



运载火箭上升段推力下降故障的自主轨迹规划方法

宋征宇^{1,3*}, 王聪^{2,3}, 巩庆海^{2,3}

1. 中国运载火箭技术研究院, 北京 100076

2. 北京航天自动控制研究所, 北京 100854

3. 宇航智能控制国家级重点实验室, 北京 100854

* 通信作者. E-mail: zycalt12@sina.com

收稿日期: 2019-06-24; 修回日期: 2019-08-08; 接受日期: 2019-09-17; 网络出版日期: 2019-11-13

国家自然科学基金 (批准号: 61773341) 资助项目

摘要 本文针对运载火箭上升段飞行中的推力下降故障, 研究在线自主救援的策略和算法. 在故障时刻采用迭代制导和数值积分的方法进行运载能力的估计, 当判断目标轨道不可达但仍能达到最低可接受的安全轨道时, 自主寻找最优救援轨道. 首先通过地心角估计, 轨道坐标系转换以及凸优化方法, 计算在故障时刻轨道面内和地心角约束下的最高圆轨道; 随后以该问题的解为初值, 利用自适应配点法求解不含上述约束的最优圆轨道; 最后根据该圆轨道的高度与目标轨道近地点高度的对比来决策是否需要继续调整其他轨道根数偏差. 该方法优先保障轨道高度, 并能根据最优性权重优化最接近目标轨道的救援轨道; 充分发挥了地心角预估可以简化终端约束条件, 凸优化算法收敛性好, 自适应配点法在合理初值条件下计算效率高的优势. 仿真表明, 本文提出的救援策略和算法的适应性、收敛性和实时性能够满足在线应用需求.

关键词 运载火箭, 自主救援, 迭代制导, 凸优化, 自适应配点法

1 引言

在发动机推力异常下降的情况下完成原有任务或避免完全损失, 是本文研究重点. 如果该故障对运载能力影响较小, 通过迭代制导调整入轨点和飞行轨迹, 仍能将有效载荷送入目标轨道. 若影响大, 飞向目标轨道会造成推进剂提前耗尽, 此时能否形成轨道取决于耗尽时刻的状态, 并有可能坠毁. 如果能够自主规划一条与原目标轨道最为接近的轨道 (本文称之为最优救援轨道, optimal rescue orbit, ORO), 则可以主动避免有效载荷的坠落, 为后续救援创造条件.

运载火箭上升段制导方法从早期跟踪标准轨迹的制导方法, 至土星五号基于最优控制理论的迭代制导方法^[1], 航天飞机动力显示制导^[2], 发展为当今多种改进的迭代制导算法. 近年来基于模型的实

引用格式: 宋征宇, 王聪, 巩庆海. 运载火箭上升段推力下降故障的自主轨迹规划方法. 中国科学: 信息科学, 2019, 49: 1472-1487, doi: 10.1360/SSI-2019-0132
Song Z Y, Wang C, Gong Q H. Autonomous trajectory planning for launch vehicle under thrust drop failure (in Chinese). Sci Sin Inform, 2019, 49: 1472-1487, doi: 10.1360/SSI-2019-0132

时优化控制方法成为新的研究热点^[3~9],但其收敛性和计算效率还难以满足各种在线应用需求.而关于推力故障情况下自主轨迹规划与控制的研究并不多见.文献[10]将离线设计好的应急飞行轨迹装入箭载计算机,并在航天飞机“挑战者”号一台发动机故障后将其引导至低于预定轨道的安全轨道.Cowling^[11]研究了不同阶段发动机停止工作后的中止轨迹.Lee等^[12]采用牛顿迭代法提升应对执行机构故障的能力.Song等^[13]提出了在线评估火箭剩余运载能力以及重新生成最优救援飞行轨迹的方案.

本文提出了一种在上升段推力下降的情况下,实时自主救援策略和算法.第2节构建救援轨道优化问题;第3节介绍自主救援策略;第4节描述具体算法;第5节给出不同故障用例的仿真结果.

2 问题构建

2.1 坐标系定义

定义如下4个坐标系:(1)发射惯性系.原点为发射点, X_0 轴指向火箭水平面内发射方向, Y_0 轴沿地心与发射点的连线方向指向天空, Z_0 轴满足右手定则.(2)轨道坐标系.以地心为原点, Y_3 轴指向预报入轨点, X_3 轴在轨道平面内指向飞行方向, Z_3 轴满足右手定则.(3)地心赤道坐标系.原点在地心, X_1 轴在赤道平面内指向发射时刻本初子午线方向, Z_1 轴垂直赤道平面指向北极, Y_1 轴满足右手定则.(4)基准坐标系.原点在地心, Y_2 轴在目标轨道平面内指向升交点, Z_2 轴垂直于目标轨道平面,指向轨道面法线的负方向, X_2 轴满足右手定则.

2.2 运动方程

以两级运载火箭为研究对象,假设故障发生在二级飞行段.此时大气稀薄,可以忽略气动力影响.在发射惯性系下描述运载火箭二级上升段运动方程.假设地球为均匀圆球,运载火箭上升段三自由度质心运动方程如下所示:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V_x, \quad \dot{y} = V_y, \quad \dot{z} = V_z, \\ \dot{V}_x &= \frac{T \cos \phi \cos \psi}{m} - \frac{\mu x}{r^2 r}, \quad \dot{V}_y = \frac{T \sin \phi \cos \psi}{m} - \frac{\mu (y + R_0)}{r^2 r}, \quad \dot{V}_z = -\frac{T \sin \psi}{m} - \frac{\mu z}{r^2 r}, \\ \dot{m} &= -\frac{T}{I_{sp} g_0}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中向量 $[x, y, z, V_x, V_y, V_z, m]^T$ 为状态变量,包含火箭的位置、速度和质量.向量 $[\phi, \psi]^T$ 为控制变量用于描述推力在发射惯性系中的指向, ϕ 和 ψ 分别表示俯仰角和偏航角.式(1)中 T 为推力下降后的可用推力幅值, I_{sp} 为推力下降后发动机比冲, g_0 为海平面重力加速度, μ 为地心引力常数, R_0 为地球半径, r 表示火箭质心与地心之间的距离.

2.3 约束条件

定义发动机推力下降故障出现时刻为 t_0 ,运载火箭需要以 t_0 时刻的状态为起始点优化救援轨迹,因此起始点等式约束条件可表示为式(2).其中States表示状态变量,下标0表示起始点.

$$\text{States} = \begin{bmatrix} x & y & z & V_x & V_y & V_z & m \end{bmatrix}^T, \quad \text{States}_0 = \text{States}(t_0). \quad (2)$$

定义终端时刻为 t_f , 轨道半长轴为 a_f , 偏心率为 e_f , 倾角为 i_f , 升交点经度为 Ω_f , 近地点幅角为 w_f . 5 个轨道根数与终端速度位置之间的非线性关系^[14] 可用式 (3) 中的函数 $\text{Fun}_{\text{orbit}}$ 表示.

$$\begin{bmatrix} a_f & e_f & i_f & \Omega_f & w_f \end{bmatrix}^T = \text{Fun}_{\text{orbit}} \left(\begin{bmatrix} x_f & y_f & z_f & V_{xf} & V_{yf} & V_{zf} \end{bmatrix}^T \right). \quad (3)$$

用 m_f 表示剩余燃料耗尽后运载火箭与有效载荷的总质量, 定义最低安全轨道高度为 h_{safe} , 因此终端质量和高度应当满足

$$m(t_f) \geq m_f, \quad h_{\text{safe}} \leq r(t_f) - R_0. \quad (4)$$

轨道倾角和升交点经度可用地心赤道坐标系下位置与速度的向量积表示, 如式 (5) 所示. 半长轴和偏心率与终端速度、位置的关系可用式 (6) 表示.

$$\begin{bmatrix} H_x & H_y & H_z \end{bmatrix}^T = \mathbf{H} = \mathbf{P}_{\text{geo}} \times \mathbf{V}_{\text{geo}}, \quad \cos(i_f) = H_z / \|\mathbf{H}\|, \quad \tan(\Omega_f) = -H_x / H_y. \quad (5)$$

$$a_f = \frac{r}{(2 - rV^2/\mu)}, \quad e_f = \left[1 - \left(2 - \frac{rV^2}{\mu} \right) \frac{rV^2}{\mu} \cos^2 \theta_H \right]^{0.5}, \quad (6)$$

$$\sin \theta_H = \frac{\sqrt{V_x x + V_y (y + R_0) + V_z z}}{rV}, \quad r = \sqrt{x^2 + (y + R_0)^2 + z^2}, \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$$

质心运动方程的非线性部分主要为推力方向三角函数计算和引力加速度在发射惯性系 3 个分量与位置的关系, 终端约束 5 个轨道根数与速度、位置之间的非线性关系也提升了问题求解难度.

2.4 优化命题

定义 $\text{Orbit}_{\text{dev}}$ 用于量化两条轨道的接近程度, 如式 (7) 所示. 由于半长轴数值远大于其余 3 个轨道根数, 需通过归一化处理将轨道根数偏差与原目标轨道根数的比值作为标准化偏差值带入下式:

$$\text{Orbit}_{\text{dev}} = \gamma_a \|\Delta a_f\| + \gamma_e \|\Delta e_f\| + \gamma_i \|\Delta i_f\| + \gamma_w \|\Delta w_f\| + \gamma_\Omega \|\Delta \Omega_f\|, \quad (7)$$

其中加权系数 γ 可根据任务需求选择. 当运载火箭有能力进入原目标轨道时, $\text{Orbit}_{\text{dev}}$ 应为零. 至此, 救援轨道优化命题可描述为

$$\text{Problem0: } \min J = \text{Orbit}_{\text{dev}} \quad \text{s.t. Dynamics: 式(1); Constraints: 式(2)(3)(4).} \quad (8)$$

直接数值求解上述问题耗时长, 且易出现终止状态. 因此下文重点研究如何高效地求解该问题.

3 自主救援策略

自主救援策略如图 1 所示. 左侧表示运载能力评估, 右侧为救援轨道优化. 定义故障时刻剩余燃料质量为 dm_0 , 安全轨道定义为当前故障时刻火箭所处轨道面内以 h_{safe} 为轨道高度的圆轨道. 在燃料消耗评估中, 放开剩余燃料约束, 根据当前状态生成针对目标轨道的迭代制导律, 通过数值积分计算出理想运动模型下到达目标轨道需要消耗的燃料 dm_r . 若 $dm_r < dm_0$, 则原目标轨道仍可达, 可以继续采用迭代制导方法实现制导与控制; 否则重复上述过程计算进入安全轨道所需消耗燃料 dm_s . 若 $dm_0 < dm_s$, 则安全轨道也不可达, 火箭被认为将会坠毁, 不再采取救援措施. 有关迭代制导 (iterative guidance method, IGM) 的内容可参考文献 [15], 限于篇幅其具体算法和积分过程不再展开介绍.

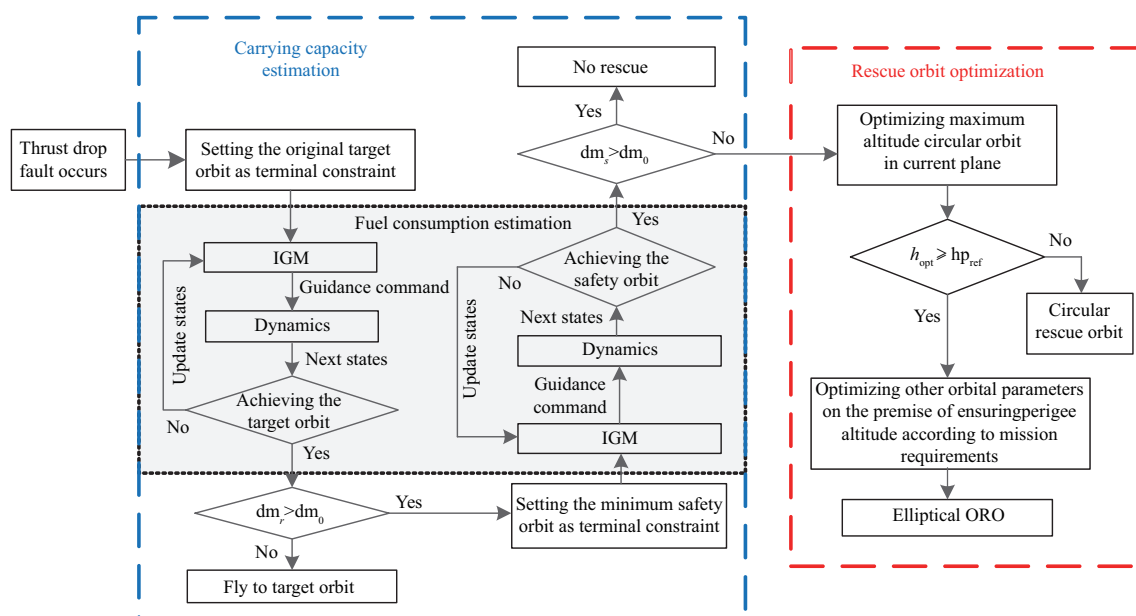


图 1 (网络版彩图) 自主救援策略逻辑图

Figure 1 (Color online) Autonomous rescue strategy logic diagram

当 $dm_s \leq dm_0 < dm_r$ 时, 这是本文主要研究内容. 此时如果仍采用 IGM 飞向目标轨道, 由于 IGM 优先调整轨道倾角和升交点经度, 上述调整将消耗大量的燃料, 最终有可能导致因速度不足而坠落. 为避免坠落, 提升轨道高度是首要目标, 并且同等近地点高度下将卫星送入圆轨道所需能量小于椭圆轨道, 因此首先在当前轨道面内搜寻最大高度圆轨道. 若其最大高度小于原目标轨道近地点高度, 则该轨道就视作为最优圆救援轨道; 否则根据任务特点, 在保证近地点高度的前提下调整其他轨道根数, 得到最优椭圆救援轨道.

为了避免直接求解带来的耗时长, 有可能不收敛的情况, 需要将 Problem0 转化为一系列子问题, 从而逐步缩小解的搜索空间以提高计算效率. 后续的讨论将以此思路来展开.

4 最优救援轨道的求解

4.1 最优圆救援轨道

根据图 1 的策略, 首先在当前轨道面内求解最大高度的圆轨道. 在 5 个轨道根数中, 圆轨道的偏心率 $e = 0$, i_0 和 Ω_0 可根据故障时刻的状态来求得; 由于圆轨道不存在近地点的概念, 因此近地点幅角用入轨点与升交点之间的地心角 Φ_k 来替代; 另一个需要求解的就是轨道高度 h_{opt} . 有了 h_{opt} , 也就确定了最优圆救援轨道; 而有了 Φ_k , 也就可以确定飞向该轨道的飞行轨迹.

4.1.1 地心角估计

定义基准坐标系下故障时刻运载火箭位置与升交点间夹角为 Φ_0 , 剩余飞行过程中, 当前轨道面内对应的地心夹角为 $d\Phi$, 则 Φ_k 可以表示为 $\Phi_k = \Phi_0 + d\Phi$, 其中 Φ_0 可根据运载火箭当前位置确定, 通过估计剩余航程求解 Φ_k . 提出引理 1, 保证对 Φ_k 的估计误差在小偏差范围内.

引理1 假设 I_{sp} 不变, 推力下降为标称值的 κ 倍, 采用式 (9) 估计 $d\Phi$, 则估计偏差小于 ε .

$$d\Phi = \frac{d\Phi_{\text{ref}}}{\kappa}, \quad \varepsilon(t_{\text{go}}, \alpha_{\text{max}}, \theta_{\text{max}}) = \frac{V_0 t_{\text{go}} \theta_{\text{max}}^2 + 2I_{\text{sp}} g_0 t_{\text{go}} (\alpha_{\text{max}}^2 + \theta_{\text{max}}^2)}{2r_0} + \frac{\mu \theta_{\text{max}} t_{\text{go}}^2}{2r_0^3}, \quad (9)$$

其中 t_{go} 为剩余燃料耗尽时间, θ_{max} 和 α_{max} 分别为故障后火箭进入救援轨道过程中速度倾角和攻角的最大幅值, r_0 为故障时刻的地心距, $d\Phi_{\text{ref}}$ 为标准轨迹入轨点与当前位置之间的地心夹角, 即标准入轨点处位置矢量 P_{ref} 与当前位置矢量 P_0 之间的夹角, 计算公式为

$$d\Phi_{\text{ref}} = \arccos \left(\frac{P_{\text{ref}} \cdot P_0}{\|P_{\text{ref}}\| \cdot \|P_0\|} \right). \quad (10)$$

证明 由于 $d\Phi$ 可根据火箭后续过程在水平面内的飞行距离 S_{go} 与故障时刻 r_0 之间的比值计算, 采用微分方程式 (11) 描述火箭在水平面内的运动过程, 其中 α 为攻角.

$$\dot{S} = V \cos \theta, \quad \dot{V} = T \cos \alpha / m - \mu \sin \theta / r^2, \quad \dot{m} = -T/b, \quad b = I_{\text{sp}} g_0. \quad (11)$$

考虑飞行过程中 θ 与 α 较小, 通过积分可得质量和速度随时间的变化规律式:

$$m(t) = m_0 - Tt/b, \quad V(t) = V_0 + \int_0^t \left(\frac{T}{m_0 - T\tau/b} \cos \alpha - \frac{\mu}{r^2} \sin \theta \right) d\tau. \quad (12)$$

定义飞行过程中攻角最大幅值为 α_{max} , 用 θ_{pos} 和 θ_{neg} 分别表示速度倾角正向和负向的最大幅值, t_{pos} 为 θ 穿越 0° 的时间. 则速度上下限可表示为

$$V_0 + b \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - Tt/b} \right) + \frac{\mu}{r_0^2} \theta_{\text{neg}} (t_{\text{go}} - t_{\text{pos}}) \geq V(t) \geq V_0 + b \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - Tt/b} \right) \cos \alpha_{\text{max}} - \frac{\mu}{r_0^2} \theta_{\text{pos}} t_{\text{pos}}. \quad (13)$$

对上式积分可得到 S_{go} 的上下限 S_{min} 和 S_{max} :

$$\begin{aligned} S_{\text{max}} &= A + B + C_N, \quad S_{\text{min}} = (A + B \cos \alpha_{\text{max}} - C_P) \cos \theta_{\text{max}}, \\ A &= V_0 t_{\text{go}}, \quad B = b (\ln m_0 + 1) t_{\text{go}} + \frac{b^2}{T} (m_f \ln m_f - m_0 \ln m_0), \\ m_f &= m_0 - T t_{\text{go}}/b, \quad C_P = \frac{\mu}{2r_0^2} \theta_{\text{pos}} t_{\text{pos}}^2, \quad C_N = \frac{\mu}{2r_0^2} \theta_{\text{neg}} (t_{\text{go}} - t_{\text{pos}})^2, \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $\theta_{\text{max}} = \max(\theta_{\text{neg}}, \theta_{\text{pos}})$.

在标称状态下取 $t_{\text{go}} = t_{\text{ref}}$, $T = T_{\text{ref}}$, 则 $d\Phi_{\text{ref}}$ 满足

$$\frac{A_{\text{ref}} + B_{\text{ref}} + C_{N\text{ref}}}{r_0} \geq d\Phi_{\text{ref}} \geq \frac{(A_{\text{ref}} + B_{\text{ref}} \cos \alpha_{\text{max}} - C_{P\text{ref}}) \cos \theta_{\text{max}}}{r_0}. \quad (15)$$

故障情况下取 $t_{\text{go}} = t_{\text{ref}}/\kappa$, $T = \kappa T_{\text{ref}}$. 此时火箭能够实现的地心角范围 $d\Phi_{\text{act}}$ 满足

$$\frac{(A_{\text{ref}} + B_{\text{ref}})/\kappa + C_{N\text{ref}}/\kappa^2}{r_0} \geq d\Phi_{\text{act}} \geq \frac{(A_{\text{ref}} + B_{\text{ref}} \cos \alpha_{\text{max}}) \cos \theta_{\text{max}}/\kappa - C_{P\text{ref}} \cos \theta_{\text{max}}/\kappa^2}{r_0}. \quad (16)$$

取地心角估计值 $d\Phi_{\text{est}} = d\Phi_{\text{ref}}/\kappa$, 由于 $\kappa \leq 1$, $d\Phi_{\text{est}}$ 仍满足式 (16), 估计偏差 ε 为

$$\begin{aligned} \varepsilon &= |d\Phi_{\text{act}} - d\Phi_{\text{est}}| < \frac{A_{\text{ref}} (1 - \cos \theta_{\text{max}})}{\kappa r_0} + \frac{B_{\text{ref}} (1 - \cos \alpha_{\text{max}} \cos \theta_{\text{max}})}{\kappa r_0} + \frac{C_{N\text{ref}} + C_{P\text{ref}} \cos \theta_{\text{max}}}{\kappa^2 r_0}, \\ &< \frac{A_{\text{ref}} (1 - \cos \theta_{\text{max}})}{\kappa r_0} + \frac{B_{\text{ref}} (1 - \cos \alpha_{\text{max}} \cos \theta_{\text{max}})}{\kappa r_0} + \frac{\mu \theta_{\text{max}} t_{\text{go}}^2}{2r_0^3}. \end{aligned} \quad (17)$$

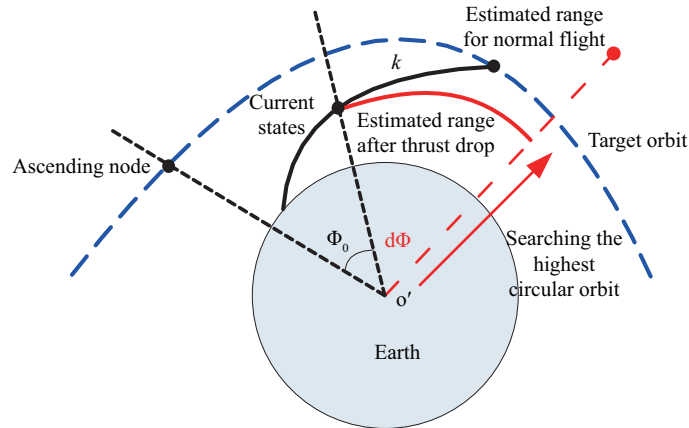


图 2 (网络版彩图) 最高圆轨道规划示意图

Figure 2 (Color online) Planning of the highest circular orbit

根据三角函数关系可知, 上式第 1 项满足式 (18), 第 2 项满足式 (19).

$$\frac{A_{\text{ref}}(1 - \cos \theta_{\text{max}})}{\kappa r_0} = \frac{2A_{\text{ref}} \sin^2(\theta_{\text{max}}/2)}{\kappa r_0} < \frac{V_0 t_{\text{go}} \theta_{\text{max}}^2}{2r_0}. \quad (18)$$

$$(1 - \cos \alpha_{\text{max}} \cos \theta_{\text{max}}) = \sin^2\left(\frac{\alpha_{\text{max}} + \theta_{\text{max}}}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\alpha_{\text{max}} - \theta_{\text{max}}}{2}\right) \leq \alpha_{\text{max}}^2 + \theta_{\text{max}}^2,$$

$$\frac{B_{\text{ref}}}{\kappa} = \frac{b^2}{T} m_f \ln\left(\frac{m_f}{m_f + T t_{\text{go}}/b}\right) + b t_{\text{go}}, \quad (19)$$

$$\frac{B_{\text{ref}}(1 - \cos \alpha_{\text{max}} \cos \theta_{\text{max}})}{\kappa r_0} \leq \frac{b t_{\text{go}}(\alpha_{\text{max}}^2 + \theta_{\text{max}}^2)}{r_0}.$$

将式 (18) 和 (19) 带入式 (17), 可得

$$\varepsilon < \frac{V_0 t_{\text{go}} \theta_{\text{max}}^2}{2r_0} + \frac{b t_{\text{go}}(\alpha_{\text{max}}^2 + \theta_{\text{max}}^2)}{r_0} + \frac{\mu \theta_{\text{max}} t_{\text{go}}^2}{2r_0^3}. \quad (20)$$

根据实际飞行物理参数, θ_{max} 与 α_{max} 均为小量, 同时 r_0 相对于其他量而言是大量, 因此 ε 是一个相对小的量 (下文仿真会给出示例), 采用上述方法估计地心角有足够的精度.

4.1.2 凸优化子问题

4.1.1 小节计算出的 Φ_k 并非是最优圆救援轨道入轨点的地心角, 而是一个有较高精度的合理估计值. 为此, 建立一个过渡的子问题, 首先求解在上述地心角估计值约束下的最高圆轨道, 如图 2 所示. 根据 i_0 , Ω_0 和 Φ_k 可以计算地心赤道系与轨道系之间的转换矩阵, 如式 (21) 所示:

$$G_O = \begin{bmatrix} -\sin \Omega_0 \cos i_0 & \cos \Omega_0 \cos i_0 & \sin i_0 \\ \cos \Omega_0 & \sin \Omega_0 & 0 \\ -\sin \Omega_0 \sin i_0 & \cos \Omega_0 \sin i_0 & -\cos i_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Phi_k & -\sin \Phi_k & 0 \\ \sin \Phi_k & \cos \Phi_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

在轨道坐标系下火箭运动方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{P}} = \mathbf{V}, \\ \dot{\mathbf{V}} = T\mathbf{u}/m + \mathbf{g}, \\ \dot{m} = -T/(I_{sp}g_0), \end{cases} \begin{cases} \mathbf{P} = [x, y, z]^T, \\ \mathbf{V} = [V_x, V_y, V_z]^T, \\ \|\mathbf{u}\| = 1, \\ \mathbf{g} = -\mu\mathbf{P}/\|\mathbf{P}\|^3. \end{cases} \quad (22)$$

火箭入轨时刻的终端约束条件大幅简化, 如式 (23) 所示, 这正是转换为轨道坐标系的主要原因。

$$\begin{bmatrix} x_f & z_f & V_{yf} & V_{zf} \end{bmatrix} = 0, \quad \mu = y_f V_{xf}^2. \quad (23)$$

发动机推力幅值和质量约束条件满足式 (24) 约束条件, 可根据推力幅值估计秒流量。

$$T_{\min} \leq T \leq T_{\max}, \quad m_0 - \frac{T_{\max}}{I_{sp}g_0} (t - t_0) \leq m(t) \leq m_0 - \frac{T_{\min}}{I_{sp}g_0} (t - t_0). \quad (24)$$

以终端位置最大为优化目标构建优化子问题:

$$\text{Subproblem1: } \min J = -y_f, \quad \text{s.t. Dynamics: 式 (22); Constraints: 式 (2), (23), (24).} \quad (25)$$

坐标转换中隐含了地心角约束. 考虑到凸优化在解的收敛性方面有保障, 因此采用凸优化方法来快速求解 Subproblem1. 定义状态量 $M = \log(m)$ 和控制变量 $U = [\Gamma_x, \Gamma_y, \Gamma_z, \Gamma]^T$, 其中 $\Gamma = T/m$, $\Gamma_{x,y,z} = \Gamma \times u_{x,y,z}$. 经过变量替换和约束松弛的运动方程如式 (26) 所示, 其中将控制量等式约束松弛为二阶锥约束, 对引力加速度一阶泰勒 (Taylor) 展开并忽略高阶项, 下标 k 表示泰勒展开参考点。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}} &= \mathbf{V}, \quad \dot{\mathbf{V}} = \mathbf{U}(1:3) + \mathbf{g}, \quad \dot{M} = -\mathbf{U}(4)/(I_{sp}g_0), \\ \|\mathbf{U}(1:3)\| &\leq \mathbf{U}(4), \quad \mathbf{g} = \mathbf{g}_k + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{P}} (\mathbf{P} - \mathbf{P}_k). \end{aligned} \quad (26)$$

将运动方程式 (26) 线性化得到式 (27), 其中 $\mathbf{X} = [\mathbf{P}, \mathbf{V}, M]^T$.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= f(\mathbf{X}_k) + B\mathbf{U} = A(\mathbf{X}_k)\mathbf{X} + B\mathbf{U} + C(\mathbf{X}_k), \\ C(\mathbf{X}_k) &= f(\mathbf{X}_k) - A(\mathbf{X}_k)\mathbf{X}_k, \quad f(\mathbf{X}_k) = [\mathbf{O}_{1 \times 3} \quad \mathbf{g} \quad 0]^T, \\ A(\mathbf{X}_k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{P}} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} & \mathbf{O}_{1 \times 3} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ I_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} & -1/I_{sp}g_0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (27)$$

线性化式 (23) 中的终端速度、位置约束条件, 可得到

$$\begin{aligned} \mu &= y_{fk} V_{xfk}^2 + \frac{\partial y_f V_{xf}^2}{\partial y_f} (y_f - y_{fk}) + \frac{\partial y_f V_{xf}^2}{\partial V_{xf}} (V_{xf} - V_{xk}), \\ &= V_{xfk}^2 y_f + 2y_{fk} V_{xfk} V_{xf} - 2y_{fk} V_{xfk}^2. \end{aligned} \quad (28)$$

将式 (24) 转换为推力加速度幅值约束, 将新的状态量 M 带入式 (24), 一阶泰勒展开后可得线性化推力加速度幅值约束和等价质量约束条件:

$$\begin{aligned} T_{\min} \exp(-M_k) (1 - M + M_k) &\leq \Gamma \leq T_{\max} \exp(-M_k) (1 - M + M_k), \\ \log \left(m_0 - \frac{T_{\max}}{I_{sp}g_0} (t - t_0) \right) &\leq M(t) \leq \log \left(m_0 - \frac{T_{\min}}{I_{sp}g_0} (t - t_0) \right). \end{aligned} \quad (29)$$

综上所述, 将 Subproblem1 凸化处理得到圆救援轨道凸优化子问题:

$$\text{Subproblem2: } \min J = -y_f \quad \text{s.t. Dynamics: 式(26); Constraints: 式(2), (27)~(29).} \quad (30)$$

利用梯形法离散凸优化子问题 Subproblem2, 将飞行时间区间 $[t_0, t_f]$ 平均分为 N 段, 离散间隔为 $\Delta t = (t_f - t_0)/N$, 式(31) 为第 j 个离散点上对应的离散化运动方程, $j = \{0, \dots, N-1\}$.

$$\frac{\mathbf{X}^{j+1} - \mathbf{X}^j}{\Delta t} = \frac{1}{2} [A(\mathbf{X}^j) \mathbf{X}^j + BU^j + C(\mathbf{X}^j) + A(\mathbf{X}^{j+1}) \mathbf{X}^{j+1} + BU^{j+1} + C(\mathbf{X}^{j+1})]. \quad (31)$$

定义优化变量 $\mathbf{Z} = [\mathbf{X}^0, \mathbf{U}^0, \dots, \mathbf{X}^N, \mathbf{U}^N]^T$, 则所有离散点上的离散化运动方程可表示为

$$\mathbf{L}\mathbf{Z} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{A}^+(\mathbf{X}^j) = A(\mathbf{X}^j) + \frac{2}{\Delta t} I_{m \times m}, \quad \mathbf{A}^-(\mathbf{X}^j) = A(\mathbf{X}^j) - \frac{2}{\Delta t} I_{m \times m},$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^+(\mathbf{X}^0) & B & \mathbf{A}^-(\mathbf{X}^1) & B & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}^+(\mathbf{X}^1) & B & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \mathbf{A}^-(\mathbf{X}^{N-1}) & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \mathbf{A}^+(\mathbf{X}^{N-1}) & B & \mathbf{A}^-(\mathbf{X}^N) & B \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} C(\mathbf{X}^0) + C(\mathbf{X}^1) \\ C(\mathbf{X}^1) + C(\mathbf{X}^2) \\ \vdots \\ C(\mathbf{X}^{N-2}) + C(\mathbf{X}^{N-1}) \\ C(\mathbf{X}^{N-1}) + C(\mathbf{X}^N) \end{bmatrix}. \quad (32)$$

离散化的二阶锥约束, 初始点约束, 终端点约束可分别表示为

$$(\Gamma_x^j)^2 + (\Gamma_y^j)^2 + (\Gamma_z^j)^2 \leq (\Gamma^j)^2, \quad j = 0, \dots, N, \quad (33)$$

$$\mathbf{X}^0 = [x_0, y_0, z_0, V_{x0}, V_{y0}, V_{z0}, M_0]^T, \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} x^N & z^N & V_y^N & V_z^N \end{bmatrix} = 0, \quad \mu = (V_{xk}^N)^2 y^N + (2y_k^N V_{xk}^N) V_x^N - 2y_k^N (V_{xk}^N)^2. \quad (35)$$

离散化的推力加速度幅值约束、质量约束可分别表示为

$$T_{\min} \exp(-M_k^j) (1 - M^j + M_k^j) \leq \Gamma^j \leq T_{\max} \exp(-M_k^j) (1 - M^j + M_k^j), \quad j = 0, \dots, N, \quad (36)$$

$$\log\left(m_0 - \frac{T_{\max}}{I_{sp}g_0} (t^j - t_0)\right) \leq M^j \leq \log\left(m_0 - \frac{T_{\min}}{I_{sp}g_0} (t^j - t_0)\right), \quad j = 0, \dots, N. \quad (37)$$

由于非线性约束式(32), (35) 和(36) 均采用一阶泰勒展开方式转化为线性约束, 因此需要在规划前给出 $N+1$ 个离散点上位置矢量、速度矢量和质量的初值. 假设火箭入轨点处高度为 $h_{p_{\text{ref}}}$, OY_3 方向速度为 0 m/s , 入轨过程为匀减速运动, 则各离散点初值可由式(38) 计算.

$$y_k^j = y^0 + V_y^0 t + 0.5a_y t^2, \quad t = \frac{t'_{\text{togo}j}}{N}, \quad j = 0, \dots, N, \quad (38)$$

$$a_y = \frac{2(y_k^N - y^0 - V_y^0 t'_{\text{togo}})}{t'^2_{\text{togo}}}, \quad y_k^N = R_0 + h_{p_{\text{ref}}}.$$

假设 OX_3 方向为匀加速运动, 入轨点处 $x^N = 0 \text{ m}$, 则各离散点上 x_k^j 的初值可由式(39) 计算.

$$x_k^j = x^0 + V_x^0 \frac{t'_{\text{togo}j}}{N} + 0.5a_x \left(\frac{t'_{\text{togo}j}}{N}\right)^2, \quad j = 0, \dots, N, \quad (39)$$

$$a_x = \frac{-2(x^0 + V_x^0 t'_{\text{togo}})}{t'^2_{\text{togo}}}, \quad V_{xk}^N = \sqrt{\mu/y_k^N}.$$

由于火箭在轨道面内运动, OZ_3 向位置为小量, 因此各离散点上 z_k^j 的初值取 0. 综上所述, 离散化的圆救援轨道凸优化子问题 Subproblem3 可表示为

$$\text{Subproblem3: } \min J = -y_N \quad \text{s.t. Dynamics: 式 (32); Constraints: 式 (33) ~ (37).} \quad (40)$$

由于 Subproblem3 中的模型与离散点状态量相关, 需要序列优化, 利用原始对偶内点法仅求解一次得到的解一般不是最终的最优解. 但考虑该解能够满足式 (40) 中简化引力场条件下的运动方程约束, 适合作为后续 ORO 问题的初始猜测值, 因此该求解仅进行一次.

4.1.3 最优圆轨道的求解

回到发射惯性系下求解最优圆轨道, 终端约束仅限制式 (6) 中 a_f 和 e_f , 如式 (41) 所示. 相较于 Subproblem3, 该问题放开了倾角, 升交点经度以及隐含的地心角约束.

$$\text{Subproblem4: } \min J = -a_f, \quad \text{s.t. Dynamics: 式 (1); Constraints: 式 (2), (4) ~ (6).} \quad (41)$$

同时将式 (6) 中 $e_f = 0$ 转换为式 (42) 中对应的两个约束条件:

$$e_f = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin(\theta_H) = x_f V_{x_f} + (y_f + R_0) V_{y_f} + z_f V_{z_f} = 0, \\ (V_{x_f}^2 + V_{y_f}^2 + V_{z_f}^2) r_f = \mu. \end{cases} \quad (42)$$

由于 $d\Phi_{\text{est}}$ 与 $d\Phi_{\text{act}}$ 偏差很小, 可将 Subproblem3 的最优解作为 Subproblem4 的初值, 采用自适应配点法求解上述问题. 该方法在具有较好初值下能快速收敛, 由于运动方程作为描述相邻离散点上状态量连接关系的等式约束, 占全部约束总个数的 90% 以上, 若初值猜想尽可能满足运动方程约束, 则将大幅提升非线性规划问题的求解速度, 这也是考虑将 Subproblem3 的最优解作为初值的优势.

4.2 最优椭圆救援轨道

上述处理均优先满足轨道高度约束. 若原目标轨道为椭圆轨道, 则有可能将有效载荷送入轨道高度比 $h_{p_{\text{ref}}}$ 更高的圆轨道. 此时应降低 h_{opt} , 并用剩余能量调整其他轨道根数偏差. 即当 $h_{\text{opt}} > h_{p_{\text{ref}}}$ 时, 以 Subproblem4 的最优解为初值, 采用自适应配点法以最小化轨道偏差为目标重新规划 ORO. 将式 (4) 中高度项替换为等式约束式 (43), 即救援轨道的近地点高度必须与原目标轨道相同.

$$h_{p_f} = a_f (1 - e_f) - R_0 = h_{p_{\text{ref}}}. \quad (43)$$

则最优椭圆救援轨道规划子问题 Subproblem5 可描述为

$$\begin{aligned} \text{Subproblem5: } \min J &= \lambda_a \|\Delta a_f\| + \lambda_e \|\Delta e_f\| + \lambda_i \|\Delta i_f\| + \lambda_\Omega \|\Delta \Omega_f\| \\ \text{s.t. Dynamics: } &\text{式 (1); Constraints: 式 (2), (4), (43).} \end{aligned} \quad (44)$$

需要注意的是, 如果 h_{opt} 仅略高于 $h_{p_{\text{ref}}}$, 此时利用剩余运载能力调整轨道面参数 (i_f, Ω_f) 会导致近地点高度显著下降, 从而无法满足式 (43) 的约束. 因此要合理选择目标函数中各轨道根数偏差的权重. 综上所述, 本文提出的自主救援算法如算法 1 所示, 定义 $\text{Flag}_{\text{Rescue}}$ 为自主救援算法返回标志字, 若 $\text{Flag}_{\text{Rescue}} = 0$ 则找不到救援轨道; 若 $\text{Flag}_{\text{Rescue}} > 0$, 其不同值表示不同类型的最优救援轨道.

算法 1 自主救援算法

- 1: 故障后结合迭代制导和数值积分估计火箭进入原目标轨道需要消耗的燃料 dm_r ;
- 2: 若 $dm_r \leq dm_0$, 则根据迭代制导指令继续向原目标轨道飞行, 转第 11 步 ($Flag_{Rescue} = 1$);
- 3: 若 $dm_r > dm_0$, 则估计利用迭代制导进入最低安全轨道需要消耗的燃料 dm_s , 若 $dm_s > dm_0$, 则转第 4 步, 否则转第 5 步;
- 4: 故障状态下火箭无法将载荷送入最低安全轨道, 转第 11 步 ($Flag_{Rescue} = 0$);
- 5: 计算当前状态对应的轨道面 (i_0 和 Ω_0), 并根据式 (9) 估计预报入轨点对应的地心夹角 Φ_k , 从而建立轨道坐标系;
- 6: 在轨道坐标系下描述以最大轨道高度为目标的凸优化问题 Subproblem3;
- 7: 利用原始对偶内点法快速求解 Subproblem3, 将最优解转换至发射惯性系下, 并作为最优圆救援轨道问题 Subproblem4 的初始猜测值;
- 8: 利用自适应配点算法求解 Subproblem4, 若最优圆救援轨道高度大于原目标轨道近地点高度, 转第 9 步, 否则转第 11 步 ($Flag_{Rescue} = 2$);
- 9: 根据任务需求选取最优椭圆轨道问题 Subproblem5 目标函数的权重系数;
- 10: 利用自适应配点算法求解 Subproblem5, 得到最优椭圆救援轨道 ($Flag_{Rescue} = 3$);
- 11: 流程结束, 返回 $Flag_{Rescue}$.

5 仿真验证

本节利用数学仿真分析算法的适应性, 所有仿真结果均使用 Intel Core i7-4790, 3.60 GHz, 4 GB RAM 的电脑计算, 而耗时分析均折算为在主频 1 GHz 嵌入式设备上的运算结果.

5.1 仿真条件

调整推力下降幅值和故障发生时间, 给出不同的故障条件. 表 1 为仿真参数的定义. 原目标轨道近地点和远地点高度分别为 200 km 和 300 km, $i_f = 42^\circ$, $\Omega_f = 315^\circ$, $w_f = 160^\circ$. 利用自适应配点法离线规划一条正常状态下的最优轨迹 $Tra_{j,ref}$ 以作对比, 并以 t_0 时刻的标准飞行状态作为初始状态.

5.2 不同故障模式的适应性

根据表 1 设定的推力下降幅值和故障发生时间对剩余运载能力进行评估, 用式 (45) 定义 dm_{r0} 和 dm_{s0} , 用于判断剩余燃料与需用燃料之间的关系. $dm_{r0} > 0$ 且 $dm_{s0} < 0$ 对应的故障区间为需要优化救援轨道的区间, 如图 3 所示.

$$dm_{r0} = dm_r - dm_0, \quad dm_{s0} = dm_s - dm_0. \quad (45)$$

故障后剩余推力越小, 运载能力损失越多, 因此允许发生故障的时间越晚. 以 $\kappa = 0.7$ 为例, 若发生故障时间晚于 115 s, 则运载火箭能够进入救援轨道; 若发生故障时间晚于 185 s, 则运载火箭能够进入原目标轨道. 本文后续用例主要考虑推力下降至 75% 的情况, 即有一台发动机关机. 从图 3 中可知需要优化救援轨道的故障时间区间为 [70, 150] s.

5.3 仿真结果讨论

5.3.1 故障下仍能进入原目标轨道 ($Flag_{Rescue} = 1$)

假设 250 s 时发生故障, 经判断仍能够达到原目标轨道, 故采用 IGM 重新选择入轨点和规划飞行轨迹, 其结果如图 4 中 $Tra_{j,IGM}$ 所示. 为验证本文提出方法的有效性, 也可以略过运载能力评估环节直接采用后续的流程进行求解, 如图 4 中 $Tra_{j,OPT}$ 所示. 由于最优救援轨道同目标轨道, 式 (44) 所示优化问题的目标函数应为 0, 实际仿真结果接近于 0 (2.85×10^{-6}). 由于 IGM 基于近似引力场进行计

表 1 仿真参数
Table 1 Simulation parameters

Symbol	Variable	Value
t_s	Second stage start time	0 s
m_s	Second stage initial mass	100000 kg
m_f	Total mass of second stage structure and payload	22000 kg
T_{ref}	Standard thrust amplitude	700 kN
I_{sp}	Engine specific impulse	350 s
κ	Thrust percentage after dropping	0.7, 0.75, 0.8
t_0	Failure time	$\{30i \mid i = 1, 2, \dots, 7\}$ s
R_0	Earth radius	6378140 m
μ	Gravitational coefficient of the earth	$3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$
g_0	Sea level gravity acceleration	9.8 m/s^2
H_0	Second stage initial altitude	110 km
V_0	Second stage initial velocity	2750 m/s
h_{safe}	Minimum safe orbit height	160 km

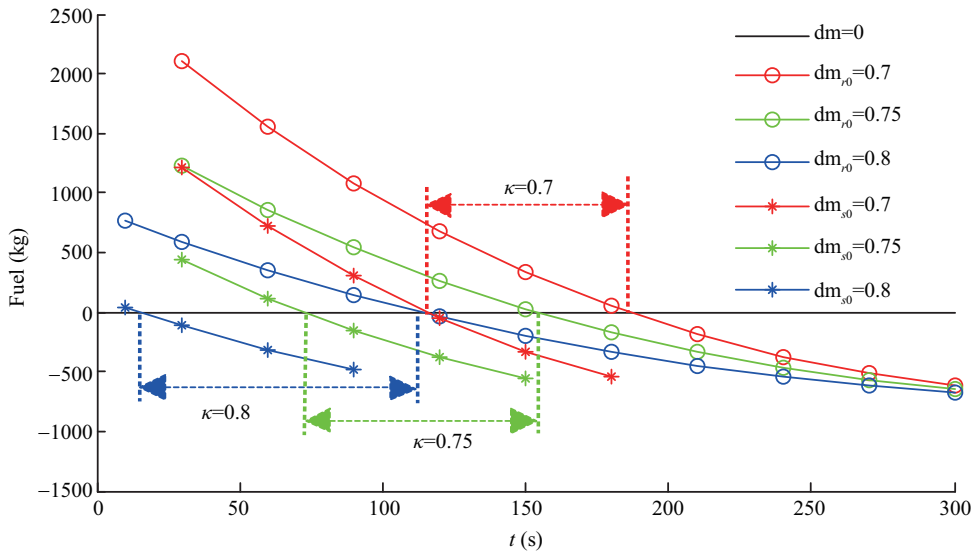


图 3 优化救援轨道区间
Figure 3 Rescue orbit optimization interval

算, 因此 $Traj_{IGM}$ 与 $Traj_{OPT}$ 存在微小差别, 特别是在轨道面参数上, 轨道倾角过程最大偏差在 0.01° , 升交点经度最大偏差 0.002° , 两种算法的入轨时间偏差小于 1 s. 这一结果也旁证了本文提出的数值计算方法的正确性和适应性.

5.3.2 故障下进入最优椭圆救援轨道 ($Flag_{Rescue} = 3$)

假设故障发生时间为 150 s, 满足 $dm_s < dm_0 < dm_r$ 条件, 进入救援轨道规划流程, 其结果如图 5 所示. 故障时刻火箭的轨道倾角 i_0 为 41.58° , 升交点经度 Ω_0 为 315.33° , 式 (9) 估计出 Φ_k 为 171.05° ,

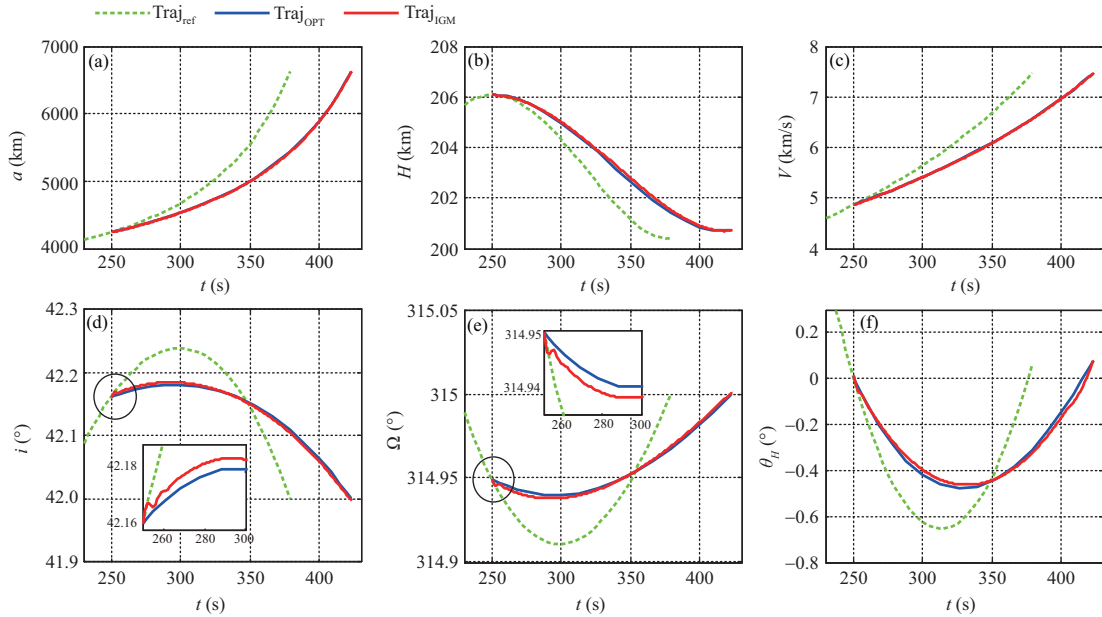


图 4 250 s 故障时最优救援飞行轨迹

Figure 4 Optimal rescue flight trajectory in 250 s fault. (a) Semimajor axis; (b) height; (c) velocity; (d) orbital inclination; (e) longitude of ascending node; (f) flight path angle

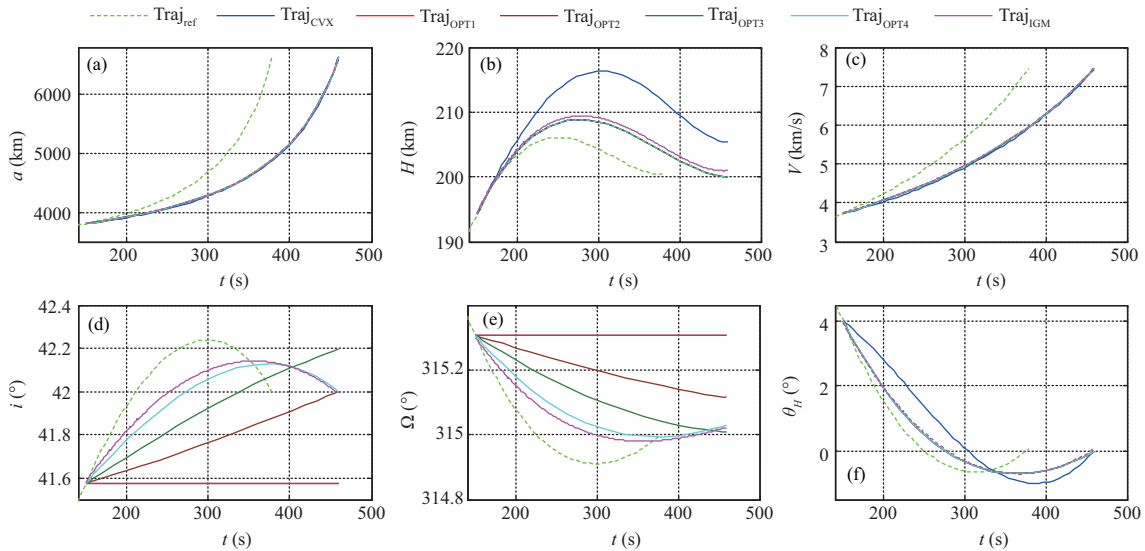


图 5 150 s 故障时最优救援飞行轨迹

Figure 5 Optimal rescue flight trajectory in 150 s fault. (a) Semimajor axis; (b) height; (c) velocity; (d) orbital inclination; (e) longitude of ascending node; (f) flight path angle

$d\Phi_{est} = 14.81^\circ$. 根据上述参数在轨道坐标系中建立凸优化子问题 Subproblem3, 利用原始对偶内点法求解得到最优解如图 5 中蓝线 $Traj_{CVX}$ 所示. 以 Subproblem3 最优解为初值, 利用自适应配点法求解 Subproblem4 得到最优圆救援轨道, 其地心角增量 $d\Phi_{act} = 14.84^\circ$, 与预估值的偏差为 0.03° , 增大 0.2% , 小于引理 1 给出的估计偏差上限 0.52° . 由于地心角预估较为准确, 因此 Subproblem3 的解已非

表 2 150 s 故障时最优救援轨道和迭代制导轨道根数
Table 2 Orbital elements of optimal rescue method and IGM in 150 s fault

Variable	a (m)	e	i ($^\circ$)	Ω ($^\circ$)	w ($^\circ$)	hp (km)	ha (km)
Target orbit	6628140	7.54×10^{-3}	42.00	315.00	160	200.0	300.0
Circular rescue orbit	6589303	0	41.58	315.33	–	211.2	211.2
IGM orbit	6582461	1.2×10^{-3}	42.00	315.00	107.00	196.5	212.1
Elliptical rescue orbit (OPT1)	6627556	7.46×10^{-3}	41.58	315.33	173.91	200.0	298.8
Elliptical rescue orbit (OPT2)	6627081	7.39×10^{-3}	42.00	315.11	174.05	200.0	297.9
Elliptical rescue orbit (OPT3)	6626479	7.29×10^{-3}	42.19	315.00	174.13	200.0	296.7
Elliptical rescue orbit (OPT4)	6625825	7.20×10^{-3}	42.00	315.00	174.11	200.0	295.4

常逼近 Subproblem4 的最优解, 从而提高了 Subproblem4 的求解速度.

$$\gamma_a = \gamma_e = 1, \quad \gamma_i = \begin{cases} 0, & \text{OPT1,} \\ 10^6, & \text{OPT2, OPT4,} \end{cases} \quad \gamma_\Omega = \begin{cases} 0, & \text{OPT1,} \\ 10^6, & \text{OPT3, OPT4.} \end{cases} \quad (46)$$

Subproblem4 最优解轨道高度为 211.16 km, 大于原目标轨道近地点高度. 继续求解 Subproblem5 的最优椭圆救援轨道, 按照式 (46) 选取不同权重系数组合. OPT1 仅考虑了半长轴和偏心率的偏差, 其目的是尽可能抬高远地点, 当 h_{opt} 仅略高于 $h_{\text{p_ref}}$ 时可采用这种设置; OPT4 加权了升交点经度和倾角的权重, 其目的是尽可能调整轨道面偏差, 当 h_{opt} 比 $h_{\text{p_ref}}$ 高出较多时采用这种设置. 这是两种典型的处理方式. OPT2 和 OPT3 分别加权了倾角和升交点经度偏差的权重, 在本算例中用于考核适应性.

从表 2 统计的结果上看均取得了预期的效果 (权重增大的轨道根数与目标轨道根数的偏差均减为 0, 如表 2 中粗体部分所示), 且近地点高度均能保持与目标轨道相同. 若仍采用 IGM 飞向原目标轨道, 飞行轨迹如图 5 中 Traj_{IGM} 所示, 在燃料耗尽时进入一个约 200 km 高的近圆轨道. 相比于 Traj_{IGM} , 本文提出的数值救援算法可以通过对轨道根数偏差权重系数的设置而灵活选择最优救援轨道. 观察高度曲线, Traj_{CVX} 与最终 ORO 存在较大偏差, 尤其在 OPT2~OPT4 条件下轨道面也各不相同. 但不同权重下计算速度基本相同, 均能迅速规划出结果, 表明该初值具有良好的适应性.

5.3.3 故障下进入最优圆救援轨道 ($\text{Flag}_{\text{Rescue}} = 2$)

假设故障发生时间为 90 s, 由于故障发生时间早, 因此运载能力损失较大. 仿真结果如图 6 所示. 故障时刻火箭的轨道倾角 i_0 为 40.97° , 升交点经度 Ω_0 为 315.7° , 利用式 (9) 估计 Φ_k 为 171.4° , 凸优化问题的最优飞行轨迹如图 6 中蓝线 Traj_{CVX} 所示. 最优圆救援轨道的近地点高度小于 $h_{\text{p_ref}}$, 因此不再对轨道面进行调整, 最终进入一个 176 km 高的圆轨道. 凸优化的地心角预计值与最高圆轨道入轨点地心角的偏差为 0.097° , 相对预估值增加 0.55%, 小于引理 1 给出的估计偏差上限 0.76° . 轨道参数如表 3 所示. IGM 也能将火箭导引至目标轨道面内, 终端高度约等于原目标轨道近地点高度, 但燃料耗尽时速度不能满足入轨要求, 最终坠毁 (对应表 3 中近地点高度为负值).

按照表 1 下降幅度和故障发生时间的设置均进行了仿真, 并统计计算耗时. 利用原始对偶内点法求解 Subproblem3 和自适应配点法求解 Subproblem4 和 Subproblem5 的时间均小于 100 ms, 总时间小于 200 ms. 并且所有算例均能收敛得到最优救援轨道和对应飞行轨迹, 其结果限于篇幅不再赘述. 如果任意选取初值或以标准轨迹为初值进行直接求解, 则自适应配点算法分别在 6.1 s 和 4.4 s 后终

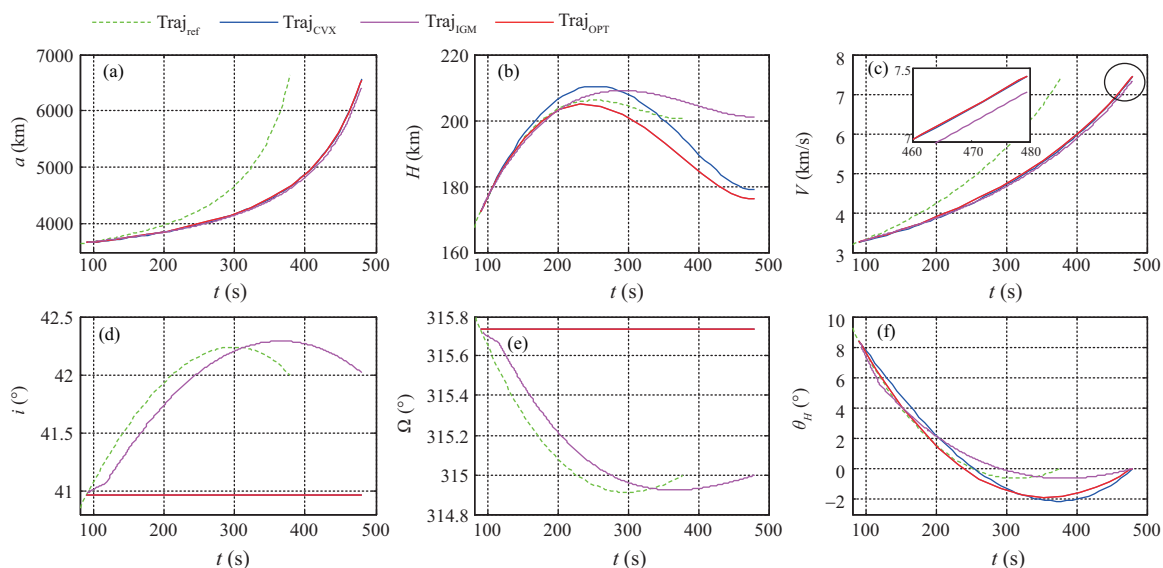


图 6 90 s 故障时最优救援飞行轨迹

Figure 6 Optimal rescue flight trajectory in 90 s fault. (a) Semimajor axis; (b) height; (c) velocity; (d) orbital inclination; (e) longitude of ascending node; (f) flight path angle

表 3 90 s 故障时最优救援轨道和迭代制导轨道根数

Table 3 Orbital elements of optimal rescue method and IGM in 90 s fault

Variable	a (m)	e	i (°)	Ω (°)	w (°)	hp (km)	ha (km)
Target orbit	6628140	7.54×10^{-3}	42.00	315.00	160	200	300
IGM orbit	6409930	0.0264	42.02	315.00	351.54	-137.5	201.0
Circular rescue orbit	6554274	0	40.97	315.73	261.47	176.1	176.1

止迭代, 且解均不满足约束条件. 若采用内点法直接求解零阶保持离散的非线性规划问题, 其也将在 39.3 s 和 38.2 s 停止计算, 且未能找到最优解.

6 结论

本文提出了一种在运载火箭推力下降故障下的自主救援策略和算法, 结合入轨点地心角估计、凸优化、自适应配点法等各自的优点, 通过约束松弛策略构建子问题, 并将前序子问题的解作为后续子问题的初值, 缩小最优解的搜寻空间. 仿真表明, 其计算速度相对于直接求解提高了 20 倍以上, 且最优解能够满足全部约束条件, 满足在线规划对制导算法实时性的要求; 并且对不同推力下降的幅度, 时刻均有很好的适应能力, 同时可以根据任务特点对每个轨道根数的精度进行加权控制. 文中还给出了基于迭代制导的剩余运载能力评估方法, 更有利于在线决策. 该算法提高了推力故障下卫星留轨的可能性, 可为后续的救援创造条件, 提升火箭发射任务的可靠性.

参考文献

- 1 Chandler D C, Smith I E. Development of the iterative guidance mode with its application to various vehicles and missions. J Spacecraft Rockets, 1967, 4: 898-903

- 2 Mchenry R L, Long A D, Cockrell B F, et al. Space Shuttle ascent guidance, navigation, and control. *J Astronaut Sci*, 1979, 27: 1–38
- 3 Starek J A, Acikmese B, Nesnas I A, et al. Spacecraft autonomy challenges for next-generation space missions. In: *Advances in Control System Technology for Aerospace Applications*. Berlin: Springer, 2016. 460: 1–48
- 4 Shotwell R. History of Mars Ascent Vehicle development over the last 20 years. In: *Proceedings of the 2016 IEEE Aerospace Conference, Big Sky*, 2016. 1–11
- 5 Lugo R, Litton D, Qu M, et al. A robust method to integrate end-to-end mission architecture optimization tools. In: *Proceedings of the 2016 IEEE Aerospace Conference, Big Sky*, 2016. 1–8
- 6 Lu P. Introducing computational guidance and control. *J Guidance Control Dyn*, 2017, 40: 193
- 7 Blackmore L. Autonomous precision landing of space rockets. *The BRIDGE*, 2016, 46: 15–20
- 8 Scharf D P, Açikmeşe B, Dueri D, et al. Implementation and experimental demonstration of onboard powered-descent guidance. *J Guidance Control Dyn*, 2017, 40: 213–229
- 9 Liu X F, Lu P, Pan B F. Survey of convex optimization for aerospace applications. *Astrodynamic*, 2017, 1: 23–40
- 10 Sponaugle S J, Fernandes S T. Space shuttle guidance for multiple main engine failures during first stage. *J Guidance Control Dyn*, 1989, 12: 880–885
- 11 Cowling A L. Orbiter trajectory analysis for a two-stage reusable launch vehicle. In: *Proceedings of the AIAA International Space Planes & Hypersonic Systems & Technologies Conference, San Francisco*, 2011. 1–11
- 12 Lee H, Wei C Z, Cui N G, et al. Integrated guidance and control for reusable launch vehicles with actuator failures. In: *Proceedings of the 21st AIAA International Space Planes and Hypersonics Technologies Conference, Xiamen*, 2017. 1–7
- 13 Wang C, Gong Q H, Song Z Y. Autonomous trajectory replanning for launch vehicles with propulsion subsystem failure. *Adv Astronaut Sci*, 2018, 165: 1379–1392
- 14 Montenbruck O, Gill E, Lutze F. Satellite orbits: models, methods, and applications. *Appl Mech Rev*, 2002, 55: 27–28
- 15 Lv X G, Song Z Y. Guidance methods of long-march launch vehicles. *J Astronaut*, 2017, 38: 895–902 [吕新广, 宋征宇. 长征运载火箭制导方法. *宇航学报*, 2017, 38: 895–902]

Autonomous trajectory planning for launch vehicle under thrust drop failure

Zhengyu SONG^{1,3*}, Cong WANG^{2,3} & Qinghai GONG^{2,3}

1. *China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China;*

2. *Beijing Aerospace Automatic Control Institute, Beijing 100854, China;*

3. *National Key Laboratory of Aerospace Intelligence Control, Beijing 100854, China*

* Corresponding author. E-mail: zycalt12@sina.com

Abstract An online autonomous rescue strategy and the algorithm for launch vehicle are studied in the case of a thrust drop during ascending flight. First, an iterative guidance method and numerical integration are used to evaluate the remaining carrying capacity. When the target orbit is unreachable, but the lowest safe orbit could be met, an optimal rescue orbit (ORO) needs to be solved. Using the geocentric angle estimation, orbit coordinate system transformation, and convexification, the maximum-height circular orbit in the orbit plane determined by states at failure time, is found under the constraint of geocentric angle. Then, an optimal circular orbit (OCO) relaxing the above constraint is solved by the adaptive collocation method (ACM) using the former solution as initial values. Finally, a decision whether to adjust other orbital elements by comparing the height between OCO and target orbit is made. The algorithm gives priority to the orbit height, optimizes the ORO based on the objective function weights, and makes full use of the advantages of geocentric angle estimation: simplifying the terminal constraints, making the convex optimization achieve good convergence, and improving the effectiveness of the ACM under reasonable initial guess. The simulation results show that the proposed strategy and algorithm are adaptable and, convergent for onboard application.

Keywords launch vehicle, autonomous rescue, iterative guidance method, convex optimization, adaptive collocation method



Zhengyu SONG was born in 1970. He is the chief designer of Chinese LM-8 rocket, a member of the International Academy of Astronautics (IAA), and an adjunct professor at Zhejiang University. His research interests include autonomous dynamic trajectory optimal control of launch vehicles, vertical landing and recovery technology, and commercial rocket development.



Cong WANG was born in 1990. He received his Ph.D. degree from China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing, in 2019. Currently, he is an engineer at Beijing Aerospace Automatic Control Institute. His research interests include trajectory planning, computational guidance, and numerical optimization.



Qinghai GONG was born in 1980. He received his master's degree from China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing, in 2006. Currently, he is a researcher at Beijing Aerospace Automatic Control Institute. His research interests include launch vehicle trajectory planning and intelligent flight control.