$ 进行高性能控制.

由于实际污水处理过程控制实验会影响正常生产, 经济成本太大, 因而采用由国际水质协会和欧盟科学技术与合作组织共同开发的前置反硝化工艺污水处理基准仿真平台 BSM1^[27] 进行控制实验. BSM1 是目前评价污水处理过程控制方法的主流平台. BSM1 设置了 3 种不同的运行工况, 分别对应晴天、阴雨和暴雨情况下 14 天的进水信息, 数据采样间隔为 15 min. 其中阴雨工况下前 7 天的入水数据为晴天数据, 第 9~11 天为连续降雨过程. 而暴雨工况下的入水数据中第 10 和 12 天模拟突发暴雨, 引起入水流量激增. 为了针对性地测试所提控制算法在面对随机非平稳波动时对 PID 控制的补偿效果, 本文选取暴雨工况下的数据进行测试. 同时给定了 3 种不同的评价指标, 用以衡量不同控制算法的控制效果, 如下所示:

$$ISE = \int_{t_0}^{t_f} e^2 dt, \tag{49}$$

$$IAE = \int_{t_0}^{t_f} |e| dt, \tag{50}$$

$$Dev^{\max} = \max\{|e|\}, \tag{51}$$

其中, e 为实际值和设定值的误差, t_0 和 t_f 分别为起始时间. 上述误差指标在整定调节器参数时针对

表 1 典型相关分析结果

Table 1 Canonical correlation analysis results

Control method	D_I	D_S	X_I	X_S	X_{BH}	X_{BA}	X_P	D_{NH}	D_{ND}	X_{ND}	D_{ALK}
$0.24 \times D_{O,5} - 0.45 \times D_{NO,2}$	0.12	3.03	0.01	-0.01	-0.01	-0.11	-0.03	-0.04	-3.99	0.01	-3.05
$-8.6 \times D_{O,5} - 0.14 \times D_{NO,2}$	0.26	15.2	0.01	0.04	-0.01	-0.03	0.01	0.38	-60.5	4.77	0.76

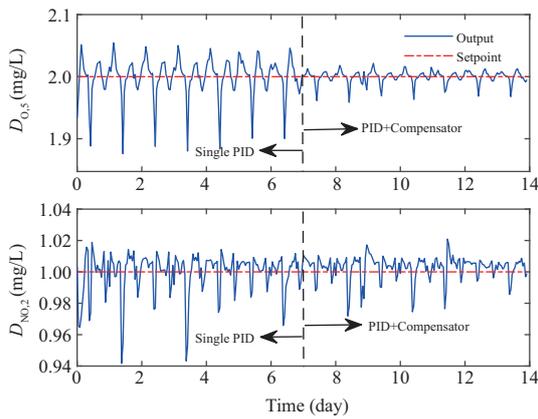


图 4 (网络版彩图) $D_{O,5}$ 和 $D_{NO,2}$ 的设定值跟踪曲线
Figure 4 (Color online) Tracking curves of $D_{O,5}$ and $D_{NO,2}$

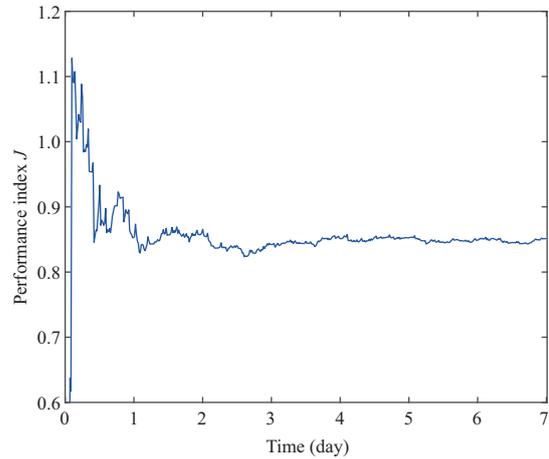


图 5 (网络版彩图) 性能指标变化曲线
Figure 5 Performance index curve

的场景不同, 对抑制大的误差选用 ISE, 而抑制小误差选用 IAE, 而 Dev^{max} 可反映系统的稳定性. 注意到, 按照以上不同的误差性能指标进行控制器参数整定时, 所得到的系统闭环控制效果不一样.

5.1 控制实验 I

为了更清晰地展现本文算法的有效性, 控制实验 I 中前 7 天控制仅采用式 (4) 所述基本 PID 控制, 后 7 天在 PID 控制输入基础上加入本文所提式 (5) 所述的补偿控制器进行对比实验. PID 控制器的参数设置如下: 溶解氧浓度控制回路的比例、积分和微分系数分别为 200, 15 和 12, 而硝态氮浓度控制回路的比例、积分和微分系数分别为 10000, 3000 和 100. 为了满足补偿器收敛定理 1 以及闭环系统稳定性定理 2, 式 (17) 所述性能指标中各参数取值为 $R_1 = 0.1, R_2 = 0.1, R_3 = 0.2, R_4 = 0.3, \eta = 0.001$. 采用 Elbow 算法选择 RBF 网络隐藏层中心向量的数量为 3 个. 为了从众多污水处理过程变量中确定影响 $D_{O,5}$ 和 $D_{NO,2}$ 的关键状态变量, 从而作为 RBF 补偿器的输入, 采用典型相关分析法对 500 组历史数据进行分析, 获取如表 1 所示各变量之间的权重关系. 可以看出易溶生物降解有机物浓度 D_S 以及可降解有机氮 D_{ND} 对 $D_{NO,2}$ 和 $D_{O,5}$ 影响较大, 因而将其作为 RBF 网络补偿器的输入.

图 4 为暴雨天气下 $D_{O,5}$ 和 $D_{NO,2}$ 设定值跟踪控制效果, 图 5 为加入所提补偿控制器后式 (17) 所示性能指标的变化曲线, 图 6 为加入补偿控制器前后控制变量 Q_a 和 $K_{La,5}$ 的补偿输入变化曲线. 可以看出前 7 天中仅使用 PID 求取控制输入导致 $D_{O,5}$ 和 $D_{NO,2}$ 波动较大, 产生了较大的控制误差. 而后 7 天通过在原有 PID 控制输入基础上加入图 6 的补偿量, 使得增强 PID 控制系统在面对突发暴雨的情况下控制效果仍有明显改善, 且补偿器的性能指标在训练时随时间逐渐降低并趋于收敛. 为了更全面描述控制误差数据特性, 采用核心平滑密度估计技术求取和绘制控制误差的概率密度函数 (PDF)

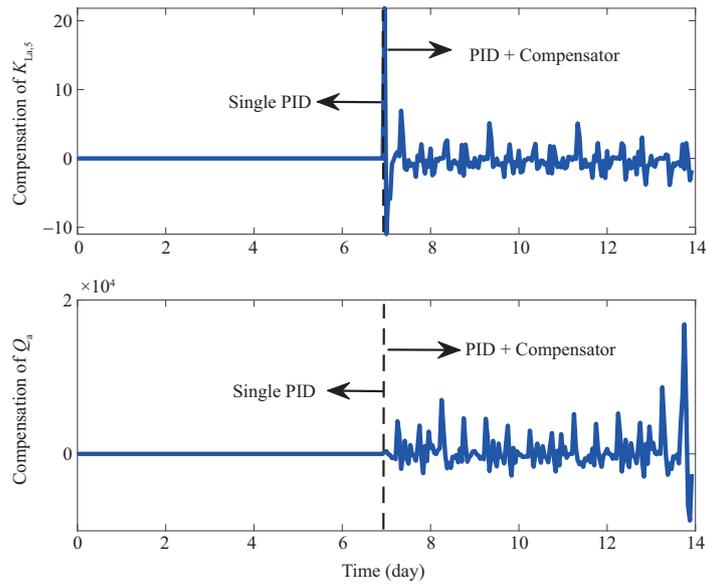


图 6 (网络版彩图) $K_{La,5}$ 和 Q_a 的补偿输入曲线
 Figure 6 (Color online) Compensation curves of $K_{La,5}$ and Q_a

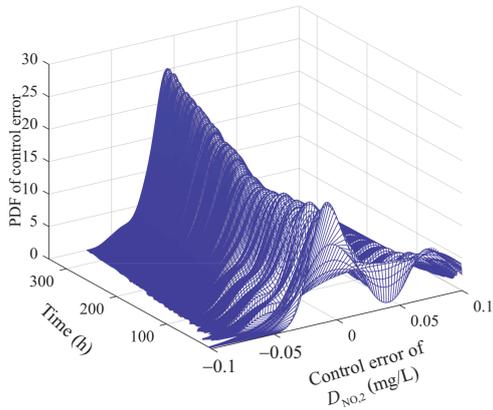


图 7 (网络版彩图) $D_{NO,2}$ 的输出误差 PDF 演化曲线
 Figure 7 (Color online) PDF evolution curve of output error of $D_{NO,2}$

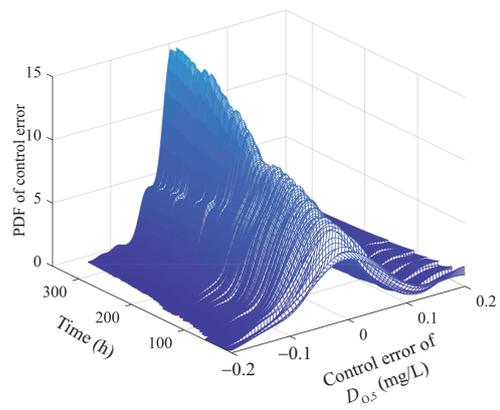


图 8 (网络版彩图) $D_{O,5}$ 的输出误差 PDF 演化曲线
 Figure 8 (Color online) PDF evolution curve of output error of $D_{O,5}$

形状变化曲线, 如图 7 和 8 所示. 从图中可以看出采用所提方法加入补偿控制输入后, 控制误差 PDF 分布由原先较为分散、呈现多峰形状的形式转变为更加集中、单峰值更高的状态. 这意味着, 补偿控制输入的加入有效降低了原有 PID 控制的控制误差, 提高了 $D_{O,5}$ 和 $D_{NO,2}$ 的控制精度.

图 9 为采用 Elbow 方法绘制的不同隐层节点数量下的指标曲线, 其中 Y 轴为所有数据到其所属簇中心的距离平方和, X 轴为聚类中心的数量. 可以看出, 在隐层节点数为 3 时具有最大的转折点, 也即“肘”点, 因此 RBF 隐层节点数量选为 3. 图 10 为采用 K 均值聚类算法求取的历史输入数据的聚类中心, 从图中可以看出 K 均值聚类算法对输入数据有效实现了 3 个类的划分. 图 11 为采用梯度

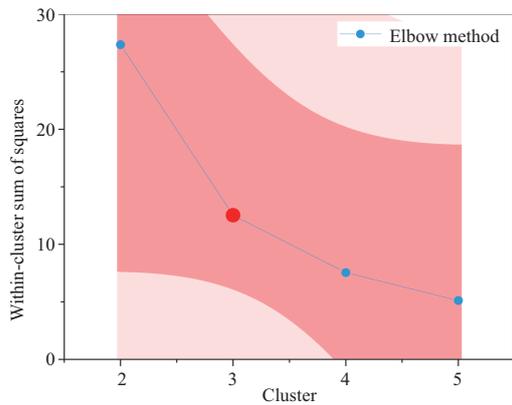


图 9 (网络版彩图) 最优的隐藏层节点数量
Figure 9 (Color online) Optimal number of hidden layer nodes

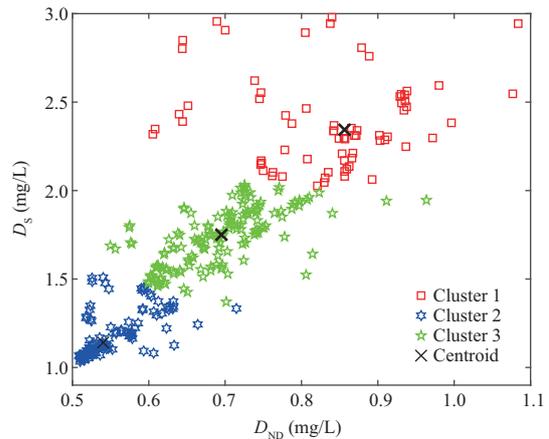


图 10 (网络版彩图) 历史输入数据的聚类中心
Figure 10 (Color online) Clustering centers of historical input data

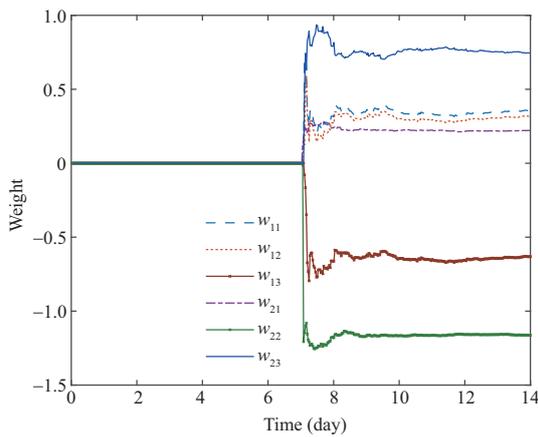


图 11 (网络版彩图) 输出层权值向量 W_k 修正过程
Figure 11 (Color online) Correction process of weight vector W_k of the output layer

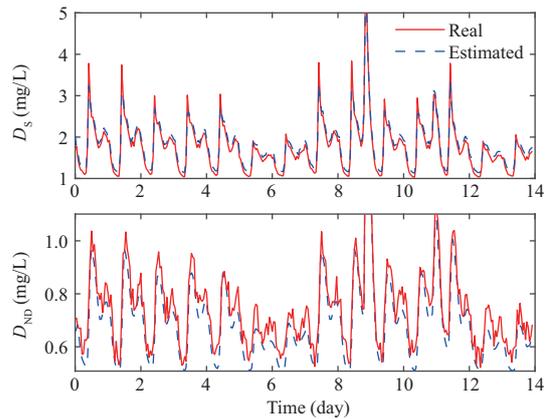


图 12 (网络版彩图) 状态变量以及状态变量的估计值
Figure 12 (Color online) State variables and estimated values of state variables

下降算法修正输出层权值向量 W_k 的过程, 可以看出权值向量逐渐趋于收敛, 且在暴雨等突发天气影响下, 也仅有轻微波动后就很快趋于收敛. 准确的状态变量估计是 RBF 网络补偿器有效运行的基础, 图 12 为采用 EKF 技术对状态变量的在线估计曲线, 可以看出所提方法能够获得状态变量的准确估计值.

5.2 控制实验 II

实际污水处理过程中, 通常需要根据入水流量等工况变化以及运行要求对关键变量 $D_{O,5}$ 和 $D_{NO,2}$ 的设定值进行优化调节, 以保证在出水水质达标的情况下同时降低能耗. 因此, 进一步对所提算法进行设定值变化情况下的控制性能测试. 实验中, 溶解氧浓度 PID 控制器参数的比例、积分和微分系数分别设置为 200, 20, 12, 而硝态氮浓度 PID 控制器参数的比例、积分和微分系数分别设置为 10000,

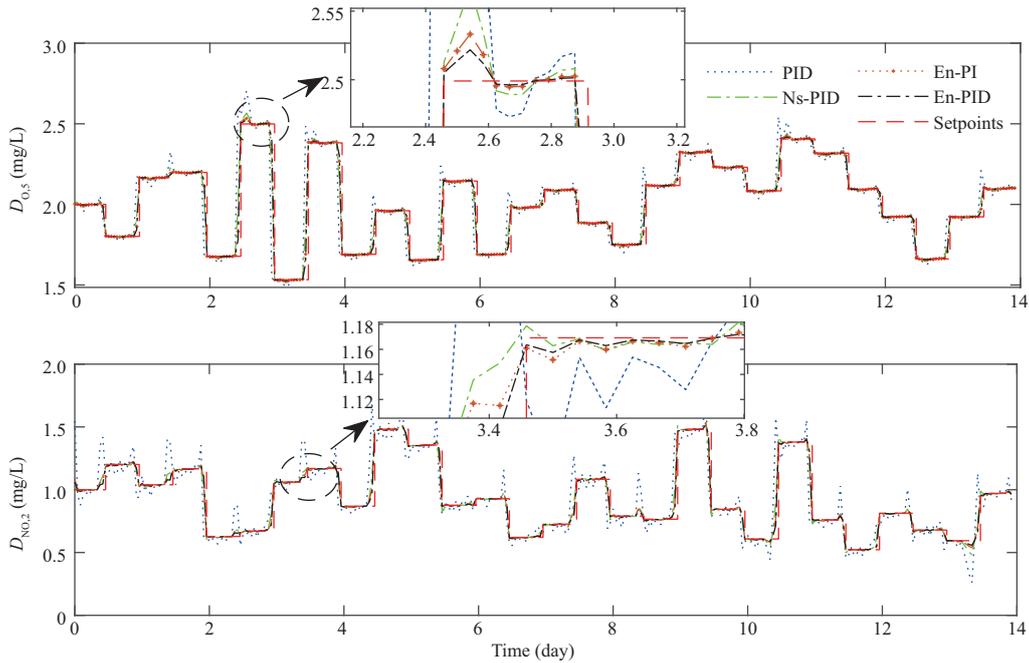


图 13 (网络版彩图) 设定值变化下 $D_{O,5}$ 和 $D_{NO,2}$ 的设定值跟踪曲线
 Figure 13 (Color online) Tracking curves of $D_{O,5}$ and $D_{NO,2}$ under the change of set values

3000 和 100. 为满足定理 1 和 2 所述收敛条件, 式 (17) 性能指标中各参数取值为 $R_1 = 0.1, R_2 = 0.1, R_3 = 0.2, R_4 = 0.3, \eta = 0.001$. 采用 Elbow 方法指标选择 RBF 网络隐层中心向量数量为 3, RBF 网络的输入变量同前面实验保持一致. 此外, 在相同条件下加入同文献 [3] 采用神经网络对 PID 参数进行调节的 Ns-PID 算法的控制性能对比实验, 以及同文献 [12] 采用 RBF 网络求取 PI 控制器补偿输入的 En-PID 算法的控制性能对比实验.

图 13 为暴雨天气下的设定值跟踪控制效果, 图 14 为相应的控制输入曲线. 可以看出在基本 PID 控制下, $D_{O,5}$ 和 $D_{NO,2}$ 与设定值之间的误差波动较大, 而本文所提 En-PID 算法可有效抑制控制误差的波动. 同时, 与现有 Ns-PID 算法以及文献 [10,11] 中 En-PID 算法的控制效果相比, 所提方法在设定跟踪速度和控制精度方面有一定优势, 如超调较小、控制曲线比较平稳. 图 15 为采用梯度下降算法修正输出层权值向量 W_k 的过程, 可以看出权值向量 W_k 逐渐趋于收敛, 且在暴雨等突发天气影响下, W_k 也仅有轻微波动便趋于收敛. 图 16 为采用 K 均值聚类算法求取的历史输入数据的聚类中心, 从图中可以看出 K 均值聚类算法对输入数据实现了 3 个类的划分. 图 17 为二区 D_S 以及五区的 D_{ND} 状态变量的估计值, 从图中可以看出 EKF 技术对状态变量实现了稳定估计, 精度较高, 从而保证了所提控制算法的有效性.

为了进一步验证所提控制方法的有效性, 将所提 En-PID 算法与其他常用控制算法 [3,11,28,29] 进行相关统计指标比较, 如表 2 和 3 所示. 结合图 13 及表 2 和 3, 可以看出所提 En-PID 方法取得了最高的控制精度, 特别是相对于文献 [10,11] 的 En-PID 算法, 所提 En-PID 算法在基本 PID 控制基础上引入补偿控制输入, 使得控制性能有了明显提升, 如超调量及 IAE 和 ISE 等统计指标数值均减小, 控制平稳性增加. 此外, 由于所提 En-PID 方法仅需通过在基准 PID 控制输入中加入补偿控制输入便可改善控制效果, 而无需舍弃现有污水处理过程 PID 控制设置, 因此实现成本低于比较的 Ns-PID 算法. 综上所述, 针对基本 PID 算法在污水处理过程 $D_{O,5}$ 和 $D_{NO,2}$ 控制中受随机非平稳扰动导致控制效

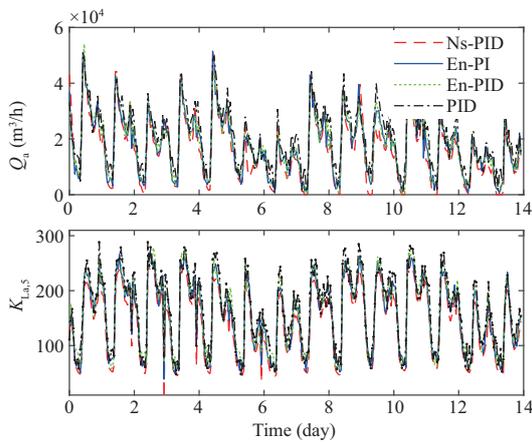


图 14 (网络版彩图) 不同算法下的控制输入曲线
Figure 14 (Color online) Control input curves of different algorithms

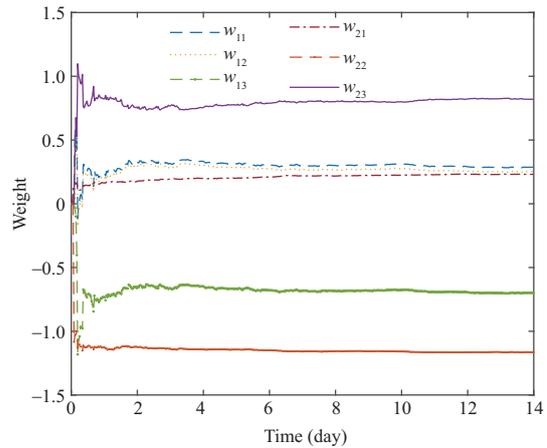


图 15 (网络版彩图) 设定值变化下输出层权值向量 W_k 修正过程
Figure 15 (Color online) Correction process of the weight vector W_k of the output layer under the change of set values

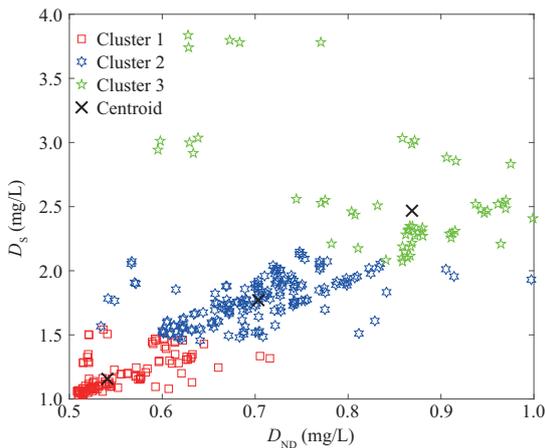


图 16 (网络版彩图) 历史输入数据的聚类中心
Figure 16 (Color online) Clustering centers of historical input data

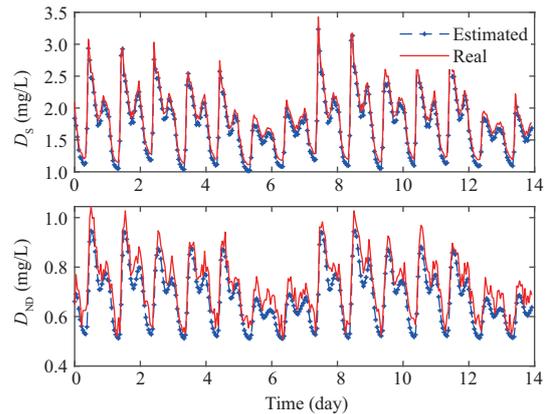


图 17 (网络版彩图) 状态变量以及状态变量的估计值
Figure 17 (Color online) State variables and estimated values of state variables

果较差的问题, 采用 RBF 网络进行控制输入补偿的 En-PID 可明显改善基本 PID 的控制性能, 且实现成本较低, 具有较好的实用性.

6 结论

复杂工业过程由于受随机非平稳扰动等影响, 导致传统 PID 控制难以实现高性能控制, 造成最终生产指标波动频繁甚至不达标. 为此, 在不改变 PID 控制设置的基础上, 提出一种通过 RBF 神经网络进行控制输入动态补偿以增强原有 PID 控制性能的增强 PID (En-PID) 控制方法. 所提方法采用 EKF 对过程运行的未知状态进行在线估计, 并将状态变量估计值作为补偿控制器的输入, 从而将

表 2 D_{O_5} 在不同控制方法下性能指标以及控制成本对比 (* 为参考文献中所述最优的性能指标)Table 2 Optimal performance and cost comparison of D_{O_5} using different control methods

Control method	IAE	ISE	Dev ^{max}	Cost
PID [28]	0.218*	3.11×10^{-3} *	0.1885*	—
Ns-PID [3]	0.159	2.97×10^{-3}	0.1796	High
En-PI [11]	0.135	2.91×10^{-3}	0.1713	Low
En-PID	0.121	2.85×10^{-3}	0.1674	Low

表 3 D_{NO_2} 在不同控制方法下性能指标以及控制成本对比 (* 为参考文献中所述最优的性能指标)Table 3 Optimal performance and cost comparison of D_{NO_2} using different control methods

Control method	IAE	ISE	Dev ^{max}	Cost
PID [29]	0.220*	1.44×10^{-2} *	0.2584*	—
Ns-PID [3]	0.172	9.73×10^{-3}	0.2426	High
En-PI [11]	0.169	9.20×10^{-3}	0.2401	Low
En-PID	0.153	8.18×10^{-3}	0.2387	Low

常规 PID 控制算法并未使用的过程状态信息引入到控制输入以提升控制性能. RBF 网络补偿器训练时, 使用 Elbow 方法求取隐藏层中心数量, 采用 K 均值聚类算法确定隐层中心向量, 以及使用梯度下降算法修正输出层权值向量, 使得 RBF 网络的最终输出可有效补偿随机扰动对 PID 控制的影响. 污水处理过程控制实验表明: 提出的 En-PID 算法能有效降低动态系统控制误差, 显著改善基本 PID 算法在随机非平稳扰动下的设定值跟踪控制性能, 具有良好鲁棒性. 同时, 所提方法不需改变原有 PID 控制设置因而实现成本较低, 具有较强实用性.

参考文献

- 1 Wang W, Zhang J T, Chai T Y. A survey of advanced PID parameter tuning methods. *Act Autom Sin*, 2000, 26: 347–355 [王伟, 张晶涛, 柴天佑. PID 参数先进整定方法综述. *自动化学报*, 2000, 26: 347–355]
- 2 Jafari R, Razvarz S, Vargas-Jarillo C, et al. Control of flow rate in pipeline using PID controller. In: *Proceedings of IEEE 16th International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC)*, 2019. 293–298
- 3 Fu W T, Wu L, Wang L L, et al. Dissolved oxygen control system based on the neural network PID. *Comput Appl Chem*, 2013, 30: 1135–1138 [付文韬, 武利, 王莉莉, 等. 神经网络 PID 的溶解氧控制系统. *计算机与应用化学*, 2013, 30: 1135–1138]
- 4 Zhang Y J, Wei C, Chai T Y, et al. Un-modeled dynamics increment compensation driven nonlinear PID control and its application. *Act Autom Sin*, 2020, 46: 1145–1153 [张亚军, 魏萃, 柴天佑, 等. 未建模动态增量补偿驱动的非线性 PID 控制及应用. *自动化学报*, 2020, 46: 1145–1153]
- 5 Guo L. Estimation, control, and games of dynamical systems with uncertainty. *Sci Sin Inform*, 2020, 50: 1327–1344 [郭雷. 不确定性动态系统的估计、控制与博弈. *中国科学: 信息科学*, 2020, 50: 1327–1344]
- 6 Petre E, Selişteanu D. A multivariable robust-adaptive control strategy for a recycled wastewater treatment bioprocess. *Chem Eng Sci*, 2013, 90: 40–50
- 7 Qiao J F, Bo Y C, Han G. Application of ESN-based multi indices dual heuristic dynamic programming on wastewater treatment process. *Acta Automatica Sin*, 2013, 39: 1146–1151 [乔俊飞, 薄迎春, 韩广. 基于 ESN 的多指标 DHP 控制策略在污水处理过程中的应用. *自动化学报*, 2013, 39: 1146–1151]
- 8 Zhang S, Zhou P, Xie Y, et al. Improved model-free adaptive predictive control method for direct data-driven control of a wastewater treatment process with high performance. *J Process Control*, 2022, 110: 11–23
- 9 Zhang J F, Ren M, Wang H. Minimum entropy control for non-linear and non-Gaussian two-input and two-output

- dynamic stochastic systems. *IET Control Theor Appl*, 2012, 6: 2434–2441
- 10 Zhou Y Y, Zhang Q C, Wang H. Enhanced performance controller design for stochastic systems by adding extra state estimation onto the existing closed loop control. In: *Proceedings of UKACC 11th International Conference on Control*, 2016
 - 11 Zhou Y Y, Wang A P, Zhou P, et al. Dynamic performance enhancement for nonlinear stochastic systems using RBF driven nonlinear compensation with extended Kalman filter. *Automatica*, 2020, 112: 108693
 - 12 Kang H, Zhang X F, Zhang G B. Generalized phase permutation entropy algorithm based on two-index entropy. *Sci Sin Inform*, 2019, 49: 1205–1216 [康欢, 张小凤, 张光斌. 基于两参数熵的广义相位排列熵算法. *中国科学: 信息科学*, 2019, 49: 1205–1216]
 - 13 Yin X, Zhang Q, Wang H, et al. RBFNN-based minimum entropy filtering for a class of stochastic nonlinear systems. *IEEE Trans Automat Contr*, 2019, 65: 376–381
 - 14 Zhou Y Y, Zhang Q C, Wang H, et al. EKF-based enhanced performance controller design for nonlinear stochastic systems. *IEEE Trans Automat Contr*, 2018, 63: 1155–1162
 - 15 Dai B, He Y Q, Gu F, et al. Multi-sensor fusion for unmanned aerial vehicles based on the combination of filtering and optimization. *Sci Sin Inform*, 2020, 50: 1919–1931 [代波, 何玉庆, 谷丰, 等. 结合滤波与优化的无人机多传感器融合方法. *中国科学: 信息科学*, 2020, 50: 1919–1931]
 - 16 Liu S J, Liu X R. Fast Hermite radial basis function surface reconstruction. *Sci Sin Inform*, 2014, 44: 1409–1421 [刘圣军, 刘新儒. 快速 Hermite 径向基函数曲面重构. *中国科学: 信息科学*, 2014, 44: 1409–1421]
 - 17 Likas A, Vlassis N, Verbeek J J. The global k-means clustering algorithm. *Pattern Recogn*, 2003, 36: 451–461
 - 18 Syakur M A, Khotimah B K, Rochman E M S, et al. Integration k-means clustering method and elbow method for identification of the best customer profile cluster. *IOP Conf Ser-Mater Sci Eng*, 2018, 336: 012017
 - 19 Cao Y, Gu Q. Generalization bounds of stochastic gradient descent for wide and deep neural networks. In: *Proceedings of the 33rd International Conference on Neural Information Processing Systems*, 2019. 32: 10836–10846
 - 20 Parzen E. On estimation of a probability density function and mode. *Ann Math Statist*, 1962, 33: 1065–1076
 - 21 Du R, Peng Y Z. Technical revolution of biological nitrogen removal from municipal wastewater: recent advances in Anammox research and application. *Sci Sin Tech*, 2022, 52: 389–402 [杜睿, 彭永臻. 城市污水生物脱氮技术变革: 厌氧氨氧化的研究与实践新进展. *中国科学: 技术科学*, 2022, 52: 389–402]
 - 22 Yan P, Guo J S, Xu Y F, et al. Sludge reduction induced by adenosine triphosphate yield in electron transport pathways with different terminal electron acceptors. *Sci Sin Tech*, 2019, 49: 947–960 [晏鹏, 郭劲松, 徐宇峰, 等. 不同电子受体诱导活性污泥生物物质内源减量. *中国科学: 技术科学*, 2019, 49: 947–960]
 - 23 Samsudin S I, Rahmat M F, Norhaliza A W, et al. Two-time scales matrix decomposition for wastewater treatment plant. In: *Proceedings of IEEE 8th International Colloquium on Signal Processing and Its Applications*, 2012. 347–351
 - 24 Han H G, Wu X L, Qiao J F. A self-organizing sliding-mode controller for wastewater treatment processes. *IEEE Trans Contr Syst Technol*, 2019, 27: 1480–1491
 - 25 Phuc B D H, You S S, Hung B M, et al. Robust control synthesis for the activated sludge process. *Environ Sci-Water Res Technol*, 2018, 4: 992–1001
 - 26 Wei W, Zuo M, Li W, et al. Control of dissolved oxygen for a wastewater treatment process by active disturbance rejection control approach. *Control Theory Appl*, 2018, 35: 24–30 [魏伟, 左敏, 李伟, 等. 污水处理过程溶解氧浓度的自抗扰控制. *控制理论与应用*, 2018, 35: 24–30]
 - 27 Jeppsson U, Rosén C, Alex J, et al. Towards a benchmark simulation model for plant-wide control strategy performance evaluation of WWTPs. *Water Sci Tech*, 2006, 53: 287–295
 - 28 Ayesa E, de la Sota A, Grau P, et al. Supervisory control strategies for the new WWTP of Galindo-Bilbao: the long run from the conceptual design to the full-scale experimental validation. *Water Sci Tech*, 2006, 53: 193–201
 - 29 Qiao J F, Han G, Han H G. Neural network on-line modeling and controlling method for multi-variable control of wastewater treatment processes. *Asian J Control*, 2013, 16: 1213–1223

附录 A 引理 1 的证明

将式 (4) 带入式 (3) 中, 可以得到下式:

$$\|u_k\| \leq \|u_{1k}\| + \|u_{2k}\|$$

$$\begin{aligned}
 &\leq \|k_p\| \|e_k\| + \|k_i\| \|z_k\| + \|k_d\| \|e_k - e_{k-1}\| + \|u_{2_k}\| \\
 &\leq \|k_p\| \|r\| + (\|k_p\| \|C\| + \|k_d\| \|C\|) \|x_k\| + \|k_d\| \|C\| \|x_{k-1}\| + (\|k_p\| \|Z\| + \|k_d\| \|Z\|) \|v_k\| \\
 &\quad + \|k_d\| \|Z\| \|v_{k-1}\| + (\|k_p\| + \|k_d\|) \|\Delta g_k\| + \|k_d\| \|\Delta g_{k-1}\| + \|k_i\| \|z_k\| + \|u_{2_k}\|. \tag{A1}
 \end{aligned}$$

将式 (38) 带入上式, 可以得到下式:

$$\begin{aligned}
 \|u_k\| &\leq \|k_p\| \|r\| + (\|k_p\| \|C\| + \|k_d\| \|C\|) \|x_k\| + (\|k_p\| \|Z\| + \|k_d\| \|Z\|) \|v_k\| + (\|k_p\| + \|k_d\|) (L_4 \|x_k\| + L_5 \|v_k\|) \\
 &\quad + \|k_i\| \|z_k\| + \|k_d\| \|C\| \|x_{k-1}\| + \|k_d\| \|Z\| \|v_{k-1}\| + \|k_d\| (L_4 \|x_{k-1}\| + L_5 \|v_{k-1}\|) + \|u_{2_k}\| \\
 &\leq \|k_p\| \|r\| + [\|k_p\| \|C\| + \|k_d\| \|C\| + L_4(\|k_p\| + \|k_d\|)] \|x_k\| + [\|k_p\| \|Z\| + \|k_d\| \|Z\| \\
 &\quad + L_5(\|k_p\| + \|k_d\|)] \|v_k\| + \|k_i\| \|z_k\| + (\|k_d\| \|C\| + \|k_d\| L_4) \|x_{k-1}\| + (\|k_d\| \|Z\| + \|k_d\| L_5) \|v_{k-1}\| + \|u_{2_k}\| \\
 &\leq \|k_p\| \|r\| + M_1 \|\varepsilon_k\| + M_3 \|\varepsilon_{k-1}\| + M_2 \|v_k\| + M_4 \|v_{k-1}\| + \|u_{2_k}\|. \tag{A2}
 \end{aligned}$$

附录 B 引理 2 的证明

在假设 2 的基础上, 可知,

$$\Delta g_k \leq L_4 \|x_k\| + L_5 \|v_k\|. \tag{B1}$$

根据引理 1, 以及将式 (35) 带入式 (B1) 中, 可得到

$$\begin{aligned}
 \Delta g_k &\leq L_4 \|Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + Fw_k + \Delta f_{k-1}\| + L_5 \|v_k\| \\
 &\leq L_4 \|A\| \|x_{k-1}\| + L_4 \|B\| \|u_{k-1}\| + L_4 \|F\| \|w_k\| + L_4 \|\Delta f_{k-1}\| + L_5 \|v_k\| \\
 &\leq L_4 \|A\| \|x_{k-1}\| + L_4 \|B\| (\|k_p\| \|r\| + M_1 \|\varepsilon_{k-1}\| + M_2 \|v_{k-1}\| + M_3 \|\varepsilon_{k-2}\| + M_4 \|v_{k-2}\| + \|u_{2_{k-1}}\|) \\
 &\quad + L_4 \|F\| \|w_k\| + L_4 [(L_1 + L_2 M_1) \|\varepsilon_{k-1}\| + L_2 \|k_p\| \|r\| + L_2 M_2 \|v_{k-1}\| \\
 &\quad + L_2 M_3 \|\varepsilon_{k-2}\| + L_2 M_4 \|v_{k-2}\| + L_2 \|u_{2_{k-1}}\| + L_3 \|w_k\|] + L_5 \|v_k\|. \tag{B2}
 \end{aligned}$$

进一步整理, 可以得到下式:

$$\begin{aligned}
 \Delta g_k &\leq [L_4 \|A\| + L_4 M_1 \|B\| + L_4 (L_1 + L_2 M_1)] \|\varepsilon_{k-1}\| + (L_4 \|B\| \|k_p\| + L_4 L_2 \|k_p\|) \|r\| \\
 &\quad + (L_4 M_2 \|B\| + L_4 L_2 M_2) \|v_{k-1}\| + (L_4 M_3 \|B\| + L_4 L_2 M_3) \|\varepsilon_{k-2}\| + (L_4 M_4 \|B\| + L_4 L_2 M_4) \|v_{k-2}\| \\
 &\quad + (L_4 \|B\| + L_4 L_2) \|u_{2_{k-1}}\| + (L_4 \|F\| + L_4 L_3) \|w_k\| + L_5 \|v_k\| \\
 &= M_5 \|\varepsilon_{k-1}\| + M_6 \|\varepsilon_{k-2}\| + M_7 \|r\| + L_5 \|v_k\| + M_8 \|v_{k-1}\| + M_9 \|v_{k-2}\| + M_{10} \|w_k\| + M_{11} \|u_{2_{k-1}}\|. \tag{B3}
 \end{aligned}$$

附录 C 定理 2 的证明

在假设 2 以及引理 1 和 2 的基础上, 同时由于本文涉及到微分项, 因此从 $k = 2$ 时开始分析:

$$\begin{aligned}
 E\{\varepsilon_2^T \varepsilon_2\} &= E\{(\bar{A}_1 \varepsilon_1 + \bar{A}_2 \varepsilon_0 + \bar{B} u_{2_1} + \bar{R} r + \bar{H}_1 \Delta g_2 + \bar{H}_2 \Delta g_1 + \bar{H}_3 \Delta g_0 + \bar{H}_4 \Delta f_1 + \bar{F}_1 v_2 + \bar{F}_2 v_1 + \bar{F}_3 v_0 + \bar{F}_4 w_2)^T \\
 &\quad \times (\bar{A}_1 \varepsilon_1 + \bar{A}_2 \varepsilon_0 + \bar{B} u_{2_1} + \bar{R} r + \bar{H}_1 \Delta g_2 + \bar{H}_2 \Delta g_1 + \bar{H}_3 \Delta g_0 + \bar{H}_4 \Delta f_1 + \bar{F}_1 v_2 + \bar{F}_2 v_1 + \bar{F}_3 v_0 + \bar{F}_4 w_2)\} \\
 &\leq \|T_0\|^2 E\{\|\varepsilon_1\|^2\} + \|T_1\|^2 E\{\|\varepsilon_0\|^2\} + 2 \|T_0\| E\{\|\varepsilon_1\|\} \|T_1\| E\{\|\varepsilon_0\|\} \\
 &\quad + E\{(\|T_2\| \|r\| + \|T_3\| \|u_{2_1}\| + \|T_4\| \|v_0\| + \|T_5\| \|v_1\| + \|T_6\| \|v_2\| + \|T_7\| \|w_2\|)^2\} \\
 &\quad + 2 \|T_0\| E\{\|\varepsilon_1\|\} E\{\|T_2\| \|r\| + \|T_3\| \|u_{2_1}\| + \|T_4\| \|v_0\| + \|T_5\| \|v_1\| + \|T_6\| \|v_2\| + \|T_7\| \|w_2\|\} \\
 &\quad + 2 \|T_1\| E\{\|\varepsilon_0\|\} E\{\|T_2\| \|r\| + \|T_3\| \|u_{2_1}\| + \|T_4\| \|v_0\| + \|T_5\| \|v_1\| + \|T_6\| \|v_2\| + \|T_7\| \|w_2\|\} \\
 &\leq [\rho_0 \delta + \rho_1 \delta + (1 - \rho_0 - \rho_1) \delta]^2 \\
 &\leq \delta^2. \tag{C1}
 \end{aligned}$$

在上述不等式基础上, 可知存在常数 $\theta_2, 0 < \theta_2 < 1$ 满足下述不等式:

$$E\{\varepsilon_2^T \varepsilon_2\} \leq \theta_2^2 \delta^2. \tag{C2}$$

类似地, 针对 $k = 3$ 时刻,

$$E\{\varepsilon_3^T \varepsilon_3\} = E\{(\bar{A}_1 \varepsilon_2 + \bar{A}_2 \varepsilon_1 + \bar{B} u_{2_2} + \bar{R} r + \bar{H}_1 \Delta g_3 + \bar{H}_2 \Delta g_2 + \bar{H}_3 \Delta g_1 + \bar{H}_4 \Delta f_2 + \bar{F}_1 v_3 + \bar{F}_2 v_2 + \bar{F}_3 v_1 + \bar{F}_4 w_3)^T$$

$$\begin{aligned}
 & \times (\bar{A}_1 \varepsilon_2 + \bar{A}_2 \varepsilon_1 + \bar{B} u_{2_2} + \bar{R} r + \bar{H}_1 \Delta g_3 + \bar{H}_2 \Delta g_2 + \bar{H}_3 \Delta g_1 + \bar{H}_4 \Delta f_2 + \bar{F}_1 v_3 + \bar{F}_2 v_2 + \bar{F}_3 v_1 + \bar{F}_4 w_3) \\
 \leq & \|T_0\|^2 E\{\|\varepsilon_2\|^2\} + \|T_1\|^2 E\{\|\varepsilon_1\|^2\} + 2 \|T_0\| E\{\|\varepsilon_2\|\} \|T_1\| E\{\|\varepsilon_1\|\} \\
 & + E\{\|T_2\| \|r\| + \|T_3\| \|u_{2_2}\| + \|T_4\| \|v_1\| + \|T_5\| \|v_2\| + \|T_6\| \|v_3\| + \|T_7\| \|w_3\|\}^2 \\
 & + 2 \|T_0\| E\{\|\varepsilon_2\|\} E\{\|T_2\| \|r\| + \|T_3\| \|u_{2_2}\| + \|T_4\| \|v_1\| + \|T_5\| \|v_2\| + \|T_6\| \|v_3\| + \|T_7\| \|w_3\|\} \\
 & + 2 \|T_1\| E\{\|\varepsilon_1\|\} E\{\|T_2\| \|r\| + \|T_3\| \|u_{2_2}\| + \|T_4\| \|v_1\| + \|T_5\| \|v_2\| + \|T_6\| \|v_3\| + \|T_7\| \|w_3\|\} \\
 \leq & [\rho_0 \theta_2 \delta + \rho_1 \delta + (1 - \rho_1 - \rho_0) \delta]^2 \\
 \leq & (\rho_0 \theta_2 + 1 - \rho_0)^2 \delta^2.
 \end{aligned} \tag{C3}$$

可以看出存在常数 $\theta_3, 0 < \theta_3 < 1$ 满足下述不等式:

$$E\{\varepsilon_3^T \varepsilon_3\} \leq \theta_3^2 (\rho_0 \theta_2 + 1 - \rho_0)^2 \delta^2. \tag{C4}$$

当 $k, k \geq 3$ 为奇数时, 定义如下变量:

$$\Theta_k^2 = \left(\rho_0^{k-2} \prod_{i=2}^{k-1} \theta_i + \dots + 1 - \rho_0 - \rho_1 \right)^2, \tag{C5}$$

则当 k 时刻, 满足下述不等式:

$$E\{\varepsilon_k^T \varepsilon_k\} \leq \theta_k^2 \Theta_k^2 \delta^2. \tag{C6}$$

当 $k+1$ 为偶数时, 定义如下变量:

$$\Xi_{k+1}^2 = \left(\rho_0^{k-1} \prod_{i=2}^k \theta_i + \dots + 1 - \rho_0 - \rho_1 \right)^2, \tag{C7}$$

则当 $k+1$ 时刻, 满足下述不等式:

$$E\{\varepsilon_{k+1}^T \varepsilon_{k+1}\} \leq \theta_{k+1}^2 \Xi_{k+1}^2 \delta^2. \tag{C8}$$

进一步针对 $k+2$ 时刻:

$$\begin{aligned}
 E\{\varepsilon_{k+2}^T \varepsilon_{k+2}\} = & E\{(\bar{A}_1 \varepsilon_{k+1} + \bar{A}_2 \varepsilon_k + \bar{B} u_{2_{k+1}} + \bar{R} r + \bar{H}_1 \Delta g_{k+2} \\
 & + \bar{H}_2 \Delta g_{k+1} + \bar{H}_3 \Delta g_k + \bar{H}_4 \Delta f_{k+1} + \bar{F}_1 v_{k+2} + \bar{F}_2 v_{k+1} + \bar{F}_3 v_k + \bar{F}_4 w_{k+2})^T \\
 & \times (\bar{A}_1 \varepsilon_{k+1} + \bar{A}_2 \varepsilon_k + \bar{B} u_{2_{k+1}} + \bar{R} r + \bar{H}_1 \Delta g_{k+2} + \bar{H}_2 \Delta g_{k+1} \\
 & + \bar{H}_3 \Delta g_k + \bar{H}_4 \Delta f_{k+1} + \bar{F}_1 v_{k+2} + \bar{F}_2 v_{k+1} + \bar{F}_3 v_k + \bar{F}_4 w_{k+2})\} \\
 \leq & \|T_0\|^2 E\{\|\varepsilon_{k+1}\|^2\} + \|T_1\|^2 E\{\|\varepsilon_k\|^2\} + 2 \|T_0\| E\{\|\varepsilon_{k+1}\|\} \|T_1\| E\{\|\varepsilon_k\|\} \\
 & + E\{\|T_2\| \|r\| + \|T_3\| \|u_{2_{k+1}}\| + \|T_4\| \|v_k\| + \|T_5\| \|v_{k+1}\| + \|T_6\| \|v_{k+2}\| + \|T_7\| \|w_{k+2}\|\}^2 \\
 & + 2 \|T_0\| E\{\|\varepsilon_{k+1}\|\} E\{\|T_2\| \|r\| + \|T_3\| \|u_{2_{k+1}}\| + \|T_4\| \|v_k\| + \|T_5\| \|v_{k+1}\| + \|T_6\| \|v_{k+2}\| \\
 & + \|T_7\| \|w_{k+2}\|\} + 2 \|T_1\| E\{\|\varepsilon_k\|\} E\{\|T_2\| \|r\| + \|T_3\| \|u_{2_{k+1}}\| + \|T_4\| \|v_k\| + \|T_5\| \|v_{k+1}\| \\
 & + \|T_6\| \|v_{k+2}\| + \|T_7\| \|w_{k+2}\|\} \\
 \leq & [\rho_0 \theta_{k+1} \Xi_{k+1} + \rho_1 \Theta_k + (1 - \rho_1 - \rho_0)]^2 \delta^2 \\
 = & \Theta_{k+2}^2 \delta^2.
 \end{aligned} \tag{C9}$$

因此存在一个常数 $\theta_{k+2}, 0 < \theta_{k+2} < 1$, 满足下述不等式:

$$E\{\varepsilon_{k+2}^T \varepsilon_{k+2}\} \leq \theta_{k+2}^2 \Theta_{k+2}^2 \delta^2. \tag{C10}$$

因此当 $k+1$ 时刻满足不等式条件时, 可以得出 $k+2$ 时刻也满足上述不等式.

Enhanced PID control method based on unknown state estimation and neural network-based compensation

Xiaoyang SUN & Ping ZHOU*

State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University, Shenyang 110819, China

* Corresponding author. E-mail: zhouping@mail.neu.edu.cn

Abstract The proportional-integral-derivative (PID) control has been the most widely used industrial control technology. However, for a class of coupled, nonlinear dynamic systems, the basic PID algorithm cannot obtain a satisfactory control performance because of the lack of internal state information as well as the use of only the external characteristics of the input-output data of dynamic systems. In this paper, we propose an enhanced PID (En-PID) control method based on unknown state estimation and neural network-based compensation without changing the original PID control settings. The method can significantly enhance the performance of the basic PID algorithm. First, the extended Kalman filtering technique is used to estimate the unknown state. The estimated state is then used as the input of the neural network-based compensation controller, so that the process state information, which is not used by the basic PID control algorithm, is introduced into the control input. Next, the K-means clustering algorithm is used to obtain the cluster centers of the historical input data, which are used as the center vectors of the hidden layer of the radial basis function (RBF) neural network-based compensator. Then, the optimization performance index about the control error entropy is constructed, and the gradient descent algorithm is used to optimize the weight vector of the output layer of the RBF compensator. Finally, to achieve high-performance control, the compensation control input obtained by the RBF network is integrated with the basic control input of the original PID controller as the final control input. Theoretical analysis and wastewater treatment process control experiments verify the advancement and practicability of the proposed method.

Keywords enhanced PID control, extended Kalman filtering, RBF neural network, control compensation, entropy