



稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计研究进展

刘永祥^{1†*}, 师俊朋^{1,2†}, 黎湘¹

1. 国防科技大学电子科学学院, 长沙 410073

2. 国防科技大学电子对抗学院, 合肥 230037

* 通信作者. E-mail: lyx-bible@sina.com

† 同等贡献

收稿日期: 2021-06-21; 修回日期: 2021-08-19; 接受日期: 2021-10-20; 网络出版日期: 2022-08-05

国家自然科学基金创新研究群体 (批准号: 61921001)、国家自然科学基金 (批准号: 62071476, 11922116, 61977053)、湖南省科技创新计划 (批准号: 2020RC2041, 2021RC3080)、中国博士后科学基金 (批准号: 2020M683728, 2021T140788) 和国防科技大学校科研计划 (批准号: ZK20-33) 资助项目

摘要 利用稀疏阵列多输入多输出 (multi-input and multi-output, MIMO) 雷达的虚拟孔径扩展特性开展参数估计研究具有重要的理论意义和应用前景. 本文以稀疏阵列 MIMO 雷达设计和参数估计为导向, 以提高估计精度和降低运算量为落脚点, 从子空间类和压缩感知类算法的契合点出发, 围绕阵列设计、波达方向估计、角度联合估计等方面, 构建了系统的稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计理论. 最后, 从阵列优化设计、混合目标参数估计、非理想因素抑制和分布式平台搭建等方面展望了稀疏阵列 MIMO 雷达的发展趋势.

关键词 稀疏阵列, MIMO 雷达, 参数估计, 孔径扩展, 压缩感知

1 引言

新军事革命浪潮下, 低空突防、无人智能、精确制导等已成为夺取“制空权”的重要战术手段. 现代突防技术具有隐蔽性、突袭性和复杂性, 防空方往往难以应对. 而高超声速飞行、隐身技术、电子干扰与现代突防技术相结合更是给现有的雷达探测体系带来严峻的挑战和极大的安全隐患. 因此, 针对回波信号强度衰减、雷达反应时间缩短、电磁干扰复杂等现实问题, 开展新体制雷达探测技术研究使其具有更好的鲁棒性、更强的战场生存能力、更大的成本优势, 进而实现对敌方军事目标快速准确的测向定位对促进军事科技的跨越式发展具有重要的现实意义.

相比于传统相控阵雷达技术, 多输入多输出 (multi-input and multi-output, MIMO) 雷达^[1~3]良好的空间、频率、波形分集特性能形成有效的大观测孔径和高采样密度, 对降低杂波和噪声影响^[4]、增大虚拟阵元孔径^[5]、优化检测和跟踪性能^[6]、提高测向分辨力和精度^[7,8]等具有重要意义. 波达方向

引用格式: 刘永祥, 师俊朋, 黎湘. 稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计研究进展. 中国科学: 信息科学, 2022, 52: 1560–1576, doi: 10.1360/SSI-2021-0209
Liu Y X, Shi J P, Li X. Research progress on sparse array MIMO radar parameter estimation (in Chinese). Sci Sin Inform, 2022, 52: 1560–1576, doi: 10.1360/SSI-2021-0209

(direction of arrival, DOA)、波离方向 (direction of departure, DOD) 等参数估计是 MIMO 雷达测向应用的重要组成部分, 常用算法主要包括多重信号分类 (multiple signal classification, MUSIC) [9]、借助旋转不变技术估计信号参数 [10]、最大似然估计 [11] 和压缩感知 (compressing sensing, CS) 方法 [12,13] 等. 但现有阵列配置通常采用均匀线阵 (uniform linear array, ULA)、平行线阵、均匀圆阵等常见拓扑结构, 其多收多发体系通常伴随系统复杂度的提升, 限制了工程化和实用化.

稀疏阵列因能够克服阵元间距的限制条件而得到了巨大发展, 如最小冗余阵列 (minimum redundancy array, MRA) [14,15]、嵌套阵 (nested array, NA) [16] 和互质阵 (co-prime array, CPA) [17,18]. 相比于传统阵列, 稀疏阵列能够通过增大阵元间距提升虚拟自由度 (degree of freedom, DOF)、抑制互耦和降低噪声相干性, 同时, 其低冗余特性也可减少资源浪费进而提升运算速度. 因此, 将稀疏阵列与 MIMO 雷达结合起来挖掘其分集特性和虚拟孔径扩展特性, 利用“和差联合阵列” (sum-difference coarray) [19] 原理从提高自由度、降低阵元互耦、优化冗余度等角度开展结构设计和参数估计算法研究, 对提升估计性能和改善系统鲁棒性具有重要意义. 其中, 最小冗余 MIMO 雷达 [20,21] 随着阵元数的增大计算复杂度呈几何倍增长, 在工程上难以实现; 嵌套 MIMO 雷达 [22] 发射或接收阵列存在密布子阵而互耦较大; 互质 MIMO 雷达 [23] 以牺牲虚拟连续阵元为代价降低阵元互耦. 此外, 针对稀疏阵列 MIMO 雷达虚拟回波信号参数估计算法的研究也取得了巨大进展, 主要包括空间平滑技术 (spatial smoothing technique, SST) 和 CS 算法. 相比于 SST, CS 能够克服子阵平滑引起的孔径损失, 且可利用虚拟阵元中的离散部分, 但由于网格搜索而具有较大的运算量, 尤其是高维参数估计情形. 总体而言, 稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计研究集中于阵列设计、DOA 估计、角度联合估计等方面的理论证明和算法改进.

为深入介绍稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计的研究脉络、方法和突破性进展, 本文围绕稀疏阵列 DOA 估计、单/双基地稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计等方面系统阐述稀疏阵列的虚拟阵元扩展特性、MIMO 雷达的分集特性、稀疏恢复等算法的高分辨特性, 从阵列和算法优化视角挖掘其潜在内涵, 并结合分布式 MIMO、人工智能等前沿问题展望了后续的研究方向, 力图为新体制雷达探测技术的快速发展提供理论支撑和技术支持.

符号说明. 上标 T, *, H 为转置、共轭和共轭转置算子, $E[\cdot]$ 为数学期望运算, \mathbf{I}_N 表示 $N \times N$ 维单位矩阵, $\text{diag}(\cdot)$ 为对角运算, 符号 \otimes 和 \circ 分别表示 Kronecker 和 Khatri-Rao 积, $\text{vec}(\cdot)$ 表示矩阵向量化, $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别表示矢量范数和 Euclidean 范数 (ℓ_2 范数).

2 稀疏阵列 DOA 估计

稀疏阵列设计的基本思路是通过向量化采样协方差矩阵, 求解物理阵元的“差联合阵列” (difference coarray) 提升虚拟自由度. 而相对于最小冗余阵, 嵌套阵和互质阵因具有准确的阵元配置结构和完备的自由度闭式解而进展较大.

2.1 稀疏阵列回波信号模型

设稀疏非均匀线阵的阵元数为 N , 接收到 K 个窄带远场不相干入射信号, 信源方向为 $\theta_k, k = 1, 2, \dots, K$, 回波信号模型为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), \quad (1)$$

其中, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$, $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{-j2\pi d_2 d_0 \sin \theta_k / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d_N d_0 \sin \theta_k / \lambda}]^T$ 为第 k 个信源的方向矢量, d_0 为单位阵元间距, 通常取值为 $\lambda/2$, λ 为信号波长, d_n 为第 n 个阵元与第一个阵元的间距, $n = 1, 2, \dots, N, d_1 = 0$; $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$, $s_k(t)$ 表示第 k 个信源的基带波形,

$t = 1, 2, \dots, L$, L 表示采样快拍数; $\mathbf{n}(t)$ 为高斯 (Gauss) 白噪声矢量, 功率为 σ_n^2 . 根据式 (2) 可得回波信号协方差为

$$\mathbf{R} = \mathbb{E} [\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_N, \quad (2)$$

其中, $\mathbf{R}_s = \mathbb{E} [\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)] = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2)$ 为信源协方差矩阵, σ_k^2 为第 k 个信源的信号功率. 实际应用中, 通常由采样快拍数据估计矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t). \quad (3)$$

向量化协方差矩阵 \mathbf{R} 可得

$$\mathbf{r} = \text{vec}(\mathbf{R}) = (\mathbf{A}^* \circ \mathbf{A})\mathbf{p} + \sigma_n^2 \text{vec}(\mathbf{I}_N), \quad (4)$$

其中,

$$\mathbf{A}^* \circ \mathbf{A} = [\mathbf{a}^*(\theta_1) \otimes \mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}^*(\theta_2) \otimes \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}^*(\theta_K) \otimes \mathbf{a}(\theta_K)] \quad (5)$$

为阵列流形矩阵, $\mathbf{p} = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2]^T$. 则 $\mathbf{A}^* \circ \mathbf{A}$ 的虚拟阵元位置可由实际阵元位置的“差联合阵列”构成¹⁾.

2.2 嵌套阵列 DOA 估计

嵌套阵由 Pal 等^[16] 于 2010 年提出, 由于其简单的阵元配置结构和较大的虚拟阵元数而受到广泛关注, 基本结构见图 1(a), 其中, N_1 和 N_2 分别表示两个 ULA 的阵元个数, 对应阵元间距为 d_0 和 $(N_1 + 1)d_0$, 通常取 $d_0 = \lambda/2$, λ 为信号波长. 则天线阵元位置集合 \mathbb{P}_{NA} 为

$$\mathbb{P}_{NA} = \{1, \dots, N_1, N_1 + 1, 2(N_1 + 1), \dots, N_2(N_1 + 1)\}, \quad (6)$$

由式 (5) 可得对应的“差联合阵列”集合 \mathbb{S}_{NA} 为

$$\mathbb{S}_{NA} = \{d_n - d_{\bar{n}}, d_n, d_{\bar{n}} \in \mathbb{P}_{NA}\} = \{-N_2(N_1 + 1) + 1, \dots, 0, \dots, N_2(N_1 + 1) - 1\}. \quad (7)$$

由式 (7) 可知, \mathbb{S}_{NA} 是由 $2N_2(N_1 + 1) - 1$ 个虚拟阵元构成的连续 ULA, 即自由度为 $2N_2(N_1 + 1) - 1$. 因此, 与最小冗余阵列相比, 嵌套阵可由子阵阵元数直接求解虚拟阵元的闭式解, 无需进行复杂的优化计算或迭代搜索, 实用性更强.

在一维线阵设计方面, Yang 等^[24] 引入附加阵元设计改进嵌套阵, 并推导自由度闭式解; 本文作者^[25] 引入互质因子设计广义嵌套阵列, 挖掘了虚拟阵元分布规律, 降低了阵元互耦; 文献 [26, 27] 建立超级嵌套阵结构, 在不损失虚拟阵元数的同时降低了阵元互耦; 为降低互耦和提高自由度, Liu 等^[28] 在超级嵌套阵的基础上建立了增广嵌套阵, 该结构主要思路是将第一个子阵分为两个部分并分置第二个子阵两端; Zheng 等^[29] 通过最大化阵元间距进一步挖掘嵌套阵结构优势; 文献 [30] 利用高阶“差联合阵列”建立了改进的四阶嵌套阵结构. 在角度估计方面, 文献 [31, 32] 分别研究了宽带高斯信源和分布式信源条件下的嵌套阵 DOA 估计方法; Yang 等^[33] 采用稀疏 Bayesian 学习方法研究了嵌套阵非栅格目标角度估计问题; 针对 L 型嵌套阵, Dong 等^[34] 利用自协方差函数对称性, 提出一种联合增广空时互相关矩阵方法, 算法能够克服角度模糊并实现角度自动配对; 文献 [35] 构建了 L 型嵌套阵列

1) 为便于表述, 相关参数定义仅适用于本小节.

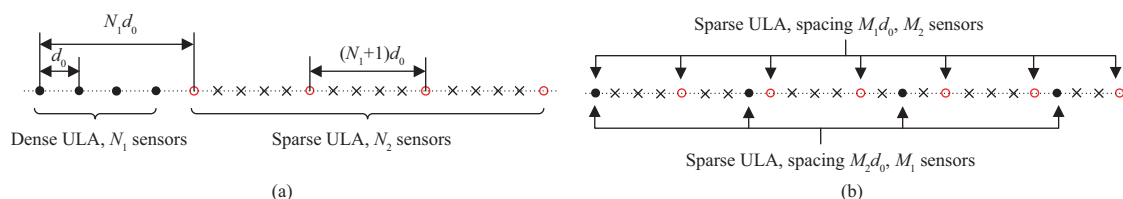


图 1 (网络版彩图) (a) 嵌套阵和 (b) 互质阵

Figure 1 (Color online) (a) Nested array and (b) coprime array

开展二维 DOA 估计, 并提出一种子空间扩展算法分别估计仰角和方位角. 在二维面阵设计方面, 文献 [36,37] 根据 Smith 结构设计了二维嵌套阵列, 系统研究了不同结构下的虚拟阵元分布情况, 并采用二维空间平滑算法进行 DOA 估计; 文献 [38] 从降低互耦角度进一步提出了半开盒型阵、半开盒型双层阵和沙漏型阵, 仿真说明了上述阵列具有较好的估计性能等.

2.3 互质阵列 DOA 估计

互质阵于 2011 年被提出^[17,18], 如图 1(b) 所示, 两个稀疏 ULA 的阵元个数分别为 M_1 和 M_2 , 阵元间距分别为 M_2d_0 和 M_1d_0 , M_1 和 M_2 为互质数. 天线阵元总数为 $M_1 + M_2 - 1$, 天线的位置集合 \mathbb{P}_{CPA} 为

$$\mathbb{P}_{\text{CPA}} = \{0, M_1, 2M_1, \dots, (M_2 - 1)M_1, M_2, 2M_2, \dots, (M_1 - 1)M_2\}, \quad (8)$$

由式 (5) 可得对应的“差联合阵列”集合 \mathbb{S}_{CPA} 可表示为

$$\mathbb{S}_{\text{CPA}} = \{\pm(M_1m_2 - M_2m_1), m_1 = 0, 1, \dots, M_1 - 1, m_2 = 0, 1, \dots, M_2 - 1\}. \quad (9)$$

由式 (9) 可知, \mathbb{S}_{CPA} 可由 $M_1 + M_2 - 1$ 个阵元获得 $\mathcal{O}(M_1M_2)$ 的自由度, 但该虚拟阵列不是全部连续, 仅中间部分为均匀线阵. 例如, 当 $M_1 = 3, M_2 = 4$ 时, \mathbb{S}_{CPA} 的自由度为 17, 其中, 区间 $[-6, 6]$ 内为连续虚拟阵元. 因此, 相比于嵌套阵 (第一个子阵为密布阵), 互质阵具有更大的阵元间距 (仅存在少量密布阵元对), 其互耦较弱.

相比嵌套阵, 互质阵以牺牲部分虚拟连续阵元为代价降低了互耦影响. 在一维线阵设计方面, Qin 等^[39] 提出了广义互质阵, 具体包括阵元间距压缩互质阵和子阵级联互质阵, 并系统推导了“差联合阵列”的闭式解和虚拟阵元总个数; 文献 [40] 提出了广义互质采样 Toeplitz 矩阵方法, 降低了数据采样率; Shen 等^[41] 构造了改进互质阵列结构, 通过最大化四阶“差联合阵列”中的连续阵元, 提高了自由度; 需要指出的是, 互质阵的“差联合阵列”形成的虚拟线阵存在离散阵元, 为有效利用离散阵元, 可采用多频率测向填充缺失元素, 在充分利用阵元自由度的同时降低了算法复杂度^[42]. 文献 [43, 44] 利用阵元冗余构建了广义稀疏互质阵, 提高了虚拟连续阵元并降低了阵元互耦; Zheng 等^[45~47] 先后提出了裁剪分置互质阵、嵌入互质阵、“均匀差联合阵列”互质阵等结构, 进一步降低了互耦; 在此基础上, 本文作者^[48] 引入均匀稀疏线阵建立高阶扩展互质阵结构, 在低互耦的同时增大了自由度; Li 等^[49,50] 利用中国余数定理系统研究了互质面阵的阵列设计及应用.

在算法应用方面, 文献 [51,52] 系统介绍了 CS 算法在互质阵 DOA 估计中的应用; Tian 等^[53] 针对非均匀高斯白噪声情形提出基于互质阵的 DOA 估计方法, 扩展了虚拟孔径并抑制了噪声影响; Zhang 等^[54] 在文献 [55] 的基础上提出一种改进求根 MUSIC (Root-MUSIC) 算法, 该方法能够充分利用信号和噪声子空间并可解决匹配误差问题, 具有更好的估计性能; Sun 等^[56] 通过引入凸优化函数逐步迭代, 不断修正误差并准确估计出非栅格目标的角度; Shi 等^[57] 从协方差矩阵稀疏重构角度建立 DOA

和功率联合估计方法; 文献 [58,59] 针对宽带互质阵提出了多种 CS 算法, 该方法通过去冗余实现降维, 降低了算法运算量. 在二维角度估计方面, 文献 [60] 提出了互质平行线阵结构, 并引入 CS 和最小均方误差算法进而实现二维 DOA 估计; Li 等 [61] 在文献 [60] 的基础上证明了互质平行结构角度估计的唯一性, 提出了改进稀疏恢复算法, 提高了估计性能; 文献 [62] 提出 L 型互质线阵结构, 并将二维联合估计转化为两次一维估计, 且可实现角度配对; 较大的阵元间距导致测角模糊, Wu 等 [63] 利用所有模糊角度峰值均匀分布于一个新的变换域特点, 采用部分谱搜索方法在一个小区域内进行有限次搜索, 降低了运算量; 本文作者从“和差联合阵列”视角提出一种基于改进 CS 的互质面阵二维 DOA 估计方法, 互质面阵结构及虚拟连续阵元二维分布可参考文献 [19] 中的图 1 和图 2; 文献 [64] 引入“填洞”思想建立具有更多连续虚拟阵元的互质面阵结构; Chen 等 [65] 通过最大化自由度建立广义平行互质线阵并应用于二维 DOA 估计; 周成伟等 [66] 从参数估计和波束成形两个视角出发介绍了互质阵列信号处理方向的研究进展和发展趋势等.

3 稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计

传统 MIMO 雷达通常采用 ULA 作为发射和接收阵列, 其回波信号模型中的虚拟阵元受物理阵元数限制. 例如, 当发射和接收阵元数均为 N 时, 单基地和双基地 MIMO 雷达的自由度上限分别为 $2N - 1$ 和 N^2 . 为提高给定物理阵元数条件下的自由度上限, 并增强布阵灵活性和降低阵元互耦, 从“联合阵列” (coarray) 角度进行单/双基地稀疏阵列 MIMO 雷达虚拟阵元扩展和测向算法研究逐步引起了学界重视并取得了较大进展.

3.1 稀疏阵列 MIMO 雷达回波信号模型

假设 MIMO 雷达发射和接收阵列均为稀疏线阵. 发射阵列阵元数为 M , 第 m ($m = 1, 2, \dots, M$) 个阵元与第一个阵元的间距为 d_m ; 接收阵列阵元数为 N , 第 n ($n = 1, 2, \dots, N$) 个阵元与第一个阵元的间距为 d_n . 发射波形为相互正交脉冲, 发射信号为 $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_M]$, $\mathbf{b}_m = [b_{m1}, b_{m2}, \dots, b_{mp}]$, P 为采样长度, 波长为 λ . 假设存在 K 个远场不相干目标, 第 k ($k = 1, 2, \dots, K$) 个目标的 DOA, DOD 和反射系数分别为 ϕ_k , θ_k 和 η_k . 则 MIMO 雷达回波信号模型可表示为 [67,68]

$$\mathbf{Y}(t) = \sum_{k=1}^K \eta_k(t) \mathbf{a}_r(\phi_k) \mathbf{a}_t^T(\theta_k) \mathbf{B} + \mathbf{W}(t), \quad (10)$$

其中, \mathbf{Y} 为回波信号矩阵, $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N]$, \mathbf{y}_n 为第 n 个阵元的接收信号; η_k 服从零均值高斯分布, \mathbf{W} 为加性高斯白噪声, $t = 1, 2, \dots, L$, L 为快拍数; $\mathbf{a}_t(\theta_k)$ 和 $\mathbf{a}_r(\phi_k)$ 分别为第 k 个目标的发射和接收导向矢量, 具体为 $\mathbf{a}_t(\theta_k) = [1, e^{-j2\pi d_2 \sin \theta_k / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d_M \sin \theta_k / \lambda}]^T$ 和 $\mathbf{a}_r(\phi_k) = [1, e^{-j2\pi d_2 \sin \phi_k / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d_N \sin \phi_k / \lambda}]^T$. 利用发射信号正交性 ($\mathbf{R}_B = E[\mathbf{B}\mathbf{B}^H] = \mathbf{I}_{MN}$), 将回波信号进行匹配滤波并向量化可得

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K \eta_k(t) (\mathbf{a}_t(\theta_k) \otimes \mathbf{a}_r(\phi_k)) + \mathbf{n}(t) = (\mathbf{A}_t \circ \mathbf{A}_r) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), \quad (11)$$

其中, $\mathbf{A}_t = [\mathbf{a}_t(\theta_1), \dots, \mathbf{a}_t(\theta_K)]$, $\mathbf{A}_r = [\mathbf{a}_r(\phi_1), \dots, \mathbf{a}_r(\phi_K)]$, $\mathbf{s}(t) = [\eta_1, \dots, \eta_K]^T$. 且 $\mathbf{n}(t)$ 为高斯白噪声矢量. 根据式 (11) 可计算回波信号协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t)] = (\mathbf{A}_t \circ \mathbf{A}_r) \mathbf{R}_s (\mathbf{A}_t \circ \mathbf{A}_r)^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{MN} = \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{MN}, \quad (12)$$

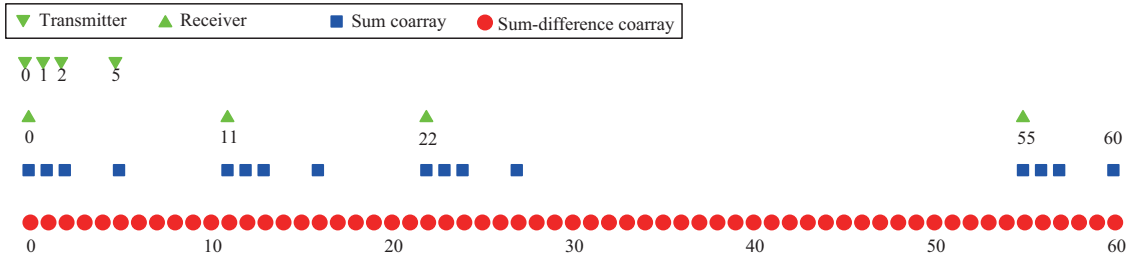


图 2 (网络版彩图) 虚拟阵元分布

Figure 2 (Color online) The distribution of virtual elements

其中, $\mathbf{R}_s = \mathbb{E}[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)] = \text{diag}[\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2]$ 为目标协方差矩阵, σ_k^2 为第 k 个目标的信号能量, $\mathbf{A} = \mathbf{A}_t \circ \mathbf{A}_r$, σ_n^2 为噪声方差. 向量化协方差矩阵 \mathbf{R} 可得

$$\mathbf{r} = \text{vec}(\mathbf{R}) = (\mathbf{A}^* \circ \mathbf{A})\mathbf{p} + \sigma_n^2 \text{vec}(\mathbf{I}_{MN}), \quad (13)$$

其中,

$$\mathbf{A}^* \circ \mathbf{A} = [\mathbf{a}_t^*(\theta_k) \otimes \mathbf{a}_r^*(\phi_k) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_k) \otimes \mathbf{a}_r(\phi_k)]_{k=1}^K \quad (14)$$

为重构的阵列流型矩阵, $\mathbf{p} = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2]^T$. 由式 (14) 可知, 矩阵 \mathbf{A} 的虚拟阵元位置由发射和接收阵列阵元位置的“和联合阵列”(sum coarray) 组成. 矩阵 $\mathbf{A}^* \circ \mathbf{A}$ 的虚拟阵元位置由 \mathbf{A} 中阵元位置的“差联合阵列”组成. 为便于表述, 此处定义为“和差联合阵列”.

注释 1 对比式 (5) 和 (14) 可知, 稀疏阵列能够利用物理阵元位置的“差联合阵列”实现虚拟阵元扩展, 稀疏阵列 MIMO 雷达通过发射和接收阵列阵元位置的“和差联合阵列”增大虚拟阵元数. 两者均需通过矢量化采样协方差矩阵实现. 然而, 在相同物理阵元数条件下, 后者由于引入了更多的变量因子而生成更多的虚拟阵元.

3.2 单基地稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计

单基地稀疏阵列 MIMO 雷达发射和接收阵列相距很近或为同一阵列, 即 DOA 和 DOD 相同 ($\theta_k = \phi_k$). 其中, 最小冗余 MIMO 雷达^[20,21] 因复杂的计算搜索而限制了工程应用; 嵌套 MIMO 雷达^[22] 能够利用 $\mathcal{O}(M)$ 个阵元获得 $\mathcal{O}(M^2)$ 或 $\mathcal{O}(M^3)$ 的自由度, 但密布子阵使其互耦相对较大; 互质 MIMO 雷达^[23] 较大的阵元间距进一步降低互耦率, 可利用 $\mathcal{O}(M+N)$ 个阵元获得 $\mathcal{O}(MN)$ 的自由度. 总体而言, 稀疏阵列 MIMO 雷达在实际应用方面主要表现为嵌套、互质 MIMO 及其扩展形式. 嵌套 MIMO 雷达自由度闭式解易于推导, 而互质 MIMO 雷达的自由度需要一定的推导证明.

3.2.1 单基地嵌套 MIMO 雷达参数估计

单基地嵌套 MIMO 雷达主要分为两种类型: 一是将传统二级嵌套阵的两个子阵分别作为发射和接收阵列, 可称为“嵌套子阵 MIMO 雷达”; 二是直接将二级或多级嵌套阵作为发射和接收阵列, 可称为“多级嵌套 MIMO 雷达”. 其虚拟阵元扩展情况具体分析如下.

(1) **嵌套子阵 MIMO 雷达.** 传统二级嵌套阵由两个级联子阵组成, 第一个子阵为密布 ULA, 第二个子阵为稀疏 ULA. 分别以两个子阵作为发射和接收阵列可得嵌套子阵 MIMO 雷达结构, M 和 N 分别表示发射和接收阵列阵元个数, 对应阵元间距为 d 和 Nd (通常取 d 为信号半波长). 则发射和

接收阵列的“和联合阵列”位置集合可表示为

$$\mathbb{S}_{\text{tr}} = \{0, 1, \dots, M, \dots, MN - 1\}. \quad (15)$$

集合 \mathbb{S}_{tr} 与阵列流形矩阵 $\mathbf{A} = \mathbf{A}_t \circ \mathbf{A}_r$ 的虚拟阵元位置相对应. 通过引入嵌套阵可使回波信号模型的虚拟自由度达到 MN . 相比于传统 MIMO 雷达 (自由度为 $M + N - 1$), 嵌套子阵 MIMO 雷达具有更高的自由度, 因而估计性能更好.

“和差联合阵列”聚焦于协方差矩阵向量化后的虚拟阵元位置集合, 与阵列流型矩阵 $\mathbf{A}^* \circ \mathbf{A}$ 的阵元位置相对应. 因此, 设置最优接收阵列阵元间距以使自由度达到最大是研究“和差联合阵列”结构的核心. 假设发射阵元间距为 d , 接收阵元间距为 αd , α 为正整数. 当 $\alpha = M$ 时, 该结构与式 (15) 相同. 求取“和差联合阵列”位置集合为

$$\bar{\mathbb{S}}_{\text{tr}} = \{m + n\alpha, -(M - 1) \leq m \leq M - 1, -(N - 1) \leq n \leq N - 1\}. \quad (16)$$

由上式可知, 当参数 $\alpha = 2M - 1$ 时, 集合 $\bar{\mathbb{S}}_{\text{tr}}$ 中连续虚拟阵元个数达到最大. 可计算 $\bar{\mathbb{S}}_{\text{tr}}$ 的虚拟阵元 (自由度) 总数为 $(2M - 1)(2N - 1)$. 由式 (16) 可知, 虚拟发射和接收阵列 (即变量 m 和 n) 的虚拟阵元数分别为 $2M - 1$ 和 $2N - 1$. 因此, “和差联合阵列”自由度最大值等于发射和接收阵列虚拟阵元总数的乘积^[22].

(2) 多级嵌套 MIMO 雷达. 本小节以二级嵌套 MIMO 雷达为例. 假设发射和接收阵列均为二级嵌套阵, 发射阵列子阵列阵元个数分别为 M_1 和 M_2 , 接收阵列子阵列阵元个数分别为 N_1 和 N_2 , 并将接收阵列阵元间距扩大 β 倍, β 为正整数. 则“和差联合阵列”的虚拟阵元位置集合可表示为^[69]

$$\bar{\mathbb{S}}_{2,\text{tr}} = m + n\beta, \quad -M' \leq m \leq M', \quad -N' \leq n \leq N', \quad (17)$$

其中, $M' = M_2(M_1 + 1) - 1$, $N' = N_2(N_1 + 1) - 1$. 对比式 (16) 和 (17) 可知, 两者阵元结构相似, 结合文献 [22, 70] 可知, 当 $\beta = 2M' + 1$ 时, 集合 $\bar{\mathbb{S}}_{2,\text{tr}}$ 获得最多连续虚拟阵元, 即 $(2M' + 1)(2N' + 1)$. 如图 2 所示, 当 $M_1 = M_2 = 2$, $N_1 = N_2 = 2$ 时, 可得 $M' = N' = 5$, “和差联合阵列”的取值范围为 $[-60, 60]$, 即总虚拟阵元个数为 $(2M' + 1)(2N' + 1) = 121$.

注释2 事实上, 以超级嵌套阵^[26, 27]、增广嵌套阵^[28]等作为 MIMO 雷达的发射和接收阵列均可构成嵌套 MIMO 雷达. 根据式 (17) 可知, 对于任意嵌套 MIMO 雷达, 其“和差联合阵列”自由度由虚拟发射和接收阵列阵元数 (即 $2M' + 1, 2N' + 1$) 决定. 因此, 设计具有更多连续虚拟阵元的嵌套阵是实现嵌套 MIMO 雷达自由度扩展的重要研究方向.

总体而言, 嵌套 MIMO 雷达^[22]作为一种新的阵列结构通常采用嵌套阵 (子阵) 作为发射和接收阵列, 其虚拟阵元位置和个数具有统一的闭式解, 相对于最小冗余 MIMO 雷达在工程上易于实现, 但由于存在一定数量的邻近阵元, 互耦相对较大. 例如, 文献 [69] 提出一种广义嵌套 MIMO 雷达结构, 并引入空间平滑 MUSIC 算法开展 DOA 估计, 验证了该结构的性能优势; 为增大可检测目标数量, 文献 [71] 利用空域稀疏特征引入嵌套 MIMO 雷达结构系统开展了基于噪声子空间加权的 DOA 估计研究, 该方法具有较高的估计精度和角度分辨力; 文献 [72] 通过重复虚拟阵元平均化开展了对称嵌套 MIMO 雷达 DOA 估计算法研究, 提升了角度估计性能; 文献 [73] 利用宽带嵌套 MIMO 雷达开展了发射波形设计和 DOA 估计算法研究; Li 等^[74]研究了基于空间平滑 MUSIC 的 L 型嵌套 MIMO 雷达 DOA 估计算法, 并论证了该结构的估计性能优势等.

3.2.2 单基地互质 MIMO 雷达参数估计

单基地互质 MIMO 雷达也可分为两种类型:一是将传统互质阵的两个子阵分别作为发射和接收阵列,可称为“互质子阵 MIMO 雷达”;二是直接将互质阵作为发射和接收阵列,可称为“二级互质 MIMO 雷达”.此外,本小节也着重描述了“对称互质 MIMO 雷达”和“广义互质 MIMO 雷达”两种结构,并从“和差联合阵列”角度挖掘了互质 MIMO 雷达的自由度扩展和互耦抑制优势.

(1) 互质子阵 MIMO 雷达. 互质阵属于非均匀线阵,由两个阵元间距不同的稀疏 ULA 交替构成.本小节将传统互质阵的两个子阵分别作为 MIMO 雷达的发射和接收阵列,阵元数为 $2M$ 和 N ,阵元间距分别为 Nd 和 Md , M 和 N 为互质整数.则“和差联合阵列”的位置集合可表示为

$$\mathcal{S}_c = \{p | p = (Mn_1 - Nm_2) + (Nm_1 - Mn_2), 0 \leq m_1, m_2 \leq 2M - 1, 0 \leq n_1, n_2 \leq N - 1\}. \quad (18)$$

根据式 (18) 可知,集合 \mathcal{S}_c 可表示为两个“差联合阵列”的“和联合阵列”.为详细说明集合 \mathcal{S}_c 中连续和离散虚拟阵元的分布情况,现推导定理 1 如下.

定理 1 互质子阵 MIMO 雷达“和差联合阵列”集合 \mathcal{S}_c 具有如下特征^[75]: (a) 集合 \mathcal{S}_c 中的连续虚拟阵元范围为 $[-2MN + 1, 2MN - 1]$; (b) 集合 \mathcal{S}_c 中虚拟阵元总个数为 $5MN - M - N$.

相比于嵌套子阵 MIMO 雷达,互质子阵 MIMO 雷达发射和接收阵列均为稀布阵,因而具有更低的阵列互耦.

(2) 二级互质 MIMO 雷达. 二级互质 MIMO 雷达是将互质阵直接作为发射和接收阵列.假设发射和接收阵列互质结构相同,且发射阵列两个子阵分别具有 $2M_1$ 和 N_1 个阵元,对应阵元间距分别为 N_1d 和 M_1d , M_1 和 N_1 为互质整数.同理,可得“和差联合阵列”的位置集合为

$$\mathcal{S}_{2c} = \{p | p = (N_1m_1 - M_1n_1) + (N_1m_2 - M_1n_2), 0 \leq m_1, m_2 \leq 2M_1 - 1, 0 \leq n_1, n_2 \leq N_1 - 1\}. \quad (19)$$

结合式 (19) 可得定理 2.

定理 2 二级互质 MIMO 雷达“和差联合阵列”集合 \mathcal{S}_{2c} 具有如下特征^[75]: (a) 集合 \mathcal{S}_{2c} 中的连续虚拟阵元范围为 $[-M', M']$, $M' = 3M_1N_1 + M_1 - N_1 - 1$; (b) 集合 \mathcal{S}_{2c} 中虚拟阵元总个数为 $7M_1N_1 + M_1 - 3N_1$.

为直观描述二级互质 MIMO 雷达“和差联合阵列”结构,假设 $M_1 = 2, N_1 = 3$,连续虚拟阵元个数为 33,对应范围为 $[-16, 16]$,离散阵元个数为 2,对应位置为 ± 18 .

注释 3 同理,以稀薄互质阵^[43]、裁剪互质阵^[46]等结构作为 MIMO 雷达的发射和接收阵列均可构成互质 MIMO 雷达.相比嵌套 MIMO 雷达,互质 MIMO 雷达需要更为复杂的理论证明确定虚拟阵元分布情况.

总体而言,互质 MIMO 雷达采用互质阵(子阵)作为发射和接收阵列,其较大的阵元间距能够进一步降低互耦率,提高估计性能.如 Li 等^[76,77]针对互质 MIMO 雷达采用联合实值 ESPRIT 算法进行 DOA 估计,并开展了基于 ESPRIT-like 的 DOA 和阵列补偿的联合估计算法研究.为进一步提高互质 MIMO 雷达参数估计性能,作者提出对称互质 MIMO 雷达结构^[75],相比于二级互质 MIMO 雷达,对称互质结构能够通过充分利用“和联合阵列”获得更多的虚拟阵元.为充分利用“和差联合阵列”集合的虚拟孔径扩展性能,本文作者^[78]引入扩展因子建立广义互质 MIMO 雷达,其基本思路是:利用传统互质阵作为 MIMO 雷达发射和接收阵列,并将发射阵列阵元间距增大 α 倍,其中 α 为扩展因子;通过向量化样本协方差矩阵,定义广义“和差联合阵列”概念,推导扩展因子、连续虚拟阵元和

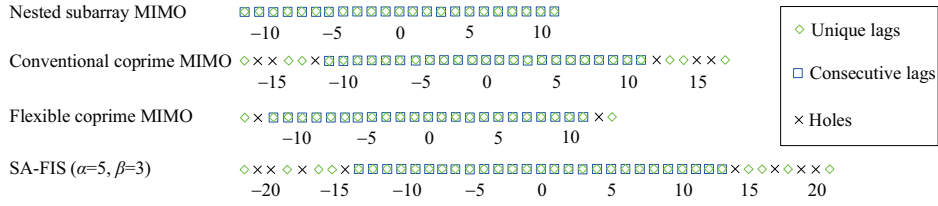


图 3 (网络版彩图) 不同稀疏阵列 MIMO 雷达虚拟阵元分布
 Figure 3 (Color online) The element distributions of different sparse MIMO radars

总虚拟阵元数的闭式解, 分析自由度随扩展因子取值的变化情况; 具体地讲, 对于 $\mathcal{O}(M+N)$ 个物理阵元, 广义“和差联合阵列”能够获取 $\mathcal{O}(M^2N^2)$ 自由度, 而传统互质 MIMO 具有 $\mathcal{O}(MN)$ 自由度. 假设空间搜索网格为 $\omega = \{\tilde{\theta}_i, i = 1, 2, \dots, P\}$, CS 算法的优化框架可表示为

$$\min_{\hat{\mathbf{p}}} \|\hat{\mathbf{p}}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{r} - \mathbf{A}_0(\omega)\hat{\mathbf{p}}\|_2 < \eta, \quad (20)$$

其中, $\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}^* \circ \mathbf{A}$, η 为正则化参数. 引入 LASSO 算法^[79] 可得目标函数为

$$\min_{\hat{\mathbf{p}}} \left(\frac{1}{2} \|\mathbf{y}\|_2 + \eta \|\hat{\mathbf{p}}\|_1 \right) \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} = \mathbf{r} - \mathbf{A}_0(\omega)\hat{\mathbf{p}}. \quad (21)$$

结合式 (21), 文献 [78] 中图 4 和 5 给出了不同阵列的参数估计性能. 根据仿真结果可知, CS 算法比前后向空间平滑 (forward backward spatial smoothing, FBSS) 算法具有更高的估计精度. 需要指出的是, 嵌套 MIMO 雷达虚拟阵元均为连续值, 不存在离散值, 但发射或接收阵列中部分物理阵元分布为密布结构, 而互质 MIMO 雷达发射和接收阵列均为稀布阵, 因而具有更高的互耦率.

3.2.3 单基地灵活 MIMO 雷达参数估计

为深入挖掘嵌套和互质 MIMO 雷达的共同特征, 本文作者^[80] 创新性地提出了灵活 MIMO 雷达结构, 发射阵列有 M 个阵元, 阵元间距为 αd ; 接收阵列有 N 个阵元, 阵元间距为 βd ; α 和 β 为互质扩展因子. 结合 3.2.1 和 3.2.2 小节可知, 当 α 和 β 取不同值时, 可以得到不同的稀疏阵列 MIMO 雷达, 如嵌套子阵和互质子阵 MIMO 雷达. 因此, 灵活 MIMO 能够通过设置灵活的发射和接收阵列阵元间距而具有广义化特征, 其“和差联合阵列”位置集合为

$$\mathbb{S} = \{s \mid s = \tilde{s}d, \tilde{s} = \alpha\tilde{m} + \beta\tilde{n}, -(M-1) \leq \tilde{m} \leq M-1, -(N-1) \leq \tilde{n} \leq N-1\}. \quad (22)$$

推导集合 \mathbb{S} 的虚拟阵元分布如下.

定理3 建立灵活 MIMO 雷达, 其发射和接收阵列阵元间距为互质整数. 定义“和差联合阵列”位置集合 \mathbb{S} , 则^[80] (a) 互质扩展因子满足 $1 \leq \alpha \leq 2N-1, 1 \leq \beta \leq 2M-1$; (b) 集合 \mathbb{S} 中连续虚拟阵元范围为 $[-c, c], c = \alpha M + \beta N - \alpha\beta - 1$; (c) 集合 \mathbb{S} 中总阵元数为 $2g+1, g = \alpha(M-1) + \beta(N-1) - (\alpha-1)(\beta-1)/2$.

为说明灵活 MIMO 雷达相对于传统 MIMO 雷达的虚拟孔径扩展优势, 图 3 描述了相关阵列的虚拟阵元数, 其中, $M = 4, N = 3$. 从图 3 可以看出, 优化后灵活 MIMO (SA-FIS) 比其他阵列结构具有更高自由度, 且能够通过增大阵元间距抑制阵元互耦影响.

注释4 式 (22) 揭示了稀疏阵列 MIMO 雷达阵列设计的一般规律. 具体地讲, 变量 \tilde{m} 和 \tilde{n} 分别表示发射和接收阵列“差联合阵列”的虚拟连续阵元范围, 集合 \mathbb{S} 中的最大虚拟阵元数与连续阵元范围密切相关. 因此, 为提高自由度和降低互耦, 设计具有更多虚拟连续阵元的稀疏阵列是开展 MIMO 雷达阵列设计的重要研究方向.

注释5 分析定理 3 可知, 离散阵元个数等于 $(\alpha - 1)(\beta - 1)$, 其值与物理阵元个数 M, N 无关, 仅由发射和接收阵列的阵元间距决定. 则较大的阵元间距 (即 $\alpha, \beta > 1$) 是产生离散阵元的根本原因, 由此论证了阵元互耦与连续虚拟阵元间的矛盾关系. 当利用总虚拟阵元数进行 DOA 估计时, 可通过增大阵元间距达到抑制互耦的目的, 即从抑制互耦角度讲, CS 算法更适合于灵活 MIMO 雷达.

同理, 将“灵活阵元间距”观点应用于二级嵌套和二级互质 MIMO 雷达结构也可进一步增大自由度并降低互耦率, 分析表明上述结构均为其特殊情况. 此外, 文献 [22] 利用子空间类稀疏贝叶斯学习方法分别估计相干和非相干目标, 但并未考虑“和差联合阵列”结构下的自由度扩展问题; BouDaher 等 [81] 和 Liu 等 [82] 引入一种传统 CS 算法用于“和差联合阵列”结构下的混合目标 DOA 估计, 但由于需要估计目标协方差矩阵中的非零非对角元素, 算法具有较大的运算量. 例如, 当 K 个目标全相干时, 需要估计的阵元元素为 K^2 , 此时将会引起估计性能的急剧下降. 为此, 本文作者针对“和联合阵列”论证了基于空间平滑分集的灵活 MIMO 雷达最大可检测目标数, 建立了阵元数、阵元间距和目标数之间的函数优化模型 [83, 84]; 随后, 针对“和差联合阵列”通过修正和移除目标协方差矩阵中的非对角元素, 改进的 CS 算法可以仅识别其中的对角元素, 由于传统 CS 算法需要估计所有的非零元素, 该改进算法能够通过估计较少的元素个数提高估计性能并降低复杂度, 部分仿真结果可参考文献 [80] 中的图 7 和 8.

3.3 双基地稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计

双基地 MIMO 雷达是指发射和接收阵列布阵位置较远, 即 DOA 和 DOD 不同 ($\theta_k \neq \phi_k$), 将稀疏阵列应用于双基地 MIMO 雷达能够通过向量化样本协方差矩阵实现虚拟发射和接收阵列自由度扩展, 但由于虚拟回波信号模型为单快拍结构, 传统的子空间类算法因目标协方差矩阵秩亏而失效. 根据式 (14) 可知, 当 $\theta_k \neq \phi_k$ 时, 矢量 $\mathbf{a}_t^*(\theta_k) \otimes \mathbf{a}_r^*(\phi_k) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_k) \otimes \mathbf{a}_r(\phi_k)$ 中的虚拟阵元位置满足“和差联合阵列”结构, 设其虚拟阵元位置集合为 $\tilde{\mathcal{S}}$, 则有

$$\tilde{\mathcal{S}} = \{ \tilde{s} \mid \tilde{s} = s_t + s_r - (\tilde{s}_t + \tilde{s}_r) \} = \left\{ \tilde{s} \mid \tilde{s} = \underbrace{(s_t - \tilde{s}_t)}_{\theta_k} + \underbrace{(s_r - \tilde{s}_r)}_{\phi_k} \right\}, \quad (23)$$

其中, s_t, \tilde{s}_r 表示发射阵列阵元位置, s_r, \tilde{s}_t 表示接收阵列阵元位置. 则 $s_t - \tilde{s}_t$ 和 $s_r - \tilde{s}_r$ 分别表示发射和接收阵列的“差联合阵列”. 由于式 (23) 中“和联合阵列”结构由两个不同参数组成, 即 θ_k 和 ϕ_k , $\tilde{\mathcal{S}}$ 的虚拟自由度等于两个“差联合阵列”中虚拟阵元的乘积. 因此, 双基地稀疏阵列 MIMO 雷达的虚拟阵元本质上是由发射和接收阵列所形成的虚拟阵元数决定的, 体现的是稀疏阵列的应用和扩展.

根据式 (23) 可知, 现有的改进嵌套阵和改进互质阵, 如超级嵌套阵 [26, 27]、增广嵌套阵 [28] 和稀疏互质阵 [43] 等, 均可应用于双基地 MIMO 雷达参数估计. 为便于说明其内在规律, 本小节以传统嵌套阵为例建立双基地嵌套 MIMO 雷达, 发射和接收阵列均由传统嵌套阵组成, 发射阵列阵元数为 $M = M_1 + M_2$, 接收阵列阵元数为 $N = N_1 + N_2$, 单位阵元间距设为半波长. 嵌套阵的“差联合阵列” $s_t - \tilde{s}_r$ 具有 $2M_2(M_1 + 1) - 1$ 个虚拟阵元, “差联合阵列” $s_r - \tilde{s}_t$ 具有 $2N_2(N_1 + 1) - 1$ 个虚拟阵元 [16]. 由此, 集合 $\tilde{\mathcal{S}}$ 中总的虚拟阵元个数表示为

$$\text{DOF} = [2M_2(M_1 + 1) - 1][2N_2(N_1 + 1) - 1]. \quad (24)$$

由式 (24) 可知, 该结构能够利用 $\mathcal{O}(M + N)$ 个物理阵元获得 $\mathcal{O}(M^2N^2)$ 的自由度, 且该结构也可推广应用于 L 型嵌套 MIMO 雷达二维 DOD 和二维 DOA 联合估计. 图 4 描述了 MIMO 雷达角度联合

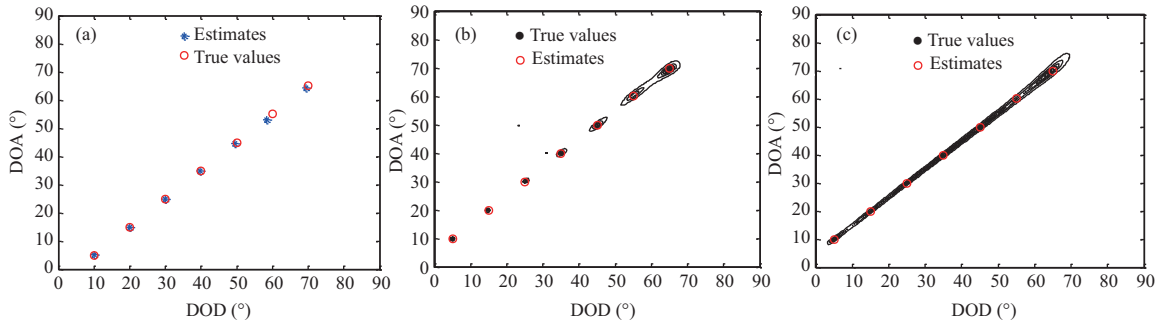


图 4 (网络版彩图) 双基地 MIMO 雷达参数估计. (a) 嵌套 MIMO 雷达, 张量分解; (b) 嵌套 MIMO 雷达, FBSS; (c) 传统 MIMO 雷达, MUSIC

Figure 4 (Color online) Bistatic MIMO radar parameter estimation. (a) Nested MIMO radar, tensor decomposition; (b) nested MIMO radar, FBSS; (c) conventional MIMO radar, MUSIC

表 1 相关算法参数估计性能

Table 1 Parameter estimation performance of relevant algorithms

Relevant algorithm	SST	Toeplitz	CS	Tensor decomposition
Estimation accuracy	General	General	Excellent	Good
Complexity	Excellent	Excellent	General	Good

估计结果, 其中, $M_1 = N_1 = 2, M_2 = N_2 = 3$, 信噪比 5 dB, 快拍数 500. 比较图 4(a)~(c) 可知, 嵌套 MIMO 雷达能够准确估计 7 个目标方向, 而传统 MIMO 雷达所估计部分目标存在较大误差.

为充分利用虚拟自由度以提高检测性能, 本文作者^[85,86]利用张量分解理论对虚拟单快拍回波信号模型进行角度估计, 利用张量分解唯一性条件建立“可检测目标最大化”的张量模型, 系统说明了张量分解相对于二维空间平滑算法和 Toeplitz 矩阵方法的广义性特征; 并从联合阵列角度推导了嵌套 MIMO 雷达克拉美罗界 (Cramér-Rao bound, CRB) 解析表达式, 论证了 CRB 存在的充分条件; 仿真实验从自由度、估计精度和角度分辨率等视角验证了基于张量分解的嵌套 MIMO 雷达角度估计性能优势, 可检测目标数仿真结果参见文献 [85]. 此外, 文献 [87] 结合分布式嵌套阵列的布阵优势与双基地 MIMO 雷达的优点, 设计了一种双基地分布式嵌套阵列 MIMO 雷达的阵列结构, 并提出基于目标距离信息解模糊的自动配对双尺度 ESPRIT 的高精度角度估计方法; 文献 [88] 利用复平行因子方法开展了极化双基地嵌套 MIMO 雷达多目标 DOD、DOA、极化参数和多普勒频率联合估计研究等; 文献 [89] 提出一种基于张量分解算法的互质阵双基地 MIMO 雷达 DOD、DOA 和多普勒频率联合估计; 文献 [90] 研究了基于传统子空间类算法的稀疏双基地 MIMO 雷达 DOD 和 DOA 联合估计理论, 但并未考虑虚拟单快拍回波信号结构等.

注释6 事实上, 稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计算法主要包含 SST、Toeplitz 矩阵、CS、张量分解等. 其中, SST 和 Toeplitz 具有相似的估计性能, 但 Toeplitz 方法由于无需复乘运算而具有更低复杂度; CS 具有更高的估计精度和角度分辨率, 但需要空间网格搜索和优化迭代运算 (如 CVX 等), 复杂度较大; 张量分解参数估计性能 (包含估计精度与运算量) 与所构建的张量模型有关, 一般情况下优于 SST, 弱于 CS. 具体参见表 1²⁾.

2) 表 1 中分析仅以传统算法为准, 暂不考虑相应的改进算法.

4 展望

从自由度、阵元互耦和冗余度等视角开展稀疏阵列 MIMO 雷达结构设计和测向算法研究对促进稀疏阵列的深入发展和广泛应用具有重要意义,是当前研究的热点和难点问题.本文系统回顾了稀疏阵列 MIMO 雷达的发展历程和最新进展,对比分析了不同阵列 MIMO 雷达自由度、互耦率、估计精度、分辨率等性能指标,构建了稀疏阵列 MIMO 雷达阵列设计和参数估计的基础模型,为后续创新研究提供了理论支撑.同时,基于上述分析可以看出,前期研究以提升估计性能和降低复杂度为目标开展了阵列结构设计、降维算法改进等方面工作.然而,在低空、干扰、隐身等复杂条件下,现有研究对阵列优化设计、相干目标参数估计、复杂干扰抑制、目标 RCS 闪烁等问题尚缺少体系性的论证分析和算法优化,亟待开展深入研究.

(1) **稀疏阵列 MIMO 雷达优化设计.**稀疏阵列 MIMO 雷达研究主要集中在初步的结构设计上,如第 3 节所提传统互质和嵌套 MIMO 雷达,尚未找到多子阵条件下虚拟阵元扩展的一般规律.嵌套 MIMO 雷达^[22,69]由于存在邻近阵元,其自由度闭式解易于推导,但互耦较大;互质 MIMO 雷达^[23]发射接收阵列阵元间距较大,互耦较低,但虚拟连续阵元较少.我们通过建立广义嵌套阵^[25]和灵活 MIMO 雷达^[80]论证了虚拟连续阵元与互耦的矛盾关系.因此,结合改进嵌套阵^[26~30]和互质阵^[39~43,45~47],研究基于虚拟阵元和互耦联合优化的稀疏阵列 MIMO 雷达对开展高性能参数估计算法研究具有重要意义,但当前研究不够系统、不够深入,尚未充分挖掘其结构优势.另外,随着运动稀疏阵列 DOA 估计的深入研究^[91~93],以时间积累实现自由度扩展的算法研究引起相关领域专家的高度重视,开展运动平台 MIMO 雷达阵列设计和参数估计算法研究也因此成为了当前研究的重要内容.

(2) **稀疏阵列 MIMO 雷达混合目标参数估计.**在军事应用中,多径相干目标测向定位是有效发现低空突防目标的重要手段,是亟需解决的重要军事问题^[94].在混合目标(相干和非相干目标同时存在)条件下,目标回波信号协方差矩阵不满足 Toeplitz 结构,矢量化后的“和差联合阵列”因相干系数影响需估计更多的非零元素,且方向矢量由 Khatri-Rao 积转化为 Kronecker 积^[81,82],限制了 SST、CS、张量等模型的构建和应用.我们前期建立降复杂度 CS 算法开展混合目标参数估计,但该算法采用最小均方误差方法构建目标信号协方差矩阵的 Toeplitz 结构,在低信噪比条件下估计性能受限^[80];文献^[95]采用核范数最小化方法建立了 Toeplitz 矩阵恢复模型,但该方法仅考虑单个相干目标群情形,且由于采用 CVX 工具箱而具有较大运算量.因此,针对相干目标从“联合阵列”视角开展稀疏阵列 MIMO 雷达虚拟阵元扩展、满秩模型构建和参数估计算法研究是亟待突破的重要科学问题.

(3) **非理想条件下稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计.**非理想阵列幅相误差校正是搭建稀疏阵列 MIMO 雷达系统并实现军事应用的技术前提.非理想条件下稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计面临互耦、幅相误差、虚拟孔径扩展、复杂噪声等交织问题,极易造成目标测向性能的下降.传统方法侧重于应用子空间类或 CS 算法开展阵列幅相误差补偿抑制理论研究^[96~98],而关于稀疏阵列 MIMO 雷达测向算法研究相对较少,可查的公开文献尚不多见.另外,为便于建模分析,现有的稀疏阵列 MIMO 雷达测向算法多将噪声假设为高斯白噪声,但由于现实电磁环境的复杂性,该假设在实际环境中难以满足.为增强稀疏阵列 MIMO 雷达的实用性,有必要研究非理想噪声下的多目标测向算法^[99].这个问题包括两个方面,一方面是利用稀疏阵列结构上的特殊性设计不同于传统阵列的新算法,为解决非理想噪声问题提供新思路;另一方面是解决经典算法应用于稀疏阵列时出现的新问题,从而更好地发挥相关算法的优势,如张量分解^[85,89]、神经网络^[100,101]等.

(4) **分布式稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计.**随着无人机、无线传感器网络等自主技术的深化应用,分布式稀疏阵列 MIMO 雷达组网已成为当前雷达信号处理领域的研究热点.基于分布式稀疏阵列

MIMO 雷达通过节点间的数据融合和模型构建, 利用虚拟孔径扩展和空间分集特性抑制目标 RCS 闪烁引起的信号回波衰减. 相关文献已开展了分布式 MIMO 雷达的定位和跟踪等问题研究^[87,102,103], 但大都是针对理想的噪声模型和均匀阵列结构, 并未考虑复杂环境变化、目标状态、稀疏阵列扩展等因素影响, 研究内容主要集中在特定条件下降低运算量或提高精度问题, 实用性、综合性有待提高, 亟待从系统层面对分布式稀疏阵列 MIMO 雷达测向中的阵列设计、模型构建、参数估计、阵列校准等问题进行深入研究.

参考文献

- 1 Fishler E, Haimovich A, Blum R S, et al. MIMO radar: an idea whose time has come. In: Proceedings of the IEEE Radar Conference, 2004. 4: 71–78
- 2 Fishler E, Haimovich A, Blum R S, et al. Spatial diversity in radars' models and detection performance. IEEE Trans Signal Process, 2006, 54: 823–838
- 3 Stoica P, Li J, Xie Y. On probing signal design for MIMO radar. IEEE Trans Signal Process, 2007, 55: 4151–4161
- 4 Sen S, Nehorai A. OFDM MIMO radar with mutual-information waveform design for low-grazing angle tracking. IEEE Trans Signal Process, 2010, 58: 3152–3162
- 5 Jiu B, Liu H, Wang X, et al. Knowledge-based spatial-temporal hierarchical MIMO radar waveform design method for target detection in heterogeneous clutter zone. IEEE Trans Signal Process, 2015, 63: 543–554
- 6 Khawar A, Abdelhadi A, Clancy C. Target detection performance of spectrum sharing MIMO radars. IEEE Sens J, 2015, 15: 4928–4940
- 7 Roshanzamir A, Bastani M. Multipath effect on false peaks in covariance based MIMO radar beam-pattern design. In: Proceedings of the 14th International Radar Symposium, 2013. 970–975
- 8 Jiang H, Zhang J K, Wong K M. Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar in unknown correlated noise. IEEE Trans Veh Technol, 2015, 64: 5113–5125
- 9 Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation. IEEE Trans Antenn Propagat, 1986, 34: 276–280
- 10 Roy R, Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. IEEE Trans Acoust Speech Signal Process, 1989, 37: 984–995
- 11 Xia W, He Z S, Liao Y Y. On the maximum likelihood method for target localization using MIMO radars. Sci Sin Inform, 2011, 41: 234–245 [夏威, 何子述, 廖羽宇. MIMO 雷达最大似然参数估计. 中国科学: 信息科学, 2011, 41: 234–245]
- 12 Donoho D L. Compressed sensing. IEEE Trans Inform Theor, 2006, 52: 1289–1306
- 13 Malioutov D, Cetin M, Willsky A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays. IEEE Trans Signal Process, 2005, 53: 3010–3022
- 14 Linebarger D A, Sudborough I H, Tollis I G. Difference bases and sparse sensor arrays. IEEE Trans Inform Theor, 1993, 39: 716–721
- 15 Moffet A. Minimum-redundancy linear arrays. IEEE Trans Antennas Propagat, 1968, 16: 172–175
- 16 Pal P, Vaidyanathan P P. Nested arrays: a novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom. IEEE Trans Signal Process, 2010, 58: 4167–4181
- 17 Vaidyanathan P P, Pal P. Sparse sensing with co-prime samplers and arrays. IEEE Trans Signal Process, 2011, 59: 573–586
- 18 Vaidyanathan P P, Pal P. Sparse sensing with coprime arrays. In: Proceedings of the 44th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, 2010. 11: 1405–1409
- 19 Shi J, Hu G, Zhang X, et al. Sparsity-based two-dimensional DOA estimation for coprime array: from sum-difference coarray viewpoint. IEEE Trans Signal Process, 2017, 65: 5591–5604
- 20 Chen C, Vaidyanathan P. Minimum redundancy MIMO radars. In: Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits Systems (ISCAS), Seattle, 2008. 5: 45–48
- 21 Huang Y, Liao G, Li J, et al. Sum and difference coarray based MIMO radar array optimization with its application for DOA estimation. Multidim Syst Sign Process, 2017, 28: 1183–1202

- 22 Yang M, Sun L, Yuan X, et al. A new nested MIMO array with increased degrees of freedom and hole-free difference coarray. *IEEE Signal Process Lett*, 2018, 25: 40–44
- 23 Qin S, Zhang Y D, Amin M G. DOA estimation of mixed coherent and uncorrelated targets exploiting coprime MIMO radar. *Digital Signal Process*, 2017, 61: 26–34
- 24 Yang M, Sun L, Yuan X, et al. Improved nested array with hole-free DCA and more degrees of freedom. *Electron Lett*, 2016, 52: 2068–2070
- 25 Shi J, Hu G, Zhang X, et al. Generalized nested array: optimization for degrees of freedom and mutual coupling. *IEEE Commun Lett*, 2018, 22: 1208–1211
- 26 Liu C L, Vaidyanathan P P. Super nested arrays: linear sparse arrays with reduced mutual coupling-part I: fundamentals. *IEEE Trans Signal Process*, 2016, 64: 3997–4012
- 27 Liu C L, Vaidyanathan P P. Super nested arrays: linear sparse arrays with reduced mutual coupling-part II: high-order extensions. *IEEE Trans Signal Process*, 2016, 64: 4203–4217
- 28 Liu J, Zhang Y, Lu Y, et al. Augmented nested arrays with enhanced DOF and reduced mutual coupling. *IEEE Trans Signal Process*, 2017, 65: 5549–5563
- 29 Zheng Z, Wang W Q, Kong Y, et al. MISC array: a new sparse array design achieving increased degrees of freedom and reduced mutual coupling effect. *IEEE Trans Signal Process*, 2019, 67: 1728–1741
- 30 Shen Q, Liu W, Cui W, et al. Simplified and enhanced multiple level nested arrays exploiting high-order difference co-arrays. *IEEE Trans Signal Process*, 2019, 67: 3502–3515
- 31 Han K Y, Nehorai A. Wideband Gaussian source processing using a linear nested array. *IEEE Signal Process Lett*, 2013, 20: 1110–1113
- 32 Han K, Nehorai A. Nested array processing for distributed sources. *IEEE Signal Process Lett*, 2014, 21: 1111–1114
- 33 Yang J, Liao G, Li J. An efficient off-grid DOA estimation approach for nested array signal processing by using sparse Bayesian learning strategies. *Signal Process*, 2016, 128: 110–122
- 34 Dong Y Y, Dong C X, Zhu Y T, et al. Two-dimensional DOA estimation for L-shaped array with nested subarrays without pair matching. *IET Signal Process*, 2016, 10: 1112–1117
- 35 Liu S, Yang L, Li D, et al. Subspace extension algorithm for 2D DOA estimation with L-shaped sparse array. *Multidim Syst Sign Process*, 2017, 28: 315–327
- 36 Pal P, Vaidyanathan P P. Nested arrays in two dimensions, part I: geometrical considerations. *IEEE Trans Signal Process*, 2012, 60: 4694–4705
- 37 Pal P, Vaidyanathan P P. Nested arrays in two dimensions, part II: application in two dimensional array processing. *IEEE Trans Signal Process*, 2012, 60: 4706–4718
- 38 Liu C L, Vaidyanathan P P. Hourglass arrays and other novel 2-D sparse arrays with reduced mutual coupling. *IEEE Trans Signal Process*, 2017, 65: 3369–3383
- 39 Qin S, Zhang Y D, Amin M G. Generalized coprime array configurations for direction-of-arrival estimation. *IEEE Trans Signal Process*, 2015, 63: 1377–1390
- 40 Qin S, Zhang Y D, Amin M G, et al. Generalized coprime sampling of Toeplitz matrices for spectrum estimation. *IEEE Trans Signal Process*, 2017, 65: 81–94
- 41 Shen Q, Liu W, Cui W, et al. Extension of co-prime arrays based on the fourth-order difference co-array concept. *IEEE Signal Process Lett*, 2016, 23: 615–619
- 42 BouDaher E, Jia Y, Ahmad F, et al. Multi-frequency co-prime arrays for high-resolution direction-of-arrival estimation. *IEEE Trans Signal Process*, 2015, 63: 3797–3808
- 43 Raza A, Liu W, Shen Q. Thinned coprime array for second-order difference co-array generation with reduced mutual coupling. *IEEE Trans Signal Process*, 2019, 67: 2052–2065
- 44 Shi J P, Liu Y X, Wen F Q, et al. Generalized thinned coprime array for DOA estimation. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2021
- 45 Zheng W, Zhang X, Wang Y, et al. Extended coprime array configuration generating large-scale antenna co-array in massive MIMO system. *IEEE Trans Veh Technol*, 2019, 68: 7841–7853
- 46 Wang Y, Zheng W, Zhang X, et al. Expanded coprime array for DOA estimation: augmented consecutive co-array and reduced mutual coupling. *Multidim Syst Sign Process*, 2020, 31: 907–926
- 47 Zheng W, Zhang X, Wang Y, et al. Padded coprime arrays for improved DOA estimation: exploiting hole representation

- and filling strategies. *IEEE Trans Signal Process*, 2020, 68: 4597–4611
- 48 Shi J P, Wen F Q, Liu Y X, et al. High-order extended coprime array design for direction of arrival estimation. *J Syst Eng Electron*, 2021, 32: 748–755
- 49 Li C, Gan L, Ling C. Coprime sensing via chinese remaindering over quadratic fields-part I: array designs. *IEEE Trans Signal Process*, 2019, 67: 2898–2910
- 50 Li C, Gan L, Ling C. Coprime sensing via Chinese remaindering over quadratic fields-part II: generalizations and applications. *IEEE Trans Signal Process*, 2019, 67: 2911–2922
- 51 Zhang Y D, Amin M G, Himed B. Sparsity-based DOA estimation using coprime arrays. In: *Proceedings of IEEE International Conference Acoustics, Speech Signal Process*, 2013. 3967–3971
- 52 Jia T, Wang H, Shen X, et al. Direction of arrival estimation with co-prime arrays via compressed sensing methods. In: *Proceedings of IEEE Oceans*, 2016: 1–5
- 53 Tian Y, Shi H, Xu H. DOA estimation in the presence of unknown non-uniform noise with coprime array. *Electron Lett*, 2017, 53: 113–115
- 54 Zhang D, Zhang Y, Zheng G, et al. Improved DOA estimation algorithm for co-prime linear arrays using root-MUSIC algorithm. *Electron Lett*, 2017, 53: 1277–1279
- 55 Sun F, Lan P, Gao B. Partial spectral search-based DOA estimation method for co-prime linear arrays. *Electron Lett*, 2015, 51: 2053–2055
- 56 Sun F, Wu Q, Sun Y, et al. An iterative approach for sparse direction-of-arrival estimation in co-prime arrays with off-grid targets. *Digital Signal Process*, 2017, 61: 35–42
- 57 Shi Z, Zhou C, Gu Y, et al. Source estimation using coprime array: a sparse reconstruction perspective. *IEEE Sens J*, 2017, 17: 755–765
- 58 Shen Q, Liu W, Cui W, et al. Low-complexity direction-of-arrival estimation based on wideband co-prime arrays. *IEEE/ACM Trans Audio Speech Lang Process*, 2015, 23: 1445–1456
- 59 Shen Q, Liu W, Cui W, et al. Low-complexity compressive sensing based DOA estimation for co-prime arrays. In: *Proceedings of the 19th International Conference on Digit Signal Process*, 2014. 754–758
- 60 Cheng Z, Zhao Y, Li H, et al. Two-dimensional DOA estimation algorithm with co-prime array via sparse representation. *Electron Lett*, 2015, 51: 2084–2086
- 61 Li J, Jiang D, Zhang X. Sparse representation based two-dimensional direction of arrival estimation using co-prime array. *Multidim Syst Sign Process*, 2018, 29: 35–47
- 62 Liu Q, Yi X, Jin L, et al. Two dimensional direction of arrival estimation for co-prime L-shaped array using sparse reconstruction. In: *Proceedings of the 8th International Congress on Image and Signal Processing*, 2015. 1499–1503
- 63 Wu Q, Sun F, Lan P, et al. Two-dimensional direction-of-arrival estimation for co-prime planar arrays: a partial spectral search approach. *IEEE Sens J*, 2016, 16: 5660–5670
- 64 Yang X, Wang Y, Charge P. Hole locations and a filling method for coprime planar arrays for DOA estimation. *IEEE Commun Lett*, 2021, 25: 157–160
- 65 Chen L, Lin X, Zhu B, et al. Generalized parallel coprime array for two-dimensional DOA estimation: a perspective from maximizing degree of freedom. *China Commun*, 2021, 18: 14–26
- 66 Zhou C W, Zheng H, Gu Y J, et al. Research progress on coprime array signal processing: direction-of-arrival estimation and adaptive beamforming. *J Radars*, 2019, 8: 558–577 [周成伟, 郑航, 顾宇杰, 等. 互质阵列信号处理研究进展: 波达方向估计与自适应波束成形. *雷达学报*, 2019, 8: 558–577]
- 67 Shi J P, Hu G P, Zong B F, et al. DOA estimation using multipath echo power for MIMO radar in low-grazing angle. *IEEE Sens J*, 2016, 16: 6087–6094
- 68 Oh D, Li Y, Khodjaev J, et al. Joint estimation of direction of departure and direction of arrival for multiple-input multiple-output radar based on improved joint ESPRIT method. *IET Radar Sonar & Navigation*, 2015, 9: 308–317
- 69 Zheng W, Zhang X F, Shi J P. Sparse extension array geometry for DOA estimation with nested MIMO radar. *IEEE Access*, 2017, 5: 9580–9586
- 70 Zhou H, Hu G P, Shi J P, et al. Novel diagonal reloading based direction of arrival estimation in unknown non-uniform noise. *Math Problems Eng*, 2018, 2018: 3084516
- 71 Yang J. Array signal processing and matlab implementation. Dissertation for Ph.D. Degree. Xi'an: Xidian University, 2016 [杨杰. MIMO 雷达阵列设计及稀疏稳健信号处理算法研究. 博士学位论文. 西安: 西安电子科技大学, 2016]

- 72 Zhang Y L, Hu G P, Zhou H, et al. A symmetric nested MIMO radar DOA estimation based on virtual array redundancy averaging. *J Air Force Engin Univ*, 2020, 21: 79–86 [张宇乐, 胡国平, 周豪, 等. 基于虚拟阵元冗余平均的对称嵌套 MIMO 雷达 DOA 估计. *空军工程大学学报: 自然科学版*, 2020, 21: 79–86]
- 73 Mao L, Li H, Zhang Q. Transmit design and DOA estimation for wideband MIMO system with colocated nested arrays. *Signal Process*, 2018, 152: 63–68
- 74 Li Z, Zhang X. Monostatic MIMO radar with nested L-shaped array: configuration design, DOF and DOA estimation. *Digital Signal Process*, 2021, 108: 102883
- 75 Shi J P, Hu G P, Zhang X F, et al. Symmetric sum coarray based co-prime MIMO configuration for direction of arrival estimation. *Int J Electron Commun*, 2018, 94: 339–347
- 76 Li J, Jiang D, Zhang X. DOA estimation based on combined unitary ESPRIT for coprime MIMO radar. *IEEE Commun Lett*, 2017, 21: 96–99
- 77 Li J, He L, He Y, et al. Joint direction of arrival estimation and array calibration for coprime MIMO radar. *Digital Signal Process*, 2019, 94: 67–74
- 78 Shi J P, Hu G P, Zhang X F, et al. Generalized co-prime MIMO radar for DOA estimation with enhanced degrees of freedom. *IEEE Sens J*, 2018, 18: 1203–1212
- 79 Tibshirani R. Regression shrinkage and selection via the LASSO. *J Roy Stat Soc-Ser B (Methodol)*, 1996, 58: 267–288
- 80 Shi J P, Hu G P, Zhang X F, et al. Sparsity-based DOA estimation of coherent and uncorrelated targets with flexible MIMO radar. *IEEE Trans Veh Technol*, 2019, 68: 5835–5848
- 81 BouDaher E, Ahmad F, Amin M G. Sparsity-based direction finding of coherent and uncorrelated targets using active nonuniform arrays. *IEEE Signal Process Lett*, 2015, 22: 1628–1632
- 82 Liu J, Zhang Y, Wang W, et al. Generalized design method for the difference co-array of the sum co-array. In: *Proceedings of 2016 IEEE International Conference on Digital Signal Processing (DSP)*, 2016. 385–387
- 83 Shi J P, Wen F Q, Liu Y X, et al. Parameter identifiability of spatial-smoothing-based bistatic MIMO radar. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2021
- 84 Shi J P, Yang Z, Liu Y. On parameter identifiability of spatial-smoothing-based MIMO radar. *IEEE Trans Aerospace Electron Syst*, 2021. doi: 10.1109/TAES.2021.3126370
- 85 Shi J P, Wen F Q, Liu T P. Nested MIMO radar: coarrays, tensor modeling, and angle estimation. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 2021, 57: 573–585
- 86 Shi J P, Wu D M, Li Z H, et al. Tensor-based angle estimation with coprime MIMO radar. In: *Proceedings of the 11th Sensor Array and Multi-channel Signal Processing Workshop (SAM)*, 2020
- 87 Zhao R G. Research on angle estimation algorithm based on the distributed nested array. Dissertation for M.E. Degree. Harbin: Harbin Engineering University, 2019 [赵瑞刚. 基于分布式嵌套阵列的角度估计方法研究. 硕士学位论文. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2019]
- 88 Qi H. Study on joint multi-target parameter estimation methods for MIMO radar with non-uniform linear arrays. Dissertation for M.E. Degree. Jilin: Jilin University, 2017 [祁晗. 非均匀线阵 MIMO 雷达多目标参数联合估计方法研究. 硕士学位论文. 吉林: 吉林大学, 2017]
- 89 Fan J Y, Gu H, Su W M, et al. Co-prime MIMO radar multi-parameter estimation based on tensor decomposition. *J Electr Inform Technol*, 2015, 37: 933–938 [樊劲宇, 顾红, 苏卫民, 等. 基于张量分解的互质阵 MIMO 雷达目标多参数估计方法. *电子与信息学报*, 2015, 37: 933–938]
- 90 Zheng G, Tang J. DOD and DOA estimation in bistatic MIMO radar for nested and coprime array with closed-form DOF. *Int J Electron*, 2017, 104: 885–897
- 91 Qin G, Amin M G, Zhang Y D. DOA estimation exploiting sparse array motions. *IEEE Trans Signal Process*, 2019, 67: 3013–3027
- 92 Qin G, Zhang Y D, Amin M G. DOA estimation exploiting moving dilated nested arrays. *IEEE Signal Process Lett*, 2019, 26: 490–494
- 93 Li J, Ma P, Zhang X, et al. Improved DFT algorithm for 2D DOA estimation based on 1D nested array motion. *IEEE Commun Lett*, 2020, 24: 1953–1956
- 94 Xu Z H, Xiao S P, Xiong Z Y. *Low Angle Tracking Techniques for Array Radars*. Beijing: Science Press, 2014 [徐振海, 肖顺平, 熊子源. 阵列雷达低角跟踪技术. 北京: 科学出版社, 2014]
- 95 Zheng Z, Huang Y, Wang W Q, et al. Direction-of-arrival estimation of coherent signals via coprime array interpolation.

- IEEE Signal Process Lett, 2020, 27: 585–589
- 96 Han K, Yang P, Nehorai A. Calibrating nested sensor arrays with model errors. *IEEE Trans Antennas Propagat*, 2015, 63: 4739–4748
- 97 Zheng Z D, Zhang J Y, Kang K, et al. On the maximum likelihood method for target localization using MIMO radars. *Sci Sin Inform*, 2013, 43: 784–797 [郑志东, 张剑云, 康凯, 等. 互耦条件下双基地 MIMO 雷达的收发角度估计. *中国科学: 信息科学*, 2013, 43: 784–797]
- 98 Li Y, Lee K, Bresler Y. Blind gain and phase calibration via sparse spectral methods. *IEEE Trans Inform Theor*, 2019, 65: 3097–3123
- 99 Shi J P, Wen F Q, Ai L, et al. Angle estimation for bistatic MIMO radar with spatially colored noise. *J Syst Eng Electron*, 2021, 43: 1477–1485 [师俊朋, 文方青, 艾林, 等. 空域色噪声背景下双基地 MIMO 雷达角度估计. *系统工程与电子技术*, 2021, 43: 1477–1485]
- 100 Wu L, Liu Z M, Huang Z T. Deep convolution network for direction of arrival estimation with sparse prior. *IEEE Signal Process Lett*, 2019, 26: 1688–1692
- 101 Xiang H, Chen B, Yang T, et al. Improved de-multipath neural network models with self-paced feature-to-feature learning for DOA estimation in multipath environment. *IEEE Trans Veh Technol*, 2020, 69: 5068–5078
- 102 Zhang H W, Shi J P, Zhang Q L, et al. Antenna selection for target tracking in collocated MIMO radar. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 2021, 57: 423–436
- 103 Zhang H W, Liu W J, Zhang Z J, et al. Joint target assignment and power allocation in multiple distributed MIMO radar networks. *IEEE Syst J*, 2021, 15: 694–704

Research progress on sparse array MIMO radar parameter estimation

Yongxiang LIU^{1†*}, Junpeng SHI^{1,2†} & Xiang LI¹

1. *School of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;*

2. *School of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China*

* Corresponding author. E-mail: lyx-bible@sina.com

† Equal contribution

Abstract Making full use of the virtual aperture expansion property with the sparse array multi-input multi-output (MIMO) radar, we can achieve positive contributions for parameter estimation. We focus on the design of the sparse array MIMO radar and the optimization of conventional algorithms. According to the joint subspace-based method and compressive sensing theory, we study the analysis and design of the sparse arrays, direction of arrival estimation, and joint angle estimation for improved performance and low complexity, aiming to establish systematic parameter estimation theory for the sparse array MIMO radar. Combining the aspects of array optimization design, mixed target parameter estimation, nonideal factor suppression, and distributed platform construction, the future development trend of the sparse array MIMO radar is discussed.

Keywords sparse array, MIMO radar, parameter estimation, aperture extension, compressive sensing