



# 一种基于组稀疏结构的高分辨调制谱重构方法

刘清宇<sup>1</sup>, 武其松<sup>2\*</sup>

1. 中国人民解放军海军研究院, 北京 100073

2. 东南大学水声信号处理教育部重点实验室, 南京 210096

\* 通信作者. E-mail: qisong.wu@seu.edu.cn

收稿日期: 2018-09-13; 接受日期: 2019-03-06; 网络出版日期: 2019-04-30

国家自然科学基金 (批准号: 61701109)、国防预研基金 (批准号: 6904002222)、声纳技术重点实验室开放基金 (批准号: 61421091-80202) 和江苏省自然科学基金 (批准号: BK20160701) 资助项目

**摘要** 螺旋桨节拍对水声目标宽带辐射噪声具有明显的幅度调制, 其调制频率与螺旋桨的转速紧密相关, 因而调制谱特征对水声目标分类和识别具有重要意义. 本文针对传统的基于 Fourier 变换调制谱存在的缺点, 提出一种基于子频带组稀疏结构的高分辨调制谱重构新方法. 一方面, 利用调制谱稀疏性特点, 将稀疏调制谱的估计问题转化成逆 Fourier 基上的频率系数求解问题; 另一方面, 利用在分频技术中不同子频带间其稀疏调制线谱成组出现的特点, 给出了组稀疏结构的调制谱重构方法. 与传统的基于 Fourier 变换的调制谱不同, 该稀疏调制谱会自动学习出线谱特征信息, 有效地避免了在传统调制谱检测中的门限参数设计问题以及特征提取中人为因素. 另外, 本文提出的调制谱重构方法是非参数化的, 可以自动学习出调制谱的稀疏度.

**关键词** 噪声包络调制分析, 组稀疏性, 高分辨率, 稀疏贝叶斯学习

## 1 引言

水声目标识别是水声信号处理领域的突出难题, 随着海军作战电子化、现代化需求的日益增强, 解决这一难题已成为燃眉之急. 基于辐射噪声的水声识别难题在于, 水声目标信号的物理形成机理复杂, 水声信道具有时变和空变的特性, 因而很难寻找到固定不变的本征特征<sup>[1]</sup>. 水声目标辐射噪声除在低频处有线谱外, 主要为宽带分量, 且受到螺旋桨叶片频率和轴频的振幅调制影响, 舰船辐射噪声具有鲜明的节奏感. 调制特征可以反映舰船目标的螺旋桨叶片数和主轴转速等物理参数, 是舰船辐射噪声的不变特征. 因此辐射噪声解调谱分析是舰船噪声自动目标识别的重要分析手段之一<sup>[2~8]</sup>. 相对来讲, 舰船工况稳定的情况下, 调制线谱也具有稳定性. 因此 DEMON (detection of envelope modulation on noise) 谱是目前较稳健的谱分类依据.

**引用格式:** 刘清宇, 武其松. 一种基于组稀疏结构的高分辨调制谱重构方法. 中国科学: 信息科学, 2019, 49: 630-645, doi: 10.1360/N112018-00250  
Liu Q Y, Wu Q S. A novel reconstruction approach for high-resolution demodulation spectrum with group-sparsity characteristics (in Chinese). Sci Sin Inform, 2019, 49: 630-645, doi: 10.1360/N112018-00250

国内外许多学者对于 DEMON 谱分析都进行了大量的研究<sup>[8~10]</sup>. 文献 [8] 分析了影响宽带幅度调制信号检测的因素, 包括解调谱的 Fourier 变换的长度、数据块重叠程度等. 文献 [9] 提出了一种基于螺旋桨空化噪声调制谱谐波结构的调制谱分析方法. 螺旋桨节拍对宽带辐射噪声进行调制, 往往在不同的频带呈现不同的节奏类型, 且各频带上的调制深度和信噪比是不同的. 在这种情况下, 用常规全频带的分析解调技术往往效果不理想<sup>[2,3,11]</sup>. 文献 [3,11] 根据舰船辐射噪声在不同频带上的调制差异, 研究了多子频带 DEMON 谱分析技术<sup>[3]</sup> 以及基于小波分析的多子频带调制谱技术<sup>[11]</sup>.

上述方法均采用传统 Fourier 变换获得目标辐射噪声调制谱, 因而其频率分辨率受时间窗限制; 另一方面, 传统基于多子带分频技术调制谱分析方法各子频带处理均是相互独立的. 针对上述两个方面, 本文提出一种基于子频带组稀疏结构的高分辨调制谱重构新方法. 考虑到调制线谱只是占据整个调制谱一部分, 调制谱具有稀疏性特点, 因而可以将调制谱的估计问题转化成逆 Fourier 基上的稀疏频率系数求解问题; 另一方面, 充分利用分频技术中不同子带间其调制线谱成组出现的结构, 有效提高稀疏调制谱重构性能. 与传统基于 Fourier 变换的调制谱技术不同, 本文提出的稀疏调制谱能够自动学习出线谱特征信息, 无需对调制谱进行门限检测和线谱特征提取, 有效地避免了在检测中的门限参数设计问题以及特征提取中人为因素, 且其分辨率明显优于基于 Fourier 变换的调制谱. 与传统稀疏重构方法相比, 例如正交追踪匹配算法<sup>[12]</sup> 需要事先获知调制谱稀疏度, 本文提出的调制谱重构方法是建立在非参数化模型上的, 可以自动学习出调制谱的稀疏度, 由于利用了多个频带间调制线谱组结构特征, 其算法重构性能明显优于子频带独立处理方法.

## 2 多频带调制谱信号模型

由于水声目标辐射噪声的幅度调制是宽带调制, 观测数据可表示为<sup>[8]</sup>

$$y(t) = [1 + \alpha s(t)]R(t), \quad (1)$$

其中  $\alpha = \sigma_x^2 / (\sigma_x^2 + \sigma_N^2)$  为无量纲比例因子,  $\sigma_x^2$  表示为宽带调制信号的有限带宽平稳 Gauss 过程  $Y(t)$  的方差, 其带宽为  $B$ ,  $\sigma_N^2$  表示为背景噪声的平稳 Gauss 噪声  $N(t)$  的方差.  $s(t)$  为调制函数, 不失一般性可以假设为  $s(t) = s_p \cos(2\pi F_0 t)$  (若  $s(t)$  为周期函数, 可以分解为各次谐波之和), 其中  $s_p$  为调制深度.  $R(t)$  为有限带宽平稳 Gauss 过程, 其方差为  $\sigma_R^2 = \sigma_y^2 + \sigma_N^2$ .

在通常航速下, 幅度调制往往使辐射噪声呈现明显的节奏感, 调制频率中包含螺旋桨的轴频、叶频以及它们的谐波频率分量等信息, 在宽带检测中通过滤波和检波可以获得其解调谱. 该类解调谱具有丰富的线谱结构, 且携带了水声目标类型和螺旋桨参数的有用信息. 常规的解调处理流程如图 1 所示. 首先对辐射噪声信号  $y(t)$  进行简单的预处理后进行带通滤波, 利用常规的检波器, 例如平方律检波、削波检波和绝对值检波等以及低通滤波器获得目标幅度时域调制信息. 考虑到调制谱处于低频段, 强直流分量对低频调制线谱的估计影响很大, 所以需要通过对隔直处理对辐射噪声信号中的直流分量进行抑制, 估计出调制函数  $\hat{s}(t)$ , 再利用 Fourier 变换进行作谱处理获得目标调制谱  $S(\omega)$ .

螺旋桨节拍是由舰船的某些周期性振动的调幅效应引起的辐射噪声响度周期性变化形成的, 它是对全频带水声目标辐射噪声进行调制, 且螺旋桨节拍对其辐射的空化噪声有明显的振幅调制作用, 其调制频率及调制深度与螺旋桨转速、桨叶数及舰船航速等有关. 舰船辐射噪声中所表现出的常见节拍类型主要包括: 叶片频率、轴频、轴频加叶片频、轻重节奏 (往复)、轻重节奏加叶片频率、内燃机汽缸频率加轻重节奏等. 往往在不同的频带呈现不同的节奏类型, 且各频带上的调制深度和信噪比是不同的, 这是因为在不同频带中引起不同节奏的噪声源的辐射强度不同<sup>[2]</sup>. 因此, 舰船辐射噪声的调制方

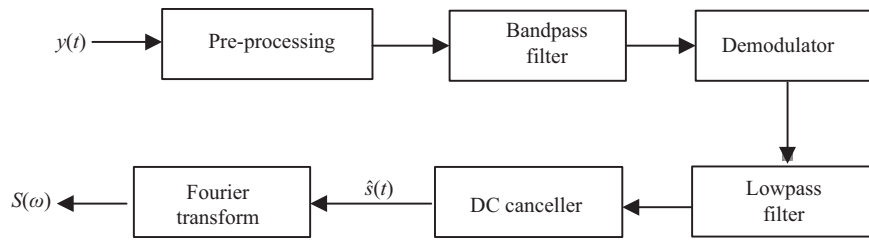


图 1 解调流程图

Figure 1 Flow chart of demodulation

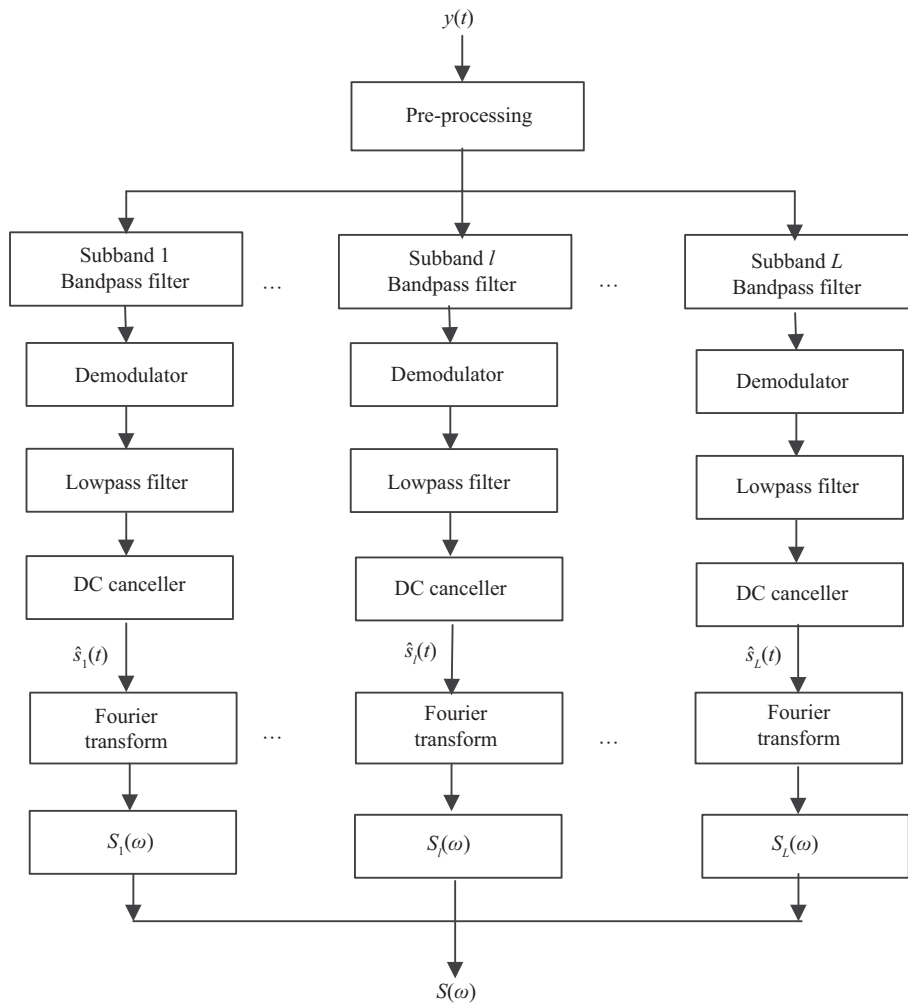


图 2 多子频带解调流程图

Figure 2 Flow chart of demodulation in multiple subbands.

式并不是单一的, 在全频带上也不均匀, 它是宽带中各种节奏的混合. 因此, 常规全频带解调法往往很难获得清晰的调制谱. 对这类信号通常采用窄带解调技术. 多子带解调技术利用带通滤波器将宽频带分解为  $L$  个子频带, 如图 2 所示. 对各个子频带信号再通过常规的解调处理可以获得各子带上调制数据  $\hat{s}_l(t)$ , 其中  $l \in [1, \dots, L]$ . 对每个子频带的调制数据  $\hat{s}_l(t)$  作 Fourier 变换即可以获得目标对应频带

的 DEMON 谱  $S_l(\omega)$ . 假设观测时间为  $T$ , 采样频率为  $F_s$ , 在离散采样后的数字域可表示为

$$\mathbf{S}_l(\omega) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{s}}_l, \quad l = 1, \dots, L, \quad (2)$$

其中  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \dots, \omega_N]^T$  为  $N$  维频率向量,  $N = F_s \times T$ ,  $\omega_1$  为观测频率下限,  $\omega_N$  为观测频率上限. 频率采样间隔可表示为  $\Delta F = F_s/N$ .  $\mathbf{S}_l(\omega) \in \mathcal{C}^N$  表示为第  $l$  子频带解调谱.  $\hat{\mathbf{s}}_l$  为第  $l$  子频带调制数据.  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1(\omega_1), \dots, \mathbf{a}_N(\omega_N)] \in \mathcal{C}^{N \times N}$  表示为离散 Fourier 变换 (discrete Fourier transform, DFT) 旋转因子构成的矩阵,  $N$  维旋转因子向量  $\mathbf{a}_n(\omega_n)$  可表示为

$$\mathbf{a}_n(\omega_n) = \left[ 1, \exp\left(-j2\pi\omega_n \frac{1}{N}\right), \dots, \exp\left(-j2\pi\omega_n \frac{i}{N}\right), \dots, \exp\left(-j2\pi\omega_n \frac{N-1}{N}\right) \right]^T. \quad (3)$$

从上述解调过程可以看出, 各个子频带调制谱都是各频带的调制数据分别经过 Fourier 变换后获得的, 再利用非相干能量累积获得其宽频带调制谱. 对于进一步的目标分类和识别, 需要对该调制谱进行线谱检测和特征提取. 一方面, 由于螺旋桨节拍对其辐射的空化噪声有明显的振幅调制作用, 会导致在调制谱具有少量的强线谱, 这些强线谱的频率位置和幅度与螺旋桨节拍类型相关, 如图 3 所示, 该图给出了一组实测海试数据的 3 个子频带解调谱结果图. 从图 3 中可以看出每个调制谱线谱具有有限数量的幅度较大的线谱, 有限的线谱在整个观测频带上是稀疏的, 因此调制谱具有稀疏性特点. 另一方面, 尽管不同频带中引起不同节奏的噪声源的辐射强度不同, 但不同子频带上线谱的位置几乎是相同的, 这些线谱在多个频带间具有成组出现的特点, 见图 3. 从上述分析中可以得出结论: 子频带调制谱具有频率稀疏性和组结构特性, 即组稀疏结构. 本文利用子频带调制谱上述两个特点, 给出了基于稀疏贝叶斯 (Bayes) 学习的高分辨调制谱重构算法.

从式 (2) 可知, 通过 Fourier 变换得到幅度调制数据  $\hat{s}_l(t)$  的频谱  $S_l(\omega)$ . 从另外一个角度看, 频谱  $S_l(\omega)$  可以看作  $\hat{s}_l(t)$  在逆 Fourier 基上各个频点的系数, 可以表示为

$$\hat{\mathbf{s}}_l = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{S}_l(\omega) + \boldsymbol{\epsilon}_l, \quad (4)$$

其中  $\mathbf{A}^{-1}$  为逆 Fourier 变换 (inverse discrete Fourier transform, IDFT) 旋转因子构成的基矩阵. 不失一般性, 式 (4) 考虑了加性噪声  $\boldsymbol{\epsilon}_l$ . 由式 (4) 可知, 调制谱估计问题转变为观测向量为  $\hat{\mathbf{s}}_l$ 、基矩阵为  $\mathbf{A}^{-1}$  的频率系数的求解问题. 这里需要指出的是, 由于  $\mathbf{A}$  是一个  $N \times N$  的方阵, 因此  $\mathbf{A}^{-1}$  也是  $N \times N$  的方阵, 其频率采样间隔仍然为  $\Delta F$ . 即  $N$  维的观测向量求解  $N$  维 Fourier 系数.

稀疏重构理论已经被证实可以广泛地应用于高分辨雷达成像、DOA 估计等相关领域<sup>[13~17]</sup>. 由稀疏重构理论可知, 从  $N$  维观测向量中可以重构出  $M$  维稀疏向量, 且  $M \gg N$ , 当下列条件满足时<sup>[18, 19]</sup>,

$$N > \mathcal{O}(K \log(M/K)), \quad (5)$$

其中  $K$  为  $M$  维向量中的非零元素的个数, 也称之为稀疏度. 考虑到调制谱具有稀疏性特点, 重新构建  $(N \times M)$  逆 Fourier 基, 式 (4) 可以重新写为

$$\hat{\mathbf{s}}_l = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{w}_l(\tilde{\boldsymbol{\omega}}) + \boldsymbol{\epsilon}_l, \quad l = 1, \dots, L, \quad (6)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = [\tilde{\omega}_1, \dots, \tilde{\omega}_M]^T, \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\phi}_1(\tilde{\omega}_1), \dots, \boldsymbol{\phi}_i(\tilde{\omega}_i), \dots, \boldsymbol{\phi}_M(\tilde{\omega}_M)], \quad (8)$$

其中  $\boldsymbol{\Phi} \in \mathcal{C}^{N \times M}$  为不同频率点向量构成的感知矩阵, 且  $\boldsymbol{\phi}_i(\tilde{\omega}_i) \in \mathcal{C}^N$  为

$$\boldsymbol{\phi}_i(\tilde{\omega}_i) = \left[ 1, \exp\left(-j2\pi\tilde{\omega}_i \frac{1}{N}\right), \dots, \exp\left(-j2\pi\tilde{\omega}_i \frac{n}{N}\right), \dots, \exp\left(-j2\pi\tilde{\omega}_i \frac{N-1}{N}\right) \right]^T, \quad i = 1, \dots, M, \quad (9)$$

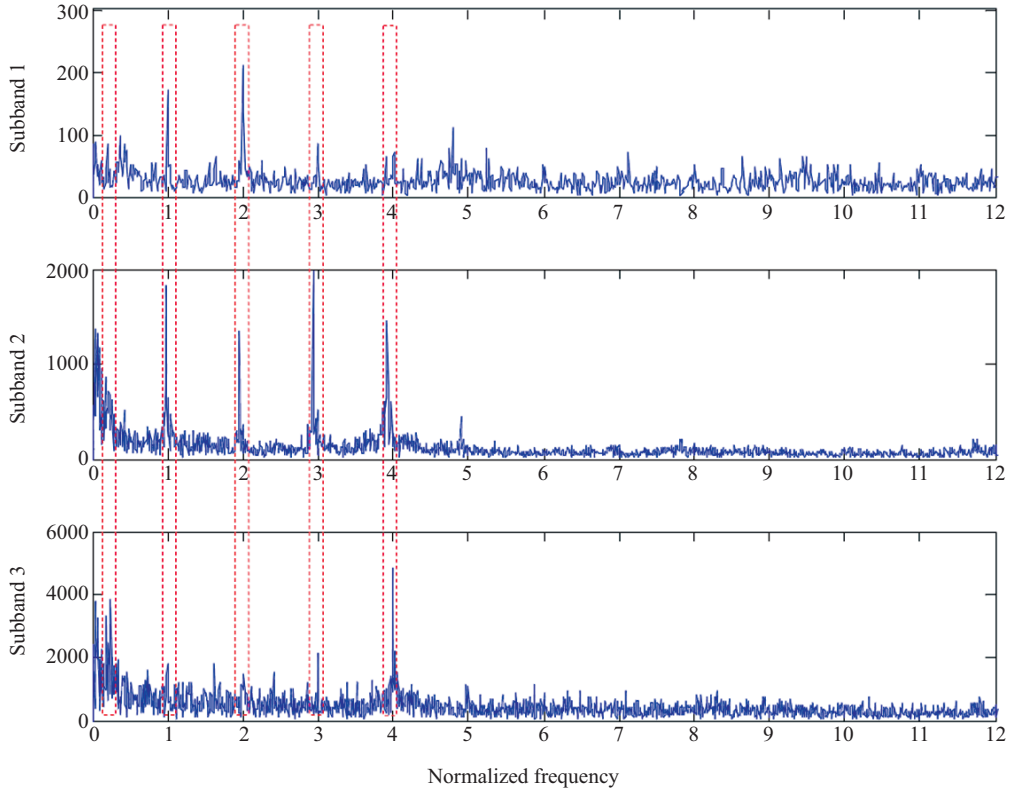


图 3 (网络版彩图) 多子带调制谱组稀疏结构  
Figure 3 (Color online) Group sparsity in multiple bands

其中  $\tilde{\omega}_i = (i-1)\Delta\tilde{F}$  表示第  $i$  个频率点, 需要指出的是此时频率间隔  $\Delta\tilde{F} = F_s/M$ , 且  $\Delta\tilde{F} < \Delta F$ .

### 3 组稀疏结构调制谱重构方法生成模型

从式 (6) 可知, 调制谱估计问题转化为  $M$  维稀疏调制谱向量重构问题. 为了学习重构向量的稀疏特点, 假设频率系数服从 Gaussian-Gamma 先验分布<sup>[20~23]</sup>:

$$\mathbf{w}_l(\tilde{\omega}) \sim \mathcal{CN}(\mathbf{w}_l(\tilde{\omega})|\mathbf{0}, \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}_l)), \quad l = 1, \dots, L, \quad (10)$$

其中  $\mathcal{CN}(x|a, b)$  为复随机变量  $x$  服从均值为  $a$ , 方差为  $b$  的复 Gauss 分布,  $\text{diag}(\mathbf{x})$  表示向量  $\mathbf{x}$  的元素构成对角矩阵, 实向量  $\boldsymbol{\gamma}_l = [\gamma_{l1}, \dots, \gamma_{lM}]^T \in \mathbb{R}^M$  为频率系数  $\mathbf{w}_l(\tilde{\omega})$  的方差, 该向量系数控制了频率系数的稀疏度, 需要通过模型学习获得. 从式 (10) 中可以看出, 当  $\gamma_{li} = 0$  时, 由先验分布可知对应的频率系数  $w_l(\tilde{\omega}_i) = 0$ . 为了学习频率向量的稀疏性, 假设  $\gamma_{li}^{-1}$  服从 Gamma 分布:

$$\gamma_{li}^{-1} \sim \text{Gamma}(\gamma_{li}^{-1}|a_0, b_0), \quad i = 1, \dots, M, \quad (11)$$

且有

$$\text{Gamma}(x|a_0, b_0) = \Gamma(a_0)b_0^{a_0}x^{(a_0-1)}\exp(-bx), \quad (12)$$

其中  $\Gamma(x)$  为 Gamma 函数, 且  $a_0, b_0$  为超参数. 式 (10) 和 (11) 就是 Gaussian-Gamma 分布<sup>[9~12]</sup>, 通过设置合适的超参数  $a_0, b_0$  可以获得稀疏的频率系数. 当  $a_0$  和  $b_0$  的取值较小时, 那么 Gamma 概率密度

分布主要集中在零点位置倾向于促使服从该分布的  $\gamma_{li}$  取零值, 从而导致对应的频率系数  $w_l(\tilde{\omega}_i) = 0$ . 通常情况下为了避免主观调参,  $a_0$  和  $b_0$  的取值在缺省情况下都设置为 0. 实际上, 在 Gaussian-Gamma 分布中对隐变量  $\gamma_l$  积分可以获得频率系数  $w_l(\tilde{\omega})$  的边缘分布就是 Student-t 分布, 已经证实 Student-t 分布是具有促进稀疏性的概率分布之一 [20].

从式 (10) 和 (11) 的 Gaussian-Gamma 分布可以看出, 不同频带有相应的  $\gamma_l$ , 而  $\gamma_l$  决定了频率系数  $w_l(\tilde{\omega})$  稀疏性, 且  $\gamma_l$  估计仅取决于第  $l$  子频带观测数据, 因此不同子频带中频率系数的稀疏性是相互独立的. 上述生成模型利用了各个子频带上调制谱的稀疏性可以获得高分辨调制谱. 然而, 该模型没有利用到子带间线谱成组出现的结构特征. 为了学习子频带间线谱的组结构特征, 先验分布设计为

$$\mathbf{w}_l(\tilde{\omega}) \sim \mathcal{CN}(\mathbf{w}_l(\tilde{\omega}) | \mathbf{0}, \text{diag}(\boldsymbol{\gamma})), \quad l = 1, \dots, L. \quad (13)$$

对比式 (10) 和 (13), 式 (10) 中隐变量向量  $\gamma_l$  变成了式 (13) 中的  $\boldsymbol{\gamma}$ , 这个变化表示了不同子频带中频率系数  $\{\mathbf{w}_l(\tilde{\omega})\}_{l=1}^L$  共享向量  $\boldsymbol{\gamma}$ . 利用式 (13) 的先验分布设计, 子频带间的频率系数具有了相同的稀疏结构. 对于  $L$  子频带中的第  $i$  个元素都共享相同的方差变量  $\gamma_i$ , 即

$$\tilde{\mathbf{w}}_i \sim \mathcal{CN}(\tilde{\mathbf{w}}_i | \mathbf{0}, \gamma_i \mathbf{I}_L), \quad (14)$$

其中  $\tilde{\mathbf{w}}_i = [\tilde{w}_{1i}, \dots, \tilde{w}_{Li}]^T \in \mathcal{C}^L$  表示  $L$  个子带中第  $i$  组向量,  $\mathbf{I}_L$  表示  $L \times L$  维单位矩阵. 从式 (14) 可知  $\tilde{\mathbf{w}}_i$  是由  $\gamma_i$  决定的, 通过这种参数共享策略可以促使当  $\gamma_i = 0$  时, 第  $i$  组向量内的元素全部为零; 当  $\gamma_i \neq 0$  时, 第  $i$  组向量内的元素全部不为零. 这里需要指出的是向量  $\boldsymbol{\gamma}$  中第  $i$  个元素  $\gamma_i$  被  $L$  个子带共享, 这就意味着全频带的观测数据  $\{\hat{\mathbf{s}}_l\}_{l=1}^L$  都有助于该参数的估计.

基于式 (6), 利用复 Gauss 分布学习加性噪声分布, 可以得到

$$\boldsymbol{\epsilon}_l \sim \mathcal{CN}(\boldsymbol{\epsilon}_l | \mathbf{0}, \beta_0 \mathbf{I}_N), \quad (15)$$

其中  $\beta_0$  为加性噪声方差,  $\mathbf{I}_N$  表示  $N \times N$  维单位矩阵. 类似于  $\boldsymbol{\gamma}$ ,  $\beta_0^{-1}$  服从超参数为  $c_0 = 0, d_0 = 0$  的 Gamma 分布.

#### 4 组稀疏结构调制谱重构方法后验分布

第 3 节设计出了组稀疏结构调制谱重构方法生成模型, 本节重点研究基于期望最大化 (expectation maximization, EM) 方法推导其后验分布 [20]. 由生成模型可以获得其联合概率密度分布为

$$p(\hat{\mathbf{S}}, \boldsymbol{\Phi}, \mathbf{W}, \beta_0, \boldsymbol{\gamma} | \boldsymbol{\Theta}) = \prod_{l=1}^L \mathcal{CN}(\hat{\mathbf{s}}_l | \boldsymbol{\Phi} \mathbf{w}_l(\tilde{\omega}), \beta_0 \mathbf{I}_M) \text{Gamma}(\beta_0^{-1} | c_0, d_0) \\ \times \prod_{i=1}^M \mathcal{CN}(\tilde{\mathbf{w}}_i | \mathbf{0}, \gamma_i \mathbf{I}_L) \text{Gamma}(\gamma_i^{-1} | a_0, b_0), \quad (16)$$

其中  $\hat{\mathbf{S}} = [\hat{\mathbf{s}}_1, \dots, \hat{\mathbf{s}}_L]$  表示观测数据矩阵,  $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1(\tilde{\omega}), \dots, \mathbf{w}_L(\tilde{\omega})]$  为待估计稀疏调制谱向量,  $\boldsymbol{\Theta} = \{a_0, b_0, c_0, d_0\}$  为超参数集合.

假设参数  $\boldsymbol{\gamma}$  和  $\beta_0$  已知, 利用贝叶斯准则以及共轭分布性质获得稀疏系数  $w_l(\tilde{\omega})$  的后验分布仍然服从复 Gauss 分布, 其均值和方差参数分别表示为

$$p(\mathbf{w}_l(\tilde{\omega}) | \hat{\mathbf{s}}_l, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\gamma}, \beta_0) = \mathcal{CN}(\mathbf{w}_l(\tilde{\omega}) | \boldsymbol{\mu}_l, \boldsymbol{\Sigma}), \quad (17)$$

其中,

$$\boldsymbol{\Sigma} = \left( \beta_0^{-1} \boldsymbol{\Phi}^H \boldsymbol{\Phi} + \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \right)^{-1}, \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\mu}_l = \beta_0^{-1} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Phi}^H \hat{\boldsymbol{s}}_l, \quad l \in \{1, \dots, L\}, \quad (19)$$

$$\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}), \quad (20)$$

其中  $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{M \times M}$  为  $M$  维实矩阵, 求逆操作其计算量为  $\mathcal{O}(M^3)$ . 利用矩阵求逆公式, 式 (18) 可以写成

$$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Gamma} - \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi}^H \left( \beta_0 \boldsymbol{I}_N + \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi}^H \right)^{-1} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Gamma}. \quad (21)$$

引入  $N$  维矩阵  $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  为

$$\boldsymbol{C} = \beta_0 \boldsymbol{I}_N + \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi}^H. \quad (22)$$

式 (21) 可以表示为

$$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Gamma} - \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi}^H \boldsymbol{C}^{-1} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Gamma}. \quad (23)$$

通过上述求逆变换如式 (23),  $\boldsymbol{\Sigma}$  的求逆计算量从原来的  $\mathcal{O}(M^3)$  转化为  $\mathcal{O}(N^3)$ , 且有  $N \ll M$ , 这样处理大大减小了求逆过程中的计算复杂度.

当  $\boldsymbol{\gamma}$  和  $\beta_0$  已知时, 稀疏系数  $\boldsymbol{w}_l(\tilde{\boldsymbol{\omega}})$  可以通过式 (18) 和 (19) 获得. 至此, 稀疏调制谱系数向量的学习问题转化成了参数  $\boldsymbol{\gamma}$  和  $\beta_0$  的估计问题. 根据文献 [20~24], 通过最大化边缘似然函数对参数  $\boldsymbol{\gamma}$  和  $\beta_0$  进行估计, 即

$$\{\boldsymbol{\gamma}, \beta_0\} = \underset{\boldsymbol{\gamma}, \beta_0}{\text{argmax}} \mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma}, \beta_0), \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma}, \beta_0) &= \sum_{l=1}^L \log p(\hat{\boldsymbol{s}}_l | \boldsymbol{\gamma}, \beta_0) = \sum_{l=1}^L \log \int p(\hat{\boldsymbol{s}}_l | \boldsymbol{w}_l, \beta_0 \boldsymbol{I}_N) p(\boldsymbol{w}_l | \mathbf{0}, \text{diag}(\boldsymbol{\gamma})) d\boldsymbol{w}_l \\ &\propto -\frac{1}{2} \sum_{l=1}^L [\log |\boldsymbol{C}| + \hat{\boldsymbol{s}}_l^H \boldsymbol{C}^{-1} \hat{\boldsymbol{s}}_l]. \end{aligned} \quad (25)$$

最大化目标函数  $\mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma}, \beta_0)$  可以估计出参数  $\boldsymbol{\gamma}$  和  $\beta_0$ , 等同于最小化代价函数  $\mathcal{G}(\boldsymbol{\gamma}, \beta_0)$ :

$$\mathcal{G}(\boldsymbol{\gamma}, \beta_0) = \sum_{l=1}^L (\log |\boldsymbol{C}| + \hat{\boldsymbol{s}}_l^H \boldsymbol{C}^{-1} \hat{\boldsymbol{s}}_l). \quad (26)$$

基于 EM 方法,  $\boldsymbol{W}$  可以作为隐变量最小化目标函数:

$$\mathcal{Q}(\boldsymbol{\gamma}, \beta_0) = \mathbb{E}_{\boldsymbol{W} | \hat{\boldsymbol{S}}, \tilde{\beta}_0} [\log p(\hat{\boldsymbol{S}} | \boldsymbol{W}, \beta_0)] + \mathbb{E}_{\boldsymbol{W} | \hat{\boldsymbol{S}}, \tilde{\boldsymbol{\gamma}}} [\log p(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\gamma})], \quad (27)$$

其中  $\hat{\boldsymbol{S}} = [\hat{\boldsymbol{s}}_1, \dots, \hat{\boldsymbol{s}}_L]$ ,  $\tilde{\beta}_0$  和  $\tilde{\boldsymbol{\gamma}}$  分别为前一次迭代过程中  $\beta_0$  和  $\boldsymbol{\gamma}_0$  值. 参数  $\beta_0$  估计可以写成<sup>[24]</sup>

$$\mathbb{E}_{\boldsymbol{W} | \hat{\boldsymbol{S}}, \tilde{\beta}_0} [\log p(\hat{\boldsymbol{S}} | \boldsymbol{W}, \beta_0)] \propto -\frac{NL}{2} \log \beta_0 - \frac{1}{2\beta_0} \sum_{l=1}^L \|\hat{\boldsymbol{s}}_l - \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\mu}_l\|_2^2 - \frac{1}{2\beta_0} \sum_{l=1}^L \mathbb{E}_{\boldsymbol{W} | \hat{\boldsymbol{S}}, \tilde{\beta}_0} [\|\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{w}_l - \boldsymbol{\mu}_l)\|_2^2]$$

$$= -\frac{NL}{2} \log \beta_0 - \frac{1}{2\beta_0} \sum_{l=1}^L \|\hat{\mathbf{s}}_l - \Phi \boldsymbol{\mu}_l\|_2^2 - \frac{L}{2\beta_0} \tilde{\beta}_0 \text{Tr}(\mathbf{I}_M - \Sigma \Gamma^{-1}). \quad (28)$$

通过对式 (28) 求导数, 可以得到  $\beta_0$  驻点为<sup>[24]</sup>

$$\beta_0 = \frac{\sum_{l=1}^L \|\hat{\mathbf{s}}_l - \Phi \boldsymbol{\mu}_l\|_2^2 + L \tilde{\beta}_0 \text{Tr}(\mathbf{I}_M - \Sigma \Gamma^{-1})}{NL}. \quad (29)$$

上式给出了参数  $\beta_0$  的估计公式, 考虑与参数  $\gamma$  相关的目标函数为

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_{\mathbf{W}|\hat{\mathbf{s}}, \tilde{\gamma}} [\log p(\mathbf{W}, \gamma)] &\propto \sum_{l=1}^L -\frac{1}{2} \log(|\Gamma|) - \frac{1}{2} \mathbf{w}_l^H \Gamma^{-1} \mathbf{w}_l \\ &= -\frac{L}{2} \log(|\Gamma|) - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \text{Tr}[\Gamma^{-1} (\Sigma + \boldsymbol{\mu}_l \boldsymbol{\mu}_l^H)]. \end{aligned} \quad (30)$$

对于参数向量  $\gamma$  中第  $i$  个参数  $\gamma_i$  求导,

$$\frac{\partial \mathbb{E}_{\mathbf{W}|\hat{\mathbf{s}}, \tilde{\gamma}} [\log p(\mathbf{W}, \gamma)]}{\partial \gamma_i} = -\frac{L}{2\gamma_i} + \frac{1}{2\gamma_i^2} \sum_{l=1}^L (\Sigma_{ii} + |\mu_{il}|^2) = 0, \quad (31)$$

其中  $\Sigma_{ii}$  为矩阵  $\Sigma$  第  $i$  行第  $i$  列上的元素, 而  $\mu_{il}$  为第  $l$  个均值向量的第  $i$  个元素. 则  $\gamma_i$  可以计算得到

$$\gamma_i = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |\mu_{il}|^2 + \Sigma_{ii}, \quad i = 1, \dots, M. \quad (32)$$

至此, 参数  $\beta_0$  和  $\gamma$  的估计完成. 需要指出的是参数  $\beta_0$  (见式 (29)) 和  $\{\gamma_i\}_{i=1}^M$  (见式 (32)) 是稀疏向量均值  $\{\boldsymbol{\mu}_l\}_{l=1}^L$  (见式 (19)) 和方差矩阵  $\Sigma$  (见式 (18)) 的函数, 而  $\beta_0$  和  $\{\gamma_i\}_{i=1}^M$  也是  $\{\boldsymbol{\mu}_l\}_{l=1}^L$  和  $\Sigma$  的函数, 这就意味着该方法需要通过迭代处理直至收敛.

## 5 实验结果

水下目标辐射噪声信号  $y(t)$  包括了稳定连续谱分量、线谱分量和调制谱分量. 对于稳定连续谱分量, 三参数模型法<sup>[2,3]</sup> 模拟该分量,

$$P_r(f) = \frac{\sigma^2}{2\pi} \left[ \frac{f_m + \lambda(f + f_0)}{f_m^2 + (f + f_0)^2} + \frac{f_m - \lambda(f - f_0)}{f_m^2 + (f - f_0)^2} \right], \quad (33)$$

其中  $f_m$ ,  $f_0$  和  $\lambda$  3 个参数决定该平稳连续谱的谱形. 在仿真实验中, 尖锐度因子  $f_m = 200$  Hz, 谱峰中心位置因子  $f_0 = 500$  Hz, 谱高、低频端幅度的相对比例影响因子  $\lambda = 0$ . 平稳连续谱能量因子  $\sigma = 500$ . 对于辐射噪声信号  $y(t)$  中的线谱分量, 分别设置了 18, 30, 100 Hz 以及它们相应的 5 次谐波线谱, 基频线谱幅度服从均值为 30, 方差为 1 的 Gauss 分布, 且其谐波谱幅度随谐波次数呈指数衰减. 图 4(a) 给出了该辐射噪声信号的频谱图.

仿真实验中, 调制谱  $s(t)$  包含轴频、叶频以及对应的谐波分量, 其中轴频设置为 0.9 Hz 线谱, 且具有 3 个谐波分量. 以 7 叶螺旋桨为例, 其叶频为 6.3 Hz, 具有 2 个谐波分量. 轴频调制深度服从均



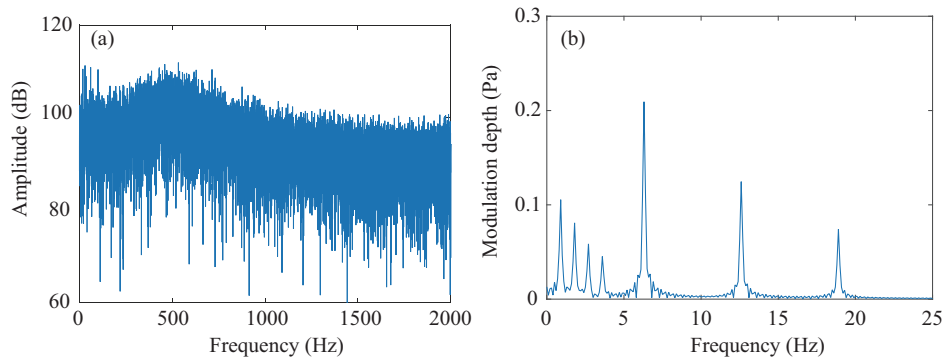


图 4 (网络版彩图) 水下目标辐射噪声信号频谱图. (a) 稳定连续谱和线谱图; (b) 调制谱

Figure 4 (Color online) Spectrum of radiated noise of underwater target. (a) Stationary continuous spectrum; (b) demodulation spectrum

值为 0.1, 方差为 0.01 的 Gauss 分布, 其轴频谱波调制深度随谐波次数逐渐变小; 叶频深度同样服从 Gauss 分布, 其均值为轴频调制深度的两倍, 其叶频谱波调制深度随谐波次数衰减, 如图 4(b) 所示. 实验中采样频率为 4 kHz, 采样时间为 6 s. 不失一般性, 考虑到加性噪声, 通过阵列波束形成信号增强后噪声信号信噪比为 10 dB.

### 5.1 稀疏调制谱重构

基于分频技术, 将整个频带分为 4 个子频带, 分别为 [50, 100], [100, 500], [500, 1000] 和 [1000, 2000] Hz. 为了模拟调制谱在子频带间调制深度的变化, 根据部分实测海试数据统计分析结果对不同子频带轴频和叶频调制深度进行了加权, 加权系数如图 5(a) 所示. 从图中的加权系数可以看出, 在第 1 个子频带中, 轴频的调制深度保持不变, 而叶频及其谐波调制深度减少一半, 其第 1 频带的 DEMON 谱如图 5(c) 第 1 行所示. 从该图中可以看到该子频带中轴频及其谐波相对突出. 在第 2 个子频带中, 其情况刚好相反, 如图 5(c) 第 2 行所示. 在第 3 个子频带中, 轴频和叶频的调制深度都很小, 因而在该频带中的轴频处和叶频处的线谱幅度较小, 如图 5(c) 第 3 行所示. 在第 4 个频带, 由于轴频和叶频加权系数为 1, 其轴频、叶频以及它们的谐波频率幅度值较大, 如图 5(c) 第 4 行所示. 通过图 5(c) 可以很清楚地看出轴频和叶频及其谐波具有组稀疏结构, 图中的方框位置为真值位置. 对多个子频带 DEMON 谱能量进行累积得到其宽频带 DEMON 谱, 如图 5(c) 所示. 从图中可以看出通过这种宽频带非相干累积的方法, 其轴频和叶频以及它们的谐波频率的幅度得到了增强. 然而从图 5(c) 中可以看出, 一方面, 基于 Fourier 变换获得 DEMON 谱其第一个峰值位置为 1.167 Hz, 偏离了轴频真值 0.9 Hz; 另一方面, 该 DEMON 谱分辨率由 Fourier 变换窗长决定, 由于采样时间为 6 s, 其频率分辨率为 0.166 Hz, 因此叶频位置处于 6.333 Hz.

基于多子带调制谱的组稀疏结构, 利用稀疏重构方法可以获得高分辨稀疏调制谱. 在仿真实验中, 逆 Fourier 基感知矩阵  $\Phi$  频率间隔设置为  $\Delta F = 0.1$  Hz. 对于每个子带分别进行稀疏重构, 可以获得高分辨的调制谱, 如图 6 所示. 图 6(a)~(d) 分别给出了 4 个子带的重建结果. 从图中可以看出, 由于在第 4 频带中轴频和叶频的调制深度相对较大, 这个子带中的轴频和叶频及其它的谐波分量都被正确重构出来. 然而由于没有利用稀疏线谱的组结构特性, 在重构过程中出现了虚假线谱目标, 如图 6(d) 所示.

利用类似的非相干累积方法, 对各个频带的重构结果进行能量相加获得宽频带稀疏调制谱, 如

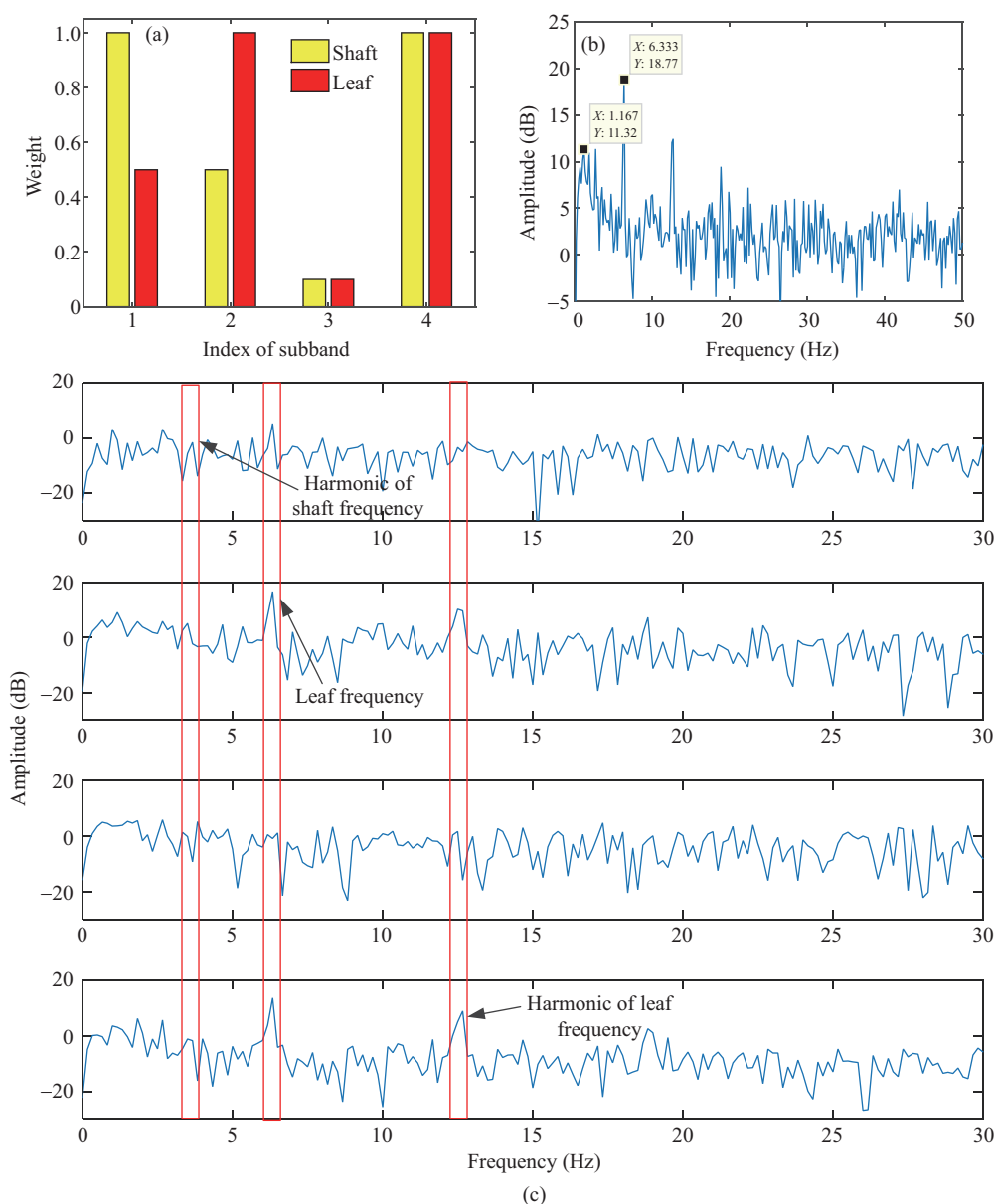


图 5 (网络版彩图) 辐射噪声信号 DEMON 谱. (a) 轴频和叶频调制深度加权系数; (b) 多频带非相干累积 DEMON 谱; (c) 多子带 DEMON 谱

Figure 5 (Color online) DEMON of radiated noise signal. (a) Weights in shaft frequency and the blade-passing frequency; (b) non-coherent DEMON in multiple bands; (c) sub-band DEMONS

图 7(a) 所示. 图 7(b) 是对图 7(a) 的局部放大. 通过非相干能量累积方法, 基于稀疏重构的方法可以正确地估计出轴频和叶频及其它们的谐波分量, 获得高分辨的稀疏调制谱, 然而由于没有利用子带间稀疏调制谱的结构, 导致了较多虚假目标的出现. 考虑调制谱的组稀疏特性, 得到重构结果如图 7(c) 所示. 图 7(d) 是对图 7(c) 的局部放大. 从图中可以看出, 本文提出的组稀疏结构的调制谱重构方法精确地重构出轴频、叶频及其谐波分量. 与单子频带稀疏重构相比, 其稀疏重构性能由该子频带数据决定; 而组稀疏结构充分利用了多个子频带间信号的关联性, 可以获得高分辨稀疏调制谱, 同时有效地抑制

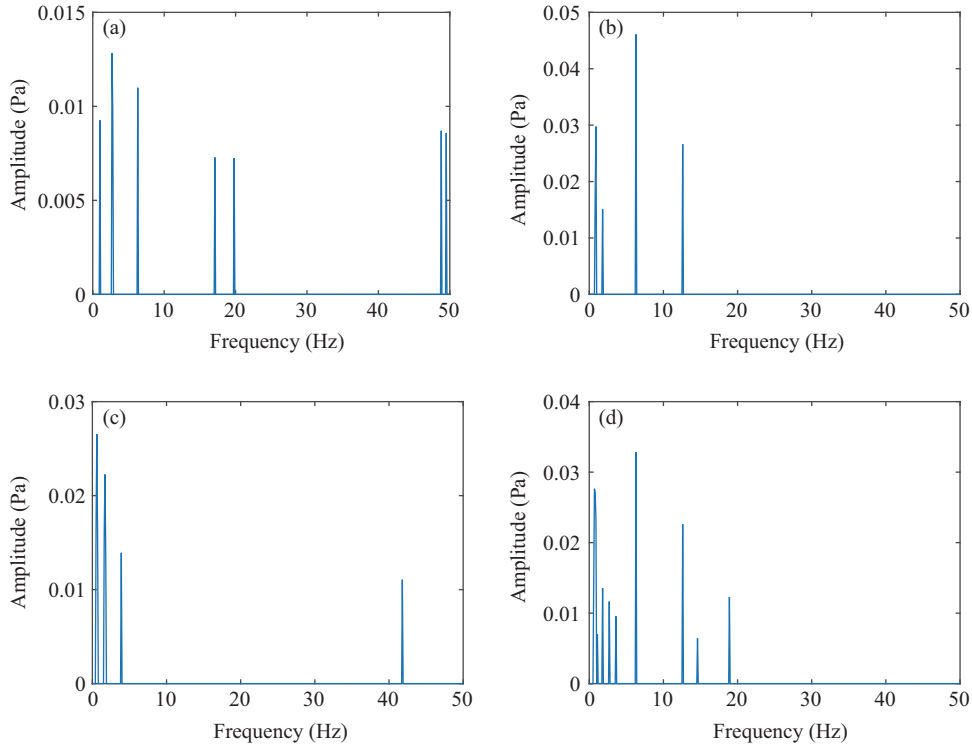


图 6 (网络版彩图) 多子带稀疏调制谱估计. (a) [50, 100], (b) [100, 500], (c) [500, 1000], and (d) [1000, 2000] Hz 频带数据的稀疏调制谱

Figure 6 (Color online) Estimation of sparse sub-band DEMON. Sparse DEMON in the band of (a) [50, 100], (b) [100, 500], (c) [500, 1000], and (d) [1000, 2000] Hz

了虚假目标.

### 5.2 调制深度对稀疏重构性能影响分析

从上述仿真实验中可以看出, 调制深度对稀疏调制谱的重构性能影响较大. 为了量化评估调制深度对重构性能的影响, 引入 F-measure 评价指标评估轴频、叶频及其它们的谐波频率分量是否被正确的重构, 其表达式为

$$F = 2 \frac{\text{precision} \cdot \text{recall}}{\text{precision} + \text{recall}}, \quad (34)$$

其中 precision 为精确率表示正确估计出轴频、叶频以及它们的谐波频率占调制谱中“实际被估计出的稀疏线谱”的比例, 而 recall 为召回率表示正确估计出轴频、叶频以及它们的谐波频率占有所有“应该估计出的稀疏线谱”的比例. 图 8 给出了 precision, recall 和 F-measure 因子随调制深度变化示意图. 当调制深度从 0.01 增加到 0.1 时, F-measure 因子显著提高; 当调制深度处于 [0.12, 0.3] 范围时, F-measure 相对平稳, 达到 0.93, 如图 8(a) 所示. 当调制深度大于 0.12 时, 其召回率 recall 已经达到 100%, 如图 8(b) 所示. 也就是说, 一方面, 重构的稀疏线谱包括了全部的轴频、叶频及其谐波频率 (7 根线谱). 另外一方面, 其精确率  $\text{precision} = 7/(7 + 1) = 87.5\%$  如图 8(b) 所示, 即重构的稀疏线谱中出现了 1 个虚假目标. 当调制深度大于 0.3 时, precision, recall 和 F-measure 都达到 100%, 本文方法能够准确地重构成稀疏调制谱.

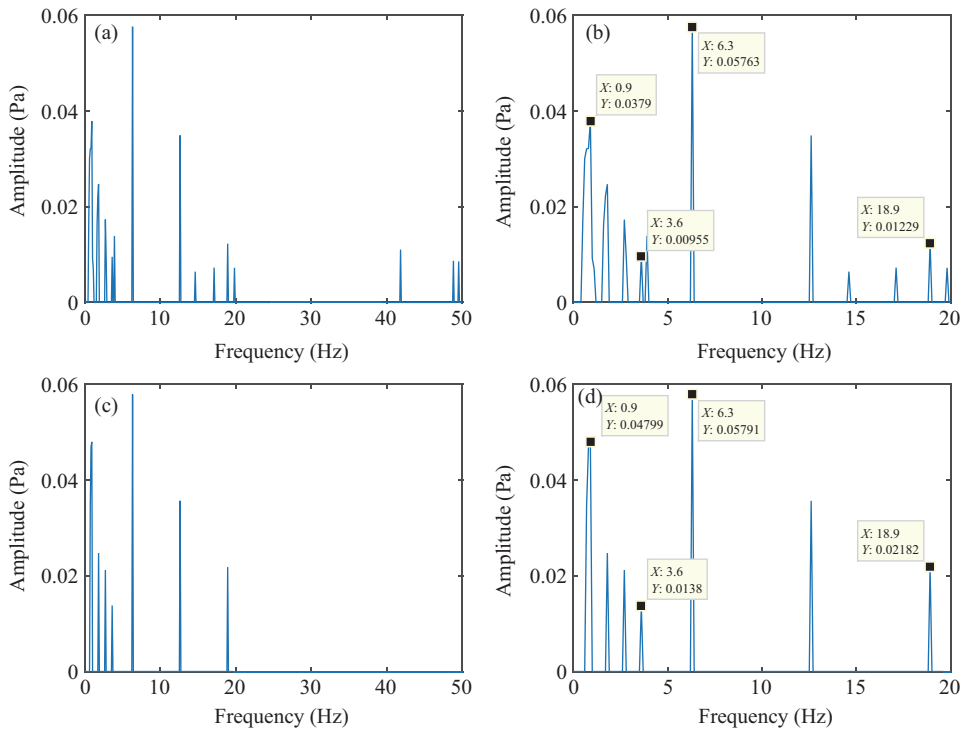


图 7 (网络版彩图) 稀疏调制谱重构结果图。(a) 非相干累积稀疏调制谱; (b) 非相干累积稀疏调制谱局部放大图; (c) 基于组稀疏结构稀疏调制谱; (d) 组稀疏结构稀疏调制谱局部放大图

Figure 7 (Color online) Reconstruction results of sparse DEMON. (a) Non-coherent sparse DEMON; (b) the enlarged images in [0, 20] Hz with non-coherent result; (c) reconstructed sparse DEMON with group sparsity; and (d) the enlarged images in [0, 20] Hz with group-sparsity result

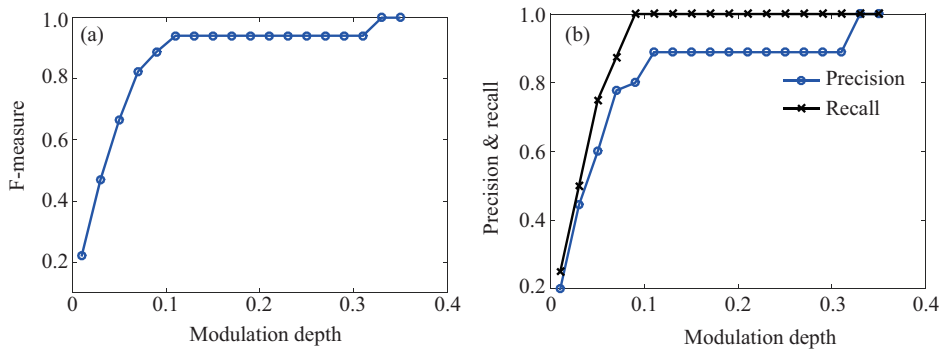


图 8 (网络版彩图) Precision, recall, F-measure 随调制深度变化示意图

Figure 8 (Color online) Precision and F-measure performance versus modulation depth. (a) Precision and recall vs. modulation depth; (b) F-measure vs. modulation depth

### 5.3 海试数据分析结果

在某海域录取的一段四叶货船辐射噪声数据, 采样频率为 22.5 KHz, 数据长度为 10 s, 该数据时域波形图如图 9(a) 所示, 对应的频谱如图 9(b) 所示。

利用分频处理技术, 将整个频带划分为 3 个子频带, 在每个子频带数据分别进行常规解调处理, 得

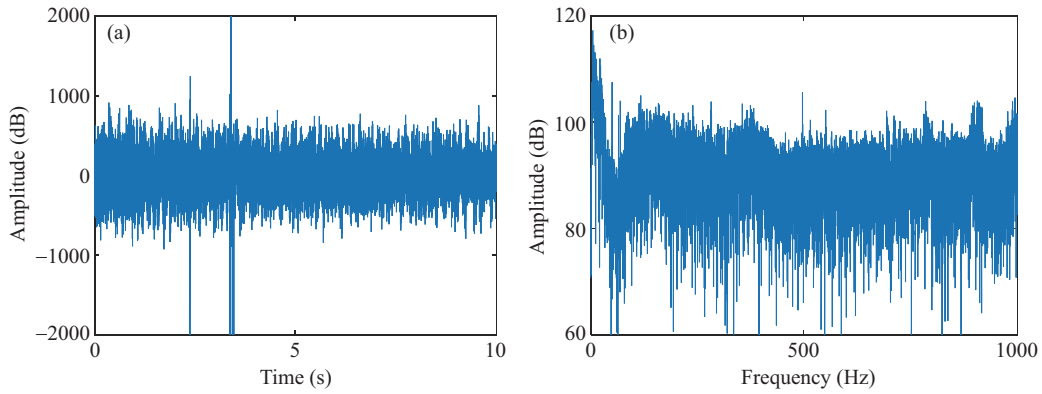


图 9 (网络版彩图) 实测数据时域波形图及其频谱图. (a) 时域波形图; (b) 频谱图

Figure 9 (Color online) Waveform and spectrum of real data. (a) Time-domain waveform of real data; (b) spectrum of real data

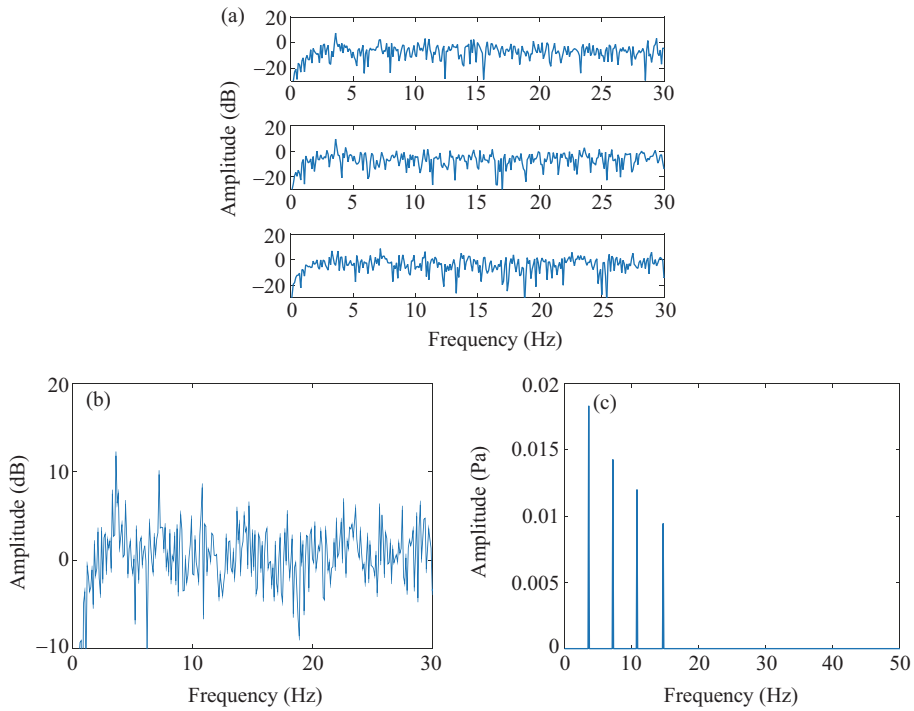


图 10 (网络版彩图) 稀疏调制谱估计. (a) 子频带 DEMON 谱; (b) 宽频带 DEMON 谱; (c) 估计的稀疏调制谱

Figure 10 (Color online) Estimated sparse DEMON. (a) Sub-band sparse DEMONS; (b) non-coherent sparse DEMON in multiple subbands; (c) estimated sparse DEMON with group sparsity

到 3 个子频带 DEMON 谱, 如图 10(a) 所示, 从图中可以看出: 一方面, 由于辐射噪声的节拍调制在频域上也不均匀, 不同频带上的其调制深度是不同的; 另一方面, 其线谱是成组出现的, 具有组稀疏结构. 对 3 个子频带 DEMON 谱进行能量累积, 得到宽频带 DEMON 谱, 如图 10(b) 所示. 从该图中可以观测到通过宽频带能量累积后, 稀疏线谱得到了显著的增强. 利用本文提出的方法, 估计出的稀疏调制谱如图 10(c) 所示, 重构的稀疏线谱分别为 3.6, 7.2, 10.8 和 14.7 Hz. 通过分析可以得出该货船的轴频

应该为 3.6 Hz, 而 7.2 和 10.8 Hz 分别为轴频的 2 次和 3 次谐波分量, 而 14.7 Hz 的线谱为该 4 叶货船的叶频.

## 6 结论

水声目标辐射噪声信号幅度调制特征可以有效地反映舰船目标的螺旋桨转速和叶片数等物理参数, 因此舰船噪声解调谱分析对舰船噪声目标识别具有重要意义. 本文从稀疏重构的角度出发, 充分利用调制谱的稀疏特性, 将传统基于 Fourier 变换的调制谱求解问题转化成基于逆 Fourier 基的稀疏重构问题, 在稀疏贝叶斯框架下, 提出一种新颖的组稀疏结构的高分辨调制谱重构方法. 通过充分挖掘多子频带中调制谱的组结构, 提高了算法的稀疏重构性能. 仿真和实测数据验证了本文方法的正确性和有效性.

## 参考文献

- 1 Rajagopal R, Sankaranarayanan B, Rao P R. Target classification in a passive sonar-an expert system approach. In: Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1990. 2911-2914
- 2 Xing G Q. Modelling and simulation of typical radiation noise from vessels. Dissertation for Master Degree. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2005 [邢国强. 典型舰船辐射噪声建模与仿真. 硕士学位论文. 西安: 西北工业大学, 2005]
- 3 Wei D L. The study of acoustic array signal simulation system. Dissertation for Master Degree. Nanjing: Southeast University, 2007 [魏东亮. 多传感器水声阵列信号仿真研究. 硕士学位论文. 南京: 东南大学, 2007]
- 4 Tao D C. Spectrm of propeller cavitation noise. Acta Acust, 1982, 7: 344-351 [陶笃纯. 螺旋桨空化噪声谱. 声学学报, 1982, 7: 344-351]
- 5 Tao D C. A study on ship radiated noise rhythms (I)- mathematical model and power spectrm density. Acta Acust, 1983, 8: 65-69 [陶笃纯. 舰船噪声节奏的研究 (I)—数学模型及功率谱密度. 声学学报, 1983, 8: 65-69]
- 6 Tao D C. A study on ship radiated noise rhythms (II)-autocorrelation function and extraction of rhythm information. Acta Acust, 1983, 8: 280-289 [陶笃纯. 舰船噪声节奏的研究 (II)—自相关函数及节奏信息的提取. 声学学报, 1983, 8: 280-289]
- 7 Wu G Q, Wei X H, Zhou G. Two ways of propeller recognition feature extraction. Acta Acust, 1993, 8: 211-216 [吴国清, 魏学环, 周钢. 提取螺旋桨识别特征的二种途径. 声学学报, 1993, 8: 211-216]
- 8 Chen J J, Liu J R, Meng Z W. Analysis on the factors that influence the detection of amplitude modulated broad-band signal. Acta Acust, 2005, 30: 373-378 [陈敬军, 陆佳人, 孟昭文. 影响宽带幅度调制信号检测的因素分析. 声学学报, 2005, 30: 373-378]
- 9 Shi G Z. Theoretical analysis of the structure law of ship radiated-noise demodulation spectrum harmonic clan feature. Acta Acust, 2007, 32: 19-25 [史广智. 舰船噪声调制谱谐波族结构特性理论分析. 声学学报, 2007, 32: 19-25]
- 10 Shi G Z, Hu J C, Da L L. Feature fine analysis of noise radiated from ship propeller based on model matching. Acta Acust, 2009, 34: 401-407 [史广智, 胡均川, 笪良龙. 基于模型匹配的舰船螺旋桨噪声特征精细分析. 声学学报, 2009, 34: 401-407]
- 11 Cheng G T, Dai W G, Wang Y C, et al. The modulation feature analysis of ship radiated noise based on wavelet transform. Fire Control Command Control, 2007, 32: 75-77 [程广涛, 戴卫国, 王易川, 等. 基于小波变换的舰船辐射噪声调制特征分析. 火力与指挥控制, 2007, 32: 75-77]
- 12 Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. IEEE Trans Inform Theor, 2007, 53: 4655-4666
- 13 Wu Q S, Zhang Y D, Amin M G, et al. Multi-static passive SAR imaging based on Bayesian compressive sensing. In: Proceedings of SPIE — the International Society for Optical Engineering, 2014. 9109: 910902
- 14 Wu Q S, Zhang Y D, Amin M G, et al. High-resolution passive SAR imaging exploiting structured Bayesian compressive sensing. IEEE J Sel Top Signal Process, 2015, 9: 1484-1497

- 15 Carlin M, Rocca P, Oliveri G, et al. Directions-of-arrival estimation through Bayesian compressive sensing strategies. *IEEE Trans Antenn Propagat*, 2013, 61: 3828–3838
- 16 Qin S, Wu Q, Zhang Y D, et al. DOA estimation of nonparametric spreading spatial spectrum based on Bayesian compressive sensing exploiting intra-task dependency. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2015. 2399–2403
- 17 Wu Q, Zhang Y D, Amin M G. Continuous structure based Bayesian compressive sensing for sparse reconstruction of time-frequency distributions. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Digital Signal Processing (DSP)*, 2014. 831–836
- 18 Donoho D L. Compressed sensing. *IEEE Trans Inform Theor*, 2006, 52: 1289–1306
- 19 Candes E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling. *IEEE Signal Process Mag*, 2008, 25: 21–30
- 20 Tipping M E. Sparse Bayesian shrinkage and selection learning and the relevance vector machine. *J Mach Learn Res*, 2001, 1: 211–244
- 21 Wu Q, Zhang Y D, Amin M G, et al. Complex multitask Bayesian compressive sensing. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2014. 3375–3379
- 22 Ji S, Dunson D, Carin L. Multitask compressive sensing. *IEEE Trans Signal Process*, 2009, 57: 92–106
- 23 Zhang Z, Rao B D. Extension of SBL algorithms for the recovery of block sparse signals with intra-block correlation. *IEEE Trans Signal Process*, 2013, 61: 2009–2015
- 24 Zhang Z, Rao B D. Sparse signal recovery with temporally correlated source vectors using sparse Bayesian learning. *IEEE J Sel Top Signal Process*, 2011, 5: 912–926

## A novel reconstruction approach for high-resolution demodulation spectrum with group-sparsity characteristics

Qingyu LIU<sup>1</sup> & Qisong WU<sup>2\*</sup>

1. *Naval Research Academy, PLA (NVRA), Beijing 100073, China;*

2. *Key Laboratory of Underwater Acoustic Signal Processing of Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096, China*

\* Corresponding author. E-mail: qisong.wu@seu.edu.cn

**Abstract** There exists a distinct envelope modulation of the radiated noise of underwater acoustic target because of the propeller beat. These parameters related with envelop modulation imply a wealth of physical information such as the speed of the propeller. Therefore, the detection of envelope modulation on noise (DEMON) characteristics is critical for classifying and recognizing the underwater acoustic target. In this study, a novel high-resolution reconstruction approach of DEMON is proposed by exploiting its group sparsity across subbands compared with the drawback in Fourier transform (FT)-based DEMON. On the one hand, the estimation of sparse DEMON is converted into solving underdetermined equation in the inverse Fourier basis by exploiting the sparsity of DEMON; on the other hand, the reconstruction method can be improved and developed using the exploitation of the group sparsity across subbands. Unlike the non-sparse FT-based DEMON, which requires a further detection of line spectrum for classification or recognition, our proposed DEMON is sparse and directly provides the line spectrum. It effectively avoids the threshold choice in the detection and artificial interference in the feature extraction. Furthermore, the proposed method is developed in the non-parametrical sparse Bayesian learning framework, so it has the capability of learning the sparsity of DEMON automatically.

**Keywords** detection of envelope modulation on noise (DEMON), group sparsity, high resolution, sparse Bayesian learning



**Qingyu LIU** was born in Henan, China, in 1968. He received his B.S. degree from Harbin Engineering University in 1989, his M.S. degree from Northwestern Polytechnical University in April 2002, and his Ph.D. degree from Harbin Engineering University in 2007. Currently, he is a research fellow at Naval Research Academy, PLA (NVRA), Beijing, China, and is also an Adjunct Professor at Northwestern Polytechnical University and Harbin Engineering University. He is also an Associate Director in Underwater Acoustic Division of Acoustical Society of China (ASC). His research interests include hydroacoustic equipment and underwater acoustic engineering.



**Qisong WU** was born in Anhui, China, in 1983. He received his B.S. and Ph.D. degrees from University of Xidian University, Xi'an, China, in 2005 and 2010, respectively. He is an Associate Professor with Key Laboratory of Underwater Acoustic Signal Processing of Ministry of Education, Southeast University, Nanjing, China. He was a Postdoctoral Associate at Duke University, Durham, NC, USA from 2010 to 2013 as well as Villanova University, Villanova, PA, USA, from 2013 to 2015. His research interests include sonar signal processing, radar signal processing, and sparse Bayesian learning.