



# 基于自适应动态时钟通信的二阶多智能体系统完全分布式一致性

邓甲<sup>1,2</sup>, 王付永<sup>1,2\*</sup>, 刘忠信<sup>1,2</sup>, 陈增强<sup>1,2</sup>

1. 南开大学人工智能学院, 天津 300350

2. 南开大学智能机器人技术重点实验室, 天津 300350

\* 通信作者. E-mail: wangfy@nankai.edu.cn

收稿日期: 2021-12-21; 修回日期: 2022-03-08; 接受日期: 2022-04-24; 网络出版日期: 2023-01-11

国家自然科学基金 (批准号: 62103203, 61973175) 和天津市自然科学基金 (批准号: 20JCQNJC01450, 20JCYBJC01060) 资助项目

**摘要** 针对无向通信拓扑下二阶多智能体系统的一致性问题的, 本文提出了一种基于自适应动态时钟的新型事件触发控制策略. 智能体根据自身的动态时钟来确定触发时刻, 在触发时刻向邻居广播自身的状态信息并自适应重置时钟. 每个智能体只获取邻居在触发时刻的状态信息, 且仅依赖自身的状态和邻居在触发时刻的状态来更新时钟和控制信号, 无需使用邻居的实时状态信息, 也无需使用通信拓扑的任何全局信息. 所设计的控制策略有效避免了连续通信, 并且是完全分布式的. 利用代数图论以及 Lyapunov 稳定性分析方法证明了所提出的控制策略能保证系统是渐近稳定的并且不存在 Zeno 行为. 仿真实例进一步验证了所提出控制策略的有效性.

**关键词** 完全分布式一致性, 多智能体系统, 事件触发控制, 自适应动态时钟, Zeno 行为

## 1 引言

多智能体系统分布式协同控制在传感器网络<sup>[1]</sup>、电力系统<sup>[2]</sup>、卫星编队<sup>[3]</sup>等领域有着广阔的应用前景. 一致性问题<sup>[4~10]</sup>作为多智能体系统分布式协同控制中最基础的问题, 受到研究人员的广泛关注. 多智能体系统的一致性是指系统中的智能个体在相互通信和局部协作下, 不断调整更新自己的状态, 最终使得每个智能体均达到相同的状态. 多智能体系统按通信拓扑结构可以分为集中式和分布式, 其中分布式结构具有易于扩展、容错性高等多种优势, 具有更高的研究和应用价值. 对于分布式结构, 如果设计的控制协议不涉及任何全局信息, 则称该控制协议是完全分布式的.

在实际应用中, 每个智能体的计算和处理能力以及共享的网络带宽是非常有限的. 为了有效利用计算及通信资源, 事件触发的思想被应用到多智能体系统中, 即在合适的触发时刻, 智能体之间才进

**引用格式:** 邓甲, 王付永, 刘忠信, 等. 基于自适应动态时钟通信的二阶多智能体系统完全分布式一致性. 中国科学: 信息科学, 2023, 53: 97–110, doi: 10.1360/SSI-2021-0426  
Deng J, Wang F Y, Liu Z X, et al. Fully distributed consensus control for second-order multi-agent systems based on adaptive dynamic clock communication (in Chinese). Sci Sin Inform, 2023, 53: 97–110, doi: 10.1360/SSI-2021-0426

行信息交互, 并更新控制信号<sup>[11]</sup>. 事件触发机制可以看作是对经典时间触发机制的常规采样以及为传输决策添加了某种“智能”, 被认为是资源受限应用中一个重要的通信范式转变<sup>[12]</sup>.

现有的基于事件触发的一致性研究成果主要针对一阶积分系统<sup>[13~19]</sup>、二阶积分系统<sup>[19~28]</sup>、一阶线性定常系统<sup>[29,30]</sup>、非线性系统<sup>[31~33]</sup>等. 合适的触发时刻的选择是事件触发控制的关键, 触发时刻的选择基于触发函数, 当触发函数满足某一条件时, 事件被触发. 事件触发控制按不同类型的触发函数, 可以分为基于状态的事件触发<sup>[13,14]</sup>、基于时间的事件触发<sup>[21]</sup>、动态事件触发<sup>[15~17]</sup>、基于边的事件触发<sup>[18]</sup>、自适应事件触发<sup>[25]</sup>等. 其中动态事件触发具有更高的灵活性, 并且通常有着比静态事件触发更宽松的触发条件, 因而能在更大程度上减少系统能耗<sup>[34]</sup>. 文献<sup>[34]</sup>将现有的动态事件触发机制分为两大类: 一类是基于辅助动态变量的事件触发机制, 另一类是基于动态参数的事件触发机制.

受文献<sup>[15,16]</sup>启发, 本文针对二阶积分系统, 提出了一种基于自适应动态时钟的新型动态事件触发机制. 为每个智能体设置一个动态时钟, 时钟的值非负, 并且事件间时钟的值是非增的, 当时钟值为 0 时触发事件, 向邻居广播自身的状态信息并将时钟值自适应的重置为合适的正值, 当时钟再次到 0 时再次触发事件并重置时钟. 与文献<sup>[15]</sup>不同, 本文设计的时钟在事件间是非增的, 使得动态时钟有着更明确的物理意义, 文献<sup>[16]</sup>每次触发后将时钟值都重置为相同的定值, 本文触发后根据与邻居的相对状态误差大小, 自适应的重置时钟. 此外, 文献<sup>[15,16]</sup>针对一阶积分系统, 本文针对二阶积分系统. 将文献<sup>[15,16]</sup>中适用于一阶积分系统的研究成果直接推广到了二阶积分系统, 面临如下问题: 一方面, 触发后如果没有重置时钟的过程, 对二阶系统而言, 难以保证触发后时钟的导数为正, 无法排除 Zeno 行为; 另一方面, 如果直接参照文献<sup>[16]</sup>重置时钟的方法, 难以通过有效的缩放手段避免触发函数中对邻居实时状态的使用, 也就是说难以避免连续通信. 为了解决以上问题, 首先, 本文引入了智能体与其所有邻居在上一触发时刻的状态误差和, 这使得触发函数规避了对邻居状态的实时监测, 有效避免了连续通信, 同时也避免了出现有限区间内波动的实际一致性, 其次, 本文改进了文献<sup>[16]</sup>重置时钟的方法, 根据智能体与其所有邻居在上一触发时刻的状态误差和来自适应的重置时钟, 这确保了系统实现渐近一致性, 并且排除了 Zeno 行为.

现有的基于事件触发的成果, 主要面临如下 3 个问题. 第一, 触发函数需要用到邻居的实时状态信息. 文献<sup>[20,21]</sup>分别针对二阶积分系统设计了事件触发机制, 其选用联合测量误差, 涉及邻居实时状态信息, 触发函数无法避免对邻居状态的实时检测, 因此难以避免连续通信, 设计不依赖于邻居实时状态信息的触发函数具有重要意义. 第二, 触发函数以及相关参数的设计大多依赖于系统总节点数、拉普拉斯 (Laplace) 矩阵的特征值等全局信息. 文献<sup>[22~24]</sup>的触发函数都涉及全局信息, 然而对分布式系统, 全局信息通常是难以获取的, 设计不依赖于全局信息的完全分布式事件触发策略具有重要意义, 文献<sup>[25,26]</sup>针对二阶积分系统设计了完全分布式事件触发策略, 但文献<sup>[25,26]</sup>触发函数涉及邻居实时状态信息. 第三, 在完全分布式的前提下, 为了避免 Zeno 行为的发生, 只能实现有界区间内波动的实际一致性. 文献<sup>[19]</sup>针对二阶积分系统设计的基于时间的事件触发机制, 在完全分布式的前提下, 为了排除 Zeno 行为, 对触发阈值增加了一个小的正常数, 使得系统只能实现有界区间内波动的实际一致性, 此外, 文献<sup>[27,28]</sup>也只能实现有界区间内波动的实际一致性.

目前, 能同时解决以上 3 个问题的事件触发机制较少, 其中, 文献<sup>[35]</sup>针对一般线性系统, 提出了基于自适应参数的事件触发机制, 较好解决了上述问题. 本文针对更为具体的二阶积分模型, 提出了一种基于自适应动态时钟的新型事件触发控制策略, 在解决前面提到的 3 个子问题的同时, 确保了参数较少且易调. 所提控制策略与文献<sup>[35]</sup>相比, 主要有如下几个特点. (1) 文献<sup>[35]</sup>每次触发后将时钟置为一个定值, 而在本文所提控制策略下, 每次触发后智能体根据与邻居的状态误差自适应地重置时钟. 这避免了在事件触发器中引入其他自适应参数, 减少了参数数量. (2) 本文提出的控制策略无需计

算代数 Riccati 方程,也未在控制率中引入自适应参数.因此,本文所提控制策略在运算量和复杂程度上低于文献 [35],这在一定程度上减少了对计算资源的消耗.(3)文献 [35]所提控制策略虽然同样适用于二阶积分模型,但其参数较多,实际应用中较难调出合适的参数.设计参数较少或参数易调的新型事件触发机制具有重要意义,本文针对二阶积分模型,提出的基于自适应动态时钟的新型事件触发机制,具有参数较少且易调的特点.

本文致力于节省系统的通信资源,避免智能体间的连续通信,针对二阶积分系统,设计了基于自适应动态时钟的新型事件触发机制,使得智能体只在自身触发时刻向邻居广播自身的状态信息,有如下特点和贡献.(1)控制信号和触发函数都不涉及邻居的实时状态信息,只通过自身状态信息和邻居上一触发时刻的状态信息来确定控制信号以及下一触发时刻,有效避免了连续通信.(2)触发函数以及相关参数的设计不涉及全局信息,是完全分布式的.(3)能够实现渐近一致性并且不存在 Zeno 行为.(4)参数较少且参数易调.

本文后续的内容安排如下:第 2 节介绍必要的定义,对相关符号、模型以及预备知识作必要的介绍.第 3 节详细介绍所设计的基于自适应时钟的事件触发控制策略,并证明该策略下,系统是渐近稳定的并且不存在 Zeno 行为.第 4 节给出仿真的结果.最后,第 5 节对全文作总结.

**注 1** 文中的相关符号说明如下: $\mathbb{R}^m$  和  $\mathbb{R}^{m \times n}$  分别表示  $m$  维列向量和  $m \times n$  维矩阵空间,向量元素和矩阵元素都为实数. $\|\cdot\|$  表示欧几里得范数. $\text{diag}[x_1, \dots, x_N]$  表示以  $x_1, \dots, x_N$  为对角元素,其他元素全为 0 的  $N \times N$  矩阵.为了更简洁地表示,必要时变量中的参数  $t$  被省略,例如  $x(t)$  必要时简写为  $x$ .

## 2 预备知识和问题描述

### 2.1 图论

多智能体系统的通信拓扑图  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}(\mathcal{G}), \mathcal{E}(\mathcal{G}))$ ,  $\mathcal{V}(\mathcal{G}) = \{1, 2, \dots, n\}$  表示节点的集合,  $\mathcal{E}(\mathcal{G}) \subseteq \{(i, j) \mid i, j \in \mathcal{V}(\mathcal{G})\}$  表示边的集合. $\omega_{ij}$  表示边  $(j, i)$  的权值.若节点  $i$  和  $j$  之间存在边,则  $\omega_{ij} > 0$ , 否则  $\omega_{ij} = 0$ .

边  $(i, j)$  表示节点  $j$  能收到节点  $i$  的信息,其中节点  $i$  称为父节点,节点  $j$  称为子节点.对有向图,信息流通方向不可逆.对于无向图,存在边  $(i, j) \in \mathcal{E}$ , 则必有边  $(j, i) \in \mathcal{E}$ , 且  $\omega_{ij} = \omega_{ji}$ .

图的邻接矩阵定义为  $A = [\omega_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . 节点的度为其邻居节点的个数.记  $d_i = \sum_{j \in N_i} \omega_{ij}$ .  $N_i$  表示节点  $i$  的邻居节点的集合,  $N_i = \{j \in \mathcal{V}(\mathcal{G}) \mid (j, i) \in \mathcal{E}(\mathcal{G})\}$ . 基于此构建一个  $n \times n$  的度矩阵  $D = \text{diag}[d_1, \dots, d_n]$ . 图的拉普拉斯矩阵  $L = D - A = [L_{ij}]_{n \times n}$ . 对于无向图,  $L$  是一个对称半正定矩阵.此外,如果任意两个节点之间都有一条路径,则称图  $\mathcal{G}$  是连通图.

### 2.2 问题描述

本文考虑由  $n$  个具有二阶积分模型的智能体组成的多智能体系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i^s(t) = x_i^v(t), & i = 1, 2, \dots, n, t \geq 0, \\ \dot{x}_i^v(t) = u_i(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中  $x_i^v(t) \in \mathbb{R}^m$  表示速度状态,  $x_i^s(t) \in \mathbb{R}^m$  表示位置状态,  $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$  表示控制输入.

为了方便分析,本文给出的结果都是基于一维的 ( $m = 1$ ),但由于每一维之间都是相互独立的,因此很容易利用 Kronecker 乘积将结果拓展到  $m$  维.

**定义1** 对于所有的智能体  $i, j \in \mathcal{V}(\mathcal{G})$ , 如果存在控制协议  $u_i(t)$ , 使得系统在任何初始状态下都满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i^s(t) - x_j^s(t)\| = 0, \quad (2)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i^v(t) - x_j^v(t)\| = 0, \quad (3)$$

则称系统 (1) 实现了渐近一致性.

根据定义 1, 经典的分布式一致性控制协议设计如下 [9,10]:

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i} \omega_{ij} (x_i^s(t) - x_j^s(t)) - \mu \sum_{j \in N_i} \omega_{ij} (x_i^v(t) - x_j^v(t)), \quad (4)$$

其中  $\mu > 0$  为耦合权重. 假设通讯拓扑图为无向连通图, 则对任意的  $\mu > 0$ , 系统 (1) 在任意初始状态下都能实现渐近一致性 [10].

### 3 基于自适应动态时钟通信的完全分布式一致性

#### 3.1 控制协议的设计

在控制协议 (4) 基础上, 为每个智能体  $i \in \mathcal{V}(\mathcal{G})$  设计合适的触发时刻  $\{t_k^i\}_{k=1}^{\infty}$ , 使得每个智能体的控制信号只依赖于自身的状态以及邻居在上一触发时刻的状态信息. 基于事件触发的控制协议设计如下:

$$\begin{aligned} u_i(t) = & - \sum_{j \in N_i} \omega_{ij} \left[ \widehat{x}_i^s(t) + (t - t_k^i) \widehat{x}_i^v(t) \right] + \sum_{j \in N_i} \omega_{ij} \left[ \widehat{x}_j^s(t) + (t - t_{k'}^j) \widehat{x}_j^v(t) \right] \\ & - \mu \sum_{j \in N_i} \omega_{ij} \left( \widehat{x}_i^v(t) - \widehat{x}_j^v(t) \right), \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $\widehat{x}_i^s(t) = x_i^s(t_k^i)$ ,  $\widehat{x}_i^v(t) = x_i^v(t_k^i)$ ,  $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$ . 式 (5) 中的位置状态采用一阶保持, 速度状态采用零阶保持. 位置状态采用一阶保持, 可以认为以开环估计的形式给出了比零阶保持更接近式 (4) 的控制信号, 这将进一步降低触发频次, 节省通信资源.

定义测量误差:

$$e_i^v(t) = \widehat{x}_i^v(t) - x_i^v(t), \quad (6)$$

$$e_i^s(t) = \widehat{x}_i^s(t) + (t - t_k^i) \widehat{x}_i^v(t) - x_i^s(t). \quad (7)$$

将式 (5) 代入式 (1), 则原来的多智能体系统模型可以写为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}^s \\ \dot{x}^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{N \times N} & I_N \\ -L & -\mu L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^s \\ x^v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0_{N \times N} & 0_{N \times N} \\ L & \mu L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^s \\ e^v \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中,

$$\begin{aligned} x^s(t) &= [x_1^s(t), x_2^s(t), \dots, x_n^s(t)]^T, & x^v(t) &= [x_1^v(t), x_2^v(t), \dots, x_n^v(t)]^T, \\ e^s(t) &= [e_1^s(t), e_2^s(t), \dots, e_n^s(t)]^T, & e^v(t) &= [e_1^v(t), e_2^v(t), \dots, e_n^v(t)]^T. \end{aligned}$$

现在需要设计合适的事件触发函数来确定合适的触发时刻  $\{t_k^i\}_{k=1}^{\infty}$ ,  $i \in \mathcal{V}(\mathcal{G})$ , 使得上述系统仍然是渐近稳定的, 并且不存在 Zeno 行为.

### 3.2 触发函数的设计

对于系统 (8), 本文假设通信拓扑图是无向连通的. 对智能体  $i \in \mathcal{V}(\mathcal{G})$  设计下面的触发函数:

$$t_{k+1}^i = \max_{r > t_k^i} \{r : \chi_i(t) > 0, \forall t \in [t_k^i, r)\}, \quad (9)$$

其中初值  $t_0^i = 0$ ,  $\chi_i(t)$  是动态时钟,  $\chi_i(0) > 0$ . 动态时钟的导数  $\dot{\chi}_i(t)$  被设计为非正的. 当时钟  $\chi_i(t) = 0$  时事件被触发, 触发后立即将时钟  $\chi_i(t)$  重置为一个新的正值. 时钟导数  $\dot{\chi}_i(t)$  的具体设计如下:

$$\dot{\chi}_i(t) = \begin{cases} \min \left\{ \frac{f_i(e_i)}{\rho_i}, 0 \right\}, & \rho_i \neq 0, \\ 0, & \rho_i = 0, \end{cases} \quad (10)$$

其中,

$$\rho_i = \sum_{j=1}^n (-L_{ij}) (\widehat{x}_j^v - \widehat{x}_i^v)^2, \quad (11)$$

$$f_i(e_i) = -L_{ii} \left[ \xi e_i^{v^2} + \left( \eta + \frac{1}{\xi} \right) e_i^{s^2} \right] - \mu e_i^v \sum_{j=1}^n L_{ij} \widehat{x}_j^v + e_i^s \sum_{j=1}^n L_{ij} \widehat{x}_j^v, \quad (12)$$

$\xi > 0, \eta \geq 0$  为参数.

在以上触发时刻的基础上, 再补充设计一个额外的触发序列: 对智能体  $i$ , 每当  $\rho_i = 0$  且  $e_i^v(t) \neq 0$  时, 置时钟为 0, 额外触发一个事件.

若  $\rho_i = 0, e_i^v \neq 0$ , 则智能体  $i$  只在上一触发时刻与邻居实现速度一致性, 但注意到: 在邻居更新自己状态使得  $\rho_i \neq 0$  之前, 智能体  $i$  不触发事件, 这将在一定程度上影响系统稳定性. 额外触发序列的设计使得  $\rho_i$  更及时地更新, 更新后  $\rho_i \neq 0$ , 从而智能体  $i$  继续按动态时钟序列触发事件, 这不仅更利于系统的稳定而且不会引起 Zeno 行为.

注意到  $\rho_i \geq 0$ , 每次触发后置

$$\chi_i(t_{k+1}^{i+}) = \chi_i(t_k^{i+}) a_i^{\rho_i(t_k^{i+})}, \quad (13)$$

其中  $a_i \in (0, 1)$  为参数, 初值  $\chi_i(0) > 0$ , 那么每次事件触发后动态时钟都被置为一个新的正值.

$\rho_i$  的设计使得时钟初值的选取可以是任意的正数, 即使时钟初值选取得过大, 系统仍然可以在数次触发后自适应地将时钟初值置为合适的值, 以确保系统实现渐近一致性. 这将在后续的证明中体现出来.

### 3.3 稳定性分析

考虑下面的 Lyapunov 函数:

$$V(x(t), \chi(t)) = V_1(x(t)) + V_2(\chi(t)), \quad (14)$$

其中,

$$V_1(x(t)) = \frac{1}{2} x^{s\top} L x^s + \frac{1}{2} x^{v\top} x^v, \quad (15)$$

$$V_2(\chi(t)) = \sum_{i=1}^n \rho_i \chi_i(t). \quad (16)$$

为了便于分析, 定义  $\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^n \dot{V}_1^i$ ,  $\dot{V}_2 = \sum_{i=1}^n \dot{V}_2^i$ . 同时, 用  $\{t_k\}_{k=1}^\infty$  表示整个多智能体系统的触发序列, 每个智能体  $i$  的触发序列  $\{t_k^i\}_{k=1}^\infty$  都是其子集. 此外, 用  $t_k^+$  表示触发后的下一瞬间, 即动态时钟和误差函数已经重置, 用  $t_k^-$  表示触发前的瞬间, 即动态时钟和误差函数还未重置.

为了证明设计的事件触发控制策略使得系统实现渐近一致性, 先证明下面 4 个引理.

**引理1** 对任意的触发时刻  $t_k \in \{t_m\}_{m=1}^\infty$ , 都有  $\dot{V}_2 \leq 0, t \in [t_k^+, t_{k+1}^-)$  恒成立.

**证明** 由式 (16),  $\dot{V}_2 = \sum_{i=1}^n \rho_i \dot{\chi}_i$ ,  $t \in [t_k^+, t_{k+1}^-)$ . 又注意到  $\rho_i \geq 0$ , 且  $\dot{\chi}_i \leq 0$  恒成立. 于是  $\rho_i \dot{\chi}_i \leq 0$  恒成立. 进而原式得证.

**引理2** 无论系统 (8) 是否实现渐近一致性, 都有  $\lim_{k \rightarrow \infty} V_2^i(t_k^i) = 0, \forall i \in \mathcal{V}$ .

**证明** 注意到  $V_2^i(t_k^i) = \rho_i(t_k^i) \chi_i(t_k^i)$ .

若  $\lim_{k \rightarrow \infty} \rho_i(t_k^i) = 0$ , 由于  $\chi_i(t_k^i)$  是有界的, 于是  $\lim_{k \rightarrow \infty} V_2^i(t_k^i) = 0$  成立.

若  $\lim_{k \rightarrow \infty} \rho_i(t_k^i) \neq 0$ , 结合式 (11) 有,  $\chi_i(t_k^i) = \chi_i(t_{k-1}^i) a_i^{\rho_i(t_k^i)}$ , 因此  $\lim_{k \rightarrow \infty} \chi_i(t_k^i) = 0$ . 考虑函数  $f(\rho) = \rho a^\rho$ , 其中  $a \in (0, 1), \rho \geq 0$ . 显然,  $f(\rho) \in [0, \frac{-\log a e}{e}]$ , 其中  $e$  为自然对数. 也即  $f(\rho)$  是有界的, 因此  $\lim_{k \rightarrow \infty} V_2^i(t_k^i) = 0$ .

综上, 无论系统 (8) 是否实现渐近一致性, 都有  $\lim_{k \rightarrow \infty} V_2^i(t_k^i) = 0, \forall i \in \mathcal{V}$ .

实际上触发后时钟被重置得越小, 意味着触发越频繁, 当触发时刻频繁到足以实现一致性时就会使得  $\rho_i \rightarrow 0$ . 因此实际上  $\chi_i(t_k^i)$  不会趋近 0, 这将在后面对 Zeno 行为的分析部分进行证明.

**引理3** 对任意的触发时刻  $t_k \in \{t_m\}_{m=1}^\infty$ , 都有  $\dot{V} \leq 0, t \in [t_k^+, t_{k+1}^-)$  恒成立.

**证明** 对 Lyapunov 函数式 (15) 求导有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= x^{s\top} Lx^s + x^{v\top} \dot{x}^v = x^{s\top} Lx^v + x^{v\top} (-Lx^s - \mu Lx^v - Le^s - \mu Le^v) \\ &= -\mu x^{v\top} Lx^v - x^{v\top} Le^s - \mu x^{v\top} Le^v \\ &= -\mu (\widehat{x}^v - e^v)^\top L (\widehat{x}^v - e^v) - (\widehat{x}^v - e^v)^\top Le^s - \mu (\widehat{x}^v - e^v)^\top Le^v \\ &= -\mu \widehat{x}^{v\top} L \widehat{x}^v + \mu \widehat{x}^{v\top} Le^v - \widehat{x}^{v\top} Le^s + e^{v\top} Le^s. \end{aligned} \quad (17)$$

注意到

$$\begin{aligned} e^{v\top} Le^s &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n L_{ij} e_i^v e_j^s = \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} (-L_{ij}) e_i^v (e_i^s - e_j^s) \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} (-L_{ij}) \left[ \alpha e_i^{v2} + \frac{1}{4\alpha} (e_i^s - e_j^s)^2 \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} (-L_{ij}) \left[ \alpha e_i^{v2} + \frac{1}{4\alpha} e_i^{s2} + \frac{1}{4\alpha} e_j^{s2} - \frac{1}{2\alpha} e_i^s e_j^s \right] \\ &\leq \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} (-L_{ij}) \left[ \alpha e_i^{v2} + \frac{1}{4\alpha} e_i^{s2} + \frac{1}{4\alpha} e_j^{s2} + \frac{1}{2\alpha} \left( \beta e_i^{s2} + \frac{1}{4\beta} e_j^{s2} \right) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} (-L_{ij}) \left[ \alpha e_i^{v2} + \left( \frac{1}{2\alpha} + \frac{\beta}{2\alpha} + \frac{1}{8\alpha\beta} \right) e_i^{s2} \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} (-L_{ij}) \left[ \xi e_i^{v2} + \left( \eta + \frac{1}{\xi} \right) e_i^{s2} \right], \end{aligned} \quad (18)$$

其中  $\alpha > 0, \beta > 0$  为常数,  $\xi = \alpha > 0, \eta = \frac{1}{2\alpha} + \frac{\beta}{2\alpha} + \frac{1}{8\alpha\beta} - \frac{1}{\alpha} \geq 0$ .

结合式 (17) 和 (18) 容易得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq \mu \widehat{x}^v \text{T} L e^v - \widehat{x}^v \text{T} L e^s + e^v \text{T} L e^s \\ &\leq \sum_{i=1}^n \left[ L_{ii} \left( \xi e_i^{v^2} + \left( \eta + \frac{1}{\xi} \right) e_i^{s^2} \right) \sum_{j=1}^n L_{ij} \widehat{x}_j^v (\mu e_i^v - e_i^s) \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

当  $\rho_i \neq 0$  时, 结合式 (10) 有

$$\dot{V}_2^i = \rho_i \chi_i \leq f_i(e_i). \quad (20)$$

当  $\rho_i = 0$  时, 结合式 (11) 有

$$\forall j \in N_i, \quad \widehat{x}_j^v = \widehat{x}_i^v. \quad (21)$$

容易得到

$$\sum_{j=1}^n L_{ij} \widehat{x}_j^v (\mu e_i^v - e_i^s) = 0. \quad (22)$$

进一步可以得到

$$\dot{V}_1^i \leq L_{ii} (M e_i^{v^2} + N e_i^{s^2}), \quad (23)$$

$$\dot{V}_2^i = \rho_i \chi_i = 0, \quad (24)$$

其中,  $N = \eta + \frac{1}{\xi}, M = \xi$ .

注意到有额外的触发序列的存在, 当  $\rho_i = 0$  时, 若  $e_i^v \neq 0$ , 立即触发一个事件, 使得  $e_i^v = e_i^s = 0$ . 于是  $\rho_i = 0$  时, 结合式 (23) 有

$$\dot{V}_1^i \leq 0. \quad (25)$$

结合式 (19) 和 (25) 有

$$\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^n \dot{V}_1^i \leq \sum_{i=1, \rho_i \neq 0}^n \sum_{j=1}^n L_{ij} \widehat{x}_j^v (\mu e_i^v - e_i^s) + \sum_{i=1, \rho_i \neq 0}^n L_{ii} (M e_i^{v^2} + N e_i^{s^2}). \quad (26)$$

又结合式 (20) 和 (24), 进一步得到

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \leq \sum_{i=1, \rho_i \neq 0}^n \sum_{j=1}^n L_{ij} \widehat{x}_j^v (\mu e_i^v - e_i^s) + \sum_{i=1, \rho_i \neq 0}^n L_{ii} (M e_i^{v^2} + N e_i^{s^2}) + \sum_{i=1, \rho_i \neq 0}^n f_i(e_i) = 0. \quad (27)$$

综上,  $\dot{V} \leq 0, t \in [t_k^+, t_{k+1}^-), \forall k$ .

**引理4** 若  $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = \min_{t \geq 0} \{V_1\}$ , 则系统 (1) 实现渐近一致性.

**证明** 由于  $x^{sT} L x^s \geq 0$ , 于是

$$V_1 = \frac{1}{2} x^{sT} L x^s + \frac{1}{2} x^{vT} x^v \geq \frac{1}{2} x^{vT} x^v. \quad (28)$$

注意到  $\sum_{i=1}^n x_i^v = \sum_{i=1}^n u_i = 0$ . 于是  $\sum_{i=1}^n x_i^v(t) = \sum_{i=1}^n x_i^v(0)$ . 又由柯西 (Cauchy) 不等式可得

$$\sum_{i=1}^n [x_i^v(t)]^2 \sum_{i=1}^n 1^2 \geq \left( \sum_{i=1}^n x_i^v(t) \right)^2 = \left( \sum_{i=1}^n x_i^v(0) \right)^2. \quad (29)$$

则, 结合式 (28) 和 (29) 可得

$$V_1 \geq \frac{1}{2} x^{vT} x^v \geq \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^v(0) \right]^2. \quad (30)$$

当且仅当  $x^{sT} L x^s = 0$  且  $\forall i, x_i^v = \frac{1}{n} x_i^v(0)$  时, 等号成立. 于是, 若  $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = \min_{t \geq 0} \{V_1\}$ , 则系统 (1) 实现渐近一致性.

**定理1** 假设通信拓扑图为无向连通图, 利用设计的触发机制, 在控制协议 (5) 的作用下, 多智能体系统 (1) 在任意初始条件下均能实现渐近一致性.

**证明** 首先考虑子系统  $V_2$ , 子系统  $V_2$  是由连续时间变量和离散事件相互作用的混合动态系统<sup>[36]</sup>. 由引理 1 和 2 可知, 子系统  $V_2$  是稳定的, 无论系统 (1) 能否实现渐近一致性, 都有  $\lim_{t \rightarrow \infty} V_2(t) = 0$ .

又注意到子系统  $V_1$  是不存在跳变的, 结合引理 3 可知系统  $V$  是稳定的, 有  $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = \min_{t \geq 0} \{V_1\}$ . 又结合引理 4, 可知系统 (1) 实现渐近一致性.

实际上并不是子系统  $V_2 \rightarrow 0$  时, 系统总的能量才开始减小, 而是当子系统  $V_2$  跳变时补充的能量不超过上一触发间隔系统  $V$  下降的能量时系统总的能量就会减少, 直到趋近稳态.

### 3.4 Zeno 行为分析

这部分说明本文设计的控制协议是物理可实现的, 不存在 Zeno 行为. 即针对智能体  $i$ , 其相邻两个触发时刻之间存在一个正的下界.

首先考虑额外设计的这个触发序列: 当  $\rho_i = 0$  且  $e_1^v \neq 0$  时, 立即触发一个事件.  $\rho_i = 0$  意味着,  $\forall j \in N_i, \widehat{x}_j^v = \widehat{x}_i^v$ . 若  $e_1^v \neq 0$ , 触发一个事件, 该事件的触发使得  $\widehat{x}_i^v$  更新, 使得  $\rho_i \neq 0$ .  $\rho_i \neq 0$  意味着, 该事件触发后下一个事件不会继续按这个额外的触发序列触发, 而是回到动态时钟序列. 下面只需考虑动态时钟序列是否存在 Zeno 行为.

**定理2** 假设通讯拓扑图为无向连通图, 多智能体系统 (1), 在控制协议 (5) 和触发条件 (9) 的作用下, 智能体在任意初始条件下均不存在 Zeno 行为.

**证明** 根据动态时钟的设计思路: 每次触发后时钟置为一个正值, 同时时钟导数非正, 时钟再次非正时触发一个事件. 于是为了证明智能体  $i$  相邻两个事件的触发间隔大于一个严格正的常数, 只需考虑两个方面: 一方面, 重置的时钟大于一个严格正的数; 另一方面时钟的导数在触发间隔里不恒趋于负无穷.

首先考虑每次触发后重置的时钟, 容易得到

$$\chi_i(t_k^+) = \chi_i(0) a_i^{\sum_{s=1}^k \rho_i(t_s^i)} > \chi_i(0) a_i^{\sum_{s=1}^{\infty} \rho_i(t_s^i)}, \quad (31)$$

其中  $a_i \in (0, 1)$ , 于是要证明重置的时钟大于一个严格正的数只需证明  $\sum_{s=1}^{\infty} \rho_i(t_s^i)$  是收敛的. 已证得系统 (1) 实现渐近一致性, 又考虑到收敛速度, 有  $\int_0^{\infty} (x_i^v(t) - x_j^v(t))^2 < +\infty$ . 于是有  $\sum_{s=1}^{\infty} \rho_i(t_s^i) < +\infty$ , 级数  $\sum_{s=1}^{\infty} \rho_i(t_s^i)$  是收敛的. 于是重置的时钟大于一个严格正的数, 即  $\chi_i(t_k^+) \geq \varsigma_i$ , 其中  $\varsigma_i > 0$ .

然后考虑任意触发间隔时钟的导数, 容易得到

$$-\chi_i(t_k^+) = \int_{t_k^+}^{t_{k+1}^-} \dot{\chi}_i(t) dt, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (32)$$

由积分中值定理可得,  $\exists \varepsilon_k \in [t_k^+, t_{k+1}^-)$ , 使得  $\int_{t_k^+}^{t_{k+1}^-} \dot{\chi}_i(t) dt = \dot{\chi}_i(\varepsilon_k)(t_{k+1}^i - t_k^i)$ , 结合  $\dot{\chi}_i \leq 0$  可知,  $\dot{\chi}_i(\varepsilon_k) \leq 0$ , 而  $\dot{\chi}_i(\varepsilon_k) = 0$  意味着没有触发下一次事件, 即  $t_{k+1}^i - t_k^i \rightarrow \infty$ . 于是只需考虑  $\dot{\chi}_i(\varepsilon_k) < 0$ , 此时有  $t_{k+1}^i - t_k^i = -\frac{\chi_i(t_k^+)}{\dot{\chi}_i(\varepsilon_k)}$ .

注意到  $\dot{\chi}_i(t_k^+) = 0, \forall k$ . 于是有  $\dot{\chi}_i(\varepsilon_k) > -\infty$ . 令  $\gamma_i = \max_{k=0,1,\dots} \{-\dot{\chi}_i(\varepsilon_k)\}$ , 则  $\gamma_i < +\infty$ . 于是

$$t_{k+1}^i - t_k^i \geq \frac{\chi_i(t_k^+)}{\gamma_i} \geq \frac{s_i}{\gamma_i} > 0. \quad (33)$$

综上, 记  $\tau_i = \frac{s_i}{\gamma_i}$ , 已证得  $\tau_i$  严格大于零, 于是每个智能体相邻两个事件的触发间隔都大于一个正的下界, 故不存在 Zeno 行为, 所设计的事件触发机制是物理可实现的.

由式 (33) 可知, 相邻两个事件触发的间隔主要与每次重置的时钟初值有关. 如果每次重置的时钟初值  $\chi_i(t_k^+)$  较大, 意味着相邻两个事件触发的间隔下界较大, 太大的触发间隔将对系统收敛性造成一定的影响, 虽然后续自适应重置时钟的手段依然能够保证系统是稳定的, 但仍然会造成收敛性能较差, 而如果每次重置的时钟初值很小, 意味着触发很频繁, 虽然能确保有较好的收敛性能但将浪费一定的通信资源, 因此实际应用中主要应当调整时钟初值  $\chi_i(0)$  为一个相对合适的正值, 从而平衡收敛性能和事件触发次数.

#### 4 数值仿真

本节考虑由 5 个智能体组成的多智能体系统, 每个智能体都有二阶积分模型. 5 个智能体间的通信拓扑图为无向连通图, 如图 1 所示. 由通信拓扑容易得到拉普拉斯矩阵如下:

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

智能体状态初值  $x^s(0) = [0, 1, 2, 3, 4]^T$ ,  $x^v(0) = [0.8, 1, 0.3, -0.6, -0.8]^T$ . 时钟初值  $\chi(0) = [0.3, 0.3, 0.3, 0.3, 0.3]^T$ . 相关参数  $\mu = 2, \xi = \eta = 1, [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]^T = [0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5]^T$ . 仿真结果如图 2 和 3 所示.

图 2(a) 展示了 5 个智能体的速度状态随时间的变化, 图 2(b) 展示了 5 个智能体的位置状态随时间的变化, 由图可见, 该多智能体系统实现了渐近一致性, 这表明本文设计的基于事件触发的控制协议是有效的. 图 3 展示了每个智能体的触发时刻, 也就是每个智能体向邻居广播自身状态信息的时刻, 从仿真结果可以看出不存在 Zeno 行为, 也体现出触发时刻是异步的. 每个智能体只在自身触发时刻广播自身的状态信息, 避免了连续通信, 有效节省了通信资源.

图 4(a) 和 (b) 以智能体 1 和 3 为例, 展示了智能体自身的动态时钟, 当时钟为 0 时, 事件触发, 广播自身状态信息并立即重置时钟. 结果表明, 每次触发后时钟自适应地重置为合适的正值, 并且该值最终收敛到一个严格正的数.

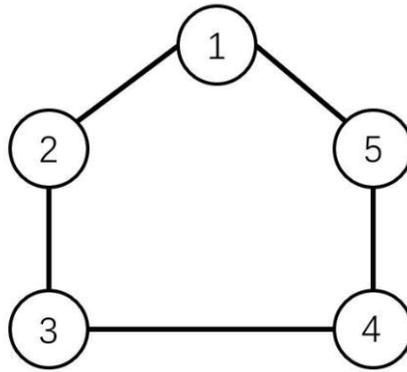


图 1 拓扑图

Figure 1 Topological graph

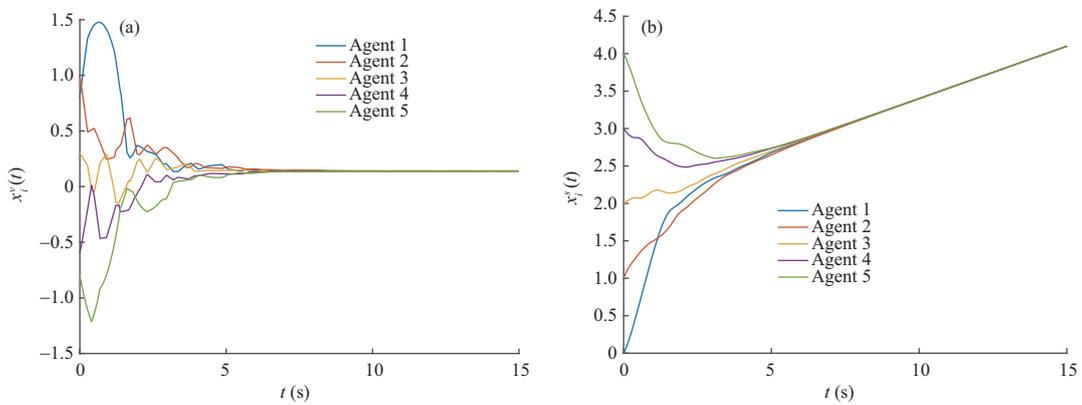


图 2 (网络版彩图) 多智能体系统的 (a) 速度状态和 (b) 位置状态

Figure 2 (Color online) Speed status (a) and location status (b) of the multi-agent system

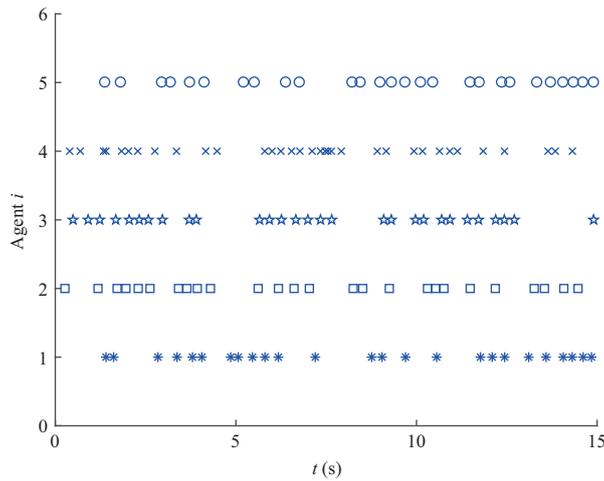


图 3 (网络版彩图) 触发时刻

Figure 3 (Color online) Event-triggering moments

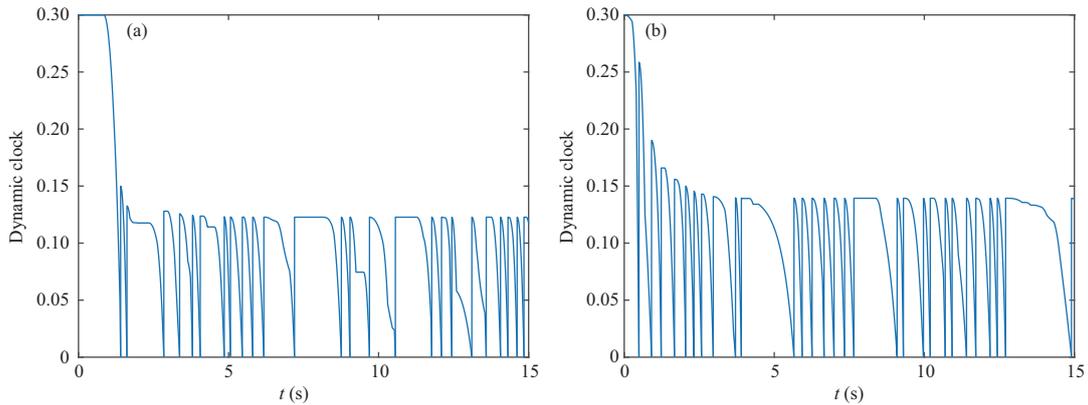


图 4 (网络版彩图) 智能体 1 (a) 和智能体 3 (b) 的动态时钟

Figure 4 (Color online) Dynamic clocks of Agent 1 (a) and Agent 3 (b)

表 1 本文事件触发控制策略下各智能体的触发次数

Table 1 Trigger times of each agent under the proposed event-triggered control strategy

Agent 1	Agent 2	Agent 3	Agent 4	Agent 5	Total
25	26	29	34	27	141

表 2 事件触发机制的触发次数与时间触发机制的采样次数的比值 (%)

Table 2 Ratios (%) of trigger times of the event-triggered mechanism to sampling times of the time-triggered mechanism

Agent 1	Agent 2	Agent 3	Agent 4	Agent 5	Total
0.1667	0.1733	0.1933	0.2267	0.1800	0.1880

数值仿真示例中用到的采样周期为 0.001 s, 如果采用传统的时间触发控制策略, 15 s 内每个智能体都应触发 15000 次, 也就是说每个智能体都应向邻居发送 15000 次信息. 表 1 和 2 给出了本文提出的事件触发控制策略下各智能体的触发次数, 并与同时段的时间触发采样次数进行了对比, 结果表明, 在本文的事件触发控制策略下, 每个智能体只需向邻居发送数 10 次信息, 触发次数大幅减少, 极大降低了通信频次, 减少了对通信资源的消耗.

## 5 结论

本文提出了一种基于自适应动态时钟的完全分布式事件触发机制, 用于解决无向通信拓扑下二阶多智能体系统的一致性问题. 每个智能体根据自身的动态时钟来决定自身的触发时刻, 只在自身触发时刻向邻居广播自身的状态信息, 实现渐近一致性的同时减小了系统的能量耗散, 节省了通信资源. 此外, 证明了每个智能体任意两次触发间隔都大于一个正的下界, 这确保了不会发生 Zeno 行为. 最后, 仿真示例进一步验证了结果的有效性. 未来工作一方面考虑将本文的结论拓展到有向拓扑, 另一方面将结合本文的设计思想对高阶系统进行进一步探讨.

## 参考文献

- 1 Lee H, Min S D, Choi M-H, et al. Multi-agent system for fault tolerance in wireless sensor networks. *KSII Trans Internet Inf Syst*, 2016, 10: 1321–1332

- 2 McArthur S D J, Davidson E M, Catterson V M, et al. Multi-agent systems for power engineering applications-part II: technologies, standards, and tools for building multi-agent systems. *IEEE Trans Power Syst*, 2007, 22: 1753–1759
- 3 Schetter T, Campbell M, Surka D. Multiple agent-based autonomy for satellite constellations. *Artif Intell*, 2003, 145: 147–180
- 4 Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules. *IEEE Trans Automat Contr*, 2013, 48: 988–1001
- 5 Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multivehicle cooperative control. *IEEE Signal Process Mag*, 2007, 27: 71–82
- 6 Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems. *Proc IEEE*, 2007, 95: 215–233
- 7 Cao Y, Yu W, Ren W, et al. An overview of recent progress in the study of distributed multi-agent coordination. *IEEE Trans Ind Inf*, 2013, 9: 427–438
- 8 Qin J, Ma Q, Shi Y, et al. Recent advances in consensus of multi-agent systems: a brief survey. *IEEE Trans Ind Electron*, 2017, 64: 4972–4983
- 9 Ren W, Atkins E. Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange. *Int J Robust Nonlin Control*, 2007, 17: 1002–1033
- 10 Yu W W, Chen G R, Cao M. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems. *Automatica*, 2010, 46: 1089–1095
- 11 Nowzari C, Garcia E, Cortés J. Event-triggered communication and control of networked systems for multi-agent consensus. *Automatica*, 2019, 105: 1–27
- 12 Ding L, Han Q L, Ge X, et al. An overview of recent advances in event-triggered consensus of multiagent systems. *IEEE Trans Cybern*, 2018, 48: 1110–1123
- 13 Dimarogonas D V, Frazzoli E, Johansson K H. Distributed event-triggered control for multi-agent systems. *IEEE Trans Automat Contr*, 2012, 57: 1291–1297
- 14 Nowzari C, Cortés J. Distributed event-triggered coordination for average consensus on weight-balanced digraphs. *Automatica*, 2016, 68: 237–244
- 15 Berneburg J, Nowzari C. Robust dynamic event-triggered coordination with a designable minimum interevent time. *IEEE Trans Automat Contr*, 2021, 66: 3417–3428
- 16 Berneburg J, Nowzari C. Distributed dynamic event-triggered coordination with a designable minimum inter-event time. In: *Proceedings of American Control Conference*. Philadelphia: IEEE, 2019. 1424–1429
- 17 Yi X, Liu K, Dimarogonas D V, et al. Dynamic event-triggered and self-triggered control for multi-agent systems. *IEEE Trans Automat Contr*, 2019, 64: 3300–3307
- 18 Zhao H B, Meng X Y, Wu S T. Distributed edge-based event-triggered coordination control for multi-agent systems. *Automatica*, 2021, 132: 109797
- 19 Seyboth G S, Dimarogonas D V, Johansson K H. Event-based broadcasting for multi-agent average consensus. *Automatica*, 2013, 49: 245–252
- 20 Chen S M, Shao S, Jiang G L. Distributed event-triggered fixed-time scaled consensus control for second order multi-agent systems. *Acta Autom Sin*, 2022, 48: 261–270 [陈世明, 邵赛, 姜根兰. 基于事件触发二阶多智能体系统的固定时间比例一致性. *自动化学报*, 2022, 48: 261–270]
- 21 Huang H W, Huang T M, Wu S, et al. Leader-following consensus of second-order multi-agent systems via event-triggered control. *Control Decis*, 2016, 31: 835–841 [黄红伟, 黄天民, 吴胜, 等. 基于事件触发的二阶多智能体领导跟随一致性. *控制与决策*, 2016, 31: 835–841]
- 22 Zhou D, Zhang A, Yang P. Fixed-time event-triggered consensus of second-order multi-agent systems with fully continuous communication free. *IET Control Theor Appl*, 2020, 14: 2385–2394
- 23 Yu M, Wang H F, Xie G M, et al. Event-triggered circle formation control for second-order-agent system. *Neurocomputing*, 2018, 275: 462–469
- 24 Luo Y P, Zhu W L. Event-triggered H-infinity finite-time consensus control for nonlinear second-order multi-agent

- systems with disturbances. *Adv Differ Equ*, 2021, 315: 1–19
- 25 Li Z X, Yan J, Yu W W, et al. Adaptive event-triggered control for unknown second-order nonlinear multiagent systems. *IEEE Trans Cybern*, 2021, 51: 6131–6140
- 26 Li T, Qiu Q, Zhao C J. A fully distributed protocol with an event-triggered communication strategy for second-order multi-agent systems consensus with nonlinear dynamics. *Sensors*, 2021, 21: 4059–4075
- 27 Liu Z D, Zhang A C, Qiu J L, et al. Event-triggered control of second-order nonlinear multi-agent systems with directed topology. *Neurocomputing*, 2021, 452: 820–826
- 28 Xiao M, Liu Z T, Su H Y. Distributed event-triggered adaptive control for second-order nonlinear uncertain multi-agent systems. *Chin J Aeronautics*, 2021, 34: 237–247
- 29 Cheng B, Li Z K. Fully distributed event-triggered protocols for linear multiagent networks. *IEEE Trans Automat Contr*, 2019, 64: 1655–1662
- 30 He W, Xu B, Han Q L, et al. Adaptive consensus control of linear multiagent systems with dynamic event-triggered strategies. *IEEE Trans Cybern*, 2020, 50: 2996–3008
- 31 Chen S M, Shao S. Distributed event-triggered fixed-time consensus control for multi-agent systems with nonlinear uncertainties. *Control Theory Appl*, 2019, 36: 1606–1614 [陈世明, 邵赛. 基于事件触发非线性多智能体系统的固定时间一致性. *控制理论与应用*, 2019, 36: 1606–1614]
- 32 Liu L, Shan J J. Event-triggered consensus of nonlinear multi-agent systems with stochastic switching topology. *J Franklin Inst*, 2017, 354: 5350–5373
- 33 Gao J, Li J, Pan H, et al. Consensus via event-triggered strategy of nonlinear multi-agent systems with Markovian switching topologies. *ISA Trans*, 2020, 104: 122–129
- 34 Ge X H, Han Q L, Zhang X M, et al. Dynamic event-triggered control and estimation: a survey. *Int J Autom Comput*, 2021, 18: 857–886
- 35 Qian Y Y, Wan Y. Design of distributed adaptive event-triggered consensus control strategies with positive minimum inter-event times. *Automatica*, 2021, 133: 109837
- 36 Branicky M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems. *IEEE Trans Automat Contr*, 1998, 43: 475–482

## Fully distributed consensus control for second-order multi-agent systems based on adaptive dynamic clock communication

Jia DENG<sup>1,2</sup>, Fuyong WANG<sup>1,2\*</sup>, Zhongxin LIU<sup>1,2</sup> & Zengqiang CHEN<sup>1,2</sup>

1. *College of Artificial Intelligence, Nankai University, Tianjin 300350, China;*

2. *Tianjin Key Laboratory of Intelligent Robotics, Nankai University, Tianjin 300350, China*

\* Corresponding author. E-mail: wangfy@nankai.edu.cn

**Abstract** This paper proposes a novel event-triggered control strategy based on an adaptive dynamic clock to address the consensus problem of second-order multi-agent systems with undirected communication topology. The agent determines the triggering time according to its dynamic clock, adaptively resets the clock, and broadcasts its state information to neighbors at the triggering time. Each agent only obtains the status information of its neighbors at the triggering time and updates the clock and control signals based on its own state and the status of its neighbors at the triggering time. It does not require real-time status information from neighbors and does not rely on any global communication topology information. The designed control strategy is completely distributed and effectively avoids continuous communication. Using the Lyapunov stability analysis method and algebraic graph theory, it is proved that the proposed control strategy can ensure that the system is asymptotically stable and does not exhibit Zeno behavior. Finally, the effectiveness of the proposed dynamic event-triggered control strategy is demonstrated by a simulation example.

**Keywords** fully distributed consensus, multi-agent systems, event-triggered control, adaptive dynamic clock, Zeno behavior