中国科学: 信息科学 2022 年 第 52 卷 第 7 期: 1287–1301
SCIENTIA SINICA Informationis
论文

执行器故障和非对称误差约束下的时延多智能体系统自适应事件触发控制

范利蓉[1], 王芳[1*], 周超[2], 王坤[1]

1. 燕山大学理学院, 秦皇岛 066004
2. 河北农业大学海洋学院, 秦皇岛 066003
* 通信作者. E-mail: wangfang@ysu.edu.cn

收稿日期: 2020–12–18; 修回日期: 2021–03–04; 接受日期: 2021–06–16; 网络出版日期: 2022–07–15

河北省自然科学基金面上项目 (批准号: F2020203105)、国家自然科学基金 (批准号: 61503323) 和河北省自然科学基金 (批准号: F2017203130) 资助项目

摘要 本文针对非线性多智能体系统一致性跟踪控制问题, 设计自适应事件触发控制策略. 首先, 通过引入非对称障碍 Lyapunov 函数, 使输出误差满足非对称约束条件. 其次, 采用 Lyapunov-Krasovskii (L-K) 泛函和 Young 不等式消除状态时延的影响. 利用模糊逻辑系统逼近未知非线性函数. 再次, 结合有界估计法和光滑函数有效补偿执行器故障和网络引起的误差. 基于 Lyapunov 稳定性理论证明闭环系统半全局有界稳定. 最后, 通过仿真验证所设计控制策略的有效性.

关键词 多智能体系统, 状态时延, 事件触发控制, 非对称误差约束, 执行器故障

1 引言

随着人工智能和互联网快速发展, 多智能体系统协同控制在许多领域应用广泛, 如传感器网络 [1]、无人机 [2~4]、移动机器人 [5] 等领域. 一致性是协同控制的一个分支, 包括无领导一致性与领导跟随一致性. 其中, 多智能体系统领导跟随一致性问题具有重要的实际价值和理论意义. 许多学者对这一问题进行了深入研究并取得了丰硕的成果.

事实上, 由于实际控制系统的资源有限, 文献 [6,7] 针对线性多智能体系统, 提出了不同的事件触发控制策略. 文献 [8] 针对一类具有执行器饱和的非线性多智能体系统, 提出了分布式输出反馈事件触发一致性控制策略. 文献 [9] 针对不确定二阶非线性多智能体系统一致性问题, 提出了事件触发控制策略, 实现了半全局鲁棒无领导一致控制. 文献 [10] 针对多智能体系统预定性能控制问题, 提出了事件触发控制策略, 减少了智能体之间的通信次数. 随着现代化需求日益提高, 控制系统变得越来越复杂, 系统的执行器只要出现一个小故障, 整个系统都不能达到稳定, 安全也得不到保障. 因此, 容错

引用格式: 范利蓉, 王芳, 周超, 等. 执行器故障和非对称误差约束下的时延多智能体系统自适应事件触发控制. 中国科学: 信息科学, 2022, 52: 1287–1301, doi: 10.1360/SSI-2020-0391
Fan L R, Wang F, Zhou C, et al. Adaptive event-triggered control for time-delay multi-agent systems with actuator faults and asymmetric error constraints (in Chinese). Sci Sin Inform, 2022, 52: 1287–1301, doi: 10.1360/SSI-2020-0391

控制问题受到了广泛关注[11,12]. 文献 [13] 进一步针对具有事件触发通信和执行器故障的非线性不确定系统, 提出了完全分布式自适应控制策略. 文献 [14] 研究了具有时变执行器故障的高阶多智能体系统协同自适应容错跟踪控制问题. 文献 [15] 针对具有时变执行器故障的多智能体系统, 提出了自适应容错控制器补偿系统执行器失效.

许多实际系统普遍存在状态时延问题, 它是系统不稳定的根源之一[16~18]. 为了解决状态时延对系统的影响, 文献 [19] 针对具有状态时延的多智能体系统一致性问题, 通过构造 L-K (Lyapunov-Krasovskii) 泛函来消除状态时延的影响. 文献 [20] 研究一类具有噪声和状态时延的非线性多智能体系统, 提出了鲁棒控制方法. 文献 [21] 进一步针对具有状态时延的非线性严反馈多智能体系统领导跟随一致性问题, 利用 L-K 泛函提出了自适应一致性控制策略. 文献 [22] 针对具有状态时延的多智能体系统的领导跟随一致性问题, 首次提出了固定有向拓扑条件下的多智能体系统的输出反馈一致控制策略. 事实上, 约束问题在实际工程系统中也是不可避免的. 若违反了约束条件, 则会造成系统性能下降, 甚至整个系统失效. 其中对数型障碍 Lyapunov 函数 (barrier Lyapunov function, BLF) 是最常见的处理约束的方法[23]. 文献 [24] 提出了对称正切型 BLF, 确保输出误差保持在对称的约束边界内. 文献 [25] 进一步利用非对称 BLF, 提出了新型的自适应固定时间控制策略, 使输出满足非对称约束条件.

文献 [6~10] 将事件触发控制从线性多智能体系统推广到了非线性多智能体系统, 没有考虑到时延、执行器故障对系统的影响. 文献 [11~15] 研究了执行器故障问题, 其中文献 [13] 只考虑时变的执行器失效, 文献 [14] 仅考虑了时变的执行器偏移. 本文同时考虑了时变的执行器失效和偏移, 比文献 [13,14] 考虑的更复杂且更全面. 文献 [19~22] 只考虑了具有状态时延的多智能体系统, 然而在实际系统中, 控制系统的资源和通信宽带有限, 本文引入了相对阈值事件触发机制, 有效降低了控制器的触发频率. 文献 [23~25] 对约束问题进行了研究, 其中文献 [23,24] 都确保误差约束在常数范围内. 文献 [25] 引入了非对称 BLF, 使跟踪误差保持非对称约束边界内. 基于以上分析, 本文创新性可归结为以下 3 点: (1) 文献 [19~22] 忽略了输出误差约束问题, 本文考虑实际情况, 针对状态时延、非对称误差约束、外界干扰等问题, 结合非对称 BLF 和 L-K 泛函解决时延的影响, 使输出误差满足非对称约束条件. (2) 文献 [13,14] 对执行器故障问题考虑的不够全面, 本文结合有界估计法和光滑函数有效补偿执行器故障和网络引起的误差, 且考虑的执行器故障形式更加复杂全面. (3) 文献 [6~10] 忽略了时延问题, 本文提出了相对阈值自适应事件触发控制策略, 既解决了时延问题, 还缓解智能体通信负担.

基于以上分析, 本文针对具有状态时延, 非对称误差约束, 执行器故障的多智能体系统一致控制问题, 设计了自适应事件触发控制策略. 结合 L-K 泛函与非对称 BLF, 消除状态时延的影响, 同时保证输出误差收敛到非对称边界内. 通过有界估计方法和光滑函数, 有效地补偿执行器故障的影响和网络引起的误差. 通过引入事件触发机制避免了连续通信, 节约了控制资源和成本. 基于 Lyapunov 稳定性理论证明闭环系统半全局有界稳定. 最后, 利用对比仿真验证所提出控制策略的有效性.

2 预备知识和问题描述

2.1 图论

有向图记为 $G=(V,E,A)$, 其中 $V=\{\nu_1,\ldots,\nu_N\}$ 和 $E\subseteq V\times V$ 分别表示节点集合和边集合, 节点 j 到 i 的边为 $(\nu_j,\nu_i)\in E$, 表示智能体 i 能够接收到智能体 j 的信息. $A=[a_{ij}]_{N\times N}$ 为邻接矩阵, 当 $(\nu_i,\nu_j)\in E$, 则 $a_{ij}>0$, 否则 $a_{ij}=0$; 集合 $N_i=\{j\in V|(i,j)\in E, i\neq j\}$ 为第 i 个智能体邻居节点的集合. 度矩阵为 $D=\mathrm{diag}(d_1,d_2,\ldots,d_N)$, 其中 $d_i=\sum_{j\in N_i}a_{ij}$. 有向图 G 的 Laplace 矩阵

为 $L = D - A$. 领导者记为 ν_0, 定义拓展图 $\overline{G} = (\overline{V}, \overline{E})$, 其中 $\overline{V} = \{\nu_0, \nu_1, \ldots, \nu_N\}$, $\overline{E} \subseteq \overline{V} \times \overline{V}$, 定义 $B = \mathrm{diag}(b_1, b_2, \ldots, b_N)$, 当第 i 个节点能接收到领导者的信息时 $b_i = 1$, 否则 $b_i = 0$.

2.2　问题描述

考虑由 N 个跟随者和一个领导者组成的非线性多智能体系统, 每个跟随者的模型为

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}_{i,m} = x_{i,m+1} + g_{i,m}(\bar{x}_{i,m}(t-\tau_{i,m})) + \phi_{i,m}(\bar{x}_{i,m}(t)),\\
&\dot{x}_{i,n} = u_i^f + g_{i,n}(x_i(t-\tau_{i,n})) + \phi_{i,n}(x_i(t)),\\
&y_i = x_{i,1}, \quad i = 1, 2, \ldots, N, \quad m = 1, 2, \ldots, n-1,
\end{aligned} \tag{1}
$$

其中, 向量 $x_i = [x_{i,1}, \ldots, x_{i,n}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n$ 是第 i 个智能体的状态向量, $u_i^f \in \mathbb{R}$ 为发生执行器故障的第 i 个跟随者的控制输入. $\bar{x}_{i,m} = [x_{i,1}, \ldots, x_{i,m}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^m$, $g_{i,m}(\bar{x}_{i,m}(t-\tau_{i,m}))$ 是未知光滑的非线性函数, $\tau_{i,m}$ 是未知状态时延, $\tau_{\max}$ 是时延的上界. $\phi_{i,m}$ 是外界干扰. 为了简化符号, 将 $x_i(t-\tau_{i,m})$ 表示为 $x_i(\tau_{i,m})$.

本文考虑执行器故障: $u_i^f = \beta_i(t)u_i(t) + \varsigma_i(t)$, $t \in [t_{i,k}, t_{i,e})$. 其中, $\beta_i(t)$ 和 $\varsigma_i(t)$ 分别是时变的执行器失效因子和偏移. $t_{i,k}$ 和 $t_{i,e}$ 分别表示执行器发生故障和结束故障的时间. $u_i \in R$ 为第 i 个智能体的控制输入. $0 \leqslant \beta_i(t) \leqslant 1$, $\beta_i(t)$ 和 $\varsigma_i(t)$ 有界连续且未知. 执行器故障存在 4 种情况: (1) 当 $\beta_i(t) = 1$ 且 $\varsigma_i(t) = 0$, 表示执行器无故障; (2) 当 $\beta_i(t) \neq 1$ 且 $\varsigma_i(t) = 0$, 表示执行器发生部分失效; (3) 当 $\beta_i(t) = 1$ 且 $\varsigma_i(t) \neq 0$, 表示执行器只存在偏移. (4) 当 $\beta_i(t) \neq 1$ 且 $\varsigma_i(t) \neq 0$, 表示执行器存在失效和偏移.

本文考虑非对称误差约束问题: $-\Omega_{bi1}(t) \leqslant z_{i,1}(t) \leqslant \Omega_{ai1}(t)$, $i = 1, \ldots, N$, 其中, $\Omega_{ai1}(t) > 0$, $\Omega_{bi1}(t) > 0$, $\Omega_{ai1}(t)$ 和 $\Omega_{bi1}(t)$ 是时变的连续函数, 且到 n 阶导数都可微. 当 $\Omega_{ai1}(t) \neq \Omega_{bi1}(t)$, 误差满足预先设定的非对称约束要求.

假设1　外界干扰 $\phi_{i,m}$ 满足 $|\phi_{i,m}(\bar{x}_{i,m})| \leqslant |\rho_{i,m}(\bar{x}_{i,m})|$, 其中, $\rho_{i,m}(\cdot)$ 是未知函数.

假设2　时延函数 $g_{i,m}(\bar{x}_{i,m})$ 满足 $|g_{i,m}(\bar{x}_{i,m})| \leqslant \sum_{h=1}^{m} \varpi_{i,m,h}(x_{i,h})$, 其中 $\varpi_{i,m,h}(x_{i,h})$ 是未知正函数.

注1　文献 [16] 中, 假设时延满足 $|h_i(\bar{x}_i(t))| \leqslant \sum_{j=1}^{i} |e_j(t)|\, q_{i,j}(\bar{e}_j(t))$. 文献 [17] 针对单个系统, 给出了类似假设 2 的假设. 文献 [19] 进一步将假设扩展到多智能体系统, 其中, 假设非线性函数 $\varpi_{i,m,h}(\cdot)$ 已知. 本文假设 2 并不要求 $\varpi_{i,m,h}(\cdot)$ 已知, 放松了文献 [19] 中的假设.

控制目标. 针对多智能体系统 (1), 设计自适应事件触发控制策略, 使所有智能体实现对期望轨迹的跟踪, 一致性输出误差满足非对称约束要求, 闭环系统达到半全局有界稳定, 且在事件触发机制下, 有效减少控制器更新次数, 无 Zeno 行为.

假设3　有向图 G 具有一个生成树, 即存在一条路径能从根节点到所有其他节点, 则矩阵 $L+B$ 是非奇异的, 虚拟领导者的期望轨迹记作 y_0.

引理1 ([21])　定义 $z_1 = [z_{1,1}, z_{2,1}, \ldots, z_{N,1}]^{\mathrm{T}}$, $Y = [y_1, y_2, \ldots, y_N]^{\mathrm{T}}$, $Y_d = [y_0, y_0, \ldots, y_0]^{\mathrm{T}}$, Y_d 是 N 维的, 则有 $\|Y - Y_d\| \leqslant \frac{\|z_1\|}{\underline{\varsigma}(L+B)}$, 其中, $\underline{\varsigma}(L+B)$ 是矩阵 $L+B$ 的最小奇异值.

引理2 ([21])　定义紧集 $\Omega_{z_{i,m}} = \{z_{i,m} | |z_{i,m}| < 0.8814\delta_{i,m}\}$, $i = 1, \ldots, N$, $m = 1, \ldots, n$. 如果 $z_{i,m} \notin \Omega_{z_{i,m}}$, 那么 $1 - 2\tanh^2(\frac{z_{i,m}}{\delta_{i,m}}) \leqslant 0$. 其中, $\delta_{i,m} > 0$ 是常数.

引理3 ([25])　对于任意常数 $\epsilon > 0$, 且 $s \in \mathbb{R}$ 满足 $0 \leqslant |s| - \frac{s^2}{\sqrt{s^2+\epsilon}} < \sqrt{\epsilon}$.

引理4 (Young 不等式 [26])　对于任意的 $(x, y) \in \mathbb{R}^n$, 满足不等式 $xy \leqslant \frac{q^M}{M}|x|^M + \frac{1}{Hq^H}|y|^H$, 其中, $q > 0$, $M > 1$, $H > 1$, $(M-1)(H-1) = 1$.

受文献 [8] 的启发, 本文采用如下事件触发机制:

$$u_i(t)=\hat{u}_i(t_{i,k}),\quad \forall t\in[t_{i,k},t_{i,k+1}),\tag{2}$$

$$t_{i,k+1}=\inf\{t>t_{i,k}|\,|\omega_i(t)|\geqslant a_{i,1}\,|\hat{u}_i(t_{i,k})|+a_{i,2}\},\tag{3}$$

其中, $k=0,1,2,\dots$, $t_{i,0}=0$, 测量误差 $\omega_i(t)=\hat{u}_i(t)-u_i(t)$, $0<a_{i,1}<1$, $a_{i,2}>0$ 是设计的参数. 第 i 个智能体第 k 个触发时刻为 $t_{i,k}$, $k\in z^+$, 事件触发控制策略表示从触发时刻 $t_{i,k}$ 到下一触发时刻 $t_{i,k+1}$ 之间, $u_i(t)$ 均保持 $\hat{u}_i$ 在 $t_{i,k}$ 时刻的控制输入, 直到下一触发时刻 $t_{i,k+1}$ 才会更新控制输入. 即当式 (3) 条件被触发时, 控制信号更新为 $u_i(t_{i,k+1})$, 当 $t\in[t_{i,k},t_{i,k+1})$ 时, 控制信号为 $\hat{u}_i(t_{i,k})$ 保持不变.

注2 通过事件触发机制 (2) 和 (3), 只有满足触发条件 (3) , 控制器模块会发送信息给执行器模块更新 $u_i(t)$. 当 $t\in[t_{i,k},t_{i,k+1})$, $u_i(t)$ 保持在 $\hat{u}_i(t_{i,k})$. 由于控制器模块和执行器模块在区间 $(t_{i,k},t_{i,k+1})$ 不需要进行通信交流, 因此大大减少了通信负担和成本. 定义 $\rho_i(t)=\frac{\hat{u}_i(t)-u_i(t)}{a_{i,1}|u_i(t)|+a_{i,2}}$, $i=1,\dots,N$, 由式 (3) 知, 当 $t\in[t_{i,k},t_{i,k+1})$, 则 $|\hat{u}_i(t)-\hat{u}_i(t_{i,k})|\leqslant a_{i,1}|\hat{u}_i(t_{i,k})|+a_{i,2}$. 进一步, 根据式 (2), 当 $t\in[t_{i,k},t_{i,k+1})$, $u_i(t)=\hat{u}_i(t_{i,k})$, 都有 $|\hat{u}_i(t)-u_i(t)|\leqslant a_{i,1}|u_i(t)|+a_{i,2}$. 因为 $t_{i,0}=0$, 当 $k=0,1,2,\dots$, 都有

$$|\hat{u}_i(t)-u_i(t)|\leqslant a_{i,1}|u_i(t)|+a_{i,2},\quad \forall t\geqslant 0.\tag{4}$$

由式 (4) 得 $|\rho_i(t)|\leqslant 1$, 则 $\hat{u}_i(t)-u_i(t)=\rho_i(t)(a_{i,1}|u_i(t)|+a_{i,2})=a_{i,1}\rho_i(t)\mathrm{sign}(u_i(t))u_i+a_{i,2}\rho_i(t)$, 可得

$$u_i(t)=\bar{G}_i(t)\hat{u}_i(t)+\bar{\delta}_i(t),\tag{5}$$

其中, $\bar{G}_i(t)=\frac{1}{1+a_{i,1}\rho_i(t)\mathrm{sign}(u_i(t))}$, $\bar{\delta}_i(t)=\frac{a_{i,2}\rho_i(t)}{1+a_{i,1}\rho_i(t)\mathrm{sign}(u_i(t))}$.

注3 由事件触发机制 (2) 和 (3) 可知, 不能假设误差 $\omega_i(t)=\hat{u}_i(t)-u_i(t)$ 有界, 它的大小取决于 $\hat{u}_i(t)$, 因此不能将它作为有界干扰, 处理网络引起的误差 $\omega_i(t)$ 是一个艰巨的任务. 然而, 在执行器出现故障的情况下, 这就变得更加具有挑战性. 为了解决 $\omega_i(t)$ 的影响, 通过引入一个新的模型 (5) 来描述 $u_i(t)$ 和 $\hat{u}_i(t)$ 之间的线性关系, 该模型为处理 $\omega_i(t)$ 的影响奠定了基础. 根据 $0<a_{i,1}<1$ 和 $|\rho_i(t)|\leqslant 1$, 可知 $\bar{\delta}_i(t)$ 和 $\bar{G}_i(t)$ 有界, 其中, $\bar{G}_i(t)$ 满足不等式 $\frac{1}{1+a_{i,1}}\leqslant\bar{G}_i(t)\leqslant\frac{1}{1-a_{i,1}}$.

2.3 模糊逻辑系统 (FLS)

本文利用 FLS (fuzzy logic system) 逼近非线性函数: R^q: IF x_1 是 F_1^q, x_2 是 F_2^q, …, x_n 是 F_n^q, THEN y 是 B^q, $q=1,2,\dots,\iota$. 其中, $x=[x_1,x_2,\dots,x_n]^{\mathrm{T}}$ 和 y 分别是 FLS 的输入和输出. 模糊集为 F_i^q 和 B^q, 模糊系统的隶属函数表示为 $\mu_{F_i^q}(x_i)$ 和 $\mu_{B^q}(y)$. m 为模糊规则数. 采用乘积推理、中心平均解模糊器和单值函数, 得到 FLS 的输出: $y(x(t))=\sum_{q=1}^{\iota}\tilde{f}_q\prod_{i=1}^n\mu_{F_i^q}(x_i)/\sum_{q=1}^{\iota}(\prod_{i=1}^n\mu_{F_i^q}(x_i))$, 其中, $\tilde{f}_q=\max_{y\in R}\mu_{B^q}(y)$. $S_q(x)=\prod_{i=1}^n\mu_{F_i^q}(x_i)/\sum_{q=1}^{\iota}(\prod_{i=1}^n\mu_{F_i^q}(x_i))$ 为模糊基函数, 定义 $\hat{W}=[\tilde{y}_1,\tilde{y}_2,\dots,\tilde{y}_\iota]^{\mathrm{T}}=[\hat{W}_1,\hat{W}_2,\dots,\hat{W}_\iota]^{\mathrm{T}}$ 和 $S(x)=[S_1(x),\dots,S_\iota(x)]^{\mathrm{T}}$, 则 FLS 的输出表示为: $y(x)=\hat{W}^{\mathrm{T}}S(x)$.

引理5 ([14]) $f_i(x)$ 是定义在紧集 Ω 上的连续函数. 对于 $\forall\varepsilon_i>0$, 满足 $\sup_{x\in\Omega}|f_i(x)-\hat{W}_i^{\mathrm{T}}S(x)|\leqslant\varepsilon_i$, 其中, W_i 是模糊系统中的理想权重向量, $S(x)$ 为模糊基函数向量, ε_i 为逼近误差.

3 自适应事件触发控制律设计

针对多智能体系统 (1), 基于反步控制设计自适应事件触发控制策略, 设计过程包括 n 步, 前 $n-1$ 步设计虚拟控制输入, 最后一步设计实际控制输入. 在设计过程中, 通过 FLS 逼近未知非线性函数.

首先进行如下的坐标变换:

$$\begin{cases} z_{i,1} = \sum\limits_{j\in N_i} a_{ij}(y_i - y_j) + b_i(y_i - y_0), \\ z_{i,m} = x_{i,m} - \alpha_{i,m-1}, \quad (2 \leqslant m \leqslant n), \end{cases} \tag{6}$$

其中, $\alpha_{i,m-1}$ 是虚拟控制输入. 具体设计步骤如下:

步骤 1. 构造 Lyapunov 函数

$$V_{i,1} = V_b + \frac{1}{2}\int_{t-\tau_{i,1}}^{t} \varpi_{i,1,1}^2(x_{i,1}(s))\mathrm{d}s + \frac{1}{2}\sum_{j\in N_i}\int_{t-\tau_{j,1}}^{t} \varpi_{j,1,1}^2(x_{j,1}(s))\mathrm{d}s + \frac{1}{2}\tilde{\theta}_{i,1}^2, \tag{7}$$

其中,

$$V_b = \frac{1}{2}\Phi_{i,1}^2, \quad \Phi_{i,1} = \frac{\Omega_{ai1}\Omega_{bi1}z_{i,1}}{(\Omega_{ai1} - z_{i,1})(\Omega_{bi1} + z_{i,1})},$$

$-\Omega_{bi1}(0) \leqslant z_{i,1}(0) \leqslant \Omega_{ai1}(0)$, Ω_{ai1} 和 Ω_{bi1} 是约束边界. 当且仅当 $z_{i1} = 0$ 时, $\Phi_{i,1} = 0$. 当 $z_{i1} \to \Omega_{ai1}$, $\Phi_{i,1} \to +\infty$, 则 $V_b \to +\infty$. 当 $z_{i1} \to -\Omega_{bi1}$, $\Phi_{i,1} \to -\infty$, 则 $V_b \to -\infty$. 对 $\Phi_{i,1}$ 求导得

$$\dot{\Phi}_{i,1} = \mu_{i1}\dot{\Omega}_{ai1} + \mu_{i2}\dot{\Omega}_{bi1} + \Delta_{i1}\dot{z}_{i,1} = \bar{\Phi}_{i,1} + \Delta_{i1}\dot{z}_{i,1},$$

其中, $\mu_{i1} = -\frac{\Omega_{bi1}z_{i,1}^2}{(\Omega_{ai1}-z_{i,1})^2(\Omega_{bi1}+z_{i,1})}$, $\mu_{i2} = \frac{\Omega_{ai1}z_{i,1}^2}{(\Omega_{ai1}-z_{i,1})(\Omega_{bi1}+z_{i,1})^2}$, $\Delta_{i1} = \frac{\Omega_{ai1}\Omega_{bi1}(z_{i,1}^2+\Omega_{ai1}\Omega_{bi1})}{(\Omega_{ai1}-z_{i,1})^2(\Omega_{bi1}+z_{i,1})^2}$.

对 $V_{i,1}$ 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} = {} & \Phi_{i,1}\bar{\Phi}_{i,1} + \Phi_{i,1}\Delta_{i1}\Bigg[(b_i + d_i)(z_{i,2} + \alpha_{i,1} + g_{i,1}(x_{i,1}(\tau_{i,1})) + \phi_{i,1}(x_{i,1})) \\ & - \sum_{j\in N_i} a_{ij}(x_{j,2} + g_{j,1}(x_{j,1}(\tau_{j,1})) + \phi_{j,1}(x_{j,1})) - b_i\dot{y}_0\Bigg] - \tilde{\theta}_{i,1}\dot{\hat{\theta}}_{i,1} \\ & + \frac{1}{2}[\varpi_{i,1,1}^2(x_{i,1}(t)) - \varpi_{i,1,1}^2(x_{i,1}(\tau_{i,1}))] + \frac{1}{2}\sum_{j\in N_j}[\varpi_{j,1,1}^2(x_{j,1}(t)) - \varpi_{j,1,1}^2(x_{j,1}(\tau_{j,1}))]. \end{aligned} \tag{8}$$

由 Young 不等式得 $\Phi_{i,1}\Delta_{i1}g_{i,1} \leqslant \frac{(b_i+d_i)\Phi_{i,1}^2\Delta_{i,1}^2}{2} + \frac{\varpi_{i,1,1}^2(x_{i,1}(\tau_{i,1}))}{2(b_i+d_i)}$, $\Phi_{i,1}\Delta_{i1}\phi_{i,1} \leqslant \frac{(b_i+d_i)c_{i,0,0}^2}{4} + \frac{\Phi_{i,1}^2\rho_{i,1}^2\Delta_{i,1}^2}{(b_i+d_i)c_{i,0,0}^2}$, $-\Phi_{i,1}\Delta_{i1}g_{j,1} \leqslant \frac{\Phi_{i,1}^2\Delta_{i,1}^2}{2} + \frac{\varpi_{j,1,1}^2(x_{j,1}(\tau_{j,1}))}{2}$, $-\Phi_{i,1}\Delta_{i1}\phi_{j,1} \leqslant \frac{c_{j,1,1}^2}{2} + \frac{\Phi_{i,1}^2\rho_{j,1}^2\Delta_{i,1}^2}{2c_{j,1,1}^2}$.

定义未知非线性函数 $\psi_{i,1}(X_{i,1})$

$$\begin{aligned} \psi_{i,1}(X_{i,1}) = {} & \frac{(b_i + d_i)\Phi_{i,1}\Delta_{i,1}}{2} + \frac{\rho_{i,1}^2\Phi_{i,1}\Delta_{i,1}}{c_{i,0,0}^2(b_i + d_i)} - \frac{1}{(b_i + d_i)}\sum_{j\in N_i} a_{ij}\left(\frac{\Phi_{i,1}\Delta_{i,1}}{2} + \frac{\Phi_{i,1}\rho_{j,1}^2\Delta_{i,1}}{2c_{j,1,1}^2}\right) \\ & + \frac{1}{\Phi_{i,1}\Delta_{i,1}(b_i + d_i)}\tanh^2\left(\frac{z_{i,1}}{\delta_{i,1}}\right)\left[\varpi_{i,1,1}^2(x_{i,1}(t)) + \sum_{j\in N_j}\varpi_{j,1,1}^2(x_{j,1}(t))\right], \end{aligned} \tag{9}$$

其中 $X_{i,1} = [x_{i,1}, x_{j,1}]^{\mathrm{T}}$, $j \in N_i$. 根据式 (8) 和 (9) 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} \leqslant {} & \Phi_{i,1}\bar{\Phi}_{i,1} + \Phi_{i,1}\Delta_{i,1}\left[(b_i + d_i)(z_{i,2} + \alpha_{i,1} + \psi_{i,1}) - b_i\dot{y}_0 - \sum_{j\in N_i} a_{ij}x_{j,2}\right] - \tilde{\theta}_{i,1}\dot{\hat{\theta}}_{i,1} \\ & + \frac{c_{i,1,1}^2}{4} + \sum_{j\in N_i}\frac{c_{j,1,1}^2}{2} + \frac{1}{2}\left(1 - 2\tanh^2\left(\frac{z_{i,1}}{\delta_{i,1}}\right)\right)\left[\varpi_{i,1,1}^2(x_{i,1}(t)) + \sum_{j\in N_j}\varpi_{j,1,1}^2(x_{j,1}(t))\right]. \end{aligned} \tag{10}$$

利用 FLS 逼近未知非线性函数, $\psi_{i,1}(X_{i,1})=W_{i,1}^{\mathrm{T}}S_{i,1}(X_{i,1})+\chi_{i,1}(X_{i,1})$, 逼近误差满足 $|\chi_{i,1}(X_{i,1})|\leqslant\varepsilon_{i,1}$, $\varepsilon_{i,1}>0$. $\hat{\theta}_{i,m}$ 是 $\theta_{i,m}$ 的估计, 估计误差是 $\tilde{\theta}_{i,m}=\theta_{i,m}-\hat{\theta}_{i,m}$, 其中, $\theta_{i,m}=\|W_{i,m}\|_2^2$, $m=1,\dots,n$.

$$\Phi_{i,1}\Delta_{i1}\psi_{i,1}\leqslant\frac{\Phi_{i,1}^2\Delta_{i,1}^2\theta_{i,1}S_{i,1}^{\mathrm{T}}(X_{i,1})S_{i,1}(X_{i,1})}{c_{i,0,0}^2(b_i+d_i)}+\frac{(b_i+d_i)c_{i,0,0}^2}{4}+\frac{\Phi_{i,1}^2\Delta_{i,1}^2}{2}+\frac{\varepsilon_{i,1}^2}{2}. \tag{11}$$

设计虚拟控制输入 $\alpha_{i,1}$ 和自适应律分别为

$$\begin{aligned}\alpha_{i,1}=&\frac{1}{(b_i+d_i)\Delta_{i,1}}\Bigg[-k_{i,1}\Phi_{i,1}-\frac{\Phi_{i,1}\Delta_{i,1}^2(b_i+d_i)}{2}+b_i\dot{y}_0\Delta_{i,1}-\frac{\Phi_{i,1}\Delta_{i,1}^2\hat{\theta}_{i,1}S_{i,1}^{\mathrm{T}}(X_{i,1})S_{i,1}(X_{i,1})}{c_{i,0,0}^2}\\&+\sum_{j\in N_i}a_{i,j}x_{i,2}\Delta_{i,1}-\bar{\Phi}_{i,1}\Bigg],\end{aligned} \tag{12}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{i,1}=\frac{\Phi_{i,1}^2\Delta_{i,1}^2S_{i,1}^{\mathrm{T}}(X_{i,1})S_{i,1}(X_{i,1})}{c_{i,0,0}^2}-\sigma_{i,1}\hat{\theta}_{i,1}. \tag{13}$$

将式 (11)~(13) 代入式 (10) 得 $\dot{V}_{i,1}\leqslant-k_{i,1}\Phi_{i,1}^2+\frac{1}{2}(1-2\tanh^2(\frac{z_{i,1}}{\delta_{i,1}}))[\varpi_{i,1,1}^2(x_{i,1}(t))+\sum_{j\in N_j}\varpi_{j,1,1}^2(x_{j,1}(t))]$ $+\sigma_{i,1}\tilde{\theta}_{i,1}\hat{\theta}_{i,1}+\Phi_{i,1}\Delta_{i,1}z_{i,2}(b_i+d_i)+c_{i,1}$, 其中, $c_{i,1}=\frac{c_{i,1,1}^2}{2}+\sum_{j\in N_i}\frac{c_{j,1,1}^2}{2}+\frac{\varepsilon_{i,1}^2}{2}$, $c_{i,1,1}^2=(b_i+d_i)^2c_{i,0,0}^2$.

步骤 2. 构造 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned}V_{i,2}=&V_{i,1}+\frac{1}{2}z_{i,2}^2+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{2}\sum_{h=1}^{k}\int_{t-\tau_{i,k}}^{t}\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(s))\mathrm{d}s\\&+\frac{1}{2}\sum_{j\in N_i}\sum_{k=1}^{2}\sum_{h=1}^{k}\int_{t-\tau_{j,k}}^{t}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(s))\mathrm{d}s+\frac{1}{2}\tilde{\theta}_{i,2}^2,\end{aligned} \tag{14}$$

对 $V_{i,2}$ 求导得

$$\begin{aligned}\dot{V}_{i,2}=&\dot{V}_{i,1}+z_{i,2}(z_{i,3}+\alpha_{i,2}+g_{i,2}(\bar{x}_{i,2}(\tau_{i,2}))+\phi_{i,2}(\bar{x}_{i,2})-\dot{\alpha}_{i,1})-\tilde{\theta}_{i,2}\dot{\hat{\theta}}_{i,2}\\&+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{2}\sum_{h=1}^{k}[\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t))-\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(\tau_{i,k}))]\\&+\frac{1}{2}\sum_{j\in N_j}\sum_{k=1}^{2}\sum_{h=1}^{k}[\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t))-\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(\tau_{j,k}))].\end{aligned} \tag{15}$$

由 Young 不等式可知 $z_{i,2}g_{i,2}\leqslant\frac{z_{i,2}^2}{2}+\sum_{h=1}^{2}\frac{\varpi_{i,2,h}^2(x_{i,h}(\tau_{i,2}))}{2}$, $z_{i,2}\phi_{i,2}\leqslant\frac{c_{i,2,2}^2}{4}+\frac{z_{i,2}^2\rho_{i,2}^2(\bar{x}_{i,2})}{c_{i,2,2}^2}$.

对虚拟控制输入 $\alpha_{i,1}$ 求导得

$$\dot{\alpha}_{i,1}=R_1+\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}}(g_{i,1}(\ x_{i,1}(\tau_{i,1}))+\phi_{i,1}(\ x_{i,1}))+\sum_{k=1}^{2}\sum_{j\in N_i}\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{j,k}}(g_{j,k}(\bar{x}_{j,k}(\tau_{j,k}))+\phi_{j,k}(\bar{x}_{j,k})), \tag{16}$$

其中, $R_1=\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}}x_{i,2}+\sum_{k=1}^{2}\sum_{j\in N_i}\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{j,k}}x_{j,k+1}+\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial\hat{\theta}_{i,1}}\dot{\hat{\theta}}_{i,1}+\sum_{k=0}^{1}\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial y_0^{(k)}}y_0^{(k+1)}+\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial\Phi_{i,1}}\dot{\Phi}_{i,1}+\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial\Delta_{i,1}}\dot{\Delta}_{i,1}$.

定义未知非线性函数 $\psi_{i,2}(X_{i,2})$

$$\psi_{i,2}(X_{i,2})=\frac{z_{i,2}}{2}+\frac{\rho_{i,2}^2z_{i,2}}{c_{i,2,2}^2}+\frac{z_{i,2}}{2}\left(\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}}\right)^2+\frac{z_{i,2}\rho_{i,1}^2}{2c_{i,2,1}^2}\left(\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}}\right)^2$$

$$
\begin{aligned}
&+\sum_{k=1}^{2}\sum_{j\in N_i}\left(\frac{z_{i,2}}{2}\left(\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{j,k}}\right)^2+\frac{z_{i,2}\rho_{j,k}^2}{2c_{j,2,k}^2}\left(\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{j,k}}\right)^2\right)\\
&+\frac{1}{z_{i,2}}\tanh^2\left(\frac{z_{i,2}}{\delta_{i,2}}\right)\sum_{k=1}^{2}\sum_{h=1}^{k}\left[\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t))+\sum_{j\in N_j}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t))\right]-R_1,
\end{aligned}\tag{17}
$$

$X_{i,2}=[\bar{x}_{i,2},\bar{x}_{j,3}]^{\mathrm{T}}$, $j\in N_i$. 由式 (15)~(17) 得

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_{i,2}\leqslant&\dot{V}_{i,1}+z_{i,2}(z_{i,3}+\alpha_{i,2}+\psi_{i,2})+\frac{c_{i,2,2}^2}{4}+\frac{c_{i,2,1}^2}{2}-\tilde{\theta}_{i,2}\dot{\hat{\theta}}_{i,2}+\sum_{k=1}^{2}\sum_{j\in N_i}\frac{c_{j,2,k}^2}{2}\\
&+\frac{1}{2}\left(1-2\tanh^2\left(\frac{z_{i,2}}{\delta_{i,2}}\right)\right)\sum_{k=1}^{2}\sum_{h=1}^{k}\left[\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t))+\sum_{j\in N_j}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t))\right].
\end{aligned}\tag{18}
$$

由引理 4 得

$$
z_{i,2}\psi_{i,2}\leqslant\frac{z_{i,2}^2\theta_{i,2}S_{i,2}^{\mathrm{T}}(X_{i,2})S_{i,2}(X_{i,2})}{c_{i,2,2}^2}+\frac{c_{i,2,2}^2}{4}+\frac{z_{i,2}^2}{2}+\frac{\varepsilon_{i,2}^2}{2}.\tag{19}
$$

设计虚拟控制输入 $\alpha_{i,2}$ 和自适应律分别为

$$
\alpha_{i,2}=-k_{i,2}z_{i,2}-\frac{z_{i,2}}{2}-\Phi_{i,1}\Delta_{i,1}(b_i+d_i)-\frac{z_{i,2}\hat{\theta}_{i,2}S_{i,2}^{\mathrm{T}}(X_{i,2})S_{i,2}(X_{i,2})}{c_{i,2,2}^2},\tag{20}
$$

$$
\dot{\hat{\theta}}_{i,2}=\frac{z_{i,2}^2S_{i,2}^{\mathrm{T}}(X_{i,2})S_{i,2}(X_{i,2})}{c_{i,2,2}^2}-\sigma_{i,2}\hat{\theta}_{i,2}.\tag{21}
$$

将式 (19)~(21) 代入 (18) 得

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_{i,2}\leqslant&-k_{i,2}z_{i,2}^2-k_{i,1}\Phi_{i,1}^2+\sum_{m=1}^{2}\sigma_{i,m}\tilde{\theta}_{i,m}\hat{\theta}_{i,m}+z_{i,2}z_{i,3}\\
&+\sum_{m=1}^{2}\frac{1}{2}\left(1-2\tanh^2\left(\frac{z_{i,2}}{\delta_{i,2}}\right)\right)\sum_{k=1}^{m}\sum_{h=1}^{k}\left[\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t))+\sum_{j\in N_j}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t))\right],
\end{aligned}\tag{22}
$$

其中, $c_{i,2}=\sum_{k=1}^{2}\sum_{h=1}^{k}(\frac{c_{i,k,h}^2}{2}+\sum_{j\in N_i}\frac{c_{j,k,h}^2}{2})+\sum_{k=1}^{2}\frac{\varepsilon_{i,k}^2}{2}$.

步骤 n**.** 对 $z_{i,n}$ 求导得 $\dot{z}_{i,n}=u_i^f+g_{i,n}(x_i(\tau_{i,n}))+\phi_{i,n}(x_i)-\dot{\alpha}_{i,n-1}$. 构造 Lyapunov 函数

$$
\begin{aligned}
V_{i,n}=&V_{i,n-1}+\frac{1}{2}z_{i,n}^2+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\sum_{h=1}^{k}\int_{t-\tau_{i,k}}^{t}\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(s))\mathrm{d}s\\
&+\frac{1}{2}\sum_{j\in N_i}\sum_{k=1}^{n}\sum_{h=1}^{k}\int_{t-\tau_{j,k}}^{t}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(s))\mathrm{d}s+\frac{1}{2}\tilde{\theta}_{i,n}^2+\frac{g_0\tilde{\varphi}_i^2}{2\gamma_i},
\end{aligned}
$$

其中, $\hat{\varphi}_i$ 是 φ_i 的估计, 估计误差为 $\tilde{\varphi}_i=\hat{\varphi}_i-\varphi_i$. γ_i 是设计的参数. 定义 $g_0=\inf_{t\geqslant0}(\beta_i(t)\bar{G}(t))$, $\varphi_i=\frac{1}{g_0}$. 对 $V_{i,n}$ 求导得

$$
\dot{V}_{i,n}=\dot{V}_{i,n-1}+z_{i,n}(\beta_iu_i+\varsigma_i+g_{i,n}(x_{i,n}(\tau_{i,n}))+\phi_{i,n}(x_{i,n})-\dot{\alpha}_{i,n-1})+\frac{g_0\tilde{\varphi}_i\dot{\hat{\varphi}}_i}{\gamma_i}-\tilde{\theta}_{i,n}\dot{\hat{\theta}}_{i,n}
$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\sum_{h=1}^{k}[\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t))-\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(\tau_{i,k}))]$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{j\in N_j}\sum_{k=1}^{n}\sum_{h=1}^{k}[\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t))-\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(\tau_{j,k}))]. \tag{23}$$

对虚拟控制输入 $\dot{\alpha}_{i,n-1}$ 求导得

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_{i,n-1}=&R_{n-1}+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{i,n-1}}{\partial x_{i,k}}(g_{i,k}(\bar{x}_{i,k}(\tau_{i,k}))+d_{i,k}(\bar{x}_{i,k}))\\&+\sum_{k=1}^{n}\sum_{j\in N_i}\frac{\partial\alpha_{i,n-1}}{\partial x_{j,k}}(g_{j,k}(\bar{x}_{j,k}(\tau_{j,k}))+d_{j,k}(\bar{x}_{j,k})),\end{aligned} \tag{24}$$

其中, $R_{n-1}=\sum_{k=1}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{i,n-1}}{\partial x_{i,k}}x_{i,k+1}+\sum_{k=1}^{n}\sum_{j\in N_i}\frac{\partial\alpha_{i,n-1}}{\partial x_{j,k}}x_{j,k+1}+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{i,n-1}}{\partial\hat{\theta}_{i,k}}\dot{\hat{\theta}}_{i,k}+\sum_{k=0}^{n-1}\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial y_0^{(k)}}y_0^{(k+1)}$.

定义未知非线性函数 $\psi_{i,n}(X_{i,n})$

$$\begin{aligned}\psi_{i,n}(X_{i,n})=&-R_{n-1}+\frac{z_{i,n}}{2}+\sum_{k=1}^{n-1}\left[\frac{\rho_{i,k}^2z_{i,n}}{2c_{i,n,k}^2}+\frac{z_{i,n}}{2}\right]\left(\frac{\partial\alpha_{i,n-1}}{\partial x_{i,k}}\right)^2+\sum_{k=1}^{n}\sum_{j\in N_i}\left[\frac{z_{i,n}}{2}+\frac{z_{i,n}\rho_{j,k}^2}{2c_{j,n,k}^2}\right]\left(\frac{\partial\alpha_{i,n-1}}{\partial x_{j,k}}\right)^2\\&+\frac{\rho_{i,n}^2z_{i,n}}{c_{i,n,n}^2}+\frac{1}{z_{i,n}}\tanh^2\left(\frac{z_{i,n}}{\delta_{i,n}}\right)\sum_{k=1}^{n}\sum_{h=1}^{k}\left[\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t))+\sum_{j\in N_j}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t))\right].\end{aligned} \tag{25}$$

由引理 4 得 $z_{i,n}\psi_{i,n}\leqslant\frac{z_{i,n}^2\theta_{i,n}S_{i,n}^{\mathrm{T}}(X_{i,n})S_{i,n}(X_{i,n})}{c_{i,n,n}^2}+\frac{c_{i,n,n}^2}{4}+\frac{z_{i,n}^2}{2}+\frac{\varepsilon_{i,n}^2}{2}$. 进一步结合式 (5) 得

$$\begin{aligned}\dot{V}_{i,n}\leqslant&\dot{V}_{i,n-1}+z_{i,n}\left(\beta_i\bar{G}_i(t)\hat{u}_i+\beta_i\bar{\delta}_i+\varsigma_i+\frac{z_{i,n}}{2}+\frac{z_{i,n}\theta_{i,n}S_{i,n}^{\mathrm{T}}(X_{i,n})S_{i,n}(X_{i,n})}{c_{i,n,n}^2}\right)-\tilde{\theta}_{i,n}\dot{\hat{\theta}}_{i,n}\\&+\frac{g_0\tilde{\varphi}_i\dot{\hat{\varphi}}_i}{\gamma_i}+\frac{\varepsilon_{i,n}^2}{2}+\frac{1}{2}\left(1-2\tanh^2\left(\frac{z_{i,n}}{\delta_{i,n}}\right)\right)\sum_{k=1}^{n}\sum_{h=1}^{k}\left[\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t))+\sum_{j\in N_j}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t))\right]\\&+\sum_{k=1}^{n}\sum_{j\in N_i}\frac{c_{i,n,k}^2}{2}+\sum_{k=1}^{n}\frac{c_{i,n,k}^2}{2},\end{aligned} \tag{26}$$

令 $F_i(t)=\beta_i\bar{\delta}_i+\varsigma_i$, $\delta_{\max}=\sup_{t\geqslant0}(F_i(t))$. 由 Young 不等式得 $z_{i,n}F_i(t)\leqslant l_iz_{i,n}^2+\frac{\delta_{\max}^2}{4l_i}$, l_i 是设计的参数, 满足 $l_i>0$. 由式 (26) 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_{i,n}\leqslant&\dot{V}_{i,n-1}-k_{i,n}z_{i,n}^2+z_{i,n}\beta_i\bar{G}_i(t)\hat{u}_i+z_{i,n}\xi_i+\frac{\delta_{\max}^2}{4l_i}+\tilde{\theta}_i\left(\frac{z_{i,n}^2S_{i,n}^{\mathrm{T}}(X_{i,n})S_{i,n}(X_{i,n})}{c_{i,n,n}^2}-\dot{\hat{\theta}}_i\right)\\&+\frac{g_0\tilde{\varphi}_i\dot{\hat{\varphi}}_i}{\gamma_i}+\frac{\varepsilon_{i,n}^2}{2}+\frac{1}{2}\left(1-2\tanh^2\left(\frac{z_{i,n}}{\delta_{i,n}}\right)\right)\sum_{k=1}^{n}\sum_{h=1}^{k}\left[\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t))+\sum_{j\in N_j}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t))\right]\\&+\sum_{k=1}^{n}\frac{c_{i,n,k}^2}{2}+\sum_{k=1}^{n}\sum_{j\in N_i}\frac{c_{i,n,k}^2}{2},\end{aligned} \tag{27}$$

其中, $\xi_i=k_{i,n}z_{i,n}+\frac{1}{2}+l_iz_{i,n}+\frac{z_{i,n}S_{i,n}^{\mathrm{T}}(X_{i,n})S_{i,n}(X_{i,n})\hat{\theta}_{i,n}}{c_{i,n,n}}-z_{i,n-1}$.

设计控制律 $\hat{u}_i$ 和自适应律分别为

$$\hat{u}_i = -z_{i,n}\frac{\hat{\varphi}_i^2\xi_i^2}{\sqrt{\hat{\varphi}_i^2\xi_i^2 z_{i,n}^2+\epsilon_i}}, \tag{28}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{i,n} = \frac{S_{i,n}^{\mathrm{T}}(X_{i,n})S_{i,n}(X_{i,n})z_{i,n}^2}{c_{i,n,n}} - \sigma_{i,n}\theta_{i,n}, \tag{29}$$

$$\dot{\hat{\varphi}}_i = \gamma_i z_{i,n}\xi_i - \vartheta_i\gamma_i\hat{\varphi}_i, \tag{30}$$

其中, $\epsilon_i > 0$, $\sigma_{i,n} > 0$, $\vartheta_i > 0$. 由引理 3 和式 (28) 可得

$$\begin{aligned} z_{i,n}\beta_i\bar{G}_i\hat{u}_i &= -\beta_i\bar{G}_i\frac{\hat{\varphi}_i^2\xi_i^2 z_{i,n}^2}{\sqrt{\hat{\varphi}_i^2\xi_i^2 z_{i,n}^2+\epsilon_i}} \leqslant -\frac{g_0\hat{\varphi}_i^2\xi_i^2 z_{i,n}^2}{\sqrt{\hat{\varphi}_i^2\xi_i^2 z_{i,n}^2+\epsilon_i}} \\ &\leqslant g_0\sqrt{\epsilon_i} - g_0\left|\hat{\varphi}_i\right|\left|z_{i,n}\right|\left|\xi_i\right| \leqslant g_0\sqrt{\epsilon_i} - g_0\hat{\varphi}_i z_{i,n}\xi_i. \end{aligned} \tag{31}$$

将式 (28)~(31) 代入 (27) 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,n} \leqslant &- k_{i,1}\Phi_{i,1}^2 - \sum_{m=2}^{n} k_{i,m}z_{i,m}^2 + \sum_{m=1}^{n}\frac{1}{2}\left(1-2\tanh^2\left(\frac{z_{i,m}}{\delta_{i,m}}\right)\right)\sum_{k=1}^{m}\sum_{h=1}^{k}\left[\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t)) + \sum_{j\in N_j}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t))\right] \\ &+ c_{i,n} + g_0\sqrt{\epsilon_i} + (g_0\tilde{\varphi}_i - g_0\hat{\varphi}_i + 1)z_{i,n}\xi_i + \frac{\delta_{\max}^2}{4l_i} - g_0\vartheta_i\hat{\varphi}_i\tilde{\varphi}_i + \sum_{m=1}^{n}\sigma_{i,m}\tilde{\theta}_{i,m}\hat{\theta}_{i,m}, \end{aligned} \tag{32}$$

根据等式关系 $g_0\tilde{\varphi}_i - g_0\hat{\varphi}_i = -g_0\varphi_i = -1$ 可知

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,n} \leqslant &- k_{i,1}\Phi_{i,1}^2 - \sum_{m=2}^{n} k_{i,m}z_{i,m}^2 + \sum_{m=1}^{n}\frac{1}{2}\left(1-2\tanh^2\left(\frac{z_{i,m}}{\delta_{i,m}}\right)\right)\sum_{k=1}^{m}\sum_{h=1}^{k}\left[\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t)) + \sum_{j\in N_j}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t))\right] \\ &+ c_{i,n} + g_0\sqrt{\epsilon_i} - \vartheta_i g_0\tilde{\varphi}_i\hat{\varphi}_i + \frac{\delta_{\max}^2}{4l_i} + \sum_{m=1}^{n}\sigma_{i,m}\tilde{\theta}_{i,m}\hat{\theta}_{i,m}, \end{aligned} \tag{33}$$

其中, $c_{i,n} = \sum_{k=1}^{n}\sum_{h=1}^{k}(\frac{c_{i,k,h}^2}{2} + \sum_{j\in N_i}\frac{c_{j,k,h}^2}{2}) + \sum_{k=1}^{n}\frac{\varepsilon_{i,k}^2}{2}$.

注4 本文结合模型 (5) 和有界估计法以及引理 3 中的光滑函数 $\frac{s^2}{\sqrt{s^2+\epsilon}}$ 处理网络引起的误差和执行器故障. 在设计 $\hat{u}_i(t)$ 过程中, 估计由网络引起的误差和执行器时变不确定项 $\beta_i(t)\bar{G}_i(t)$ 的界, 再根据引理 3 和式 (31), 解决了未知时变项 $\beta_i(t)\bar{G}_i(t)$ 所造成的影响.

注5 考虑非对称误差约束, 状态时延和执行器故障综合影响下的领导跟随多智能体系统一致控制问题, 成果较少. 本文在处理状态时延和非对称误差约束时, 通过构造恰当的 Lyapunov 函数, 它由两部分构成, 一部分是非对称 BLF, 其作用是保证输出误差满足非对称约束要求; 另一部分是 L-K 泛函, 其作用是消除状态时延对系统的影响. 在处理外界干扰时, 同时将外界干扰和 L-K 泛函求导后的部分项定义为非线性函数, 利用 FLS 逼近. 本文同时考虑状态时延和非对称输出误差约束问题, 给 Lyapunov 函数的设计带来了一定的难度. 与此同时, 设计有效处理外界干扰的 FLS, 也需要综合考虑状态时延的影响. 在此基础上, 为了节约控制资源和成本, 需要利用有效的事件触发机制, 减少控制器更新次数. 因此, 综合考虑非对称误差约束、状态时延、执行器故障的影响, 加大了多智能体一致性事件触发控制器的设计难度.

注6 文献 [13] 只考虑时变的执行器失效, 文献 [14] 只考虑了时变执行器偏移, 本文执行器发生了时变失效和偏移, 形式更复杂全面. 文献 [21] 针对具有状态时延的多智能体系统, 利用 L-K 泛函消除状态时延的影响, 提出了自适应一致性控制策略. 本文在文献 [21] 的基础上, 同时考虑了非对称误差约束、状态时延, 以及执行器故障的影响, 提出分布式自适应事件触发控制策略, 结合了 L-K 泛函和 BLF, 解决时延影响的同时保证输出误差满足非对称约束要求. 文献 [24] 通过对称正切型 BLF, 使得输出误差保持在对称的常数边界内, 本文引入新型的非对称 BLF, 确保了输出误差保持在非对称约束边界内. 文献 [21] 针对具有未知干扰和输入饱和的严反馈多智能体系统, 提出了基于干扰观测器的分布式事件触发控制方法. 欠缺对时延的考虑, 然而在实际系统中, 普遍存在时延的影响. 本文考虑了状态时延, 外界干扰和执行器故障问题, 提出了自适应事件触发容错控制方法. 通过结合非对称 BLF 和 L-K 泛函, 解决了时延的影响, 保证了输出误差在非对称约束边界内.

4 稳定性分析

本节基于 Lyapunov 稳定性理论对闭环系统的稳定性进行分析, 总结为如下定理.

定理1 基于假设 1~3, 考虑多智能体系统 (1) 在控制器 (28) 和事件触发机制 (2) 和 (3) 的作用下, 系统中所有信号都是半全局有界, 一致性输出误差满足非对称约束条件. 事件触发间隔 $[t_{i,k}, t_{i,k+1}]$ 存在一个下界 t^*, 满足 $t^*>0$, 无 Zeno 行为.

证明 选取 Lyapunov 函数 $V=\sum_{i=1}^{N}V_{i,n}$, 对 V 求导得

$$\begin{aligned}\dot{V}\leqslant&-\sum_{i=1}^{N}k_{i,1}\Phi_{i,1}^2-\sum_{i=1}^{N}\sum_{m=2}^{n}k_{i,m}z_{i,m}^2+\sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1}^{n}\frac{1}{2}\left(1-2\tanh^2\left(\frac{z_{i,m}}{\delta_{i,m}}\right)\right)\sum_{k=1}^{m}\sum_{h=1}^{k}\Bigg[\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t))\\&+\sum_{j\in N_j}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t))\Bigg]+\sum_{i=1}^{N}c_{i,n}+\sum_{i=1}^{N}g_0\sqrt{\epsilon_i}-\sum_{i=1}^{N}\vartheta_i g_0\tilde{\varphi}_i\hat{\varphi}_i+\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_{\max}^2}{4l_i}+\sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1}^{n}\sigma_{i,m}\tilde{\theta}_{i,m}\hat{\theta}_{i,m},\end{aligned}\tag{34}$$

其中, $\sigma_{i,m}\tilde{\theta}_{i,m}\hat{\theta}_{i,m}\leqslant-\frac{\sigma_{i,m}\tilde{\theta}_{i,m}^2}{2}+\frac{\sigma_{i,m}\theta_{i,m}^2}{2}$, $\vartheta_i\tilde{\varphi}_i\hat{\varphi}_i\leqslant\frac{\vartheta_i\tilde{\varphi}_i^2}{2}-\frac{\vartheta_i\varphi_i^2}{2}$. 由式 (34) 得

$$\dot{V}\leqslant-aV(t)+\pi,\tag{35}$$

其中 $a=\min\{k_{i,m},\sigma_{i,m},\vartheta_i\}$, $\pi=\sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1}^{n}\frac{1}{2}(1-2\tanh^2(\frac{z_{i,m}}{\delta_{i,m}}))\sum_{k=1}^{m}\sum_{h=1}^{k}[\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t))+\sum_{j\in N_j}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t))]+C$. 由式 (35) 得 $\frac{1}{2}z_{i,1}^2\leqslant V(t)\leqslant \mathrm{e}^{-at}V(0)+\frac{\pi}{a}(1-\mathrm{e}^{-at})$. 根据引理 1 得 $\lim_{t\to\infty}\|Y-Y_d\|\leqslant\frac{\sqrt{\frac{2\pi}{a}}}{\zeta(L+B)}$, 通过选择合适的参数使输出误差收敛到以原点为中心的有界领域内.

接下来分析所采用的触发机制 (2) 和 (3) 无 Zeno 行为. Zeno 行为是指在有限时间内发生无数次事件触发. 如果事件被触发无数次, 则事件触发机制无效. 由于 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}|\omega_i(t)|=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\omega_i\times\omega_i)^{\frac{1}{2}}=\mathrm{sign}(\omega_i)\dot{\omega}_i\leqslant|\dot{u}_i|$. 而我们已经说明了系统中的所有状态都是有界的, 所以必然存在正数 ξ, 使得 $|\dot{u}_i|\leqslant\xi$. 由 $\omega_i(t_k)=0$, $\lim_{t\to t_{k+1}}|\omega_i(t)|=a_{i,2}$ 可知, 事件触发时间间隔的下界 t^* 满足 $t^*\geqslant\frac{a_{i,2}}{\xi}$. 因此, 所采用的事件触发机制 (2) 和 (3) 避免了 Zeno 行为.

注7 在理论方面, 文献 [14] 只考虑了执行器故障问题, 没有考虑输出约束问题. 文献 [24] 考虑了约束问题, 但输出误差收敛在较大的常数范围内. 在实际系统中, 常值约束不能满足实际要求. 文献 [10] 引入了固定阈值事件触发机制, 与传统的固定阈值触发机制相比, 本文引入的相对阈值触发机制触发次数更小, 更节约成本. 文献 [26] 虽然采用相对阈值事件触发机制, 触发次数高于本文的触发次数. 本文提出的自适应事件触发控制策略, 解决了更复杂全面的问题, 一方面解决了系统中执行器

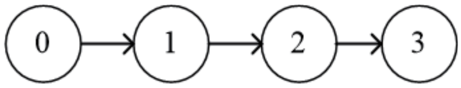

图 1　通信拓扑图
Figure 1　Topological graph

发生时变的失效和偏移; 另一方面, 将输出误差约束在非对称边界内, 且节约了控制资源和成本. 此外, 本文中的多智能体系统考虑了外界干扰, 在处理外界干扰时, 同时将外界干扰和 L-K 泛函求导后的部分项定义为非线性函数, 利用 FLS 逼近, 最终使系统达到有界稳定, 所设计的自适应事件触发控制策略具有鲁棒性. 在仿真方面, 文献 [26] 中的图 3 与本文的事件触发次数对比, 本文触发率更低, 所提出的控制策略更节约资源成本. 文献 [24] 中的图 1 与本文输出误差对比, 文献 [24] 将输出误差约束在常数 ±0.5 之间, 本文输出误差保持在非对称约束边界 Ω_{a11} 和 $-\Omega_{b11}$ 内, 本文输出误差约束范围更小, 适用范围更广. 因此, 本文提出的算法更具有优势.

根据引理 2 分析一致性误差, 分为以下 3 种情形:

情形 1. 若 $z_{i,m}\in\Omega_{z_{i,m}}$, 其中 $i=1,\ldots,N$, $m=1,\ldots,n$, 则 $|z_{i,m}|<0.8814\delta_{i,1}$, 根据 $z_{i,1}$ 的定义, 一致性误差 z_1, 满足 $z_1=(L+B)(Y-1_NY_0)$, 因此 $\|Y-1_NY_0\|\leqslant\frac{\|z_1\|}{\underline{\varsigma}(L+B)}$, 所以, 跟踪误差 $Y-1_NY_0$ 有界, 且通过选择任意小的 $\delta_{i,1}$, 使一致性误差任意小.

情形 2. 若 $z_{i,m}\notin\Omega_{z_{i,m}}$, 那么 $\frac{1}{2}(1-2\tanh^2(\frac{z_{i,m}}{\delta_{i,m}}))\sum_{k=1}^{m}\sum_{h=1}^{k}(\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t))+\sum_{j\in N_j}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t)))\leqslant 0$, 且如果 $\sum_{i=1}^{N}k_{i,1}\Phi_{i,1}^2+\sum_{i=1}^{N}\sum_{m=2}^{n}k_{i,m}z_{i,m}^2+\sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1}^{n}\sigma_{i,m}\tilde{\theta}_{i,m}^2+\sum_{i=1}^{N}\vartheta_i\tilde{\varphi}_i^2>C$, 则 $\dot{V}<0$. 所以, $\|z_1\|\leqslant\sqrt{\frac{C}{k}}$, $k=\min\{k_{i,m},i=1,\ldots,N,m=1,\ldots,n\}$, 一致性跟踪误差 $Y-1_NY_0$ 有界, 且通过选择任意小的 $\delta_{i,1}$, 使一致性误差任意小.

情形 3. 集合 $z_{i,m}$ 分成 $z_{i_1,m_1}\in\Omega_{z_{i_1,m_1}}$ 和 $z_{i_2,m_2}\notin\Omega_{z_{i_2,m_2}}$ 两个子集, 其中 $i_1\in S_{i_1}$, $m_1\in S_{m_1}$, $i_2\in S_{i_2}$, $m_2\in S_{m_2}$. 若 $z_{i_1,m_1}\in\Omega_{z_{i_1,m_1}}$, 则 $|z_{i_1,m_1}|<0.8814\delta_{i_1,m_1}$, 因此, $\forall i_1\in S_{i_1}$, $z_{i_1,1}$ 有界. 当 $z_{i_2,m_2}\notin\Omega_{z_{i_2,m_2}}$, 由情形 2 和引理 2 得, $\frac{1}{2}(1-2\tanh^2(\frac{z_{i_2,m_2}}{\delta_{i_2,m_2}}))\sum_{k\in S_{m_2}}\sum_{h=1}^{k}(\varpi_{i,k,h}^2(x_{i,h}(t))+\sum_{j\in N_j}\varpi_{j,k,h}^2(x_{j,h}(t)))\leqslant 0$, 对于 $\forall i_2\in S_{i_2}$, $z_{i_2,1}$ 有界.

5　仿真

本节通过数值仿真 1 和实例仿真 2 来验证所提控制策略的有效性. 选取由 1 个领导者和 3 个跟随者组成的二阶多智能体系统进行仿真, 依次编号为 0, 1, 2, 3. 通信拓扑图如图 1 所示.

仿真 1. 首先通过一个数值仿真验证所提控制策略的有效性, 二阶多智能体系统模型为

$$\begin{aligned}&\dot{x}_{i,1}=x_{i,2},\\&\dot{x}_{i,2}=u_i^f+g_{i,2}(x_i(t-\tau_{i,2}))+\cos(\mathrm{t})x_{i,1}x_{i,2},\\&y_i=x_{i,1},\quad i=1,2,3,\end{aligned}$$

其中, $u_i^f=\begin{cases}\beta_iu_i+\varsigma_i, & t\geqslant t_i\\ u_i, & t<t_i\end{cases}$, $\beta_1=0.2+0.8\mathrm{e}^{-t+5}$, $\beta_2=0.1+0.9\mathrm{e}^{-t+5}$, $\beta_3=0.05+0.7\mathrm{e}^{-t+5}$, $\varsigma_1=0.1+0.5\sin(0.2t)$, $\varsigma_2=0.2+0.5\sin(0.3t)$, $\varsigma_3=0.3+0.5\sin(0.1t)$. $t_1=5$, $t_2=8$, $t_3=10$. 输出误差约束边界为 $\Omega_{a11}=0.04+0.5\mathrm{e}^{-0.6t}$, $\Omega_{b11}=0.04+0.6\mathrm{e}^{-0.5t}$. $g_{i,2}(x_i)=x_{i,1}x_{i,2}$, 时延为 $\tau_{i,2}=0.01$ s. 虚拟领导者的期望轨迹为 y_0= $0.5(\sin(\mathrm{t})+\sin(0.5\mathrm{t}))$. 跟随者的初始状态选取为: $x_{i,1}(0)=[0.2,0.1,0.3]$, $\hat{\theta}_{i,1}(0)=[0.1,0.2,0.2]$, $\hat{\varphi}_i(0)=[0.2,0.3,0.1]$. 控制器参数选取为 $k_{i,1}=15$, $k_{i,2}=15$, $c_{i,1,1}=1$, $c_{i,2,2}=1$,

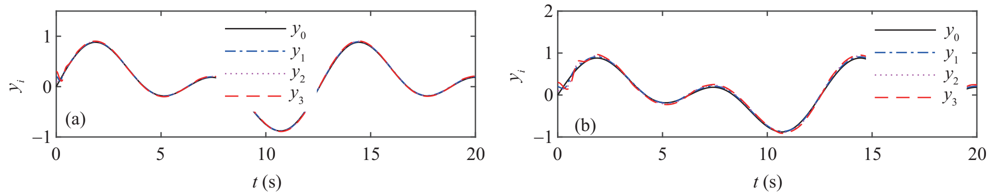

图 2　(网络版彩图) 输出跟踪 y_i

Figure 2　(Color online) Output tracking y_i. (a) Case 1; (b) case 2

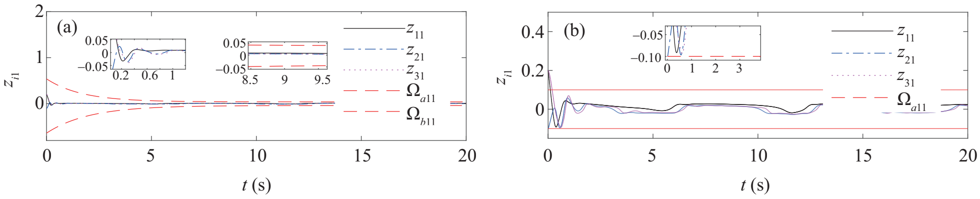

图 3　(网络版彩图) 跟踪误差 $z_{i,1}$

Figure 3　(Color online) Tracking errors $z_{i,1}$. (a) Case 1; (b) case 2

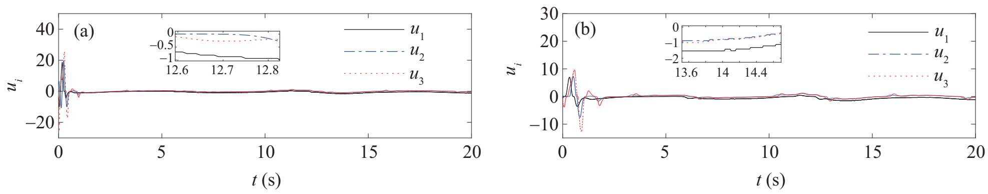

图 4　(网络版彩图) 控制输入 u_i

Figure 4　(Color online) Control inputs u_i. (a) Case 1; (b) case 2

$\sigma_{i,1} = 0.05$, $\sigma_{i,2} = 0.05$, $\vartheta_i = 0.05$, $\gamma_i = 0.8$, $l_i = 0.5$, $\epsilon_i = 4$, $a_{i,1} = 0.05$, $a_{i,2} = 0.005$. 为了更好地体现控制策略的优越性, 仿真 1 考虑了 2 种情况. 情况 1: 同时考虑了执行器故障以及非对称误差约束问题. 仿真结果如图 2(a)~5(a) 所示. 情况 2: 只考虑了执行器故障问题. 仿真结果如图 2(b)~5(b) 所示.

图 2 为跟随者的跟踪效果图, 由图可知, 3 个跟随者在较短时间内实现了对期望轨迹 y_0 的跟踪, 所提出的控制策略实现了多智能体系统的一致跟踪. 图 3(a) 和 (b) 分别为考虑非对称约束和不考虑非对称约束输出误差, 由图 3(a) 可知, 系统的输出误差都保持在预设的非对称约束边界内, 且误差值都小于 0.05, 图 3(b) 输出误差虽然在预定区域内, 稳态误差明显大于考虑非对称约束的稳态误差, 两种情形下的输出误差均收敛于原点的有界邻域. 图 4 为事件触发控制输入, 局部放大图显示控制信号仅在满足触发条件的时刻更新. 图 5 为控制输入的事件触发时间间隔, 图 5(a) 中 3 个跟随者的事件触发次数分别为 384, 586, 738 次, 图 5(b) 中 3 个跟随者的事件触发次数分别为 372, 581, 745 次. 本文提出的自适应事件触发策略有效减少了控制器的更新次数, 且无 Zeno 行为. 因此, 数值仿真验证了所提控制策略的有效性.

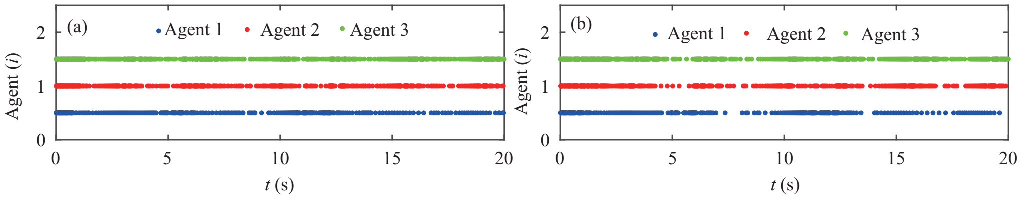

图 5　(网络版彩图) 事件触发的时间间隔

Figure 5　(Color online) Time intervals of triggering events. (a) Case 1; (b) case 2

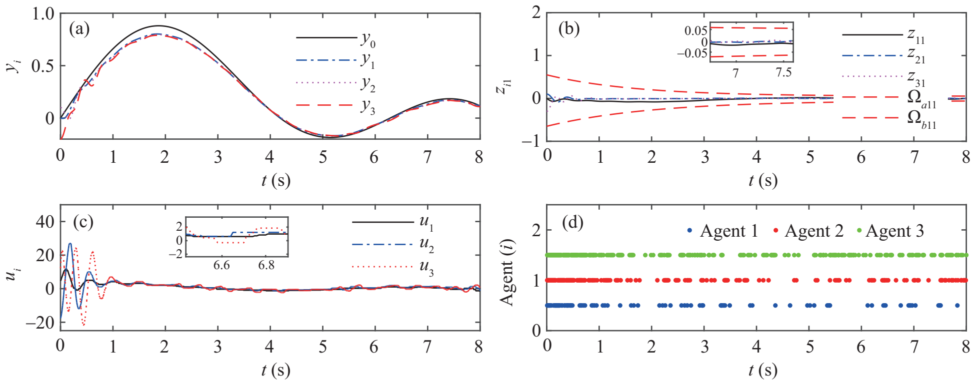

图 6　(网络版彩图) 两级化学反应器仿真结果

Figure 6　(Color online) Simulation results of a two-stage chemical reactor. (a) Output tracking y_i; (b) tracking errors $z_{i,1}$; (c) control inputs u_i; (d) time intervals of triggering events

仿真 2. 将所设计的控制策略应用到带有时延循环流的两级化学反应器 [22], 系统动力学方程为

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_{i,1} &= -\frac{1}{\bar{\vartheta}_{i,1}}x_{i,1} - \upsilon_{i,1}x_{i,1} + \frac{1-r_{i,2}}{\bar{\upsilon}_{i,1}}x_{i,2},\\
\dot{x}_{i,2} &= -\frac{1}{\bar{\vartheta}_{i,2}}x_{i,2} - \upsilon_{i,2}x_{i,2} + \frac{r_{i,1}}{\bar{\upsilon}_{i,2}}x_{i,1}(t-\tau) + \frac{m_{i,2}}{\bar{\upsilon}_{i,2}}u_i^f + \delta_2(\cdot),\\
y_i &= x_{i,1}, \quad i = 1,2,3,
\end{aligned}
$$

其中 $x_{i,1}(t)$ 和 $x_{i,2}(t)$ 表示化学反应物, $r_{i,1}$ 和 $r_{i,2}$ 为循环流量, $\bar{\vartheta}_{i,1}$ 和 $\bar{\vartheta}_{i,2}$ 为反应器停留时间, $\upsilon_{i,1}$ 和 $\upsilon_{i,2}$ 为速率常数, $m_{i,2}$ 为进给速度, $\bar{\upsilon}_{i,1}$ 和 $\bar{\upsilon}_{i,2}$ 为化学反应器容积, $\delta_2(\cdot)$ 是作用于反应器的外界干扰. 参数选为: $\bar{\vartheta}_{i,1} = \bar{\vartheta}_{i,2} = 10$, $\upsilon_{i,1} = 0.02$, $\upsilon_{i,2} = 0.05$, $r_{i,1} = r_{i,2} = 0.2$, $\bar{\upsilon}_{i,1} = \bar{\upsilon}_{i,2} = 0.8$, $m_{i,2} = 0.8$, $\delta_2(\cdot) = 0.3\cos(t)x_{i,1}x_{i,2}$, $\tau = 0.01s$. 初值选为 $x_{i,1}(0) = [0, 0.1, -0.2]$, $x_{i,2}(0) = [-0.2, -0.2, 0.3]$, $\hat{\theta}_{i,1}(0) = [0.1, 0.2, 0.3]$, $\hat{\varphi}_{i,1}(0) = [0.2, 0.3, 0.1]$. 控制器参数选为: $k_{i,1} = 25$, $k_{i,2} = 25$, $c_{i,1,1} = 0.5$, $c_{i,2,2} = 0.5$, $\sigma_{i,1} = 0.05$, $\sigma_{i,2} = 0.05$, $\vartheta_i = 0.05$, $\gamma_i = 0.01$, $l_i = 1$, $\epsilon_i = 0.01$, $a_{i,1} = 0.01$, $a_{i,2} = 0.5$.

仿真结果如图 6 所示. 由图 6(a) 和 (b) 可知, 输出误差都保持在预设的非对称约束边界内, 系统稳定时输出误差值小于 0.05, 所提出的控制策略实现了多智能体系统的一致跟踪. 结合图 6(c) 和 (d), 3 个跟随者的事件触发次数分别为 95, 168, 241 次, 表明本文所提控制策略有效减少了控制器的更新次数, 无 Zeno 行为. 因此, 本文所提控制算法应用于两级化学反应器系统同样有效.

6 结论

本文研究了具有状态时延、非对称误差约束, 以及执行器故障的多智能体系统一致跟踪控制问题, 提出了自适应事件触发控制策略. 通过引入非对称 BLF, 使输出误差满足非对称约束要求. 利用 L-K 泛函消除了状态时延的影响. 采用有界估计法和光滑函数有效补偿了执行器故障和网络引起的误差. 设计的事件触发控制策略减少了通信带宽和计算资源. 最后, 对比仿真实例验证了所提策略的有效性. 在未来的工作中, 将研究多智能体系统预定时间一致控制问题以及在实际工程系统中的应用, 如多无人机编队控制、多机器人控制等.

参考文献

1 Song C X, Liu L, Feng G, et al. Coverage control for heterogeneous mobile sensor networks with bounded position measurement errors. Automatica, 2020, 120: 109118

2 Liu Y Y, Montenbruck J M, Zelazo D, et al. A distributed control approach to formation balancing and maneuvering of multiple multirotor UAVs. IEEE Trans Robot, 2018, 34: 870–882

3 Zou Y, Zhou Z Q, Dong X W, et al. Distributed formation control for multiple vertical takeoff and landing UAVs with switching topologies. IEEE/ASME Trans Mechatron, 2018, 23: 1750–1761

4 Dong X W, Hua Y Z, Zhou Y, et al. Theory and experiment on formation-containment control of multiple multirotor unmanned aerial vehicle systems. IEEE Trans Autom Sci Eng, 2019, 16: 229–240

5 Wang B Y, Liu Z, Li Q B, et al. Mobile robot path planning in dynamic environments through globally guided reinforcement learning. IEEE Robot Autom Lett, 2020, 5: 6932–6939

6 Qian Y Y, Liu L, Feng G. Output consensus of heterogeneous linear multi-agent systems with adaptive event-triggered control. IEEE Trans Autom Control, 2019, 64: 2606–2613

7 Li X W, Sun Z Y, Tang Y, et al. Adaptive event-triggered consensus of multiagent systems on directed graphs. IEEE Trans Autom Control, 2021, 66: 1670–1685

8 You X, Hua C C, Guan X P. Event-triggered leader-following consensus for nonlinear multiagent systems subject to actuator saturation using dynamic output feedback method. IEEE Trans Autom Control, 2018, 63: 4391–4396

9 Meng H, Zhang H T, Wang Z, et al. Event-triggered control for semiglobal robust consensus of a class of nonlinear uncertain multiagent systems. IEEE Trans Autom Control, 2020, 65: 1683–1690

10 Yang B, Zhou Q, Cao L, et al. Event-triggered control for multi-agent systems with prescribed performance and full state constraints. Acta Autom Sin, 2019, 45: 1527–1535 [杨彬, 周琪, 曹亮, 等. 具有指定性能和全状态约束的多智能体系统事件触发控制. 自动化学报, 2019, 45: 1527–1535]

11 Liu F, Hua Y H, Dong X W, et al. Adaptive fault-tolerant time-varying formation tracking for multi-agent systems under actuator failure and input saturation. ISA Trans, 2020, 104: 145–153

12 Cui G Z, Yang W, Yu J P. Neural network-based finite-time adaptive tracking control of nonstrict-feedback nonlinear systems with actuator failures. Inf Sci, 2021, 545: 298–311

13 Wang W, Wen C Y, Huang J, et al. Adaptive consensus of uncertain nonlinear systems with event triggered communication and intermittent actuator faults. Automatica, 2020, 111: 108667

14 Shen Q K, Jiang B, Shi P, et al. Cooperative adaptive fuzzy tracking control for networked unknown nonlinear multiagent systems with time-varying actuator faults. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2014, 22: 494–504

15 Wang Z S, Wu Y M, Liu L, et al. Adaptive fault-tolerant consensus protocols for multiagent systems with directed graphs. IEEE Trans Cybern, 2020, 50: 25–35

16 Wang M, Chen B, Shi P. Adaptive neural control for a class of perturbed strict-feedback nonlinear time-delay systems. IEEE Trans Syst Man Cybern B, 2008, 38: 721–730

17 Yoo S J, Park J B, Choi Y H. Adaptive neural control for a class of strict-feedback nonlinear systems with state time delays. IEEE Trans Neural Netw, 2009, 20: 1209–1215

18 Su H S, Wang Z J, Song Z Y, et al. Event-triggered consensus of non-linear multi-agent systems with sampling data and time delay. IET Control Theory Appl, 2017, 11: 1715–1725

19 Chen C L P, Wen G X, Liu Y J, et al. Adaptive consensus control for a class of nonlinear multiagent time-delay systems using neural networks. IEEE Trans Neural Netw Learn Syst, 2014, 25: 1217–1226

20 Ma H W, Wang Z, Wang D, et al. Neural-network-based distributed adaptive robust control for a class of nonlinear multiagent systems with time delays and external noises. IEEE Trans Syst Man Cybern Syst, 2016, 46: 750–758

21 Chen K R, Wang J W, Zhang Y, et al. Leader-following consensus for a class of nonlinear strick-feedback multiagent systems with state time-delays. IEEE Trans Syst Man Cybern Syst, 2020, 50: 2351–2361

22 Li K, Hua C C, You X, et al. Output feedback-based consensus control for nonlinear time delay multiagent systems. Automatica, 2020, 111: 108669

23 Li D P, Li D J. Adaptive neural tracking control for nonlinear time-delay systems with full state constraints. IEEE Trans Syst Man Cybern Syst, 2017, 47: 1590–1601

24 Li Y X, Yang G H. Adaptive fuzzy fault tolerant tracking control for a class of uncertain switched nonlinear systems with output constraints. J Franklin Inst, 2016, 353: 2999–3020

25 Jin X. Adaptive fixed-time control for MIMO nonlinear systems with asymmetric output constraints using universal barrier functions. IEEE Trans Autom Control, 2019, 64: 3046–3053

26 Zhou Q, Chen G D, Lu R Q, et al. Disturbance-observer-based event-triggered control for multi-agent systems with input saturation. Sci Sin Inform, 2019, 49: 1502–1516 [周琪, 陈广登, 鲁仁全, 等. 基于干扰观测器的输入饱和多智能体系统事件触发控制. 中国科学: 信息科学, 2019, 49: 1502–1516]

Adaptive event-triggered control for time-delay multi-agent systems with actuator faults and asymmetric error constraints

Lirong FAN[1], Fang WANG[1*], Chao ZHOU[2] & Kun WANG[1]

1. *School of Science, Yanshan University, Qinhuangdao* 066004*, China*;
2. *Ocean College, Hebei Agricultural University, Qinhuangdao* 066003*, China*
* Corresponding author. E-mail: wangfang@ysu.edu.cn

Abstract This article proposes an adaptive event-triggered control strategy for the consensus tracking control problem in nonlinear multi-agent systems. First, by introducing the asymmetric barrier function, output error can satisfy asymmetric constraints. The Lyapunov-Krasovskii (L-K) functional and Young inequality are then used to eliminate the influence of state time delays. The fuzzy logic system is used to approximate the unknown nonlinear function. Furthermore, using a bound estimation approach and a smooth function, the effects of the actuator faults, as well as the network-induced error, are effectively compensated for. According to the Lyapunov stability theory, the closed-loop systems have semi-globally bounded stability. Finally, the validity of the designed control strategy is verified by simulation.

Keywords multi-agent systems, state time-delays, event-triggered control, asymmetric error constraints, actuator faults