

论文

基于事件触发机制的多四旋翼无人机鲁棒自适应滑模姿态控制

李鸿一^{1,2}, 王琰^{1,2}, 姚得银^{1,2}, 周琪^{1,2}, 鲁仁全^{1,2*}

1. 广东工业大学自动化学院, 广州 510006

2. 广东省智能决策与协同控制重点实验室(广东工业大学), 广州 510006

* 通信作者. E-mail: lurenquan2012@163.com

收稿日期: 2021-10-20; 修回日期: 2021-12-25; 接受日期: 2022-01-19; 网络出版日期: 2023-01-11

国家自然科学基金(批准号: 62121004, 62033003, 61973091, 62003098)、广东省专项支持计划地方创新与研究团队项目(批准号: 2019BT02X353)和广东省重点领域研究发展计划(批准号: 2021B0101410005)资助项目

摘要 针对一类具有外部干扰的多四旋翼无人机姿态系统, 研究其在无向拓扑下的姿态跟踪问题, 提出一种基于事件触发机制的鲁棒自适应滑模控制方法。首先, 建立多四旋翼无人机的姿态动力学模型, 并引入干扰观测器, 对系统受到的未知外部干扰进行估计。其次, 为了节约四旋翼无人机的网络传输资源, 本文在传感器和控制器之间引入事件触发机制, 并结合鲁棒滑模控制算法, 设计基于事件触发的鲁棒自适应滑模控制器。此外, 通过 Lyapunov 稳定性理论证明闭环系统中所有信号最终有界, 并证明所设计的事件触发机制能够有效避免 Zeno 行为。最后, 仿真结果验证所提控制方法的有效性。

关键词 滑模控制, 事件触发机制, 干扰观测器, 姿态跟踪, 多四旋翼无人机系统

1 引言

在过去的几十年里, 多四旋翼无人机(multi-quadrotor unmanned aerial vehicles, MQUAVs)因其体积小、速度快、开销低等特点, 在军、民领域得到了普遍的应用^[1~3]。姿态控制作为无人机(unmanned aerial vehicle, UAV)稳定飞行的基础, 得到越来越多的关注^[4, 5]。在飞行过程中, UAV往往会影响到外部环境干扰的影响, 使得系统稳定性降低, 因此针对MQUAVs姿态系统, 研究其鲁棒控制是十分有必要的。目前针对这一问题, 已经提出了许多控制策略, 如PID控制^[6, 7]、自适应反推控制^[8, 9]和滑模控制(sliding mode control, SMC)^[10, 11]等, 其中, PID控制方法虽然具有适应性强、鲁棒性高和算法简单的优点, 但在实际工业生产中难以建立精确的数学模型, 且需不断调整参数, 控制效果欠佳。自适应反推控制可显著提高系统跟踪精度, 对参数不确定性具有一定的鲁棒性, 却难以保证系统达到稳定平衡, 还会引发“复杂度爆炸”问题。相对于PID控制和自适应反推控制, SMC具有响应快速、瞬态

引用格式: 李鸿一, 王琰, 姚得银, 等. 基于事件触发机制的多四旋翼无人机鲁棒自适应滑模姿态控制. 中国科学: 信息科学, 2023, 53: 66–80, doi: 10.1360/SSI-2021-0358
Li H Y, Wang Y, Yao D Y, et al. Robust adaptive sliding mode attitude control of MQUAVs based on event-triggered mechanism (in Chinese). Sci Sin Inform, 2023, 53: 66–80, doi: 10.1360/SSI-2021-0358

性能良好、鲁棒性强和对有界干扰不敏感的优势,因此被广泛应用于非线性系统的研究^[12~14],其中,Zheng 等^[12]针对 UAV 的位置与姿态跟踪控制问题,构造一种二阶滑模控制器,保证了 UAV 的精准跟踪。针对含有未知干扰的二阶非线性 UAV 系统,Zhao 等^[13]采用 SMC 算法补偿非匹配干扰,且设计鲁棒控制器实现 UAV 的渐近跟踪和稳定。然而,上述 SMC 方法参数设计相对复杂,计算难度较大。

此外,在实际飞行过程中,UAV 易受到外界环境的干扰,虽然 SMC 方法可以提高系统抗干扰能力,但往往需要通过很大的切换增益抑制外界干扰,这会引起系统的抖振问题,因此需要提出一种有效抑制外界干扰的控制方法。就这一问题而言,Kawamura 等^[15]针对双轴平面关节型机器人系统,提出了一种基于干扰观测器的 SMC 策略,大大地削弱了系统的抖振。随后,该方法被扩展到多种控制系统中^[16,17],其中, Kim 等^[16]针对遭受较强外部干扰的永磁同步电机系统,提出了基于干扰观测器的 SMC 方案,有效地削弱了系统的抖振。如今这种方法也普遍应用到 UAV 系统中,例如,Chen 等^[18]针对 UAV 非线性系统,提出了基于干扰观测器的 SMC 方法,实现了笛卡尔(Descartes)位置轨迹跟踪,不仅对外部干扰进行精确估计,而且有效地减弱了抖振。由此可知,SMC 和干扰观测器相结合的方法可有效地抑制外界干扰和抖振问题。但是,以上研究均没有考虑到网络通讯资源有限问题,这在控制器的设计过程中有待进一步研究。

MQUAVs 系统需要 UAV 与其邻居 UAV 进行信息交互,采用的交互方式为传统的固定采样控制,该方案通过固定的采样频率对系统信息进行传输,从而造成系统通信资源的浪费。因此,为了节约有限的通信资源,事件触发控制方法被提出。为了实现提高系统通信资源利用率的目的,与传统的固定采样控制方案不同,事件触发是仅在满足预先设计的检测条件时才进行信号传输的一种控制模式。Wang 等^[19]针对 MQUAVs 系统的有限时间编队控制问题,提出了一种基于事件触发机制的自适应终端 SMC,节省了系统的控制更新时间,达到了节约通信资源的目的。Guo 等^[20]针对具有不确定干扰的多智能体系统,对于其连续通信问题,设计了基于事件触发的固定时间控制协议,不仅降低了系统的控制能耗,而且保证了系统状态在固定时间内收敛。

受上述讨论的启发,本文将事件触发机制与 SMC 算法相结合,研究具有外界干扰的 MQUAVs 系统姿态跟踪控制问题。本文的主要贡献点如下:(1)不同于文献[21~23],本文构造一个干扰观测器来估计系统的未知干扰,不仅能够补偿外界干扰给系统带来的影响,而且放宽 SMC 中对不确定性上界的要求。同时,将干扰估计值反馈到滑模控制器中,减小系统的抖振。(2)线性滑模面不同于积分滑模面、终端滑模面等^[24~27],它可以使系统获得结构简单、降维的滑动模态动力学方程。因此,本文通过设计线性滑模面以降低系统计算复杂度,并保证 MQUAVs 协同稳定飞行。(3)不同于传统的时间触发机制^[28,29],本文为提高系统的网络资源利用率,在传感器和控制器之间引入基于固定阈值的事件触发机制。将事件触发机制与 SMC 算法相结合,并应用到 MQUAVs 系统中,更适用于实际飞行。

本文的组织结构如下:第 2 节详细介绍系统的数学模型和相关假设及引理;第 3 节提出一种基于事件触发的滑模控制设计方案;第 4 节给出稳定性证明和事件触发机制的可行性分析;第 5 节通过仿真研究验证该方法的有效性;第 6 节对本文进行总结。

2 问题阐述及准备

2.1 代数图论

本文用一个无向图来描述 N 架 UAV 之间的网络拓扑,表示为 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$,其中, $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示无向图的节点集, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示无向图的边集。 (i, j) 表示节点 i 与 j 相邻,当 $(i, j) \in \mathcal{E}$ 时,

$a_{ij} = 1$, 否则, $a_{ij} = 0$. 假设拓扑图中不存在自环, 即 $a_{ii} = 0$. 节点 i 的相邻集表示为 $\mathcal{N}_i = \{j | a_{ij} = 1\}$. 令 $|\mathcal{N}_i|$ 表示集合 \mathcal{N}_i 的基数. 拉普拉斯 (Laplace) 矩阵 $\mathcal{L} = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$, 定义为

$$l_{ij} = \begin{cases} -a_{ij}, & j \neq i, \\ |\mathcal{N}_i|, & j = i. \end{cases} \quad (1)$$

MQUAVs 系统中只有领航 UAV 能直接接收到姿态角信号, 将给定姿态角信号当作编号为 0 的领航 UAV 的输出. 用对角阵 $\mathcal{B} = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_N\}$ 表示领航者和跟随者之间的通信拓扑结构. 如果第 i 个 UAV 可以和领航者通信, 则 $b_i > 0$, 否则, $b_i = 0$.

2.2 问题阐述

本文考虑具有一个领航者和 N 个跟随者的 MQUAVs 姿态系统, 第 i 个 UAV 姿态系统的数学模型可以描述如下:

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_i = u_{i\theta} - \frac{lK}{J_{i\theta}} \dot{\theta}_i + d_{i\theta}, \\ \ddot{\psi}_i = u_{i\psi} - \frac{lK}{J_{i\psi}} \dot{\psi}_i + d_{i\psi}, \\ \ddot{\varphi}_i = u_{i\varphi} - \frac{lK}{J_{i\varphi}} \dot{\varphi}_i + d_{i\varphi}, \end{cases} \quad (2)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, N$, $\theta_i, \psi_i, \varphi_i$ 分别表示 UAV 的俯仰角、偏航角、滚转角, $u_{i\theta}, u_{i\psi}, u_{i\varphi}$ 分别是 UAV 3 个姿态角通道的控制输入, l 为 UAV 重心到机翼末端的距离, K 为系统的阻力系数, $J_{i\theta}, J_{i\psi}, J_{i\varphi}$ 分别为围绕机体坐标系的 x, y, z 轴的转动惯量, $d_{i\theta}, d_{i\psi}, d_{i\varphi}$ 表示系统的外部干扰.

为了更好地实现姿态角跟踪, 第 i 个 UAV 的动力学模型转化为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\Theta}_i(t) = \omega_i(t), \quad \Theta_i \in \mathbb{R}^3, \\ \dot{\omega}_i(t) = U_i(t) - lK J_i^{-1} \omega_i(t) + d_i(t), \quad \omega_i \in \mathbb{R}^3, \end{cases} \quad (3)$$

其中, \mathbb{R}^3 为 3 维实向量集. 第 i 个 UAV 的欧拉角 (Euler angles) 及其角速度分别表示为 $\Theta_i = [\theta_i, \psi_i, \varphi_i]^T$, $\omega_i = [\dot{\theta}_i, \dot{\psi}_i, \dot{\varphi}_i]^T$. 系统的控制输入为 $U_i = [u_{i\theta}, u_{i\psi}, u_{i\varphi}]^T$. 系统转动惯量矩阵表示为 $J_i = \text{diag}\{J_{i\theta}, J_{i\psi}, J_{i\varphi}\}$. 系统的外部干扰表示为 $d_i = [d_{i\theta}, d_{i\psi}, d_{i\varphi}]^T$.

领航者的动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{\Theta}_0(t) = \omega_0(t), \quad \Theta_0 \in \mathbb{R}^3, \\ \dot{\omega}_0(t) = U_0(t) - lK J_0^{-1} \omega_0(t), \quad \omega_0 \in \mathbb{R}^3, \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\Theta_0(t)$, $\omega_0(t)$, $U_0(t)$ 分别为领航者的欧拉角、角速度和控制输入. $\Theta_0 = [\theta_0, \psi_0, \varphi_0]^T$, $\omega_0 = [\dot{\theta}_0, \dot{\psi}_0, \dot{\varphi}_0]^T$, $U_0 = [u_{0\theta}, u_{0\psi}, u_{0\varphi}]^T$.

本文的目的是设计一种基于事件触发的滑模控制器, 以保证 MQUAVs 跟随者系统 (2) 的所有信号最终有界. 为了实现以上控制目标, 给出以下定义.

定义1 ([30]) 对于第 i 个 UAV, 若 $\inf_k \{t_{k+1}^i - t_k^i\} > 0$, 闭环系统不会出现 Zeno 行为, 这意味着系统在有限时间内不会发生无数次的事件触发. 其中, $\inf\{\cdot\}$ 表示下确界, t_k^i 为第 i 个 UAV 第 k 个触发时刻, 其下一触发时刻为 t_{k+1}^i .

在理想的 SMC 中, 当系统的状态到达滑模面后, 轨迹将沿滑模面移动。然而, 在实际的 SMC 中, 所得到的滑模动力学轨迹会收敛到原点附近的某个有界区域, 这通常被称为准滑模带 (practical sliding mode band, PSMB), 其具体定义如下。

定义2 ([31]) 确定任意 $\Delta > 0$, 如果存在 $t^* \geq 0$ 使得滑模面满足: $\|S(t)\| \leq \Delta$, 则对任意 $t \geq t^*$, Δ 被称为 PSMB。

针对 MQUAVs 一致最终有界姿态跟踪问题, 定义姿态系统的一致性误差为

$$\begin{cases} e_{\Theta i}(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij}(\Theta_i(t) - \Theta_j(t)) + b_i(\Theta_i(t) - \Theta_0(t)), \\ e_{\omega i}(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij}(\omega_i(t) - \omega_j(t)) + b_i(\omega_i(t) - \omega_0(t)), \end{cases} \quad (5)$$

其中, $e_{\Theta i}(t) = [e_{\Theta i\theta}(t), e_{\Theta i\psi}(t), e_{\Theta i\varphi}(t)]^T$, $e_{\omega i}(t) = [e_{\omega i\theta}(t), e_{\omega i\psi}(t), e_{\omega i\varphi}(t)]^T$.

然后, 对式 (5) 求导可得

$$\begin{cases} \dot{e}_{\Theta i}(t) = e_{\omega i}(t), \\ \dot{e}_{\omega i}(t) = \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i \right) (U_i(t) - lKJ_i^{-1}\omega_i(t) + d_i(t)) - \sum_{j=1}^N a_{ij}(U_j(t) - lKJ_j^{-1}\omega_j(t) \\ \quad + d_j(t)) - b_i\ddot{\Theta}_0(t). \end{cases} \quad (6)$$

为了得到本文的主要结果, 给出如下假设和引理。

假设1 ([32]) 系统的外部干扰 d_i ($i = 1, 2, \dots, N$) 及其一阶导数均有界, 即 $\|d_i(t)\| \leq D$, $\|\dot{d}_i(t)\| \leq \bar{D}$, 且 D 和 \bar{D} 均为大于零的常数。

假设2 ([33]) 对于任意时刻 $t > 0$, 有 $\|\ddot{\Theta}_i(t)\| \leq m$, 且 m 为正常数。

假设3 考虑欧拉角范围 $\theta_i \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $\psi_i \in [-\pi, \pi]$, $\varphi_i \in [-\pi, \pi]$, 即满足 $\|\omega_i(t)\| \leq W$, 且 W 为正常数。

引理1 ([34]) Young's 不等式: 如果 m, n, p 和 q 为正实数, 且 p, q 满足 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, 那么有不等式 $mn \leq \frac{1}{p}m^p + \frac{1}{q}n^q$ 成立。

3 控制器设计

3.1 滑模面设计

针对第 i 个 UAV, 构造线性滑模面如下:

$$S_i(t) = ce_{\Theta i}(t) + e_{\omega i}(t), \quad (7)$$

其中, $S_i(t) = [S_{i\theta}(t), S_{i\psi}(t), S_{i\varphi}(t)]^T$, 且满足系数 $c > 0$ 。

为了便于分析, 将构造的滑模面写成以下形式:

$$S(t) = ce_{\Theta}(t) + e_{\omega}(t), \quad (8)$$

其中, $S(t) = [S_1^T(t), \dots, S_N^T(t)]^T$, $e_{\Theta}(t) = [e_{\Theta 1}^T(t), \dots, e_{\Theta N}^T(t)]^T$, $e_{\omega}(t) = [e_{\omega 1}^T(t), \dots, e_{\omega N}^T(t)]^T$.

3.2 干扰观测器设计

为了估计系统遭受的外界未知干扰, 设计如下的干扰观测器^[35]:

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_i(t) = \hat{Z}_i(t) + \xi_i \omega_i(t), \\ \dot{\hat{Z}}_i(t) = -\xi_i(U_i(t) - lKJ_i^{-1}\omega_i(t) + \hat{d}_i(t)), \end{cases} \quad (9)$$

其中, $\hat{d}_i(t)$ 是干扰 $d_i(t)$ 的估计值, $\hat{Z}_i(t)$ 为干扰观测器的辅助系统状态, ξ_i 为设计参数, 且满足 $\xi_i > 0$. 定义干扰误差 $\tilde{d}_i(t) = d_i(t) - \hat{d}_i(t)$, 则通过式 (9) 设计的干扰观测器, 可推导出

$$\dot{\tilde{d}}_i(t) = \dot{d}_i(t) - \xi_i \tilde{d}_i(t). \quad (10)$$

3.3 事件触发滑模控制器设计

为了保证系统所有输出信号最终有界, 本小节设计基于事件触发机制的滑模控制器, 以达到充分利用网络资源的目的. 在事件触发控制策略中, 假设 $\{t_k^i\}_{k=0}^\infty$ 是第 i 个 UAV 的触发时间序列. 控制信号在触发时刻 t_k^i 处更新并保持恒定, 直到下一次触发时刻 t_{k+1}^i . 通过控制器的离散执行, 对于所有的 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$, 定义测量误差如下:

$$\begin{cases} \tilde{e}_{\Theta i}(t) = e_{\Theta i}(t) - e_{\Theta i}(t_k^i), \\ \tilde{e}_{\omega i}(t) = e_{\omega i}(t) - e_{\omega i}(t_k^i), \\ \bar{e}_{\Theta 0}(t) = \Theta_0(t) - \Theta_0(t_k^i), \end{cases} \quad (11)$$

其中, $\bar{e}_{\Theta 0}(t) = [\bar{e}_{\Theta 0\theta}(t), \bar{e}_{\Theta 0\psi}(t), \bar{e}_{\Theta 0\varphi}(t)]^T$. 在不失一般性的情况下, 假设 $t_0^i = 0$.

为了节约系统有限的网络资源, 在 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$ 时, 设计事件触发条件如下:

$$t_{k+1}^i = \inf\{t : t > t_k^i, \|C\| \|\tilde{e}_i(t)\| \geq \alpha\}, \quad \alpha > 0, \quad (12)$$

其中, $\tilde{e}_i(t) = [\tilde{e}_{\Theta i}^T(t), \tilde{e}_{\omega i}^T(t)]^T$, 矩阵 $C = [cI_3, I_3]$.

第 i 个 UAV 的事件触发控制器设计为^[36]

$$U_i(t) = \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i \right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} U_j(t) - c e_{\omega i}(t_k^i) + b_i \ddot{\Theta}_0(t_k^i) - k \mathfrak{S}_i(t_k^i) \operatorname{sgn}(S_i(t_k^i)) \right) - \hat{d}_i(t), \quad (13)$$

其中, $\mathfrak{S}_i(t_k^i) = \operatorname{diag}\{\|S_{i\theta}(t_k^i)\|, \|S_{i\psi}(t_k^i)\|, \|S_{i\varphi}(t_k^i)\|\}$, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 为符号函数. 增益 k 表示耦合强度, 且满足 $k > 1 + 0.5 |\mathcal{N}_i| \gamma_i + 0.5(|\mathcal{N}_i| + b_i) \rho_i + 0.5(|\mathcal{N}_i| + b_i) \eta_i + 0.5 |\mathcal{N}_i| \beta_i$. $\gamma_i, \rho_i, \eta_i, \beta_i$ 为需要设计的正参数.

4 系统稳定性证明

4.1 系统稳定性分析

定理1 在事件触发条件 (12) 和事件触发滑模控制协议 (13) 同时存在的情形下, 系统状态轨迹能够在有限时间内被驱动到 PSMB, 有

$$\Omega = \{e(t) \in \mathbb{R}^{6N} : \|S(t)\| < \alpha\}, \quad (14)$$

其中, $e(t) = [e_1^T(t), \dots, e_N^T(t)]^T$.

证明 选择如下的 Lyapunov 函数^[37]:

$$V(t) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} S_i^T(t) S_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \tilde{d}_i^T(t) \tilde{d}_i(t). \quad (15)$$

Lyapunov 函数 V 对于时间 t 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^N S_i^T(t) \dot{S}_i(t) + \sum_{i=1}^N \tilde{d}_i^T(t) \dot{\tilde{d}}_i(t) \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{\iota \in \Lambda} \left(S_{i\iota}(t) \dot{S}_{i\iota}(t) + \tilde{d}_{i\iota}(t) \dot{\tilde{d}}_{i\iota}(t) \right), \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $\iota \in \Lambda = \{\theta, \psi, \varphi\}$.

将事件触发滑模控制律 (13) 代入式 (16) 中得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^N \sum_{\iota \in \Lambda} \left(S_{i\iota}(t) (c \dot{e}_{\Theta i\iota}(t) + \dot{e}_{\omega i\iota}(t)) + \tilde{d}_{i\iota}(t) \dot{\tilde{d}}_{i\iota}(t) \right) \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{\iota \in \Lambda} \left(S_{i\iota}(t) (c e_{\omega i\iota}(t) + \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i \right) (u_{i\iota}(t) - \frac{lK}{J_{i\iota}} \omega_{i\iota}(t) + d_{i\iota}(t)) - \sum_{j=1}^N a_{ij} (u_{j\iota}(t) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{lK}{J_{j\iota}} \omega_{j\iota}(t) + d_{j\iota}(t)) - b_i \ddot{\Theta}_{0\iota}(t) + \tilde{d}_{i\iota}(t) \dot{\tilde{d}}_{i\iota}(t) \right) \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{\iota \in \Lambda} \left(S_{i\iota}(t) c \tilde{e}_{\omega i\iota}(t) - S_{i\iota}(t) b_i \ddot{\epsilon}_{\Theta 0\iota}(t) - S_{i\iota}(t) k \|S_{i\iota}(t_k^i)\| \operatorname{sgn}(S_{i\iota}(t_k^i)) + S_{i\iota}(t) \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i \right) \tilde{d}_{i\iota}(t) \right. \\ &\quad \left. - S_{i\iota}(t) \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i \right) \frac{lK}{J_{i\iota}} \omega_{i\iota}(t) + S_{i\iota}(t) \sum_{j=1}^N a_{ij} \frac{lK}{J_{j\iota}} \omega_{j\iota}(t) - S_{i\iota}(t) \sum_{j=1}^N a_{ij} d_{j\iota}(t) + \tilde{d}_{i\iota}(t) \dot{\tilde{d}}_{i\iota}(t) \right). \end{aligned} \quad (17)$$

由 Young's 不等式可知

$$\begin{aligned} \tilde{d}_{i\iota}(t) \dot{\tilde{d}}_{i\iota}(t) &\leq \frac{1}{2} \tilde{d}_{i\iota}^2(t) + \frac{1}{2} \dot{d}_{i\iota}^2(t) - \xi_i \tilde{d}_{i\iota}^2(t), \\ S_{i\iota}(t) c \tilde{e}_{\omega i\iota}(t) &\leq \frac{1}{2} S_{i\iota}^2(t) + \frac{1}{2} c^2 \| \tilde{e}_{\omega i\iota}(t) \|^2, \\ - S_{i\iota}(t) b_i \ddot{\epsilon}_{\Theta 0\iota}(t) &\leq \frac{1}{2} S_{i\iota}^2(t) + \frac{1}{2} b_i^2 \| \ddot{\epsilon}_{\Theta 0\iota}(t) \|^2, \\ \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i \right) S_{i\iota}(t) \tilde{d}_{i\iota}(t) &\leq \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i) \rho_i}{2} S_{i\iota}^2(t) + \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i)}{2 \rho_i} \tilde{d}_{i\iota}^2(t), \\ - \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i \right) S_{i\iota}(t) \frac{lK}{J_{i\iota}} \omega_{i\iota}(t) &\leq \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i) \eta_i}{2} S_{i\iota}^2(t) + \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i) l^2 K^2}{2 \eta_i J_{i\iota}^2} \omega_{i\iota}^2(t). \end{aligned} \quad (18)$$

由于本文考虑的通信拓扑关系是无向的, 有下式成立^[38]:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} S_{i\iota}(t) \frac{lK}{J_{j\iota}} \omega_{j\iota}(t) \leq \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} \frac{\beta_i}{2} S_{i\iota}^2(t) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} \frac{l^2 K^2}{2 \beta_i J_{j\iota}^2} \omega_{j\iota}^2(t)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^N \frac{|\mathcal{N}_i| \beta_i}{2} S_{ii}^2(t) + \sum_{i=1}^N \frac{|\mathcal{N}_i| l^2 K^2}{2 \beta_i J_{ii}^2} \omega_{ii}^2(t), \\
&- \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} S_{ii}(t) d_{ji}(t) \leq \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} \frac{\gamma_i}{2} S_{ii}^2(t) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} \frac{1}{2 \gamma_i} d_{ji}^2(t) \\
&= \sum_{i=1}^N \frac{|\mathcal{N}_i| \gamma_i}{2} S_{ii}^2(t) + \sum_{i=1}^N \frac{|\mathcal{N}_i|}{2 \gamma_i} d_{ii}^2(t). \tag{19}
\end{aligned}$$

将式 (18) 和 (19) 代入式 (17) 可得

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &\leq \sum_{i=1}^N \sum_{\iota \in \Lambda} \left(\frac{1}{2} S_{ii}^2(t) + \frac{1}{2} c^2 \|\tilde{e}_{\omega_{ii}}(t)\|^2 + \frac{1}{2} S_{ii}^2(t) + \frac{1}{2} b_i^2 \|\ddot{\tilde{e}}_{\Theta 0}(t)\|^2 - k S_{ii}(t) \|S_{ii}(t_k^i)\| \operatorname{sgn}(S_{ii}(t_k^i)) \right. \\
&\quad + \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i) \rho_i}{2} S_{ii}^2(t) + \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i)}{2 \rho_i} \tilde{d}_{ii}^2(t) + \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i) \eta_i}{2} S_{ii}^2(t) + \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i) l^2 K^2}{2 \eta_i J_{ii}^2} \omega_{ii}^2(t) \\
&\quad \left. + \frac{|\mathcal{N}_i| \beta_i}{2} S_{ii}^2(t) + \frac{|\mathcal{N}_i| l^2 K^2}{2 \beta_i J_{ii}^2} \omega_{ii}^2(t) + \frac{|\mathcal{N}_i|}{2 \gamma_i} d_{ii}^2(t) + \frac{|\mathcal{N}_i| \gamma_i}{2} S_{ii}^2(t) + \frac{1}{2} \tilde{d}_{ii}^2(t) + \frac{1}{2} \dot{d}_{ii}^2(t) - \frac{2 \xi_i}{2} \tilde{d}_{ii}^2(t) \right) \\
&\leq \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} S_i^T(t) S_i(t) + \frac{1}{2} c^2 \alpha^2 + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} S_i^T(t) S_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} b_i^2 \|\ddot{\tilde{e}}_{\Theta 0}(t)\|^2 + \sum_{i=1}^N \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i) l^2 K^2 W^2}{2 \eta_i \|J_i\|^2} \\
&\quad + \sum_{i=1}^N \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i) \eta_i}{2} S_i^T(t) S_i(t) - \sum_{i=1}^N k S_i^T(t) \mathfrak{S}_i(t_k^i) \operatorname{sgn}(S_i(t_k^i)) + \sum_{i=1}^N \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i) \rho_i}{2} S_i^T(t) S_i(t) \\
&\quad + \sum_{i=1}^N \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i)}{2 \rho_i} \tilde{d}_i^T(t) \tilde{d}_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{|\mathcal{N}_i| \beta_i}{2} S_i^T(t) S_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{|\mathcal{N}_i| l^2 K^2 W^2}{2 \beta_i \|J_i\|^2} + \sum_{i=1}^N \frac{|\mathcal{N}_i| \gamma_i}{2} S_i^T(t) S_i(t) \\
&\quad + \sum_{i=1}^N \frac{|\mathcal{N}_i|}{2 \gamma_i} d_i^T(t) d_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \tilde{d}_i^T(t) \tilde{d}_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \dot{d}_i^T(t) \dot{d}_i(t) - \sum_{i=1}^N \frac{2 \xi_i}{2} \tilde{d}_i^T(t) \tilde{d}_i(t). \tag{20}
\end{aligned}$$

接下来, 分以下 3 种情况证明系统稳定性: (i) 所有滑动轨迹未到达滑模面; (ii) 至少一个滑动轨迹到达相应的滑模面; (iii) 所有滑动轨迹已到达滑模面.

(i) 当系统状态未到达滑模面时, $S_i(t)$ 的符号保持不变, 即 $\operatorname{sgn}(S_i(t_k^i)) = \operatorname{sgn}(S_i(t))$, 令

$$\begin{aligned}
A_i &= 2k - 2 - (|\mathcal{N}_i| + b_i) \rho_i - (|\mathcal{N}_i| + b_i) \eta_i - |\mathcal{N}_i| \beta_i - |\mathcal{N}_i| \gamma_i, \\
B_i &= 2 \xi_i - \frac{|\mathcal{N}_i| + b_i}{\rho_i} - 1, \\
C_i &= \frac{1}{2} b_i^2 \|\ddot{\tilde{e}}_{\Theta 0}(t)\|^2 + \frac{|\mathcal{N}_i| D^2}{2 \gamma_i} + \frac{1}{2} c^2 \alpha^2 + \frac{\bar{D}^2}{2} + \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i) l^2 K^2 W^2}{2 \eta_i \|J_i\|^2} + \frac{|\mathcal{N}_i| l^2 K^2 W^2}{2 \beta_i \|J_i\|^2}. \tag{21}
\end{aligned}$$

式 (20) 可进一步表示为

$$\dot{V}(t) \leq - \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{2} S_i^T(t) S_i(t) - \sum_{i=1}^N \frac{B_i}{2} \tilde{d}_i^T(t) \tilde{d}_i(t) + \sum_{i=1}^N C_i, \tag{22}$$

其中, 选择参数 β_i , ρ_i , γ_i , η_i 和 ξ_i 使得 $A_i > 0$, $B_i > 0$ 成立. 定义 a , b 如下:

$$a = \min\{A_i, B_i\}, \quad b = \sum_{i=1}^N C_i. \tag{23}$$

则式 (22) 可重写为

$$\dot{V}(t) \leq -aV(t) + b. \quad (24)$$

由上式可知 $0 \leq V(t) \leq \frac{b}{a} + [V(0) - \frac{b}{a}] e^{-at}$, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $V(t) \rightarrow \frac{b}{a}$, 可证得 $V(t)$ 中的所有信号最终是有界的.

(ii) 对所有的 $i = 1, 2, \dots, N$, 都有准滑模带 $\Omega_i = \{e_i(t) \in \mathbb{R}^6 : \|S_i(t)\| = \|ce_{\Theta i}(t) + e_{\omega i}(t)\| < \alpha\}$. 假设部分系统轨迹已进入滑模面 Ω_h , 对 $h \in 1, \dots, N$, 有 $\|S_h(t)\| < \alpha$. 因此, 在任意时间间隔 $[t_k^i, t_{k+1}^i]$, 滑动轨迹 $S_h(t)$ 的最大偏差为

$$\begin{aligned} \|S_h(t_k^i) - S_h(t)\| &= \|c(e_{\Theta i}(t_k^i) - e_{\Theta i}(t)) + e_{\omega i}(t_k^i) - e_{\omega i}(t)\| \\ &\leq \|C\| \|\tilde{e}_i(t)\| \\ &< \alpha. \end{aligned} \quad (25)$$

从上述关系可知, 系统轨迹一旦进入 Ω_h , 系统轨迹在这个范围内仍然有界. 因此, Ω_h 是一个正不变的区域. 这对于所有的 Ω_i ($i = 1, 2, \dots, N$) 也是如此. 因此, 系统轨迹最终在所有滑模面附近仍然有界.

(iii) 当所有系统轨迹在滑模面附近有界时, 它在式 (14) 区域内保持有界. 即滑动轨迹在触发时间间隔内的最大偏差为

$$\begin{aligned} \|S(t_k^i) - S(t)\| &= \|c(e_{\Theta}(t_k^i) - e_{\Theta}(t)) + e_{\omega}(t_k^i) - e_{\omega}(t)\| \\ &\leq \|c\tilde{e}_{\Theta}(t) + \tilde{e}_{\omega}(t)\| \\ &< \alpha. \end{aligned} \quad (26)$$

由于上述关系, 当系统轨迹进入 Ω 时, 所有滑动轨迹都有界. 这进一步得出结论, 如果系统轨迹在式 (14) 区域内, 且不离开这个区域, 那么系统轨迹在 Ω 区域中保持有界. 这证明了 Ω 也是一个正不变的区域.

注释1 由式 (12) 和 (14) 可知, 本文的 PSMB 大小依赖于触发阈值, 触发时间间隔随触发阈值的增大而增大. 因此, 设计合适的 PSMB 同时使触发时间间隔较大是系统所期望的目标. 所以, 如何在 PSMB 和触发时间间隔之间获得良好的平衡是未来值得研究的问题.

基于上述讨论, 得出误差系统可以在有限时间内到达 PSMB, 并沿着滑模面来回运动.

定理 1 阐明, 本文设计的事件触发滑模控制器 (13) 可以保证在接近滑模面 $S(t) = 0$ 邻域时滑模的有限时间可达性. 由式 (8) 可得

$$e_{\omega}(t) = -ce_{\Theta}(t) + S(t). \quad (27)$$

式 (27) 可进一步表达为

$$\dot{e}_{\Theta}(t) = -ce_{\Theta}(t) + S(t). \quad (28)$$

本文对误差系统轨迹 $e_{\omega}(t)$ 的稳定性分析如下, 并给出了系统状态轨迹的有界区域.

定理2 考虑误差系统 (5) 和 PSMB, 如果存在 $P > 0$ 和 $Q > 0$, 可以计算出系统的误差轨迹最终区域为

$$\mathfrak{I} = \left\{ e_{\Theta}(t) \in \mathbb{R}^{3N} : \|e_{\Theta}(t)\| \leq \frac{2\alpha \|P\|}{\lambda_{\min}(Q)} \right\}, \quad (29)$$

其中, P 和 Q 满足 $cP + cP^T = Q$, $\lambda_{\min}(\cdot)$ 表示矩阵的最小特征值.

证明 选择合适的 Lyapunov 函数如下:

$$V_1(t) = e_{\Theta}^T(t) P e_{\Theta}(t). \quad (30)$$

对 V_1 进行求导得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= e_{\Theta}^T(t) P \dot{e}_{\Theta}(t) + \dot{e}_{\Theta}^T(t) P e_{\Theta}(t) \\ &= -e_{\Theta}^T(t)(cP + cP^T)e_{\Theta}(t) + e_{\Theta}^T(t)PS(t) + S^T(t)Pe_{\Theta}(t) \\ &< -e_{\Theta}^T(t)(cP + cP^T)e_{\Theta}(t) + \|e_{\Theta}^T(t)\| \|P\| \alpha + \alpha \|P\| \|e_{\Theta}(t)\| \\ &= -e_{\Theta}^T(t)Qe_{\Theta}(t) + 2\|e_{\Theta}^T(t)\| \|P\| \alpha \\ &\leq -\lambda_{\min}(Q) \|e_{\Theta}(t)\|^2 + 2\alpha \|e_{\Theta}(t)\| \|P\|. \end{aligned} \quad (31)$$

从式 (31) 可以推导出, 对于所有的 $e_{\Theta}(t) \notin \mathfrak{I}$, 有 $\dot{V}_1(t) < 0$, 所以 $e_{\Theta}(t)$ 最终会运动到正不变集 \mathfrak{I} . 因此, 误差轨迹的最终区域由式 (29) 决定, 可以推断出误差轨迹 $e_{\Theta}(t)$ 是最终有界的. 值得注意的是, $e_{\Theta}(t)$ 和 $e_{\omega}(t)$ 具有代数关系式 (27), 即 $e_{\omega}(t)$ 最终也是有界的.

4.2 事件触发机制的可行性分析

接下来将通过如下定理说明所提出的事件触发机制不存在 Zeno 行为.

定理3 考虑跟踪误差系统 (5) 以及控制输入 (13), 对于第 i 个 UAV, 可以计算出任意两个连续触发时间的差值 $t_{k+1}^i - t_k^i$ 存在一个正下界 T_i , 其满足

$$T_i \geq \ln \left(1 + \frac{\alpha}{c(\chi(\|e_i(t_k^i)\|) + \kappa)} \right) = \Xi_i > 0, \quad (32)$$

其中, 实值函数 $\chi(\|e_i(t_k^i)\|) = \|e_i(t_k^i)\|$, $\kappa = (|\mathcal{N}_i| + b_i) \|U_i(t)\| + (|\mathcal{N}_i| + b_i) lK W / \|J_i\| + (|\mathcal{N}_i| + b_i) D + b_i m + \sum_{i=1}^N |\mathcal{N}_i| \|U_i(t)\| + \sum_{i=1}^N |\mathcal{N}_i| D + \sum_{i=1}^N lK |\mathcal{N}_i| W / \|J_i\|$.

证明

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \|\tilde{e}_i(t)\| &\leq \|\dot{\tilde{e}}_i(t)\| = \|\dot{e}_i(t)\| \\ &\leq \|\dot{e}_{\Theta i}(t)\| + \|\dot{e}_{\omega i}(t)\| \\ &\leq \|e_{\omega i}(t)\| + \left\| \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i \right) U_i(t) \right\| + \left\| \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i \right) lK J_i^{-1} \omega_i(t) \right\| + \left\| \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i \right) d_i(t) \right\| \\ &\quad + \left\| \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} U_j(t) \right\| + \left\| \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} lK J_j^{-1} \omega_j(t) \right\| + \left\| \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} d_j(t) \right\| + \|b_i \ddot{\Theta}_0(t)\| \\ &\leq \|\tilde{e}_{\omega i}(t)\| + \|e_{\omega i}(t_k^i)\| + (|\mathcal{N}_i| + b_i) \|U_i(t)\| + \frac{(|\mathcal{N}_i| + b_i) lK W}{\|J_i\|} + (|\mathcal{N}_i| + b_i) D \end{aligned}$$

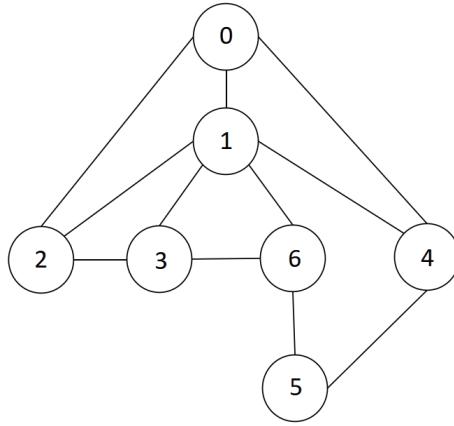


图 1 通信拓扑图
Figure 1 Communication topology

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{i=1}^N |\mathcal{N}_i| \|U_i(t)\| + \sum_{i=1}^N \frac{lK |\mathcal{N}_i| W}{\|J_i\|} + \sum_{i=1}^N |\mathcal{N}_i| D + b_i m \\
 & \leq \|\tilde{e}_i(t)\| + \chi(\|e_i(t_k^i)\|) + \kappa.
 \end{aligned} \tag{33}$$

然后, 对 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i]$, 对微分不等式 (33) 两端进行积分得

$$\|\tilde{e}_i(t)\| \leq (\chi(\|e_i(t_k^i)\|) + \kappa)(e^{t-t_k^i} - 1). \tag{34}$$

当 $t = t_{k+1}^i$ 时, 根据事件触发条件 (12), 可得

$$\alpha \leq c(\chi(\|e_i(t_k^i)\|) + \kappa)(e^{T_i} - 1). \tag{35}$$

由此可以推导出触发区间的下界由式 (32) 决定, 并验证了定理 3. 根据定义 1 可知, 所设计的事件触发控制方案可以有效地避免 Zeno 行为的发生.

5 仿真算例

为了验证本文所设计算法的跟踪效果, 给出了一个数值示例, 其中, 该 MQUAVs 系统包含 1 个领航者和 6 个跟随者, 其通信拓扑结构如图 1 所示. 闭环系统 (3) 和 (4) 相关参数矩阵如下:

$$L = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \text{diag}\{1, 1, 0, 1, 0, 0\}.$$

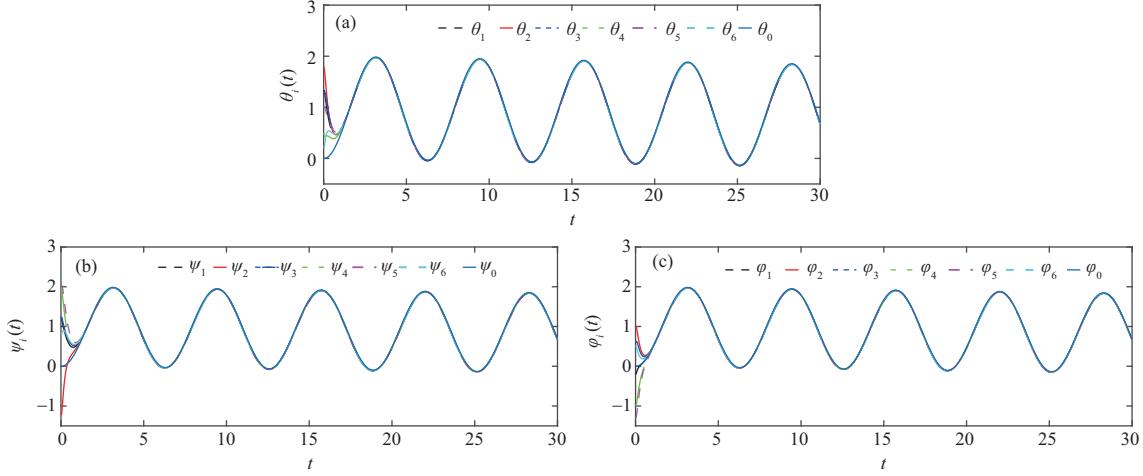


图 2 (网络版彩图) 领航者和 6 个跟随者俯仰角 (a), 偏航角 (b), 滚转角 (c) 的轨迹

Figure 2 (Color online) Pitch angle (a), yaw angle (b), and roll angle (c) trajectories of the leader and six followers

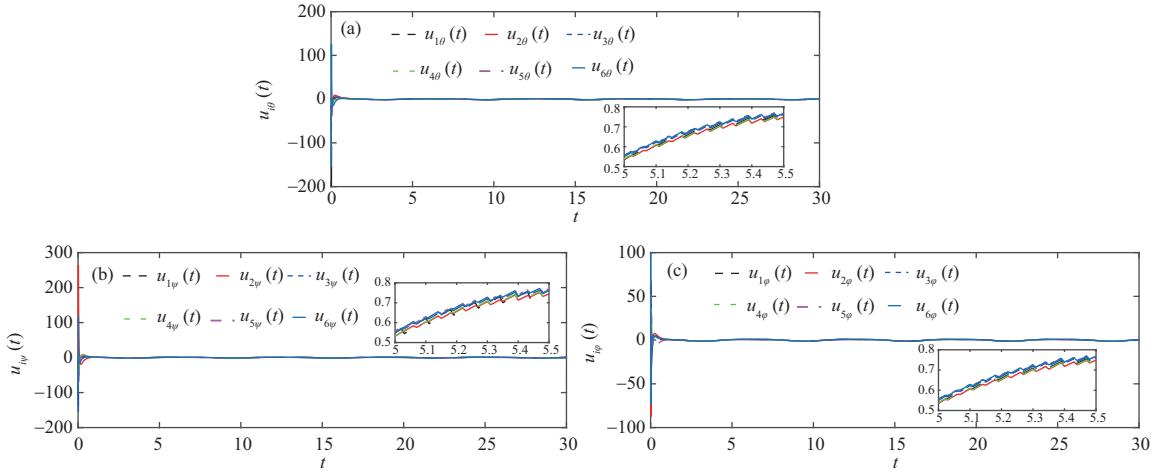


图 3 (网络版彩图) 6 个跟随者俯仰角 (a), 偏航角 (b), 滚转角 (c) 的控制轨迹

Figure 3 (Color online) Control curves of pitch angle (a), yaw angle (b), and roll angle (c) of six followers

考虑每个 UAV 遭受的未知外部干扰 \$d_i(t)\$ 为 \$d_i(t) = [0.25 \cos(2t), 0.25 \cos(2t), 0.25 \cos(2t)]^T\$. 对于领航者, 控制输入可以预先设计为 \$U_0(t) = [\cos(t), \cos(t), \cos(t)]^T\$. 领航者和跟随者的姿态角和角速度的初始条件分别设置为 \$\Theta_0(0) = [0, 0, 0]^T\$, \$\omega_0(0) = [0, 0, 0]^T\$; \$\Theta_1(0) = [1.3, 1.2, -0.2]^T\$, \$\omega_1(0) = [1.6, 0.4, 0.2]^T\$; \$\Theta_2(0) = [1.8, -1.2, 1.0]^T\$, \$\omega_2(0) = [-1.2, -0.8, -0.2]^T\$; \$\Theta_3(0) = [1.3, 1.2, 0.6]^T\$, \$\omega_3(0) = [1.0, 2.0, 0.6]^T\$; \$\Theta_4(0) = [0.5, 2.0, -1.0]^T\$, \$\omega_4(0) = [-1.6, -1.3, 0.6]^T\$; \$\Theta_5(0) = [1.0, 2.0, -1.3]^T\$, \$\omega_5(0) = [1.7, 1.6, 0.4]^T\$; \$\Theta_6(0) = [0.2, 0.8, 0.5]^T\$, \$\omega_6(0) = [1.6, 0.4, -1.0]^T\$.

事件触发滑模控制器 (13) 相关参数 \$c, k, \alpha\$ 选择为 \$c = 4.5\$, \$k = 8.0\$, \$\alpha = 0.02\$. 此外, 其他相关参数分别设计为 \$l = 0.2\$ m, \$K = 0.001\$ Ns/rad, \$J_{i\theta} = J_{i\psi} = 1.25\$ Ns\$^2\$/rad, \$J_{i\varphi} = 2.5\$ Ns\$^2\$/rad, \$\xi_i = 4\$. 对误差系统 (5), 选择状态误差 \$e_{\Theta_i}(t)\$ 为有界区域, 即为 \$\Im = \{e_{\Theta_i}(t) \in \mathbb{R}^3 : \|e_{\Theta_i}(t)\| < 5\}\$. 为了抑制抖振行为, 在仿真中选择了一个连续函数 \$\frac{S_i(t)}{\|S_i(t)\| + 0.02}\$ 代替非连续项 \$\text{sgn}(S_i(t))\$.

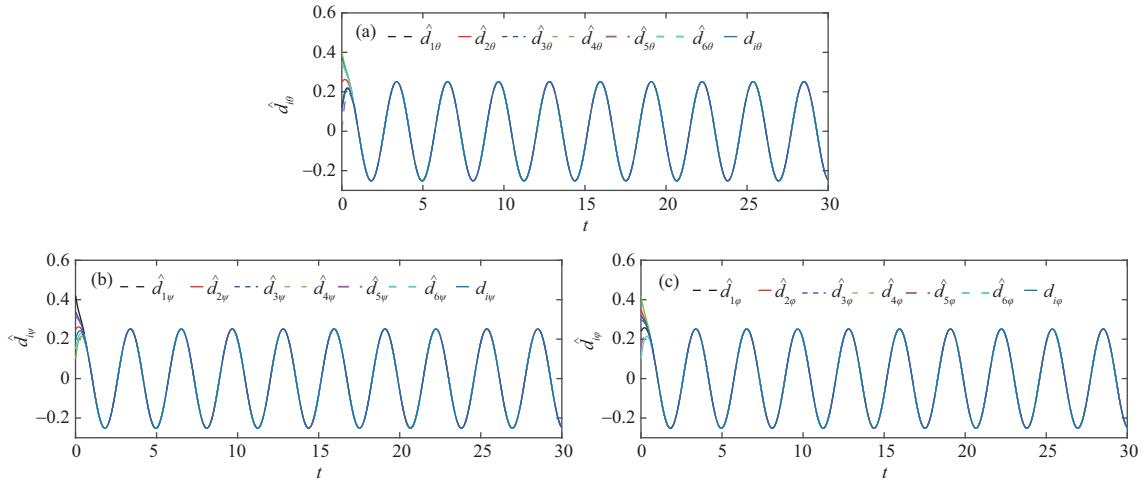


图 4 (网络版彩图) 6 个跟随者俯仰角 (a), 偏航角 (b), 滚转角 (c) 干扰的估计值

Figure 4 (Color online) Estimate values of pitch angle (a), yaw angle (b), and roll angle (c) disturbances of six followers

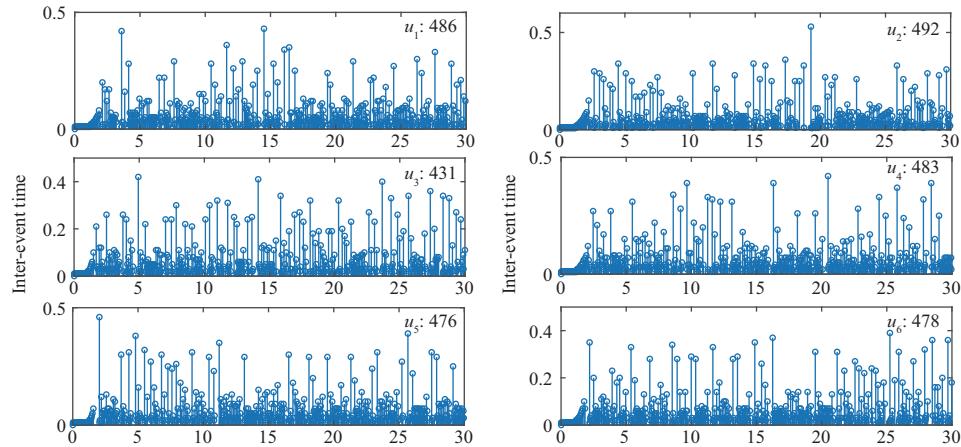


图 5 (网络版彩图) 6 个跟随者的事件触发瞬间

Figure 5 (Color online) Event-triggering moments of six followers

仿真结果如图 2~4 所示. 图 2 为跟随者的姿态角跟踪效果图, 所提出的 SMC 方法使得系统在外界干扰影响下保持良好的跟踪性能. 图 3 为跟随者的事件触发控制信号图, 表明本文提出的方法能够有效降低对通信资源的需求. 图 4 为跟随者姿态角的外界干扰 $d_{i\theta}, d_{i\psi}, d_{i\varphi}$ 的估计值示意图, 6 个跟随者 3 个姿态角的干扰估计值分别与目标轨迹对比, 验证了干扰观测器的有效性. 系统的触发时刻如图 5 所示, 横轴表示发生触发的时刻, 纵轴表示该次触发持续时间, 6 个跟随者控制信号仅在满足触发条件时刻更新, 在时间间隔 $[0, 30]$ 内, 事件触发次数分别为 486, 492, 431, 483, 476, 478, 表明没有发生 Zeno 行为. 因此定理 1 设计的触发条件可以提高网络资源的利用效率.

6 结论

本文研究了一类具有外部干扰的 MQUAVs 姿态系统在无向拓扑下的跟踪控制问题. 为了抑制外

界未知干扰对系统的影响,设计了干扰观测器对系统受到的外部干扰进行估计。为了提高 MQUAVs 网络资源利用率,设计了一种基于固定阈值的事件触发条件。基于事件触发机制,并通过将干扰观测器与鲁棒 SMC 算法相结合设计了控制信号,有效提高了系统的鲁棒性。最后,通过仿真实验验证了所提控制方案的有效性。

参考文献

- 1 Dong X W, Yu B C, Shi Z Y, et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles: theories and applications. *IEEE Trans Contr Syst Technol*, 2015, 23: 340–348
- 2 Dong X W, Hua Y Z, Zhou Y, et al. Theory and experiment on formation-containment control of multiple multirotor unmanned aerial vehicle systems. *IEEE Trans Automat Sci Eng*, 2019, 16: 229–240
- 3 Liang X, Fang Y, Sun N, et al. Nonlinear hierarchical control for unmanned quadrotor transportation systems. *IEEE Trans Ind Electron*, 2018, 65: 3395–3405
- 4 Poksawat P, Wang L P, Mohamed A. Gain scheduled attitude control of fixed-wing UAV with automatic controller tuning. *IEEE Trans Contr Syst Technol*, 2018, 26: 1192–1203
- 5 Tian B L, Liu L H, Lu H C, et al. Multivariable finite time attitude control for quadrotor UAV: theory and experimentation. *IEEE Trans Ind Electron*, 2018, 65: 2567–2577
- 6 Yu H, Guan Z, Chen T W, et al. Design of data-driven PID controllers with adaptive updating rules. *Automatica*, 2020, 121: 109185
- 7 Grzonka S, Grisetti G, Burgard W. A fully autonomous indoor quadrotor. *IEEE Trans Robot*, 2012, 28: 90–100
- 8 Ma H, Zhou Q, Li H Y, et al. Adaptive prescribed performance control of a flexible-joint robotic manipulator with dynamic uncertainties. *IEEE Trans Cybern*, 2022, 52: 12905–12915
- 9 Chen B, Liu X-P. Comments on adaptive fuzzy H_∞ stabilization for strict-feedback canonical nonlinear systems via backstepping and small-gain approach. *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 2009, 17: 732–733
- 10 Yao D Y, Li H Y, Lu R Q, et al. Distributed sliding-mode tracking control of second-order nonlinear multiagent systems: an event-triggered approach. *IEEE Trans Cybern*, 2020, 50: 3892–3902
- 11 Yao D Y, Zhang B, Li P Y, et al. Event-triggered sliding mode control of discrete-time Markov jump systems. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2019, 49: 2016–2025
- 12 Zheng E H, Xiong J J, Luo J L. Second order sliding mode control for a quadrotor UAV. *ISA Trans*, 2014, 53: 1350–1356
- 13 Zhao B, Xian B, Zhang Y, et al. Nonlinear robust sliding mode control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on immersion and invariance method. *Int J Robust Nonlinear Control*, 2015, 25: 3714–3731
- 14 Gong X, Hou Z C, Zhao C J, et al. Adaptive backstepping sliding mode trajectory tracking control for a quad-rotor. *Int J Autom Comput*, 2012, 9: 555–560
- 15 Kawamura A, Miura K, Ishizawa T. Trajectory control of two axis scara robot by sliding mode control with observer. In: Proceedings of the 15th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society. Philadelphia: IEEE, 1989. 640–645
- 16 Kim Y S, Han Y S, You W S. Disturbance observer with binary control theory. In: Proceedings of the 27th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Baveno: IEEE, 1996. 1229–1234
- 17 Cunha J P V S, Liu H, Costa R R, et al. Output-feedback model-reference sliding mode control of uncertain multi-variable systems. *IEEE Trans Automat Contr*, 2003, 48: 2245–2250
- 18 Chen F, Jiang R, Zhang K, et al. Robust backstepping sliding mode control and observer-based fault estimation for a quadrotor UAV. *IEEE Trans Ind Electron*, 2016, 63: 5044–5056
- 19 Wang J, Bi C, Wang D, et al. Finite-time distributed event-triggered formation control for quadrotor UAVs with experimentation. *ISA Trans*, 2022, 126: 585–596
- 20 Guo Y, Tian Y, Ji Y, et al. Fixed-time consensus of nonlinear multi-agent system with uncertain disturbances based on event-triggered strategy. *ISA Trans*, 2022, 126: 629–637
- 21 Mao Q, Dou L Q, Yang Z S, et al. Fuzzy disturbance observer-based adaptive sliding mode control for reusable launch vehicles with aeroservoelastic characteristic. *IEEE Trans Ind Inf*, 2020, 16: 1214–1223
- 22 Shah M Z, Samar R, Bhatti A I. Guidance of air vehicles: a sliding mode approach. *IEEE Trans Contr Syst Technol*,

- 2015, 23: 231–244
- 23 Chen T-L, Wu Y-C. An optimal variable structure control with integral compensation for electrohydraulic position servo control systems. *IEEE Trans Ind Electron*, 1992, 39: 460–463
- 24 Wang J-D, Lee T-L, Juang Y-T. New methods to design an integral variable structure controller. *IEEE Trans Automat Contr*, 1996, 41: 140–143
- 25 Wang Y Y, Xia Y Q, Li H Y, et al. A new integral sliding mode design method for nonlinear stochastic systems. *Automatica*, 2018, 90: 304–309
- 26 Van M, Mavrovouniotis M, Ge S S. An adaptive backstepping nonsingular fast terminal sliding mode control for robust fault tolerant control of robot manipulators. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2019, 49: 1448–1458
- 27 Van M, Ge S S, Ren H L. Finite time fault tolerant control for robot manipulators using time delay estimation and continuous nonsingular fast terminal sliding mode control. *IEEE Trans Cybern*, 2017, 47: 1681–1693
- 28 Hu W F, Liu L, Feng G. Cooperative output regulation of linear multi-agent systems by intermittent communication: a unified framework of time- and event-triggering strategies. *IEEE Trans Automat Contr*, 2018, 63: 548–555
- 29 Cuenca A, Antunes D J, Castillo A, et al. Periodic event-triggered sampling and dual-rate control for a wireless networked control system with applications to UAVs. *IEEE Trans Ind Electron*, 2019, 66: 3157–3166
- 30 Zhu W, Jiang Z P. Event-based leader-following consensus of multi-agent systems with input time delay. *IEEE Trans Automat Contr*, 2015, 60: 1362–1367
- 31 Behera A K, Bandyopadhyay B, Yu X. Periodic event-triggered sliding mode control. *Automatica*, 2018, 96: 61–72
- 32 Cai Z, de Queiroz M S, Dawson D M. Robust adaptive asymptotic tracking of nonlinear systems with additive disturbance. *IEEE Trans Automat Contr*, 2006, 51: 524–529
- 33 Wang J, Ma X, Li H C, et al. Self-triggered sliding mode control for distributed formation of multiple quadrotors. *J Franklin Institute*, 2020, 357: 12223–12240
- 34 Sun Y M, Chen B, Lin C, et al. Adaptive neural control for a class of stochastic nonlinear systems by backstepping approach. *Inf Sci*, 2016, 369: 748–764
- 35 Zhou Q, Chen G D, Lu R Q, et al. Disturbance-observer-based event-triggered control for multi-agent systems with input saturation. *Sci Sin Inform*, 2019, 49: 1502–1516 [周琪, 陈广登, 鲁仁全, 等. 基于干扰观测器的输入饱和多智能体系统事件触发控制. 中国科学: 信息科学, 2019, 49: 1502–1516]
- 36 Mishra R K, Sinha A. Event-triggered sliding mode based consensus tracking in second order heterogeneous nonlinear multi-agent systems. *Eur J Control*, 2019, 45: 30–44
- 37 Zhen Z, Tao G, Xu Y, et al. Multivariable adaptive control based consensus flight control system for UAVs formation. *Aerospace Sci Tech*, 2019, 93: 105336
- 38 Wei B, Xiao F, Fang F, et al. Velocity-free event-triggered control for multiple Euler-Lagrange systems with communication time delays. *IEEE Trans Automat Contr*, 2021, 66: 5599–5605

Robust adaptive sliding mode attitude control of MQUAVs based on event-triggered mechanism

Hongyi LI^{1,2}, Yan WANG^{1,2}, Deyin YAO^{1,2}, Qi ZHOU^{1,2} & Renquan LU^{1,2*}

1. School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China;

2. Guangdong Province Key Laboratory of Intelligent Decision and Cooperative Control (Guangdong University of Technology), Guangzhou 510006, China

* Corresponding author. E-mail: lurenquan2012@163.com

Abstract The attitude tracking problem under undirected topology is studied for the attitude system of multi-quadrotor unmanned aerial vehicles (MQUAVs) with external disturbances, and a robust adaptive sliding mode control method based on an event-triggered mechanism is proposed. The attitude dynamics of MQUAVs is first established, and the disturbance observer is introduced to estimate the system's unknown external disturbance. Second, to conserve MQUAV network transmission resources, this paper introduces an event-triggering mechanism between the sensor and the controller and then combines the robust sliding mode control algorithm to design a robust adaptive event-triggered sliding mode controller. Furthermore, the Lyapunov stability theory is used to prove that all signals in the closed-loop system are ultimately bounded and the designed event-triggered mechanism can effectively avoid Zeno behavior. Finally, simulation results verify the effectiveness of the proposed control method.

Keywords sliding mode control, event-triggered mechanism, disturbance observer, attitude tracking, MQUAVs