



涡旋电磁波轨道角动量传输的量子电动力学分析

张超*, 王元赫

清华大学航天航空学院航空宇航电子系统实验室, 北京 100084

* 通信作者. E-mail: zhangchao@tsinghua.edu.cn

收稿日期: 2022-04-21; 修回日期: 2022-07-17; 接受日期: 2022-09-15; 网络出版日期: 2023-03-14

国家自然科学基金重点项目 (批准号: 61731011) 和广东省重点领域研发计划项目 (批准号: 2019B010157001) 资助

摘要 随着可用频率等无线传输资源逐渐消耗殆尽, 基于电磁波轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM) 新维度的数据传输成为未来无线通信系统潜在核心关键技术. 具有 OAM 的电磁波被称为涡旋电磁波, 具体可分为通过回旋电子辐射生成的涡旋电磁波量子, 以及由不同相位的电磁波量子叠加生成的统计态涡旋波束. 然而, 由于统计态涡旋波束被认为是基于多天线的多输入多输出 (multiple-input multiple-output, MIMO) 系统的一种在直射信道环境下波束成形的特例, 从而对电磁波 OAM 传输是否具有新维度产生争论. 特别是从微观层面到宏观层面, 目前缺少相应理论文献和分析方法予以澄清. 为解决这个问题, 本文提出了一种基于量子电动力学 (quantum electro-dynamics, QED) 的轨道角动量分析方法, 结合统计物理学概念, 对涡旋电磁波轨道角动量传输过程进行分析, 明确了量子态和统计态的区别. 本文的主要创新点包括: (1) 提出了一种结合统计物理学的量子电动力学分析方法, 建立了电磁波微观状态与宏观状态的桥梁; (2) 采用所提方法, 对统计态 OAM 涡旋波束进行了全面分析, 并与量子态 OAM 涡旋电磁波量子进行了充分对比; (3) 针对涡旋电磁波物理新维度的质疑, 明确了量子态 OAM 为无线传输系统提供新维度. 本文分析指出: 量子态 OAM 涡旋电磁波量子与统计态 OAM 涡旋波束关于轨道角动量定义的内涵是不同的, 分别属于内禀和外部 OAM, 从而导致了统计态 OAM 涡旋波束的外部 OAM 与电场强度的空域紧耦合, 这也是统计态 OAM 涡旋波束传输不会超过传统多天线 MIMO 传输最大容量界的根本原因; 与之相比, 量子态 OAM 则是在物理上完全独立于电场强度且与宏观空域解耦, 可构成无线传输新维度. 因此, 含有内禀 OAM 的量子态 OAM 涡旋电磁波量子是开发电磁波新资源的发展方向, 以其为核心关键技术的无线通信系统则是未来的发展趋势.

关键词 电磁波, 轨道角动量, 涡旋波束, 量子电动力学, 涡旋电磁波量子, 微波量子, 无线通信, MIMO

1 引言

100 多年前意大利人马可尼 (Marconi) 发明了无线电收发信机, 拉开了电磁波 (electro-magnetic wave, EM wave) 无线通信的序幕. 时至今日, 虽然通信系统不断演进发展, 但马可尼所提出的以金属

引用格式: 张超, 王元赫. 涡旋电磁波轨道角动量传输的量子电动力学分析. 中国科学: 信息科学, 2023, 53: 566–584, doi: 10.1360/SSI-2021-0066

Zhang C, Wang Y H. Quantum electro-dynamics analysis of vortex electro-magnetic wave transmission with orbital angular momentum (in Chinese). Sci Sin Inform, 2023, 53: 566–584, doi: 10.1360/SSI-2021-0066

天线接收电磁波电场强度的架构并没有改变,电磁波也仅有电场强度这一个物理量得到了开发利用.随着当今移动互联网行业的高速发展,用户对信号传输速率和频谱效率的要求也在逐渐提升.考虑到电磁波的电场强度在时间、频率、空间等可用于调制信息且适宜无线传输环境的维度资源均已经在第五代移动通信技术(5G)及已有的大量无线通信技术中被广泛采用,因此亟需一种新的物理资源作为信息的载体,提供新的可利用的维度资源.在电磁辐射过程中,回旋振荡电子的角动量被传递给电磁波.根据经典电动力学,电磁波的角动量可以分为自旋角动量(spin angular momentum, SAM)和轨道角动量(orbital angular momentum, OAM).根据是否与坐标轴的选取有关,OAM又进一步分为内禀 OAM (intrinsic OAM, IOAM)和外部 OAM (extrinsic OAM, EOAM)^[1~6].其中,自旋角动量表示电磁波的极化方向,利用其传输信息在通信技术中已较为常见.轨道角动量表示电磁波的空间相位沿方位角发生周期性变化,宏观上表现为电磁波波束的相位面呈现涡旋形状(螺旋相位面).OAM波束统称为“涡旋电磁波波束”.自从 Allen 等^[7]于 1992 年首次提出光波波束轨道角动量可以携带信息,轨道角动量传输受到越来越多的关注,在光通信、大容量无线通信、抗截获通信等领域中均有研究^[8~11].

根据物理本质上采用的是电磁波量子的内禀 OAM 还是外部 OAM,目前电磁波 OAM 通信系统分为涡旋电磁波量子通信系统和统计态 OAM 涡旋波束通信系统.其中,基于涡旋电磁波量子的量子态 OAM 涡旋电磁波通过磁场中回旋振荡电子辐射产生^[12].强磁场中的回旋电子状态处于离散的朗道能级并携带 OAM,通过与电磁波相互作用的方式,将 OAM 传递给电磁波.量子态 OAM 涡旋电磁波的模态检测方法对应的过程正好相反,角动量从涡旋电磁波量子转移到电子.因此可以对电子的角动量模态进行检测,从而实现量子态 OAM 涡旋电磁波的模态判决^[13,14];相比之下,统计态波束则通过均匀圆形天线阵列(uniform circular array, UCA),或者螺旋相位板、螺旋反射面等专用天线产生^[15],本质上由多个初相位围绕传播主轴等间隔变化的平面波组合而成.在统计态 OAM 涡旋波束传输系统的接收端,同样需配置天线阵列或专用天线,实现 OAM 模态识别.

统计态 OAM 涡旋波束利用的是电磁波量子的外部 OAM,其主能量波束呈现倒锥状,波瓣发散角大,接收天线阵列必须配置在主能量波瓣,因此接收天线阵列的半径需要随着传输距离增大而变大.众所周知,阵列尺寸受限于天线结构和通信场景等,半径无法过大,这意味着统计态 OAM 涡旋波束难以适用于长距离传输.对统计态 OAM 涡旋波束而言,目前大都采用经典电动力学进行分析,但经典电动力学只能从宏观角度描述电磁波,无法涉及电磁波量子本质.这也是引起学术界关于无线传输新维度争议的原因.而量子电动力学(quantum electro-dynamics, QED)则从微观量子角度进行研究,虽然适合于微观层面上量子态 OAM 的分析,但缺少对宏观统计态 OAM 涡旋波束分析的能力.原因在于,QED 只关注微观层面粒子状态,得到的内禀 OAM 模态值均为微观物理量.而涡旋波束携带的外部 OAM 为宏观物理量,仅观测涡旋波束中微波量子并不能恢复外部 OAM.因此,为了弥补 QED 的局限性并对统计态涡旋波束进行描述,有必要为 QED 引入统计物理的概念,以便建立从微观到宏观的桥梁,对涡旋电磁波的轨道角动量进行深层次地分析.

本文旨在借助 QED 分析涡旋电磁波的轨道角动量.首先从 QED 的基本方法出发,利用 QED 对量子态 OAM 涡旋电磁波进行分析;之后指出 QED 方法面对宏观物理量的局限性,并提出了结合统计物理的 QED 分析方法.接下来,借助结合统计物理的 QED 方法,从产生、检测等角度,全面地分析了统计态 OAM 涡旋波束,揭示了统计态 OAM 涡旋波束微观组成,并对内禀和外部 OAM 的内涵进行了解释;最后分析了两种涡旋电磁波在通信传输中的差别,进而发现量子态 OAM 涡旋电磁波可以为传输系统提供独立新维度,而统计态 OAM 涡旋波束相比于基于传统多天线的多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)通信系统,其外部 OAM 与空域耦合,只是在特定场景(比如视距直射信道环境)提供了额外的自由度,并没有提供独立的新维度.因此,具有内禀 OAM 的量子

态 OAM 涡旋电磁波将彻底彰显电磁波新资源和新维度, 是未来无线传输系统发展的重要方向.

2 结合统计物理的量子电动力学分析

2.1 基于量子电动力学方法的量子态 OAM 涡旋电磁波分析

QED 方法适用于在微观层面上解释电子与电磁场 (电磁波量子) 的相互作用, 下面利用 QED 方法, 对量子态 OAM 涡旋电磁波的辐射和接收机理进行分析. 量子态 OAM 涡旋电磁波常用真空环境下强磁场中的涡旋电子辐射产生^[12], 因此首先需要在微观层面上描述电子量子化的状态. 根据朗道 (Landau) 能级理论^[16,17], 磁场中量子化的回旋电子携带 OAM, 其波函数可以表示如下:

$$\psi_{n_e, l_e} \propto F(-n_e, |l_e| + 1, \alpha^2 \rho^2) \exp(-\alpha^2 \rho^2 / 2) \rho^{|l_e|} \exp(j l_e \phi), \quad (1)$$

其中, 径向量子数为 n_e , 角量子数为 l_e , 下标 “e” 表示电子, ρ, ϕ 分别表示为圆柱坐标系下径向坐标和方位角, $F(x)$ 表示合流超几何函数^[17], α 为与磁场有关的常数, $j = \sqrt{-1}$ 表示虚数单位. 角量子数表示电子的轨道角动量的大小, 径向量子数表示电子波函数的径向节点数, 二者共同决定了电子的能量^[16]. 角动量数和径向量子数的离散取值决定了电子能级的离散化. 磁场中相对论电子在回旋振荡的同时, 与电磁波相互作用并辐射出携带 OAM 的涡旋电磁波量子^[18]. 工程上一般可以通过包括回旋电子加速器在内的真空电子器件实现这个过程^[12].

在相互作用过程中, 根据角动量守恒, 电子的角动量传递给电磁波. 通过这种方式辐射的量子态涡旋电磁波量子的波函数可以表示如下:

$$|Q_{l^{(i)}}\rangle \propto C(\rho) \exp(j l^{(i)} \phi), \quad (2)$$

其中, $l^{(i)}$ 为内禀 OAM 模态值, $C(\rho)$ 为幅度项, 根据是否采用近轴近似, 可以选择贝塞尔 (Bessel) 波束或者拉盖尔高斯 (Laguerre-Gaussian) 波束对应的数学形式^[19]. 涡旋微波量子可以从回旋电子在朗道能级上的跃迁中得到 OAM^[20]:

$$\langle n_e - \Delta n, l_e - \Delta l; l^{(i)} | \hat{H} | n_e, l_e; 0 \rangle \propto \delta(l^{(i)} - \Delta l \pm 1), \quad (3)$$

其中, \hat{H} 表示相互作用项^[21], $|n_e, l_e; 0\rangle$ 和 $|n_e - \Delta n, l_e - \Delta l; l^{(i)}\rangle$ 分别表示跃迁前后系统状态. $\delta(\cdot)$ 为狄拉克 (Dirac) 函数, 表示只有跃迁概率不为零的物理过程才是允许的, 因此得到 $l^{(i)} = \Delta l \mp 1$. OAM 算符作用在涡旋电磁波量子的波函数上可以获得模态值, 这说明量子态 OAM 涡旋电磁波中每个电磁波量子都携带有 OAM, 即形成涡旋电磁波量子^[22]. 因此, 如果将该量子态波束用于通信系统, 并在 OAM 维度上传输信息, 只要在接收端检测到涡旋电磁波量子, 即可以识别模态.

量子态 OAM 的正交性由涡旋电磁波量子的波包函数给出. 波包函数主要由波包振幅 $A_{l_i}(r)$ 和波包相位 $\exp(j l_i \phi)$ 构成, 对于两个不同的模态 l_i 和 l_k , 其波包函数内积为零, 即

$$\iint_{V_0} A_{l_i}(r) A_{l_k}^*(r) \exp(j l_i \phi) \exp(-j l_k \phi) dr d\phi = 0, \quad (4)$$

其中, $(x)^*$ 表示函数 x 的复共轭, V_0 表示涡旋电磁波量子占据区域. 从上式中可以看出, 不同模态值的涡旋电磁波量子波包函数内积为零, 相互正交. 关于在接收端进行 OAM 模态识别, 文献 [13] 提出了基于电子衍射的量子态 OAM 模态值识别方法. 在此基础上, 文献 [14] 提出了二维电子分选方法, 将量子态 OAM 模态值转移至涡旋电子, 并通过对数极坐标变换器 (log-polar coordinate transformation,

LPCT), 在径向和角向两个维度上实现涡旋电子分选, 在接收端实现量子态 OAM 解复用. 通过文献 [14] 仿真验证, 经过二维分选后, 相邻模态之间串扰可低至 -20 dB, 相比于一维分选提高了至少 10 dB, 具有良好的模态正交性. 同时文献 [14] 仿真结果表明量子态 OAM 传输具有良好的可靠性.

涡旋电磁波量子根据频率的不同可以进一步细分. 比如在微波波段, 可以称之为涡旋微波量子; 在光波波段, 可以称之为涡旋光量子. 二者均可用于信息传输. 涡旋电磁波量子的具体产生和检测方法由图 1 和 2 给出. 在发射端, 为了让电子获得能量, 首先需要由图 1 左侧的高压电源对电子进行加速. 这一过程可以借助阴极和高压电源实现. 加上高达数十千伏的直流电压后, 充分加热的阴极可以发射出高能电子, 电子的运动方向与阴极的摆放角度有关. 沿直线运动的高能电子进入到加速器的均匀轴向磁场区. 磁场的方向与电子的速度方向存在一定的角度, 因此电子的速度可以分解为径向和轴向速度. 电子的径向速度决定了磁场作用的洛伦兹 (Lorentz) 力大小, 从而影响到回旋振荡的半径. 回旋半径过大, 会导致电子在与电磁波相互作用之前落在加速器内壁, 无法辐射涡旋电磁波量子. 能够进行完整回旋振荡的电子状态处于朗道能级, 波函数满足式 (1). 此时电子携带轨道角动量, 并且其轨道角动量和能量均离散, 形成涡旋电子^[12]. 之后, 涡旋电子辐射涡旋电磁波量子, 这种辐射作用可以用涡旋电子与电磁波的微扰表示, 即式 (3) 中的相互作用项. 相互作用过程在图 1 右上方具体描述, 电子跃迁至角动量减少的低能态, 并根据角动量和能量守恒, 将其能态变化产生的角动量和能量的差额传递给涡旋电磁波量子. 在此之后, 失去能量的电子最终落在电子加速器内壁 (零电势处). 考虑到图 1 上方表示实际线包磁体产生的磁场, 轴向磁场在自由空间中不能快速降为零.

涡旋电磁波量子的接收端可以看成发射端的逆过程. 图 2 中涡旋电磁波量子通过与电子的相互作用, 将角动量传递给电子. 所生成的涡旋电子一边回旋振荡, 一边沿轴向运动, 最终撞击到衍射晶体. 根据文献 [13], 携带不同轨道角动量的涡旋电子与晶体相互作用后, 其衍射图样不同. 因此, 可以利用衍射后电子在荧光屏上的图案, 进行涡旋电磁波量子模态识别和信息传输.

关于量子态 OAM 涡旋电磁波的检测和传输系统, 理论 (文献 [13]) 和实验均可作为支持和证明. 文献 [12] 分析了涡旋电子在涡旋电磁波量子下发生跃迁现象, 指出了涡旋电子可以用于检测涡旋电磁波量子模态值. 2021 年, 清华大学航空宇航电子系统实验室 (航电实验室) 搭建了量子态 OAM 涡旋电磁波键控传输系统, 利用量子态 OAM 的模态切换, 成功发射并检测字符串 “Tsinghua”, 实现了量子态 OAM 涡旋电磁波键控传输^[6].

2.2 结合统计物理的量子电动力学具体分析方法

QED 方法仅能描述微观粒子的特性. 量子态 OAM 波束中的微观粒子 (涡旋电磁波量子) 携带非零的内禀 OAM, 故 QED 方法足以描述量子态 OAM. 然而, 统计态涡旋波束的轨道角动量对应波束内电磁波量子的外部 OAM, 但外部 OAM 与波束主轴有关, 且需要对所有量子的外部 OAM 进行求和, 这与内禀 OAM 有本质区别, 因此传统 QED 方法无法解释统计态涡旋波束的 OAM, 而传统经典电动力学方法难以涉及微观过程. 为了解决此问题, 需借助统计物理, 提出结合统计物理的 QED 分析方法, 建立从微观粒子至宏观物理状态的桥梁.

宏观系统所包含的总粒子数庞大, 如果仍对每个微观态进行分析, 则需要构建庞大且复杂的态函数, 即 $|\alpha_0\rangle \otimes |\alpha_1\rangle \otimes \cdots \otimes |\alpha_{N_0-1}\rangle$, 其中, \otimes 为克罗内克 (Kronecker) 积, N_0 为可能存在的状态总数. 事实上, 全同粒子系统中, 相同状态粒子无法区分, 故只需确定宏观系统中可能存在的微观态, 以及粒子数在不同微观态的分布, 即可借助统计物理实现宏观系统的描述. 此时只需借助外部 OAM 等物理量即可描述宏观系统, 分析的复杂度大大降低.

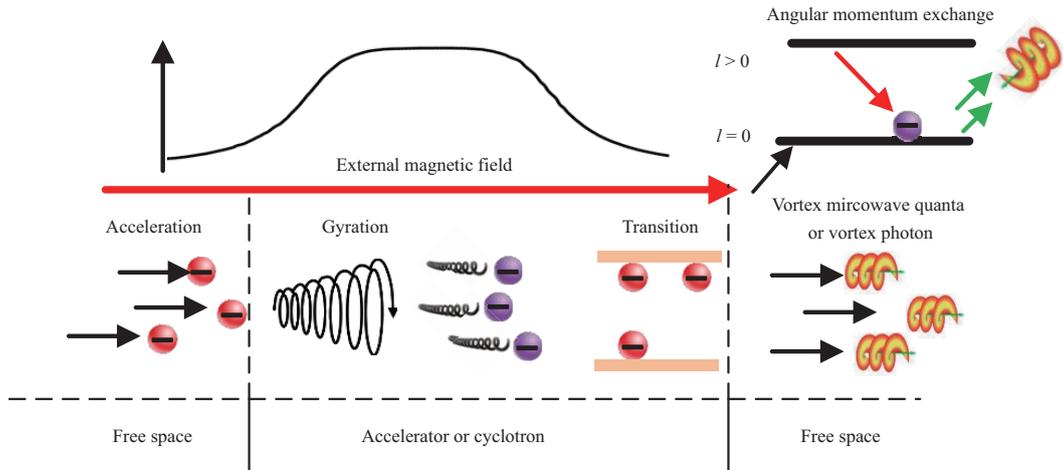


图 1 (网络版彩图) 涡旋电磁波量子产生系统
 Figure 1 (Color online) Generator for OAM photon of EM wave

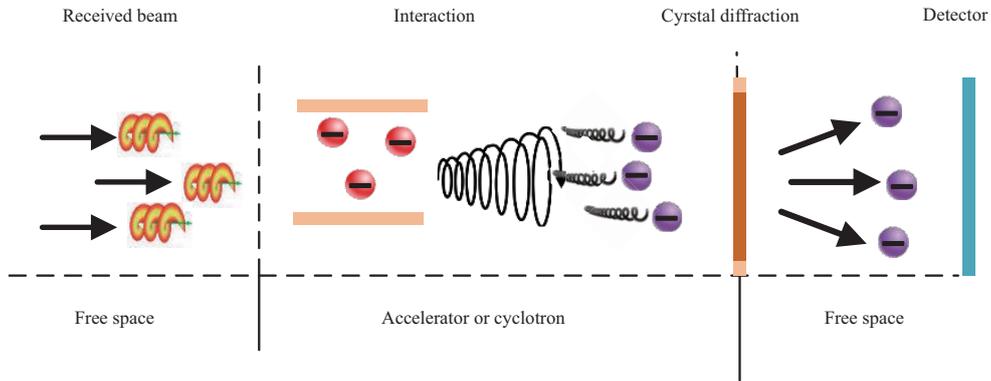


图 2 (网络版彩图) 涡旋电磁波量子接收检测系统
 Figure 2 (Color online) Receiver and detector for OAM photon of EM wave

结合统计物理的 QED 分析方法如图 3 所示. 首先, 在 QED 理论中, 电磁相互作用可以解释为, 微观层面上的电子, 在电磁波量子的微扰下进行跃迁. 因此, 第一步需要将微观粒子量子化, 并写出初始的态函数. 为了区分不同状态的微观粒子, 首先将微观粒子的初始状态表示为 $|\alpha_0\rangle = |a_0, b_0, \dots\rangle$.

接下来, 确定相互作用过程中的微扰量, 写出微扰哈密顿量 \hat{H} . 对于电磁相互作用, 微扰哈密顿量中应包含电磁波量子与电子的相互作用. 之后, 利用微扰量和态函数计算微扰矩阵元. 微扰矩阵元表示在外界扰动下, 不同状态的微观量子态之间跃迁的可能性. 令初态和末态的态函数分别为 $|\alpha_0\rangle$ 和 $|\alpha_i\rangle, i = 0, \dots, N_0 - 1$, 则相应的矩阵元为 $\langle \alpha_i | \hat{H} | \alpha_0 \rangle$, 而初态 $|\alpha_0\rangle$ 跃迁至末态 $|\alpha_i\rangle$ 的概率表示为 $|\langle \alpha_i | \hat{H} | \alpha_0 \rangle|^2$. 跃迁概率可以解释微观层面上的物理现象. 当跃迁概率小于某个阈值 ε 时, 意味着从态 $|\alpha_0\rangle$ 至 $|\alpha_i\rangle$ 的过程属于禁戒跃迁. 因此, 借助跃迁矩阵元 $\langle \alpha_i | \hat{H} | \alpha_0 \rangle$, 可以判断末态 $|\alpha_i\rangle$ 是否存在. 如果不存在, 则相应的计算终止.

以上过程描述了微观现象, 下面需从微观进入宏观状态分析. 统计物理学认为宏观物质系统是由大量微观粒子组成, 而物质的宏观特性是大量微观粒子行为的集体表现. 因此, 现在需借助统计物理的方法上升至宏观层面, 分析诸如统计态涡旋波束的 OAM 等宏观物理状态. 在借助跃迁矩阵元判断微观

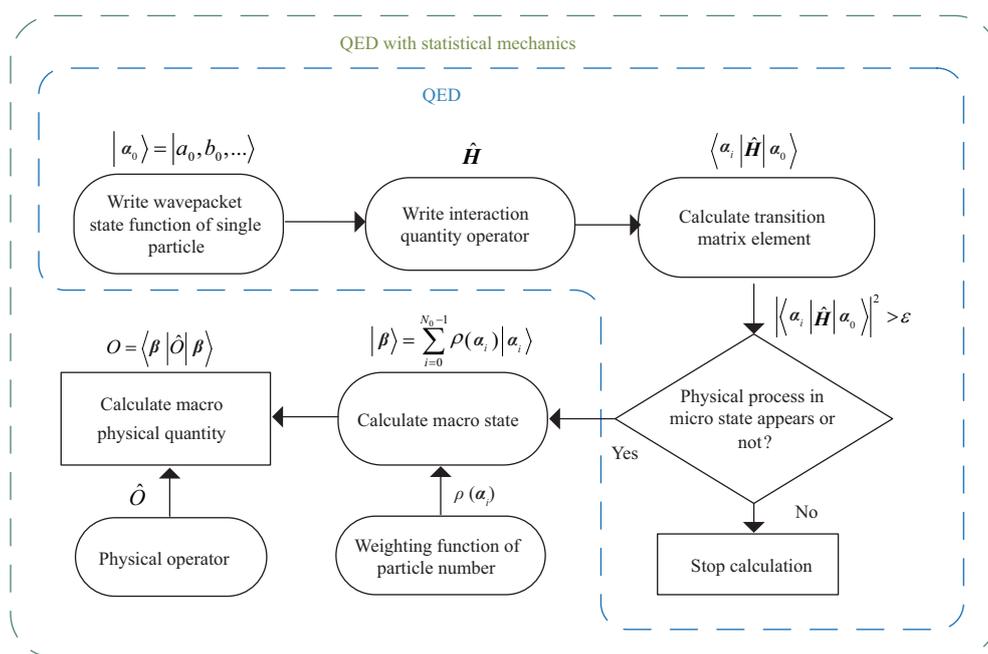


图 3 (网络版彩图) 结合统计物理的 QED 分析方法

Figure 3 (Color online) Analysis method of the QED with the statistics physics

量子态 $|\alpha_i\rangle$ 存在后, 下面首先需要获得不同微观状态的权重函数, 从而计算相应的宏观状态. 令 $\rho(\alpha_i)$ 表示粒子处于微观态 $|\alpha_i\rangle$ 的权重函数, 则系统的宏观状态可表示为 $|\beta\rangle = \sum_{i=0}^{N_0-1} \rho(\alpha_i) |\alpha_i\rangle$. 由于该宏观态是通过统计物理方法得到的, 故称之为“统计态”. 在得到宏观态 $|\beta\rangle$ 之后, 下面需要借助物理算符计算宏观物理量. 量子理论中, 常用算符 \hat{O} 计算宏观态 $|\beta\rangle$ 的宏观物理量 $O(\alpha)$, 即 $O = \langle \beta | \hat{O} | \beta \rangle$. 至此, 通过结合统计物理的 QED 分析方法, 搭建了从微观到宏观的桥梁, 并完成了从微观至宏观状态的分析.

2.3 结合统计物理的 QED 方法的正确性分析

作为统计物理分析方法, 结合统计物理的 QED 方法的正确性应从其数学原理的正确性进行论述. 具体而言, 结合统计物理的 QED 方法的正确性来源于统计物理学本身, 而统计物理学作为现代物理学中基础理论, 其数学模型和计算正确性分别来自于概率论和微积分, 以及相应的极限思想, 这些方法的正确性均是经过大量理论和工程验证, 有力地保证了结合统计物理的 QED 方法的正确性.

大量文献指出, 统计物理学中的问题均可以归结于条件概率问题^[23~25]. 因此, 统计物理的正确性可以由概率论保证. 具体而言, 为了描述给定的包含大量粒子的力学系统的宏观性质, 统计物理需定义最大概率宏观态, 也就是说每个粒子的分布具有最大的实现概率. 概率论给出了统计物理的数学模型, 具体的定量计算还需要借助微积分. 类似于微积分, 统计物理将复杂系统分割至无穷小元素 (即微元), 并借助权重函数加权求和, 获得宏观物理性质或物理量. 相比之下, 微积分中的微元可以是时间、长度等量纲, 而统计物理中的微元特指的是微观粒子的状态或者微观物理量. 因此, 微积分和概率论共同奠定了结合统计物理的 QED 方法的正确性.

自从牛顿 1686 年发表《自然哲学的数学原理》, 微积分一直在理论分析和工程实践中发挥着无可替代的作用. 微积分理论的根基依赖于极限思想. 所谓微积分, 即为无穷小量的计算, 而无穷小量的定

义需引入极限概念. 事实上, 相比于牛顿时代之前的理论, 微积分正是考虑到高阶无穷小量, 才获得精度更高的计算结果, 因此, 极限是微积分理论的基石.

综上, 本文所提出的结合统计物理的 QED 方法, 其正确性由统计物理学、微积分、概率论等基础物理学和数学理论保证.

3 统计态 OAM 涡旋波束分析

统计态 OAM 涡旋波束在电磁波 OAM 传输技术中最先开始工程应用研究, 目前缺少相应的 QED 理论分析. 这里使用“统计态”这一名称表示大量微观粒子组成宏观电磁波的现象服从统计物理规律. 统计态涡旋波束中的 OAM 只能从电磁波量子的空间分布这一统计意义下从宏观角度解释, 并与电磁波量子携带 OAM 的量子态作以区分. 事实上, 统计态波束在探测和成像等领域早已有研究和应用^[26]. 目前对统计态 OAM 波束的分析均采用经典电磁理论, 无法涉及到其微观本质. 因此需要借助本文提出的结合统计物理的 QED 方法, 建立相应的统计态, 才能分析并给出涡旋波束的微观解释.

本小节从统计态 OAM 波束中微波量子的产生和检测出发, 可得出统计态 OAM 波束无法提供 MIMO 以外的新维度, 只能在特定情况下提供额外自由度的结论.

3.1 统计态 OAM 涡旋波束的产生与外部 OAM

统计态 OAM 涡旋波束可通过 UCA 产生, 由于天线限制了电子的运动区域, 电子在天线中移动的速度远低于光速, 因此每个天线阵子均可独立辐射平面波微波量子 (简称“平面微波量子”, 其内禀 OAM 模态值为 0)^[15]. 不妨令天线阵子均为偶极阵子以简化分析. 考虑到电子振荡的区域限制在一条直线上, 振荡的电子只携带线动量, 如图 4 所示.

统计态 OAM 涡旋波束无法像量子态 OAM 涡旋电磁波一样直接检测涡旋电磁波量子的 OAM 模态. 因此, 统计态涡旋波束的 OAM 分析需要借助结合统计物理的 QED 方法. 图 4 以 UCA 阵列为例, 给出了统计态涡旋波束的简要分析过程. 首先从电磁波量子的微观态函数 (波包函数) 和权重函数出发, 得到平面波束, 之后对不同初相位的平面波束求和 (甚至积分), 从而获得宏观统计态波束, 最后借助外部 OAM 算符计算宏观外部 OAM.

不妨假设天线阵子数目为 M , 阵元为全向阵子, 辐射极化方向相同. 假设辐射频率在微波频段, 则此时涡旋电磁波量子为涡旋微波量子. 波矢量为 \mathbf{k} , 初相位为 φ_m , 位于 \mathbf{r} 处平面微波量子的微观态函数 (波包函数) 为 $|\mathbf{k}, \varphi_m\rangle$, 对应的权重函数 $\rho_m(\mathbf{r}, \mathbf{k})$. 波矢量反映了微波量子的传播方向. 假设天线阵子辐射球面波 (可认为由大量平面微波量子构成), 微波量子的传播方向为 \mathbf{k} , 同时模值 $k = |\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$ 只取决于电磁波波长 λ , 则对于确定频率的平面波束, 其波矢量 \mathbf{k} 并不影响后续角动量分析, 故下文用 $|\varphi_m\rangle$ 和 $\rho_m(\mathbf{r})$ 分别代替 $|\mathbf{k}, \varphi_m\rangle$ 和 $\rho_m(\mathbf{r}, \mathbf{k})$. 按照结合统计物理的 QED 方法, 第 m 个阵子辐射的平面微波量子状态函数 ($|p_m\rangle$) 的自变量为微观微波量子的状态函数 $|\varphi_m\rangle$ 和权重函数 $\rho_m(\mathbf{r})$, 即

$$|p_m\rangle = \rho_m(\mathbf{r}) |\varphi_m\rangle. \quad (5)$$

在全向阵子的远场辐射区, 微波量子在空间中的分布随着 \mathbf{r} 增大以反比例规律衰减, 即 $\rho_m(\mathbf{r}) = b_0/(Mr)$, 其中, b_0 为归一化系数, $r = |\mathbf{r}|$, $m = 1, \dots, M$. 同时, 微波量子初相位 φ_m 与辐射阵子的方位角 ϕ_m 呈线性关系, 即 $\varphi_m = a_0\phi_m$. 因此, 在远场辐射区, 第 m 个天线阵子发射微波量子状态函数可写为

$$|\mathbf{r}, \varphi_m\rangle = \exp(-jkr) \exp(j\varphi_m). \quad (6)$$

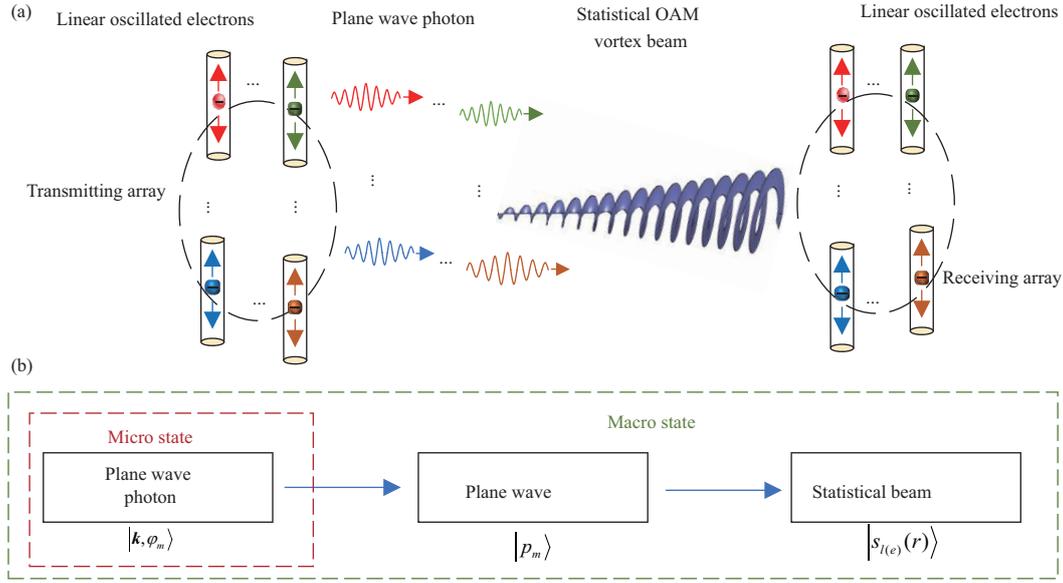


图 4 (网络版彩图) (a) 统计态 OAM 涡旋波束传输系统; (b) 统计态波束分析简要过程

Figure 4 (Color online) (a) Receiver and detector for EM wave beam with OAM; (b) brief analysis process of statistical beam

利用结合统计物理的 QED 方法, 统计态 OAM 涡旋波束宏观态函数可以写为不同阵子辐射的平面微波量子的叠加, 即

$$|s_{l^{(e)}}\rangle = \sum_{m=1}^M \rho_m(\mathbf{r}) |\varphi_m\rangle. \quad (7)$$

具体而言, 统计态 OAM 涡旋波束在远场处一点 (r_0, θ_0, ϕ_0) 处的表达式为

$$\begin{aligned} |s_{l^{(e)}}\rangle |_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_0} &= \sum_{m=1}^M \rho_m(\mathbf{r}_0) |\varphi_m\rangle \\ &= \frac{b_0 \exp(-jk r_0)}{M |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_m|} \sum_{m=1}^M \exp[j(k a \sin \theta_0 \cos(\phi_0 - \phi_m) + a_0 \phi_m)] \\ &\stackrel{M \rightarrow \infty}{\approx} \frac{b_0 \exp(-jk r_0)}{2\pi r_0} \int_0^{2\pi} \exp[j(k a \sin \theta_0 \cos(\phi_0 - \phi') + a_0 \phi')] d\phi' \\ &= c_0 \frac{\exp(-jk r_0)}{r_0} J_{(a_0)}(k a \sin \theta_0) \exp(j a_0 \phi_0), \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{r}_m = (a, \pi/2, 2\pi m/M)$ 为第 m 个阵子在球坐标系下的坐标, a 为发射天线阵列半径, θ_0 和 ϕ_0 分别表示球坐标系下的俯仰角和方位角坐标。“约等于”的近似条件为: \mathbf{r}_0 处于远场区, 且发射天线阵子数目足够大, 可看作在方位角方向上连续分布。 $J_l(x)$ 表示 l 阶贝塞尔函数, c_0 为归一化常数。事实上, 统计态 OAM 涡旋波束的外部 OAM 模态值 $l^{(e)}$ 即为式 (8) 中的 a_0 。通过上文给出的结合统计物理的 QED 方法, 首先给出外部 OAM 算符 $\hat{L}^{(e)} = -j\partial/\partial\phi$ 。值得一提的是, 外部 OAM 算符虽然与内部 OAM 算符在形式相似, 但外部 OAM 算符中的 ϕ 指的是宏观波束的空间方位角, 而内部 OAM 算符中的 ϕ 表示微观波包的方位角。计算宏观统计态涡旋波束的 OAM 模态值可

得 $\langle s_{l^{(e)}}(\mathbf{r}) | \hat{L}^{(e)} | s_{l^{(e)}}(\mathbf{r}) \rangle = l^{(e)}$, 这说明统计态 OAM 涡旋波束为外部 OAM 算符的本征态, 进一步证明了宏观统计态 OAM 涡旋波束携带外部 OAM.

从统计态 OAM 涡旋波束态函数的计算容易看出, 外部 OAM 模态值 $l^{(e)}$ 来源于不同阵子所辐射的大量微波量子的相位差. 这说明外部 OAM 只能通过大量微波量子组成的宏观波束测量得到, 而无法从微观层面上的微波量子获得, 从而进一步说明了结合统计物理的 QED 方法提出的必要性.

为了验证结合统计物理的 QED 方法的正确性, 下面将给出经典方法计算的统计态 OAM 涡旋波束计算结果加以对比. 结合统计物理的 QED 方法从态函数出发, 而经典方法从电磁波的电场强度出发. 同样以 UCA 为例, 外部 OAM 模态值为 $l^{(e)}$ 的统计态 OAM 涡旋波束对应的第 m 个阵子辐射的电磁波的电场强度为

$$\mathbf{E}_m(\mathbf{r}_0) = \frac{b_0}{M |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_m|} \exp\left(-jk |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_m| + jl^{(e)} 2\pi m/M\right), \quad (9)$$

其中, \mathbf{r}_0 为空间中任意一点. 则在 \mathbf{r}_0 处的统计态波束的电场强度可写为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_0) = \sum_{m=1}^M \mathbf{E}_m(\mathbf{r}_0) \approx c_0 \frac{\exp(-jkr_0)}{r_0} J_{l^{(e)}}(ka \sin \theta_0) \exp(jl^{(e)} \phi_0). \quad (10)$$

由此可见, 结合统计物理的 QED 方法的结果 (即式 (8)) 和经典方法结果一致, 即说明了统计物理的 QED 方法的正确性.

从式 (8) 中可以看出, 非零模态的统计态 OAM 涡旋波束为中空倒锥状波束. 随着传输距离的增加, 统计态 OAM 涡旋波束在传播主轴方向上的分布 $\langle s_{l^{(e)}}(\mathbf{r}) | s_{l^{(e)}}(\mathbf{r}) \rangle$ 趋于零, 检测信噪比大大降低. 根据文献 [27] 分析, 模态值为 $l^{(e)}$ 的统计态涡旋波束在近轴下衰减规律为 $r^{-2(|l^{(e)}|+1)}$, 这意味统计态涡旋波束在近轴下不易于长距离传输. 为此, 无需近轴布置的分布式天线阵列被提出 [28], 分布式天线阵列的等效半径更大, 可以满足倒锥状发散波束更长的传输距离. 但随着传输距离继续增加, 分布式天线阵列也会难以满足要求, 此时只能放弃全相位面接收, 即改为接收部分相位面. 部分相位面接收虽然仍具有长距离传输能力, 但传输容量也将大幅下降 [10].

3.2 统计态波束检测

本小节将从统计态 OAM 涡旋波束的检测出发, 指出宏观涡旋波束的 OAM 模态值由平面微波量子相位和空间位置决定. 位于 ϕ_n 处的第 n 个接收天线对外部 OAM 为 $l^{(e)}$ 的统计态 OAM 波束 $|s_{l^{(e)}}\rangle$ 进行检测, 可以得到相应的平面波相位的检测量

$$\hat{\varphi}_n |s_{l^{(e)}}\rangle = \varphi_n |s_{l^{(e)}}\rangle, \quad (11)$$

在测量不同位置处对应的相位后, 进行宏观涡旋波束的 OAM 模态值的估计

$$\hat{l}^{(e)} = f(\varphi_1, \dots, \varphi_i, \dots, \varphi_N), \quad (12)$$

其中, $f(\mathbf{x})$ 为模态估计函数, \mathbf{x} 为通过接收天线阵列得到的观测量, φ_i 表示在 ϕ_i 处检测到的统计态 OAM 相位. 常见的模态检测算法有相位梯度法 [29, 30]、旋转多普勒 (Doppler) 法等 [31]. 其中相位梯度法通过测量不同测量点间相位差, 从而估计模态值 $\hat{l}^{(e)}$, 实现较为简单. 对于理想信道中传播的单一模态的统计态波束, 其 OAM 模态值可由下式估计:

$$\hat{l}^{(e)} = \frac{(\varphi_i - \varphi_j)}{(\phi_i - \phi_j)}, \quad 1 \leq j, i \leq N, \quad i = j + 1. \quad (13)$$

以上估计量可以让 i 在 1 到 N 的区间中取值后多次计算求平均. 类似于空间奈奎斯特 (Nyquist) 采样定理, 接收端两根天线的摆放位置不能超过一定角度, 否则出现模态混叠的现象. 因此, 统计态检测需要在空间中不同位置处检测不同的相位, 极大地限制了统计态涡旋波束的实际应用.

由上文分析可知, 统计态涡旋波束的 OAM 模态值检测, 需要已知宏观上不同空间位置处的平面微波量子的相位. 因此, 统计态 OAM 涡旋波束真正提供的物理量是相位和空间位置. 事实上, 与量子态 OAM 的内禀特性不同, 统计态 OAM 本质上是一种外部 OAM, 具体分析将在 3.3 小节给出.

3.3 内禀和外部 OAM 的分析

上文分析指出, 量子态和统计态 OAM 分别对应微观和宏观上的物理量, 后者需要借助结合统计物理的 QED 方法进行分析. 这里将从角动量的定义式出发, 通过角动量的外部和内禀的描述, 进一步阐述两种 OAM 定义内涵的本质不同. 无论具有量子态 OAM 的涡旋微波量子, 还是统计态 OAM 涡旋波束, 其 OAM 表示如下:

$$\mathbf{L} = \mathbf{J} - \mathbf{S} = \varepsilon_0 \int_V \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) d^3v - \mathbf{S}, \quad (14)$$

其中, \mathbf{L} , \mathbf{J} , \mathbf{S} 分别表示 OAM、总角动量和自旋角动量. 根据与坐标的选取是否有关, OAM 可以分为内禀 OAM 和外部 OAM [2~5]. 自旋角动量表征电磁波的极化, 微波量子的自旋角动量模态值只能取 -1 或 1 , 而统计态波束的自旋角动量模态值在圆极化时给出模态值, 分别是为 -1 或 1 . 在具体计算过程中, ε_0 表示真空中的介电常数, \mathbf{r} , \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 分别表示坐标、电场强度和磁感应强度, V 表示电磁波占据的空间, d^3v 表示空间微元.

从式 (14) 中可以看出, 波束的 OAM 与占据的空间区域、电场和磁场有关. 在相同的空间区域下, 不同波束的 OAM 取决于其电场 (磁场). 波束是由大量微波量子组成, 故电场 (磁场) 也应当为相应的微波量子的电场 (磁场) 的叠加. 根据量子电动力学, 电场和磁场表示如下 [32]:

$$\mathbf{E}_0 = C_1 \sum_{l^{(i)}, \epsilon, \mathbf{k}} \left[j\epsilon \hat{a} f_{l^{(i)}}(\mathbf{r}) \exp(jl^{(i)}\phi + j\mathbf{k}\mathbf{r}) - j\epsilon^\dagger \hat{a}^\dagger f_{l^{(i)}}^\dagger(\mathbf{r}) \exp(-jl^{(i)}\phi - j\mathbf{k}\mathbf{r}) \right], \quad (15)$$

$$\mathbf{B}_0 = C_2 \sum_{l^{(i)}, \epsilon, \mathbf{k}} \left[j(\mathbf{k} \times \epsilon) \hat{a} f_{l^{(i)}}(\mathbf{r}) \exp(jl^{(i)}\phi + j\mathbf{k}\mathbf{r}) - j(\mathbf{k} \times \epsilon)^\dagger \hat{a}^\dagger f_{l^{(i)}}^\dagger(\mathbf{r}) \exp(-jl^{(i)}\phi - j\mathbf{k}\mathbf{r}) \right], \quad (16)$$

其中, C_1 和 C_2 为与电磁波频率等有关的常数, ϵ , $l^{(i)}$ 和 \mathbf{k} 分别表示电磁波的极化, 内禀 OAM 和波矢量, \dagger 表示厄米特 (Hermite) 共轭, \hat{a}^\dagger 和 \hat{a} 分别表示生成和湮灭算符, ω 为电磁波频率, $f_{l^{(i)}}(\mathbf{r})$ 表示场强分布. 对于平面微波量子, $l^{(i)} = 0$; 对于涡旋微波量子, $l^{(i)} \neq 0$.

考虑到微波量子的能量非常微弱, 实际传输系统中采用大量微波量子组成的宏观电磁波. 不妨令在 \mathbf{r}_0 的邻域内接收到的微波量子数目为 $N(\mathbf{r}_0)$, 理想情况下接收端检测到的信号能量为 $P(\mathbf{r}_0) = N(\mathbf{r}_0)\hbar\omega$. 同时, 波束的电场强度和磁感应强度的均值分别为 $\mathbf{E} = \sqrt{N(\mathbf{r}_0)}\mathbf{E}_0$ 和 $\mathbf{B} = \sqrt{N(\mathbf{r}_0)}\mathbf{B}_0$, 因此涡旋波束角动量可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \varepsilon_0 \int_V \mathbf{r} \times \left(\sqrt{N(\mathbf{r}_0)}\mathbf{E}_0 \times \sqrt{N(\mathbf{r}_0)}\mathbf{B}_0 \right) d^3v \\ &= N(\mathbf{r}_0)\varepsilon_0 \int_V \left(\mathbf{r}^{(e)} + \mathbf{r}^{(i)} \right) \times (\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0) d^3v \\ &= \frac{P(\mathbf{r}_0)}{\hbar\omega} \hbar j' = \frac{P(\mathbf{r}_0)}{\hbar\omega} (\hbar l + \hbar s) = \frac{P(\mathbf{r}_0)}{\omega} (l + s) = \frac{P(\mathbf{r}_0)}{\omega} (l^{(e)} + l^{(i)} + s), \end{aligned} \quad (17)$$

其中, $\mathbf{r}^{(e)}$ 和 $\mathbf{r}^{(i)}$ 分别表示内部轨道原点到内部坐标系原点的位置矢量, 以及空间中任意一点到内部坐标系原点的位置矢量, 二者之和为总位置矢量 $\mathbf{r} = \mathbf{r}^{(e)} + \mathbf{r}^{(i)}$. \hbar 为约化普朗克 (Planck) 常数, j', l, s 分别为电磁波量子的总角动量、OAM 和自旋角动量^[1]. 容易看出, 波束的 OAM 与电磁波功率 $P(\mathbf{r}_0) = N(\mathbf{r}_0)\hbar\omega$ 有关. 在 OAM 模态值不变时, 波束功率越大, 微波量子的粒子数越多, 角动量的数值就越大. 这也体现了统计态涡旋波束携带 OAM 与涡旋电磁波量子的 OAM 的本质区别, 因为涡旋电磁波量子的角动量是固定的, 即 $\hbar j'$. 具体而言, 统计态波束在发射端可利用 UCA 进行波束成形, 通过调整 \mathbf{r}_0 处单位体积内电磁波量子的数目 $N(\mathbf{r}_0)$, 进而改变电磁波在空间中能量的分布, 从而使电磁波束携带 OAM. 此时波束中的电磁波量子仍然可以为平面微波量子.

电磁波的 OAM 模态值和 OAM 物理量的值常被混淆, 这里将强调二者的区别. OAM 模态值指的是相位与方位角的无量纲的比值, 即式 (17) 中的 $l^{(e)}$ 和 $l^{(i)}$. 相对应地, 微波量子的 OAM 模态值取值离散. 真正具有角动量纲并表示电磁波 OAM 物理量的是 $N_0\hbar l$, 其中, N_0 为微波量子的粒子数. 当 N_0 足够大时, OAM 物理量的值可看作连续变化. 式 (17) 计算的是电磁波角动量的值.

统计态和量子态 OAM 的区别也在于 OAM 是否与坐标系的选取有关. 作为单粒子层面的现象, 根据式 (17), 内禀 OAM $l^{(i)}$ 只取决于到内部轨道原点的位置矢量 $\mathbf{r}^{(i)}$, 而与坐标系原点的选取无关, 即在不同的 $\mathbf{r}^{(e)}$ 下保持不变, 因此被称为内禀 OAM. 而统计态 OAM 与粒子轨迹 (即内部轨道原点与坐标系原点之间的距离 $\mathbf{r}^{(e)}$) 有关, 其大小随着坐标系原点的不同而改变, 因此被称为外部 OAM $l^{(e)}$. 值得一提的是, 电磁波量子的自旋角动量也是一种内禀角动量. 内禀与外部 OAM 的划分, 更深刻地明确统计态与量子态 OAM 的物理本质区别, 并指明了量子态 OAM 的物理新维度.

图 5 从微波量子角度给出微波量子构成统计态波束的概念示意图, 不同颜色表示不同的相位. 图 5(a) 说明统计态波束可以由不同相位且内禀 OAM 为 0 的平面微波量子组成, 且不同模态 (即不同外部 OAM) 对应不同涡旋波束形状; 图 5(b) 给出平面微波量子的相位在空间中的螺旋分布, 这意味着需要空间中多点接收方可获得完整的相位信息; 图 5(c) 给出了涡旋微波量子构成的 OAM 量子态波束的概念示意图, 该量子态 OAM 波束的外部 OAM 可以为零, 此时呈现出笔状波束; 同时可附加统计态 OAM, 例如涡旋微波量子通过衍射光栅后再次起旋, 对应的内禀和外部 OAM 模态值均为 1.

4 涡旋电磁波轨道角动量传输新维度和自由度分析

通信系统中, 信息调制指的是信源中不同随机变量被映射到独立的不同物理量, 或是同一物理量中可被区分的不同取值. 其中, 物理量相互独立意味着不同物理量之间量纲线性无关, 同一物理量中可被区分意味着不同取值相互正交. 前者对应于通信中的维度, 后者表示同一维度下自由度, 二者均可用于信息的传输与复用, 从而提高传输系统的有效性与可靠性. 维度和自由度的关系可由图 6 给出. 分析不同涡旋电磁波为传输系统带来的增益, 重点在于分析不同涡旋电磁波提供的维度与自由度. 下面将利用上文量子电动力学的结论, 分别从新维度和自由度角度, 分析统计态 OAM 涡旋波束和量子态 OAM 涡旋电磁波对通信系统性能提升贡献的原理.

4.1 轨道角动量量子态传输中的新维度

统计态 OAM 涡旋波束为无线传输系统提供的物理量是平面波量子的相位 φ 和空间位置 \mathbf{r} . 在传统通信系统中, 已有诸如相位键控 (phase shift key, PSK), 正交幅度调制 (quadrature amplitude modulation, QAM) 等成熟的基于相位的调制系统. 对于空间位置维度, 在 4G 和 5G 移动通信中基于空间位置物理资源的 MIMO 通信系统技术已被广泛使用, 相应的信息论分析也日益完善. 因此, 相比

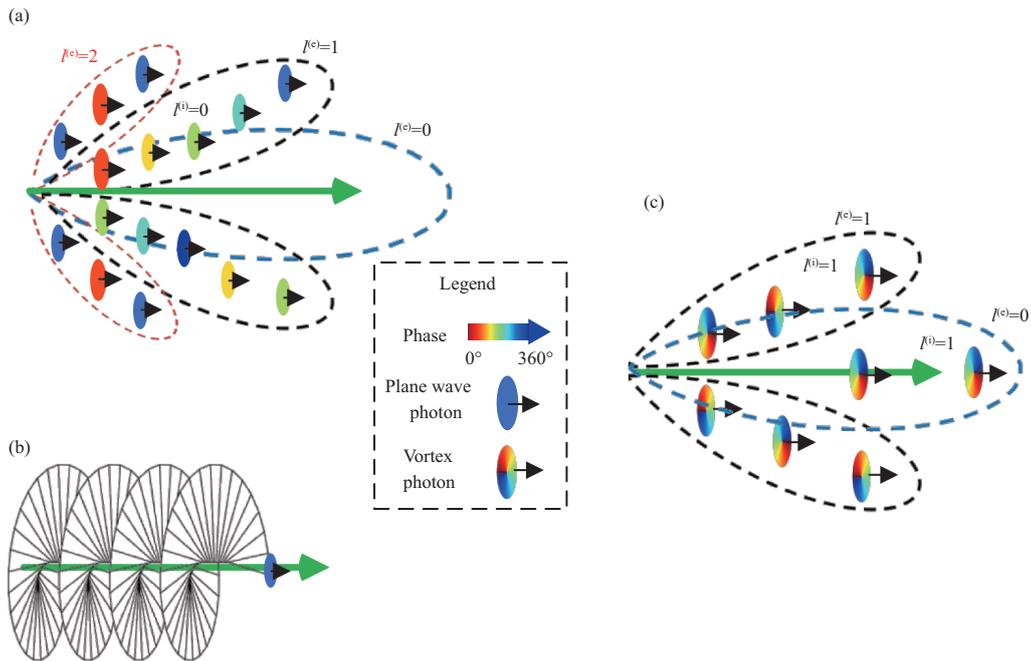


图 5 (网络版彩图) 统计态 OAM 和量子态 OAM 涡旋波束区别

Figure 5 (Color online) Difference between the quantum and statistical OAM beams. (a) Vortex beams in statistical states; (b) spiral phase of vortex beams; (c) quantum OAM beams

于目前已成熟的通信技术, 携带相位和空间位置的统计态涡旋波束并没有提供新维度上的增益, 甚至被认为只是同样利用到空间位置维度的 MIMO 通信系统的一个特例^[33].

相比之下, 涡旋微波量子的轨道角动量则完全是微观量子层面的. 从图 6 中可以看出, 轨道角动量的量纲 (ML^2T^{-1}) 与电场强度的量纲 ($\text{MLT}^{-3}\text{I}^{-1}$) 线性无关, 其中, \mathbf{M} , \mathbf{L} , \mathbf{T} 和 \mathbf{I} 分别表示质量、长度、时间和电流强度等基本物理量的量纲. 这说明轨道角动量是区别于电场强度的独立物理量, 可以被看作一个与电场强度相独立的维度^[4,5].

图 7 表示不同多址通信技术所利用到的物理资源, 包括: 频分、时分、码分、非正交多址 (non-orthogonal multiple access, NOMA)、传统空分、极化、统计态涡旋波束、涡旋微波量子. 其中, 实心绿色圆圈表示左侧竖栏处通信技术利用对应上方横栏处的物理资源进行多信道复用传输; 而空心圆圈表示在左侧竖栏处通信技术中, 存在可被利用的与已有资源紧耦合的物理资源. 具体到轨道角动量, 从式 (14) 中可以看出, 传统空域和统计态 OAM 相互耦合, 彼此挤占资源. 因此, 空域就是统计态 OAM 传输系统中紧耦合的物理资源. 相应地, 传统 MIMO 通信系统根据式 (14) 可以计算出 OAM, 但是 MIMO 系统主要利用空域资源, 进一步说明统计态涡旋波束中的 OAM 资源与之紧耦合. 图 7 中只是给出多址方法利用的最主要维度, 对于通信系统而言, 完全可以利用多种多址方法获得多个维度的综合利用.

经过上面分析可以看出, 包括统计态 OAM 涡旋波束在内的传统通信传输技术, 通过调整电磁波量子在时间和空间上的分布实现划分信道和信息调制. 在此过程中, 电磁波量子的内禀 OAM 没有参与信息的表示. 与之相反, 量子态 OAM 通过改变涡旋微波量子的内禀 OAM 模态表示信息或者区分不同信道. 因此, 采用量子态 OAM 的通信技术是一种全新的通信技术. 同时, 与传统的传输技术相结

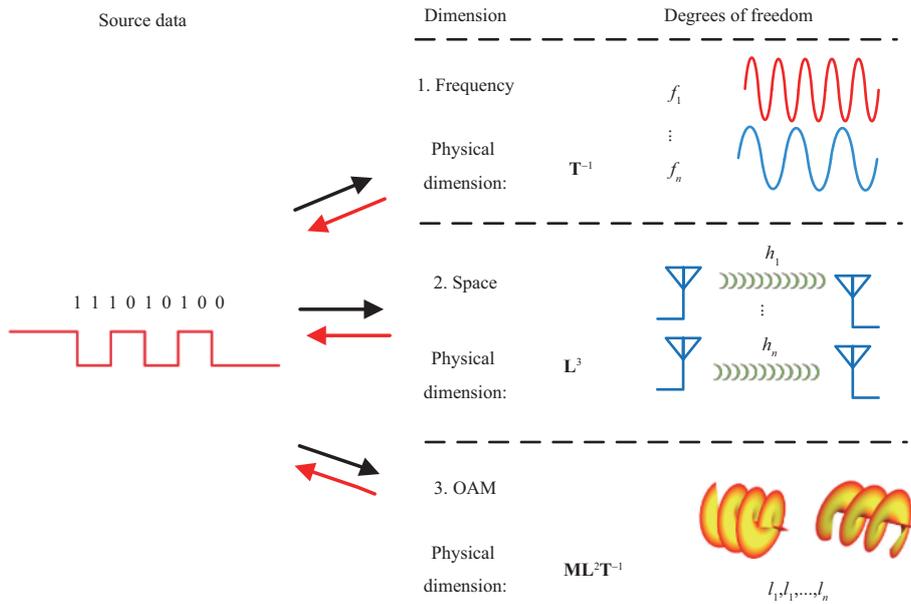


图 6 (网络版彩图) 传输系统中的维度与自由度的关系

Figure 6 (Color online) Relation between dimensions and degrees of freedom in EM wave transmission systems

合, 基于量子态 OAM 的无线通信系统可以在频谱效率等性能指标上获得更大的提升^[34, 35]. 另外, 量子态 OAM 带来的新维度的优势还体现在系统的自由度被大大提升. 类似于 MIMO 系统, 如果将多个量子态 OAM 发射器摆放成阵列形式, 每个辐射器可同时辐射多个 OAM 模态的涡旋微波量子, 则可以同时实现量子态 OAM 域和空域的复用, 大幅地提高传输系统自由度和传输容量.

量子态 OAM 的新维度还可以从信道容量公式中体现^[5, 36]. 量子态 OAM 借助内禀 OAM 传输信息, 具有物理新维度. 根据第 2 节的分析, 内禀 OAM 作为微观物理量, 不再与宏观空域相耦合. 传输信号的信息量取决于特定物理量在一定时间内的变化范围. 因此, 量子态 OAM 信号的信道容量分为电场强度和 OAM 两部分, 为信道容量带来功率复用, 即两部分各自对容量作出贡献, 容量界显著提升. 具体数学推导并建立的香农容量公式可参考文献^[5, 36].

4.2 统计态 OAM 传输中的自由度

虽然统计态涡旋波束在天线 (天线阵) 收发应用形式下并没有真正提供新物理维度, 但在特定环境下, 统计态波束传输系统可以获得额外的有效自由度. 比如在视距直射 (line of sight, LoS) 信道环境下, MIMO 通信系统信道矩阵降秩, 传输容量下降. 相比之下, 统计态 OAM 涡旋波束不仅可以用专用 OAM 天线设计恢复信道矩阵的秩^[37], 而且可以利用开环传输的特点用较小的复杂度靠近传统多天线 MIMO 容量界.

自由度表示了同一物理量中所允许的不同正交取值, 而相互正交的物理量可以构成独立并行的信道. 因此, 通信系统中的自由度可以解释为收发端之间独立且有效的信道数. 对于通信系统的有效性, 有效信道数的增加意味着可以在相同带宽传输更多的信息量, 提升了频谱效率和信道容量; 对于通信系统的可靠性, 可以利用有效信道发送相同信息, 实现信道分集, 提升接收端信噪比, 降低误码率. 因此, 增加有效信道数 (即通信系统自由度) 同样可以提升传输的可靠性.

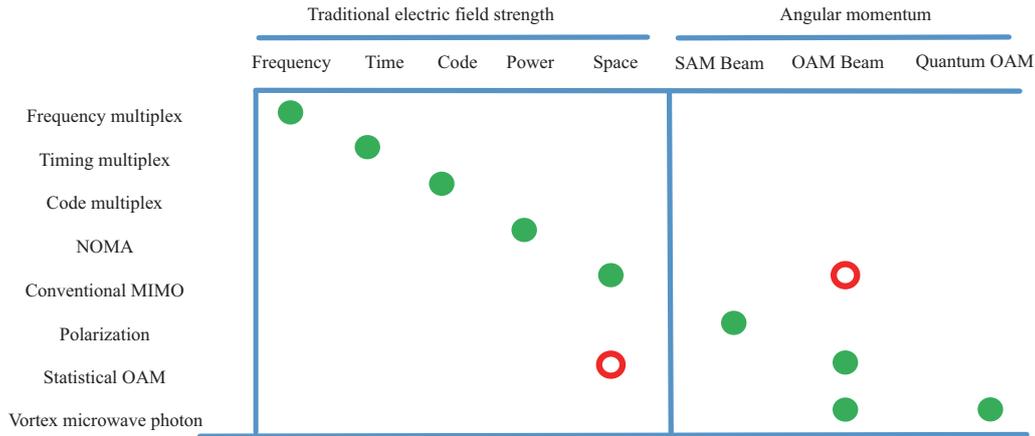


图 7 (网络版彩图) 不同传输系统中的维度

Figure 7 (Color online) Dimensions occupied in different EM wave transmission systems

根据 4.1 小节内容, 统计态涡旋波束利用到的维度为宏观空间位置, 因此常将其与同样利用到宏观空间位置的 MIMO 通信系统对比. 统计态涡旋波束与 MIMO 系统传输模型如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{\text{OAM}} &= \mathbf{H}_{\text{OAM}}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \\ \mathbf{y}_{\text{MIMO}} &= \mathbf{H}_{\text{MIMO}}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \end{aligned} \tag{18}$$

其中, $\mathbf{y}_{\text{OAM}}, \mathbf{y}_{\text{MIMO}} \in \mathbb{C}^N$, $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$ 为接收和发送信号, N 表示发射 (接收) 天线数, \mathbb{C} 为复数域, $\mathbf{H}_{\text{OAM}} \in \mathbb{C}^{N \times N}$, $\mathbf{H}_{\text{MIMO}} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 分别为统计态涡旋波束和 MIMO 通信系统的信道矩阵, 信道矩阵的秩表示独立的信道个数, 而信道矩阵的奇异值 σ_n 表示第 n 个独立信道的增益. 如果增益较小, 发射功率被淹没在噪声中. 因此配备有 N 个天线的传输系统的独立有效的信道数最多为 N . 同时, 信道矩阵的条件数, 也可用于衡量有效信道数的多少. 条件数被定义为信道矩阵的最大与最小奇异值之比. 如果信道矩阵条件数等于 1, 则表示所有子信道增益相同且均不为 0, 有效信道数达到最大值; 如果条件数为无穷, 则表示存在传输增益为零的无效信道, 传输系统的自由度下降 [38]. 同时, 为了利用全部有效信道, 还需要发射端和接收端均已知信道信息, 分别进行预编码和波束成形处理.

对于 MIMO 通信系统, 如果信道中存在多径传播, 信道矩阵满秩. 进一步, 如果信道环境理想, 所有子信道增益相同, 条件数接近 1. 此时即使信道信息未知, 仍存在 N 个正交的有效信道; 但在视距信道下, 直射信道较强, 不同天线发射信号在空间中传播路径相似, 甚至可能出现不可分辨的多径传播路径, 这意味着在信道信息未知情况下, 有效信道数下降, 条件数增大且自由度下降. 文献 [35] 指出统计态 OAM 涡旋波束提供新自由度, “新” 只是理解为本文中的 “额外” 自由度, 即这些自由度本身是存在的, 但由于 LoS 环境导致自由度减少, OAM 提供额外能力恢复了这些自由度.

对于统计态涡旋波束传输系统, 可以依据产生方式的不同, 分为天线阵列 (如 UCA) 与专用 OAM 波束天线 (如螺旋相位面天线) 两种类型分别讨论. 对于天线阵列形式的统计态涡旋波束, 多个平面波波束合成最终的统计态涡旋波束的硬件形式与 MIMO 非常相似, 该类型涡旋波束数据传输的容量界不会超过视距闭环 MIMO 传输的容量界. 与闭环 MIMO 相比仅有复杂度上的优势; 专用 OAM 波束天线可以看作是大量平面波波束的合成 (采用射线追踪法的思路), 由于采用不同于传统 MIMO 的特制天线改变了视距信道, 容量得以回升, 超过视距闭环 MIMO 传输容量界. 但由于仍旧是统计态涡旋波束, 没有引入真正的独立 OAM 物理新维度, 传输容量并不能超越传统多天线 MIMO 容量界 [5].

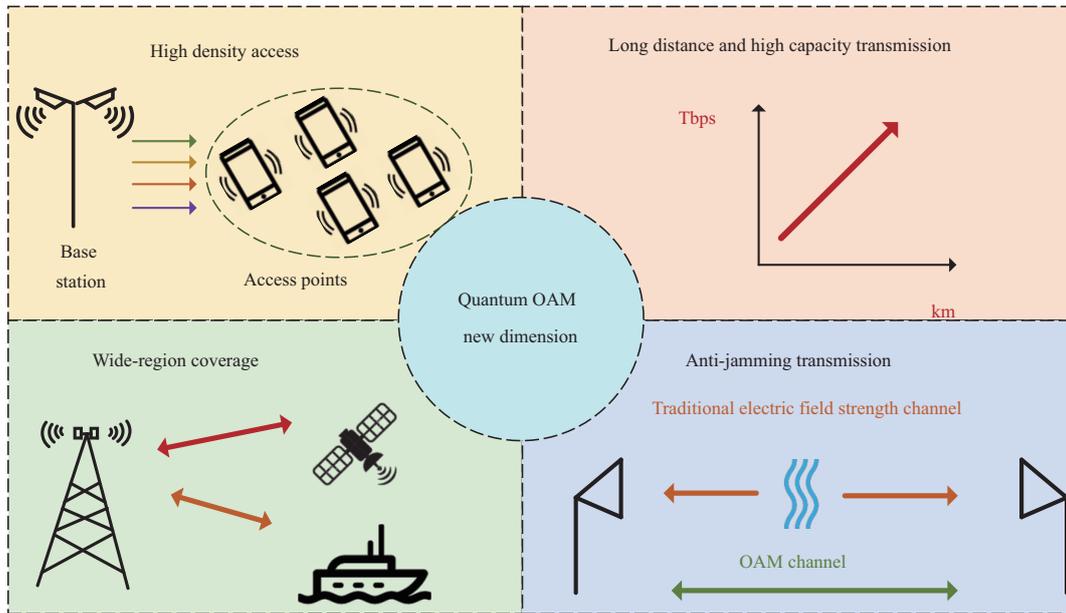


图 8 (网络版彩图) 量子态 OAM 应用场景示意图

Figure 8 (Color online) Conceptual figure of the typical applications of quantum OAM

5 量子态 OAM 应用场景

统计态涡旋波束呈现“倒锥状”，由于利用的是外部 OAM，其发散不可避免。受限于较大的发散角，一般只适用于视距传输环境，同时统计态波束产生和接收方式简单，可借助现有相控阵列实现，成本较低。相比之下，量子态 OAM 虽然产生和接收需借助真空电子器件实现，成本较高，但其具有独立的 OAM 新维度特性，同时波束可任意赋形，涡旋微波量子波包稳定且不易发散，应用场景更加丰富。如图 8 所示，量子态 OAM 优势场景包括高密度多址复用、长距离大容量传输、广域覆盖和抗干扰传输等。具体分析如下。

(1) **高密度多址接入。** 不同于复用技术，多址接入技术的关键在于为不同用户分配具有不同特征的信号。然而，在大量用于同时发起接入请求的背景下，网络往往难以分配足够的特征信号区分用户，造成用户间串扰，大幅影响了通信质量。而量子态 OAM 的模式引入，在频率、时间或者码字之外提供了用于区分用户的新维度，成倍地提升了接入系统的正交信号数目，使得高密度多址接入成为了可能。然而，允许接收用户数取决于量子态 OAM 模态值以及模态串扰，因此如何产生高纯度高阶模态值的涡旋微波量子，成为了制约量子态 OAM 在高密度多址接入场景的技术难点。

(2) **大容量长距离传输。** 传统平面电磁波通信系统需要更大的带宽从而实现大容量传输。然而，为了获得更大的带宽，未来通信设施需要工作在毫米波甚至太赫兹波段。随着频率的不断提升，电磁波路径损耗不断加大。为了保证用户的接收信号质量，基站的覆盖范围不断减少，这又与长距离传输需求相矛盾。量子态 OAM 传输系统借助频谱效率的成倍提升，避免了因频点提升带来的基站覆盖范围缩小等问题，有效地适用于回传链路等大容量长距离传输场景。如何设计并实现大宽带高稳定性的涡旋微波量子信号源成为待研究问题。

(3) **广域覆盖。** 伴随着空天地网络一体化，传输系统对物理层广域覆盖需求不断提升。量子态 OAM 凭借其物理新维度特性，完全可以胜任空天地一体化的需求。量子态 OAM 系统中，理论上只需检测

涡旋微波量子即可恢复出模态值,不受波束发散角影响,适合长距离传输.从第 4 节分析中可以看出,量子态 OAM 涡旋电磁波在空间域资源外,额外提供模态域资源,大幅提升并行子信道个数.空天地一体化网络中大容量传输需求可以被满足.模态域资源不仅可以用于复用传输,还可以用于分集传输.不同模态的涡旋微波量子传输相同的信息,保证了空天地网络的稳定性.然而,卫星、无人机等网络接入点的载荷有限,这对量子态 OAM 产生和接收器件的小型化提出了较高要求.

(4) **抗干扰传输.**在复杂电磁环境中,传统电场强度信号传输面对阻塞式干扰往往中断,而 OAM 模态信号与传统电场强度相互独立,仍可传输信息.虽然统计态涡旋波束产生方式较简单,但在抗干扰系统中,面临着传输速率低、信道环境适应性差等问题.与传统多天线 MIMO 系统相比,由于统计态涡旋波束并没有独立的 OAM 新维度,可利用的电磁波资源有限,因此只能牺牲传输速率从而保证可靠性.更严重的是,现代战场信道环境复杂,而统计态波束只适用于视距信道,在复杂多径环境下性能急剧恶化,适应性差.同时,统计态波束天然发散,易被敌方截获侦听.而量子态 OAM 涡旋电磁波则可为抗干扰系统提供传输新维度,同时波束可任意赋形,信道中反射时模态值的绝对值不变,不存在物理信号泄露的风险.因此,未来复杂电磁环境下,量子态 OAM 涡旋电磁波必然成为抗干扰系统的核心关键技术.与高密度多址接入类似,可供选择量子态 OAM 模态值越多,干扰信号抑制能力越好,因此如何提高量子态 OAM 模态数是抗干扰系统关键技术.

6 结论与展望

涡旋电磁波的轨道角动量,是人类对电磁场的利用历史中,继电场强度之后的又一个重要物理量.本文利用了结合统计物理的量子电动力学方法,从微观和宏观角度,分别分析了统计态和量子态涡旋电磁波的构成,指出了二者分别对应于外部 OAM 和内禀 OAM.之后从传输系统的维度和自由度角度出发,与传统多天线 MIMO 传输系统相比,说明量子态 OAM 涡旋电磁波量子传输可以充分发挥 OAM 物理量的作用并提供独立的无线传输新维度,统计态涡旋波束利用的仍为空间位置和相位等自由度,并没有在无线传输中提供 MIMO 以外独立的新维度,但在视距信道等环境下,统计态涡旋波束相比于传统 MIMO 传输可以获得额外的独立有效信道.统计态涡旋波束传输系统可以看成多天线 MIMO 通信系统的一种特例.

通过分析可以发现,量子态 OAM 传输因为真正利用了 OAM 物理量的独立新维度(即内禀 OAM),所以通过 OAM 模态复用,有望形成超越传统 MIMO 容量界的传输系统,形成含有 OAM 维度的新 MIMO 容量界;统计态 OAM 涡旋波束仅利用微波量子的外部 OAM,与空域对应并强耦合,没有无线传输独立新维度产生,所以无法超越传统 MIMO 容量界.但由于在视距直射信道时,易于形成额外自由度,相比于传统 MIMO 系统,可以以较低复杂度获得信道增益,接近传统 MIMO 容量界.另外还需要指出的是,涡旋电磁波量子(比如涡旋微波量子)在反射、折射、散射等信道传输时模态值的绝对值不变,涡旋电磁波量子传输不需要基于统计态 OAM 倒锥状波束,完全可以任意赋形,不受波束发散和对准等影响,这为长距离传输提供了新思路.

虽然量子态 OAM 涡旋电磁波传输可以为传输系统提供新维度,但在实用化过程中仍存在一定困难.主要体现在量子态 OAM 的产生和空间传输过程中.目前统计态波束可以用天线(天线阵)产生,但涡旋微波量子则主要通过相对论电子回旋辐射实现,成本较高,器件体积较大,因此需要通过真空电子器件工艺的提升或其他有效方法实现器件的小型化.涡旋微波量子空间传输时受到湍流等扰动,因此需要设计合适的调制方案,抵消信道扰动带来的影响.

量子态 OAM 涡旋电磁波的未来应用场景广泛,除了移动通信外,还可以推广到大容量点对点传

输、高速星地通信和量子 OAM 雷达探测等. 具体为: 借助量子态 OAM 传输高频谱效率的特性, 在城市间主干网中代替光纤实现固定的点对点信息传输; 真空电子器件辐射功率较大, 适合于地面至卫星间长距离信号传输; 在探测系统中涡旋微波量子与目标物体相互作用, 还可以获得更大的回波功率, 从而提高了检测概率, 因此量子态 OAM 涡旋电磁波同样适用于高精度雷达探测系统.

最后强调两点: (1) 虽然本文很多讨论和举例采用的是涡旋微波量子, 但其原理和有关概念也适用于涡旋光量子等其他频段的涡旋电磁波量子; (2) 本文中的统计态 OAM 涡旋波束以 UCA 为示例, 但可适用于其他 OAM 专用天线产生的统计态波束, 如螺旋相位板等.

参考文献

- 1 Jackson J D. Classical Electrodynamics. New York: Wiley Press, 1999
- 2 Harris J, Grillo V, Mafakheri E, et al. Structured quantum waves. *Nat Phys*, 2015, 11: 629–634
- 3 O’Neil A T, MacVicar I, Allen L, et al. Intrinsic and extrinsic nature of the orbital angular momentum of a light beam. *Phys Rev Lett*, 2002, 88: 053601
- 4 Xie X D, He Y Y, Zhang C. Vortex electromagnetic waves transmission with orbital angular momentum. *Desig Techn Post Telecommun*, 2021, 12: 6–13 [谢翔东, 何耀宇, 张超. 涡旋电磁波轨道角动量传输技术. *邮电设计技术*, 2021, 12: 6–13]
- 5 Zhang C, Wang Y H. New dimension in vortex electro-magnetic wave transmission with orbital angular momentum. *J Commun*, 2022, 43: 211–222 [张超, 王元赫. 论涡旋电磁波轨道角动量传输新维度. *通信学报*, 2022, 43: 211–222]
- 6 Zhang C, Jiang X, Wang Z, et al. Orbital angular momentum detection device for vortex microwave photons. *Commun Eng, Nat Publ Group*, 2023, 2: 11
- 7 Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes. *Phys Rev A*, 1992, 45: 8185–8189
- 8 Willner A E, Huang H, Yan Y, et al. Optical communications using orbital angular momentum beams. *Adv Opt Photon*, 2015, 7: 66
- 9 Yan Y, Xie G, Lavery M P J, et al. High-capacity millimetre-wave communications with orbital angular momentum multiplexing. *Nat Commun*, 2014, 5: 4876
- 10 Zhang C, Zhao Y. Orbital angular momentum nondegenerate index mapping for long distance transmission. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2019, 18: 5027–5036
- 11 Zhang C, Jiang X. Secure high-speed spread spectrum transmission system with orbital angular momentum. *IET Commun*, 2020, 14: 1709–1717
- 12 Zhang C, Xu P, Jiang X. Vortex electron generated by microwave photon with orbital angular momentum in a magnetic field. *AIP Adv*, 2020, 10: 105230
- 13 Zhang C, Xu P, Jiang X. Detecting superposed orbital angular momentum states in the magnetic field by the crystal diffraction. *Eur Phys J Plus*, 2021, 136: 60
- 14 Tian W, Zhang C. Two-dimensional based vortex electrons sorting for orbital angular momentum transmission. *IEICE ComEX*, 2022, 11: 636–642
- 15 Thidé B, Then H, Sjöholm J, et al. Utilization of photon orbital angular momentum in the low-frequency radio domain. *Phys Rev Lett*, 2007, 99: 087701
- 16 Landau L D, Lifshitz E M. Quantum Mechanics. 3rd ed. Oxford: Pergamon Press, 1977
- 17 Zeng J Y. Quantum Mechanics. 4th ed. Beijing: Science Press, 2007
- 18 Katoh M, Fujimoto M, Mirian N S, et al. Helical phase structure of radiation from an electron in circular motion. *Sci Rep*, 2017, 7: 6130
- 19 Yao A M, Padgett M J. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications. *Adv Opt Photon*, 2011, 3: 161
- 20 Berestetskii V B, Lifshitz E M, Pitaevskii L P. Quantum Electrodynamics. Oxford: Butterworth-Heinemann Press, 1982
- 21 Ka X L. Advanced Quantum Mechanics. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2001
- 22 Molina-Terriza G, Torres J P, Torner L. Twisted photons. *Nat Phys*, 2007, 3: 305–310

- 23 Khinchin A. *Mathematical Foundations of Statistical Mechanics*. New York: Dover Publications, 1949
- 24 Fowler R H. *Statistical Mechanics*. 2nd ed. Cambridge: The Cambridge University Press, 1936
- 25 Blanc-Lapierre A, Tortrat A. Statistical mechanics and probability theory. In: *Proceedings of the 3rd Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, 1956
- 26 Wang W P, Xiao Y, Zhang X F. Statistical state microwave quantum correlation imaging waveform design. In: *Proceedings of Seminar on Quantum Information Technology and Applications*, 2017
- 27 Wu Q, Jiang X, Zhang C. Attenuation of orbital angular momentum beam transmission with a parabolic antenna. *Antennas Wirel Propag Lett*, 2021, 20: 1849–1853
- 28 Zhao Y, Zhang C. Distributed antennas scheme for orbital angular momentum long-distance transmission. *Antennas Wirel Propag Lett*, 2020, 19: 332–336
- 29 Mohammadi S M, Daldorff L K S, Forozesh K, et al. Orbital angular momentum in radio: measurement methods. *Radio Sci*, 2010, 45: RS4007
- 30 Cano E, Allen B. Multiple-antenna phase-gradient detection for OAM radio communications. *Electron Lett*, 2015, 51: 724–725
- 31 Zhang C, Ma L. Millimetre wave with rotational orbital angular momentum. *Sci Rep*, 2016, 6: 31921
- 32 Andrews J D, Babiker M. *The Angular Momentum of Light*. New York: Cambridge University Press, 2013
- 33 Edfors O, Johansson A J. Is orbital angular momentum (OAM) based radio communication an unexploited area? *IEEE Trans Antennas Propagat*, 2012, 60: 1126–1131
- 34 Ge X, Zi R, Xiong X, et al. Millimeter wave communications with OAM-SM scheme for future mobile networks. *IEEE J Sel Areas Commun*, 2017, 35: 2163–2177
- 35 Zhang C, Jiang J, Zhao Y F, et al. New degrees of freedom for beamforming manipulation in MIMO transmission with OAM. In: *Proceedings of IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*, 2019
- 36 Wang Y H, Zhang C. Enhanced Shannon capacity with orbital angular momentum dimension. In: *Proceedings of IEEE International Communication Conference Workshops (ICC Wkshps)*, 2022
- 37 Zhang W, Zheng S, Hui X, et al. Mode division multiplexing communication using microwave orbital angular momentum: an experimental study. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2017, 16: 1308–1318
- 38 Wang L, Ge X, Zi R, et al. Capacity analysis of orbital angular momentum wireless channels. *IEEE Access*, 2017, 5: 23069–23077

Quantum electro-dynamics analysis of vortex electro-magnetic wave transmission with orbital angular momentum

Chao ZHANG* & Yuanhe WANG

Labs of Avionics, School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China

* Corresponding author. E-mail: zhangchao@tsinghua.edu.cn

Abstract With the gradual exhaustion of wireless transmission resources such as the frequency, transmission schemes based on the orbital angular momentum (OAM) of electromagnetic (EM) waves have become the potential key technology of next-generation wireless communications. An EM wave with OAM is usually called a vortex EM wave, which can be classified into two types, the quantum vortex photons generated by the cyclotron radiation and the vortex beams with OAM statistically generated by the superposition of different plane EM waves. However, because the statistical OAM vortex beams are considered as the special case of multiple-input multiple-output (MIMO) systems in the line-of-sight (LoS) channel environment, it is debated whether the EM wave transmission with OAM is a new dimension in wireless transmissions and communications. In particular, from the microscopic to the macroscopic level, the theoretical literature to clarify this issue is lacking. To solve this problem, a quantum electro-dynamics (QED)-based analysis method is proposed. Combined with statistical physics, this method is used to analyze the vortex EM waves, and clarify the differences between the quantum and statistical OAMs. This paper includes the following main innovations: (1) the QED-based analysis method is combined with statistical physics to build a connection between the microscopic and macroscopic states of an EM wave; (2) with the proposed method, the statistical OAM vortex beam is comprehensively analyzed and compared with the quantum OAM vortex EM wave; and (3) the characteristics of the new physical dimension are stressed for quantum OAM to respond to the challenge of whether the vortex wave can provide the new independent dimension. This paper notes that the definitions of OAM with regard to the quantum OAM vortex EM wave and statistical OAM vortex beam are quite different, which belongs to the intrinsic and extrinsic OAMs, respectively. Consequently, the extrinsic OAM in the statistical OAM vortex beam is strongly coupled to the space domain of the electric field strength, which is the fundamental reason for the statistical OAM vortex beam transmission not exceeding the capacity bound of the conventional MIMO transmissions. In contrast, the intrinsic OAM in the quantum OAM transmission system is physically independent of the electric field strength and decoupled from the macroscopic space domain, constituting the new independent dimension of wireless transmissions. Therefore, the quantum OAM vortex EM wave with intrinsic OAM is a future direction for developing new resources of EM waves, as well as the potential key technology in the corresponding wireless communication systems.

Keywords electro-magnetic wave, OAM, vortex beam, quantum electro-dynamics, vortex photon of EM wave, microwave photon, wireless communications, MIMO