



基于梯度下降和一致性的电网分布式经济调度算法

马锴¹, 于洋庆¹, 朱善迎^{2*}, 杨婕^{1*}, 关新平²

1. 燕山大学电气工程学院, 秦皇岛 066004

2. 上海交通大学电子信息与电气工程学院, 上海 200240

* 通信作者. E-mail: shyzhu@sjtu.edu.cn, jyangysu@ysu.edu.cn

收稿日期: 2018-05-25; 接受日期: 2018-06-11; 网络出版日期: 2018-10-09

国家重点研发计划 (批准号: 2016YFB0901900) 和国家自然科学基金 (批准号: 61573303, 61503324) 资助项目

摘要 本文针对电网中的经济调度问题, 提出了基于梯度下降和一致性协议的分布式优化算法, 以最小化总的发电成本. 该算法不需要将全局信息传递给每条母线的控制单元, 仅需要在相互连通的母线之间进行局部信息的交换以此来平衡电力的供应和需求. 通过理论分析, 得出可通过选择合适的步长和初值使该算法收敛到原问题的最优解, 进而通过以 IEEE 9 母线系统为例的仿真证实了所提出的算法的有效性.

关键词 经济调度, 分布式算法, 梯度下降法, 一致性算法, 通信拓扑

1 引言

经济调度是电网系统中最基础的问题之一, 研究如何控制分布式的电力资源, 使得在满足一定约束下总的发电成本最小^[1~4]. 处理经济调度问题的传统方法包括: 二次规划^[5]、Lagrange 松弛^[6]、 λ -迭代^[7]、遗传算法^[8]和粒子群算法^[9]等. 这些优化方法使得经济调度的适用性得到大大的提高. 然而, 这些控制算法需要一个能够获取整个系统状态并进行统一处理及决策的控制中心. 施加于控制中心的巨大的计算负担, 无疑增加了经济调度过程中对故障和模型误差的敏感性^[10]. 一旦控制中心出现故障, 电力系统的经济调度乃至安全稳定性能都将受到严重威胁. 并且, 这样集中式的控制框架限制了智能电网中即插即用^[11]等诸多重要的特性. 为了克服集中式算法的上述缺点, 各种分布式算法受到广泛关注. 分布式算法仅要求邻居间的局部通信和局部优化, 由控制中心统一来完成的优化、决策任务得以分散到整个网络, 从而可以提高电力系统的鲁棒性.

文献 [12] 针对经济调度问题, 提出了基于一致性的分布式算法, 并考虑了传输损耗的影响. 文献 [13] 基于一致性算法和 Gossip 算法, 提出了考虑通信信息丢失的鲁棒分布式系统的增量成本估计算法, 实现了智能电网中的经济调度. 可再生能源的利用是近年来一个研究热点^[14~18], 其中文

引用格式: 马锴, 于洋庆, 朱善迎, 等. 基于梯度下降和一致性的电网分布式经济调度算法. 中国科学: 信息科学, 2018, 48: 1364–1380, doi: 10.1360/N112018-00055
Ma K, Yu Y Q, Zhu S Y, et al. Distributed algorithm for economic dispatch based on gradient descent and consensus in power grid (in Chinese). Sci Sin Inform, 2018, 48: 1364–1380, doi: 10.1360/N112018-00055

文献 [14] 在经济调度模型中同时考虑了传统的火力发电和可再生的风力发电, 并基于投影梯度和有限时间平均一致性算法, 提出了分布式经济调度策略. 文献 [19] 以发电机组的增量成本和柔性负荷的增量效益作为一致性变量, 提出了一种分布式的优化方法来解决经济调度问题. 文献 [20] 基于拍卖技术和一致性协议, 提出了一个针对非凸经济调度问题的分布式算法. 文献 [21] 针对等式约束和不等式约束两种情况, 提出了一个改进的分布式梯度方法. 文献 [22] 提出了一个由 θ -对数障碍函数组成的快速分布式梯度方法来解决经济调度问题. 文献 [23] 基于带有矩阵分裂法的并行原对偶内点算法, 提出了一种二阶收敛的动态经济调度算法. 文献 [24] 考虑电网中的通信延迟问题, 提出了一种基于一致性的分布式经济调度算法, 并通过广义 Nyquist 准则得到了可允许的最大延迟范围. 文献 [25] 采用一致性方法以分布式的方式来估计局部信息, 采用鞍点动态来寻求经济调度问题的最优解, 并通过 Lyapunov 稳定性理论分析了所提出的算法的稳定性. 文献 [26] 采用两个并行的分布式算法, 实现了计及环境因素的电力系统分布式经济调度. 文献 [27] 考虑局部可行性约束的资源最优分配问题, 提出了一种连续时间的梯度分布式算法, 其可扩展性和免于初始化协调过程等诸多特性使得该算法在处理分布式经济调度问题上具有良好的应用性. 文献 [28] 基于鞍点设计框架, 结合考虑外部扰动的传输层网络动态模型和考虑电网拥塞的经济调度问题, 得到了一个完全分布式的控制器, 实现了带有可控负荷的实时经济调度.

在上述研究工作中, 大都需要将增量成本和梯度等保密信息与其他的母线进行通信, 会造成隐私泄露等问题. 另外, 在当变量接近约束边界时对步长的选取要求较高, 个别变量的初值在选取时也需要满足一定的条件来平衡电力的供应和需求, 甚至需要总发电机个数和总负荷需求等全局信息的参与. 鉴于此, 本文基于梯度下降和一致性提出了离散时间分布式经济调度算法. 所提出的算法仅需要将增量成本的估计值在相互连通的母线之间进行交换, 无需交互增量成本和梯度的原始信息, 保证了信息的私密性, 也避免了全局信息的广播过程. 同时该算法对初值和步长也没有严格的要求, 可以在保障供需平衡的同时分布式地最小化总的发电成本.

本文的结构安排如下: 第 2 节对电网的经济调度问题进行了描述. 第 3 节针对经济调度最优化问题, 介绍了基于梯度下降的基本算法, 并针对其方法上的缺陷提出了基于梯度下降和一致性的分布式算法. 第 4 节对所提出的分布式经济调度算法的收敛性进行了分析. 第 5 节以 IEEE 9 母线系统为例验证了所提出的分布式算法的有效性. 第 6 节总结全文.

2 问题描述

考虑包括 N 条母线的电网系统, 如图 1 所示. 将各条母线看作顶点, 母线之间相连接的输电线路看作连边, 则电网系统可以用一个无向连通图 $G = (\mathbb{N}, \mathbb{E})$ 来表示, 其中 $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots, N\}$ 为所有顶点的集合, $\mathbb{E} (\mathbb{E} \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N})$ 为所有边的集合. 记顶点 $i (i \in \mathbb{N})$ 的邻集为 $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathbb{N} \mid (j, i) \in \mathbb{E}\}$. 假设每条母线都可以与其相连通的母线进行通信. x_i 为母线 i 上发电机的出力, q_i 为母线 i 上负荷的功率需求, 并将 q_i 视为常数. 不失一般性, 本文假设每条母线上都有一个发电机. 若母线 i 上没有发电机, 可认为 $x_i = 0$; 如果超过一个发电机, 则将其等效为多条母线且每条母线上各有一个发电机, 等效方法参见图 2 (以母线 3 上两个发电机, 母线 4 上 3 个发电机为例). 如果母线 i 上没有负荷, 则 $q_i = 0$; 如果超过一个负荷, 则将其集成为一个单一的负荷. 定义 $V_i = [x_i^{\min}, x_i^{\max}]$, 其中 x_i^{\min} 和 x_i^{\max} 分别为母线 i 上发电机的最小出力和最大出力. 记每条母线上的发电机发电成本为 $C_i(x_i)$, 可近似采用二次函数 [29, 30]:

$$C_i(x_i) = a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i \quad (1)$$

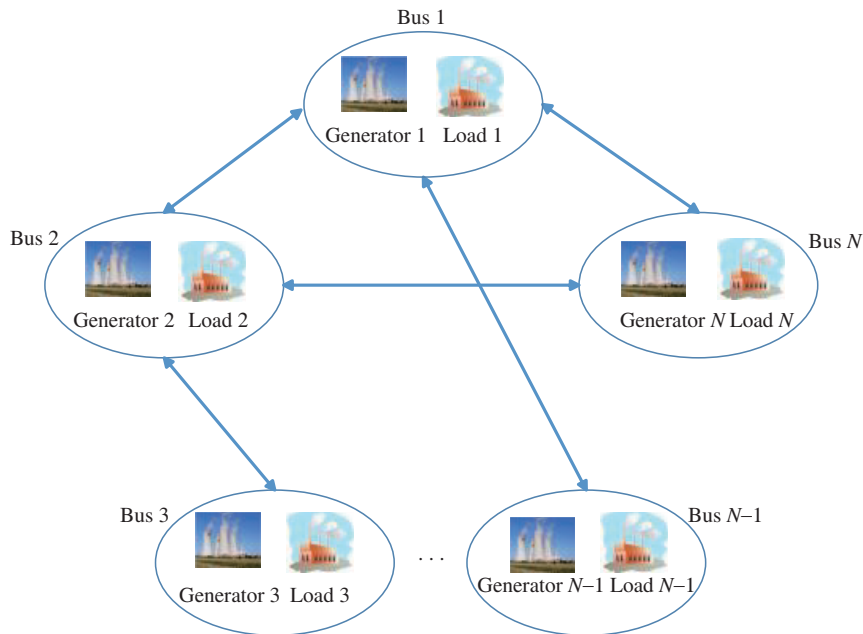


图 1 (网络版彩图) 多条母线的电网系统结构

Figure 1 (Color online) The structure of a power system consisting of multiple buses

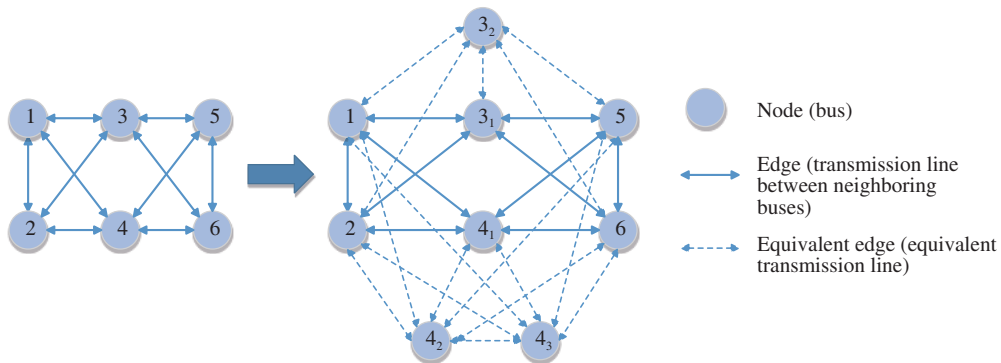


图 2 (网络版彩图) 等效的拓扑结构

Figure 2 (Color online) The equivalent topological structure

来描述, 其中 $a_i > 0$, $b_i \geq 0$ 和 $c_i \geq 0$ 为成本系数. 电网经济调度的目标是在负荷的总的功率需求与发电机总的出力达到平衡的约束下, 最小化所有发电机的发电成本, 则经济调度问题可表述为如下的最优化问题:

$$\begin{aligned}
 \text{(P1)} \quad & \max_{x_i \in V_i} \sum_{i=1}^N -C_i(x_i) \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^N x_i = \sum_{i=1}^N q_i.
 \end{aligned}$$

关于经济调度问题, 本文有如下假设:

假设1 最优化问题 (P1) 可行, 即 $\sum_{i=1}^N x_i^{\min} \leq \sum_{i=1}^N q_i \leq \sum_{i=1}^N x_i^{\max}$.

3 经济调度算法设计

3.1 基于梯度下降法的经济调度算法

对于最优化问题 (P1), 其 Lagrange 函数为

$$\begin{aligned} L(x, \lambda) &= \sum_{i=1}^N (-C_i(x_i)) - \lambda \left(\sum_{i=1}^N q_i - \sum_{i=1}^N x_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^N (-C_i(x_i) + \lambda x_i) - \lambda \sum_{i=1}^N q_i, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 λ 为 Lagrange 乘子, 代表经济调度问题中的增量成本. 注意式 (2) 的第 1 部分对于 $x_i, i \in \mathbb{N}$ 是可分离的, 因此可得到如下的局部优化问题:

$$x_i^* = \arg \max_{x_i \in V_i} (-C_i(x_i) + \lambda x_i). \quad (3)$$

局部优化问题 (3) 可由每条母线单独求解, 仅依赖于每条母线上的局部信息, 故不需要其他母线的参数信息.

由于原优化问题 (P1) 是凸优化问题且对偶间隙为 0, 根据强对偶性原理, 可以通过求解相对容易处理的对偶优化问题:

$$(P2) \quad \min_{\lambda} D(\lambda)$$

代替求解原优化问题 (P1), 其中

$$\begin{aligned} D(\lambda) &= L(x^*, \lambda) \\ &= \sum_{i=1}^N (-C_i(x_i^*)) - \lambda \left(\sum_{i=1}^N q_i - \sum_{i=1}^N x_i^* \right). \end{aligned} \quad (4)$$

具体过程为通过求解对偶问题 (P2) 得到解 λ , 进而每条母线通过求解局部优化问题 (3) 获得 x_i^* . 在强对偶下, 若 λ^* 为对偶问题最优解且 $x_i(\lambda^*)$ 为原问题可行解, 则 $x_i(\lambda^*), i \in \mathbb{N}$ 为原问题最优解^[31].

对于对偶问题 (P2), 应用梯度下降法, 可得到 λ 的迭代公式为

$$\lambda(k+1) = \lambda(k) - \alpha \frac{dD}{d\lambda}(\lambda(k)), \quad (5)$$

其中 $\alpha > 0$ 为步长,

$$\frac{dD}{d\lambda}(\lambda(k)) = \sum_{i=1}^N x_i^*(\lambda(k)) - \sum_{i=1}^N q_i. \quad (6)$$

综上所述, 基于梯度下降法的经济调度算法表述如下:

$$x_i(k) = \left[C_i'^{-1}(\lambda(k)) \right]_{x_i^{\min}}^{x_i^{\max}}, \quad (7)$$

$$\lambda(k+1) = \lambda(k) - \alpha \left(\sum_{i=1}^N x_i(k) - \sum_{i=1}^N q_i \right), \quad (8)$$

其中局部变量 x_i 的更新公式 (7) 通过 Kuhn-Tucker 理论^[32] 获得, $[z]_a^b = \min\{\max\{z, a\}, b\}$, C_i' 为 $C_i(x_i)$ 的导函数, $C_i'^{-1}$ 为 C_i' 的反函数.

序列 $(x(k), \lambda(k))$ 的收敛点 (x^*, λ^*) 为原问题 – 对偶问题的最优解.

注意在式 (7) 中, $\lambda(k)$ 为全局信息, 需要通过一个控制中心传递给各条母线. 而在式 (8) 中, 需要总出力的估计值 $\sum_{i=1}^N x_i(k)$ 和总功率需求 $\sum_{i=1}^N q_i$ 来参与计算. 这样的调度方式要求控制中心具有高带宽的通信设施来收集系统中的所有调度信息, 并且要求系统通信拓扑具有非常高的连通度, 增加了通信拓扑的投资, 并且对调度中心的运算能力也提出了非常高的要求. 在这种情况下, 一旦调度中心出现故障, 系统的经济调度过程将全面崩溃, 安全稳定性能都将受到严重威胁.

3.2 基于梯度下降法和一致性算法的分布式经济调度算法

为了克服 3.1 小节中所提出算法的缺点, 本小节提出一种完全的分布式经济调度算法. 进一步简化式 (4) 可得

$$D(\lambda) = \sum_{i=1}^N (-C_i(x_i^*) - \lambda(q_i - x_i^*)). \quad (9)$$

因此对偶问题 (P2) 可转化为如下优化问题 (P3):

$$(P3) \quad \min_{\lambda} D(\lambda) = \sum_{i=1}^N f_i(\lambda),$$

其中 $f_i(\lambda) = -C_i(x_i^*) - \lambda(q_i - x_i^*)$.

针对最优化问题 (P3), 采用梯度下降法与一致性算法来求解. 考虑如下离散时间一致性算法:

$$y(k+1) = Wy(k), \quad (10)$$

其中 $W \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为一致性矩阵, 代表各母线之间的信息传递. $y_i(k)$ 为向量 $y(k)$ 的第 i 个元素, 对应母线 i , $i \in \mathbb{N} = \{1, \dots, N\}$. 对于矩阵 W , 当满足如下假设:

假设2 (一致性矩阵性质) 权矩阵 $W \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 满足

- (a) 对于 $(i, j) \notin \mathbb{E}$ 并且 $i \neq j$, 有 $[W]_{ij} = 0$;
- (b) $W = W^T$;
- (c) $W\mathbf{1}_N = \mathbf{1}_N$, $\rho(W - \frac{1}{N}\mathbf{1}_N\mathbf{1}_N^T) \leq \gamma < 1$,

其中 $\rho(\cdot)$ 为谱半径, $\mathbf{1}_N \in \mathbb{R}^N$ 为所有元素均为 1 的列向量, 则可以证明所有状态 $y_i(k)$, $i \in \mathbb{N}$ 将渐近地达到一致, 且一致性值为所有初始状态的平均值, 即 $\lim_{k \rightarrow \infty} y_i(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i(0)$ [33]. 有很多选取矩阵 W 的方法来满足假设 2, 如 Metropolis-Hastings 法 [34, 35].

为设计分布式算法, 引入增量成本 λ 的估计值, 并定义 $\hat{\lambda}_i$ 为母线 i 上对 λ 的估计值. 算法的关键在于每条母线通过与相连接的母线进行信息交换不断地更新自己的局部信息, 即 $\hat{\lambda}_i$, 最终 N 条母线的 $\hat{\lambda}_i$ 达到一致且恰为优化问题 (P3) (对偶问题) 的最优解 λ^* . 对于第 k 次迭代, 母线 i , $i \in \mathbb{N}$ 首先采用梯度下降法对 $\hat{\lambda}_i(k)$ 进行局部地寻优, 然后将所得到的当前值 $u_i(k)$ 作为初值, 与相邻母线信息交换, 进行 φ 次的一致性计算得到 $v_i(k)$, 即

$$v(k) = W^\varphi u(k), \quad (11)$$

其中 $u(k) = [u_1(k), \dots, u_i(k), \dots, u_N(k)]^T$, $v(k) = [v_1(k), \dots, v_i(k), \dots, v_N(k)]^T$. 进而得到新的增量成本估计值 $\hat{\lambda}_i(k+1) = v_i(k)$. 算法 1 给出了基于梯度下降和一致性的分布式经济调度算法的具体过程, 其中 $[W]_{ij}$ 为权矩阵 W 的第 i 行第 j 列元素.

算法 1 基于梯度下降和一致性的分布式经济调度算法

初始化: 令 $k = 0$, 设定初始的局部变量 $\hat{\lambda}_i(0)$, $i \in \mathbb{N}$;
 设定一致性计算次数 φ ;
 设定步长 α .

迭代:

1: 基于局部变量 $\hat{\lambda}_i(k)$, 各条母线分别计算第 k 次迭代的发电机出力:

$$x_i(k) = \left[C_i'^{-1}(\hat{\lambda}_i(k)) \right]_{x_i^{\min}}^{x_i^{\max}}, \quad i \in \mathbb{N}; \quad (12)$$

2: 对于 $\hat{\lambda}_i(k)$, $i \in \mathbb{N}$, 采用梯度下降法进行计算:

$$u_i(k) = \hat{\lambda}_i(k) - \alpha(x_i(k) - q_i), \quad i \in \mathbb{N}; \quad (13)$$

3: 相互连通的母线之间对各自的局部信息进行交换, 对 $u(k)$ 进行 φ 次的一致性更新:

$$v_i^1(k) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [W]_{ij} u_j(k), \quad i \in \mathbb{N}, \quad (14)$$

$$v_i^2(k) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [W]_{ij} v_j^1(k), \quad i \in \mathbb{N}, \quad (15)$$

⋮

$$v_i^\varphi(k) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [W]_{ij} v_j^{\varphi-1}(k), \quad i \in \mathbb{N}; \quad (16)$$

4: 计算下一阶段的局部变量值 $\hat{\lambda}_i(k+1)$, $i \in \mathbb{N}$:

$$\hat{\lambda}_i(k+1) = v_i^\varphi(k), \quad i \in \mathbb{N}, \quad (17)$$

令 $k = k + 1$, 转 1.

不难看出该算法避免了将全局信息传递给每条母线的过程, 一致性算法的应用使得利用分布式的方式来估计每条母线的局部信息成为可能, 仅仅需要在相互连通的母线之间进行局部的增量成本估计值的传递, 无需交互增量成本和梯度的原始信息, 且不需要所有母线上的聚合的功率需求和出力信息来参与最优经济调度的过程, 从而大大地提高了对隐私性信息的保护能力. 由于传统的控制方法在经济调度过程中需要各母线同一时间将信息传输给控制中心, 很容易造成网络拥塞问题. 一旦信息在传输过程中出现数据包丢失的情况, 母线需要重新进行传输多次, 直到信息被成功接收到为止. 对网络而言, 这将会带来巨大的能量消耗. 而算法 1 不需要控制中心的集中调度, 仅进行各个局部范围内的计算和通信, 从而可有效地减少网络拥塞情况的发生, 减轻通信和计算负担, 降低通信和计算成本, 提升电力系统的安全稳定性. 相比于集中式的优化技术, 所提出的分布式优化算法更能够适应通信拓扑结构多变和“即插即用”的要求, 具有更高的鲁棒性和可扩展性.

4 收敛性分析

基于梯度下降和一致性的分布式优化算法 1, 对于第 k 次迭代, 若权矩阵 W 满足假设 2, 则当一致性计算次数 $\varphi \rightarrow \infty$ 时, 由渐近平均一致性可知, 一致性更新将收敛于初始值的平均值. 为便于下文的分析, 写出更新公式 (11) 的另一种形式:

$$v_i(k) = \sum_{j=1}^N [W^\varphi]_{ij} u_j(k), \quad i \in \mathbb{N}, \quad (18)$$

其中 $[W^\varphi]_{ij}$ 为矩阵 W^φ 的第 i 行第 j 列元素. 写出迭代算法 (12)~(17) 的另一种形式:

$$\hat{\lambda}_i(k+1) = \sum_{j=1}^N [W^\varphi]_{ij} (\hat{\lambda}_j(k) - \alpha g_j(\hat{\lambda}_j(k))), \quad i \in \mathbb{N}, \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} g_j(\hat{\lambda}_j(k)) &= \frac{df_j}{d\lambda}(\hat{\lambda}_j(k)) \\ &= x_j(k) - q_j \\ &= \left[C_j'^{-1}(\hat{\lambda}_j(k)) \right]_{x_j^{\min}}^{x_j^{\max}} - q_j, \quad j \in \mathbb{N}. \end{aligned} \quad (20)$$

将局部变量 $\hat{\lambda}_i(k)$ 和 $v_i(k)$, $i \in \mathbb{N}$ 的平均值分别表示为 $\bar{\lambda}(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\lambda}_i(k)$ 和 $\bar{v}(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i(k)$. 记 $L = \max\{\max\{|x_i^{\min} - q_i|, |x_i^{\max} - q_i|\}, i \in \mathbb{N}\}$, 则对于 $\forall i \in \mathbb{N}$, 有 $|g_i(\lambda)| \leq L$.

为了分析所提出的算法的收敛性, 引入如下引理:

引理1 ([36]) 对于 $\forall i, j \in \mathbb{N}$,

(a) 如果 $|\hat{\lambda}_i(k) - \hat{\lambda}_j(k)| \leq \beta$, 则有 $|\hat{\lambda}_j(k) - \bar{\lambda}(k)| \leq \frac{N-1}{N}\beta$;

(b) 如果 $|\hat{\lambda}_i(k) - \bar{\lambda}(k)| \leq \beta$, 则有 $|\hat{\lambda}_i(k) - \hat{\lambda}_j(k)| \leq 2\beta$.

引理2 ([36]) 若 $y(k+1) = W^\varphi y(k)$, 其中矩阵 W 满足假设 2, 且对于 $\forall i, j \in \mathbb{N}$, $|y_i(k) - y_j(k)| \leq \sigma$, 其中 σ 为常数, 则对于 $\forall i, j \in \mathbb{N}$, 有 $|y_i(k+1) - y_j(k+1)| \leq 2\gamma^\varphi N\sigma$.

引理3 ([36]) 设 $\{\hat{\lambda}_1(k), \dots, \hat{\lambda}_i(k), \dots, \hat{\lambda}_N(k)\}_{k=0}^{\infty}$ 为由式 (19) 和 (20) 在满足假设 1 和 2 的前提下所产生的序列. 如果对于 $\forall i \in \mathbb{N}$, $|v_i(k) - \bar{v}(k)| \leq \beta$, 则当 $\varphi \geq (\log\beta - \log(4N(\beta + \alpha L)))/\log\gamma$ 时, 对于 $\forall i \in \mathbb{N}$, 有 $|v_i(k+1) - \bar{v}(k+1)| \leq \beta$.

下面对前文所提出的基于梯度下降和一致性的分布式经济调度算法 1 的收敛性进行分析.

定理1 若假设 1 和 2 成立, 一致性更新次数 $\varphi \geq (\log\beta - \log(4N(\beta + \alpha L)))/\log\gamma$, 初值 $\hat{\lambda}_i(0)$, $i \in \mathbb{N}$ 满足 $|\hat{\lambda}_i(0) - \bar{\lambda}(0)| \leq \beta$. 则由分布式算法 1 所产生的序列 $\{\hat{\lambda}_i(k)\}$, $i \in \mathbb{N}$ 满足 $D^* \leq \lim_{k \rightarrow \infty} \inf D(\hat{\lambda}_i(k)) \leq D^* + \frac{\alpha N L^2}{2} + 3NL\beta$, $\{x(k)\}$ 可任意地接近问题 (P1) 的最优解 x^* , 其中 D^* 为对偶最优值.

证明 记 $x = [x_1, \dots, x_i, \dots, x_N]^T$, $x^* = [x_1^*, \dots, x_i^*, \dots, x_N^*]^T$ 为原问题 (P1) 的最优解, λ^* 为对偶问题 (P2) 的最优解. 设定初值 $\hat{\lambda}_i(0)$, $i \in \mathbb{N}$, 且满足 $|\hat{\lambda}_i(0) - \bar{\lambda}(0)| \leq \beta$. 由引理 3, 对于 $\forall i \in \mathbb{N}$, $\forall k \geq 0$, 有 $|\hat{\lambda}_i(k) - \bar{\lambda}(k)| \leq \beta$.

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}(k+1) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\lambda}_i(k+1) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N [W^\varphi]_{ij} (\hat{\lambda}_j(k) - \alpha g_j(\hat{\lambda}_j(k))) \right). \end{aligned} \quad (21)$$

由于矩阵 W^φ 每列元素相加和为 1, 式 (21) 可转化为

$$\bar{\lambda}(k+1) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\hat{\lambda}_j(k) - \alpha g_j(\hat{\lambda}_j(k)))$$

$$= \bar{\lambda}(k) - \frac{\alpha}{N} \sum_{j=1}^N g_j(\hat{\lambda}_j(k)). \quad (22)$$

对偶函数 $D(\lambda)$ 和 $f_i(\lambda)$ 为连续可微的有下界的凸函数, 有

$$\begin{aligned} f_i(\hat{\lambda}_i(k)) &\geq f_i(\bar{\lambda}(k)) + g_i(\bar{\lambda}(k)) (\hat{\lambda}_i(k) - \bar{\lambda}(k)) \\ &\geq f_i(\bar{\lambda}(k)) - |g_i(\bar{\lambda}(k))| \cdot |\hat{\lambda}_i(k) - \bar{\lambda}(k)| \\ &\geq f_i(\bar{\lambda}(k)) - L\beta \end{aligned}$$

和 $\forall z \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} f_i(z) &\geq f_i(\hat{\lambda}_i(k)) + g_i(\hat{\lambda}_i(k)) (z - \hat{\lambda}_i(k)) \\ &\geq f_i(\bar{\lambda}(k)) + g_i(\hat{\lambda}_i(k)) (z - \hat{\lambda}_i(k)) - L\beta \\ &= f_i(\bar{\lambda}(k)) + g_i(\hat{\lambda}_i(k)) (z - \bar{\lambda}(k)) + g_i(\hat{\lambda}_i(k)) (\bar{\lambda}(k) - \hat{\lambda}_i(k)) - L\beta \\ &\geq f_i(\bar{\lambda}(k)) + g_i(\hat{\lambda}_i(k)) (z - \bar{\lambda}(k)) - |g_i(\hat{\lambda}_i(k))| \cdot |\hat{\lambda}_i(k) - \bar{\lambda}(k)| - L\beta \\ &\geq f_i(\bar{\lambda}(k)) + g_i(\hat{\lambda}_i(k)) (z - \bar{\lambda}(k)) - 2L\beta. \end{aligned} \quad (23)$$

对不等式 (23) 两边进行 N 项求和, 得

$$D(z) \geq D(\bar{\lambda}(k)) + \sum_{i=1}^N g_i(\hat{\lambda}_i(k)) (z - \bar{\lambda}(k)) - 2NL\beta. \quad (24)$$

据文献 [37] 中对 ϵ -次微分 (所有 ϵ -次梯度的集合) 的定义, 结合不等式 (24), 可将 $\sum_{i=1}^N g_i(\hat{\lambda}_i(k))$ 当作对偶函数 D 在点 $\bar{\lambda}(k)$ 的 ϵ -次梯度来处理, 其中 $\epsilon = 2NL\beta$, $\sum_{i=1}^N g_i(\hat{\lambda}_i(k)) \leq NL$. 则式 (22) 恰为近似次梯度迭代过程. 由文献 [37] 命题 4.1, 有

$$\liminf_{k \rightarrow \infty} D(\bar{\lambda}(k)) \leq D^* + \frac{\alpha NL^2}{2} + 2N\beta L. \quad (25)$$

又对于 $\forall i, j \in \mathbb{N}$, 有

$$\begin{aligned} f_j(\bar{\lambda}(k)) &\geq f_j(\hat{\lambda}_i(k)) + g_j(\hat{\lambda}_i(k)) (\bar{\lambda}(k) - \hat{\lambda}_i(k)) \\ &\geq f_j(\hat{\lambda}_i(k)) - L\beta, \end{aligned}$$

对其不等式两边进行 N 项求和, 得

$$D(\bar{\lambda}(k)) \geq D(\hat{\lambda}_i(k)) - NL\beta,$$

即

$$D(\hat{\lambda}_i(k)) \leq D(\bar{\lambda}(k)) + NL\beta, \quad \forall i \in \mathbb{N}, \quad k \geq 0. \quad (26)$$

结合不等式 (25), 于是,

$$D^* \leq \liminf_{k \rightarrow \infty} D(\hat{\lambda}_i(k)) \leq \liminf_{k \rightarrow \infty} D(\bar{\lambda}(k)) + NL\beta \leq D^* + \frac{\alpha NL^2}{2} + 3NL\beta. \quad (27)$$

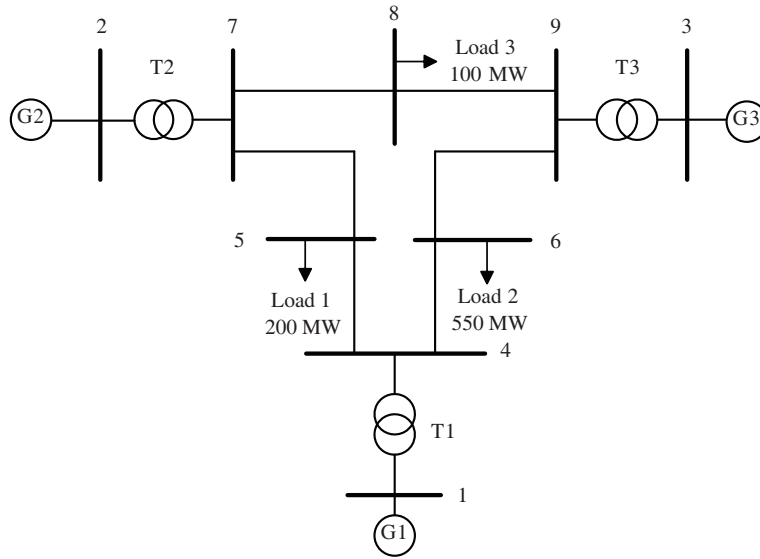


图 3 IEEE 9 母线系统简图

Figure 3 Simplified illustration of the IEEE 9-bus system

表 1 成本函数参数

Table 1 Parameters of the cost functions

G	a_i	b_i	c_i	x_i^{\min} (MW)	x_i^{\max} (MW)
G1	0.001562	7.92	561	150	600
G2	0.00194	7.85	310	100	400
G3	0.00482	7.97	78	20	200

由此可见, 可以通过选择任意小的 α 和 β , 使得 $\lim_{k \rightarrow \infty} \inf D(\hat{\lambda}_i(k))$ 任意地接近 D^* , $\hat{\lambda}_i(k), \forall i \in \mathbb{N}, k \geq 0$ 任意地接近 $\bar{\lambda}(k)$. 这意味着算法 1 产生的序列 $\{\hat{\lambda}_i(k)\}, i \in \mathbb{N}$ 可以任意地接近 λ^* , 即对偶问题的最优解.

下面说明序列 $\{x(k)\}$ 将任意地接近于原最优解 $x^* = x(\lambda^*)$. 注意 $C'_i(x_i)$ 为定义在紧致集 $[x_i^{\min}, x_i^{\max}]$ 上的连续的且变量值与函数值一一匹配的凸函数. 由文献 [38] 定理 4.17 知, $C'_i{}^{-1}$ 在 $[C'_i(x_i^{\min}), C'_i(x_i^{\max})]$ 上连续, 由式 (12) 知, $x_i(\hat{\lambda}_i)$ 也是连续函数. 故对于 $\forall i \in \mathbb{N}$, 由文献 [31] 定理 5.15 有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) \approx x(\lambda^*) = x^*.$$

5 仿真分析

采用 3.2 小节所提出的基于梯度下降和一致性的分布式优化算法 1, 对最优经济调度问题进行仿真验证. 考虑 IEEE 9 母线系统, 如图 3 所示, 共包括 9 条母线、3 个发电机 (分别位于母线 1, 2, 3) 和 3 个负荷 (分别位于母线 5, 6, 8). 发电成本函数 $C_i(x_i)$ 的相关参数如表 1^[13] 所示. 位于母线 5, 6, 8 的负荷分别为 200, 550 和 100 MW. 通信拓扑结构与各母线的物理连接相同. 本文根据 Metropolis-Hastings

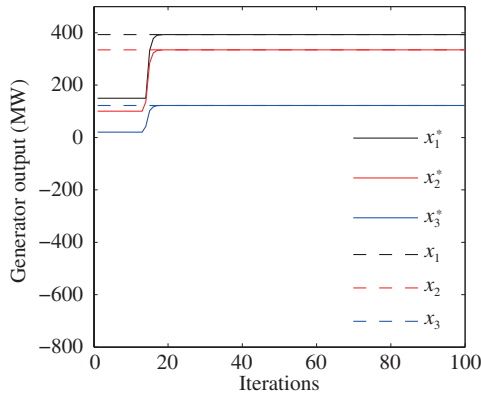


图 4 (网络版彩图) 发电机出力的收敛曲线

Figure 4 (Color online) Convergence of the generator output

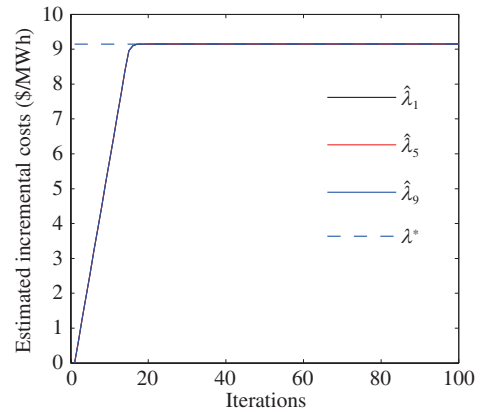


图 5 (网络版彩图) 局部信息 $\hat{\lambda}_i$ 的收敛曲线

Figure 5 (Color online) Convergence of the local information $\hat{\lambda}_i$

法, 选取如下矩阵作为一致性矩阵 W :

$$W = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

注意, 不同的选取方法, W 可能不相同, 但只要其满足假设 2, 对算法 1 的收敛性就不会产生影响. 为了满足定理 1 中的初值条件 $|\hat{\lambda}_i(0) - \bar{\lambda}(0)| \leq \beta, i \in \mathbb{N}$, 可以在应用此算法前对 $\hat{\lambda}_i(0), i \in \mathbb{N}$ 进行足够多次数的一致性计算, 或者简单地设定 $\hat{\lambda}_i(0) = \hat{\lambda}_j(0), \forall i, j \in \mathbb{N}$. 在这里设定 $\hat{\lambda}_i(0) = \hat{\lambda}_j(0) = 0, \forall i, j \in \mathbb{N}$.

采用 3.1 小节的优化算法, 可以得出最优的出力分别为 $x_1^* = 393.1698$ MW, $x_2^* = 334.6038$ MW 和 $x_3^* = 122.2264$ MW, 最优的增量成本为 $\lambda^* = 9.1483$ \$/MWh.

参数设置为: $\alpha = 0.01, \varphi = 40$. 仿真结果如图 4~6 所示. 图 4 为发电机出力的收敛曲线图, 由其可见, 采用本文所提出的分布式经济调度算法, 发电机的出力收敛于最优的出力. 注意 3 条收敛曲线前几次迭代数值不变, 均等于其相应的最小出力. 这是由于使用当前的局部信息 $\hat{\lambda}_i$ 计算出来的出力未在发电机出力的约束范围内, 由出力更新公式 (12), 此时的出力取在了出力约束的下界上. $\hat{\lambda}_i(0), i \in \mathbb{N}$ 的选取不同, 将会影响这一过程的有无或时长. 图 5 显示了第 1, 5, 9 条母线的局部信息, 即增量成本的估计值 $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_5, \hat{\lambda}_9$ 的收敛曲线. 可以看出一致性算法的引入使得每次迭代各条母线的局部信息

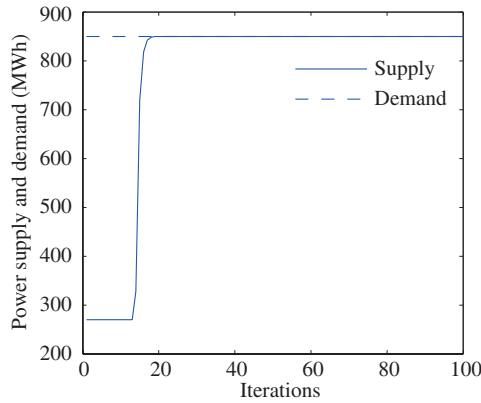


图 6 (网络版彩图) 电力供应的收敛曲线

Figure 6 (Color online) Convergence of the power supply

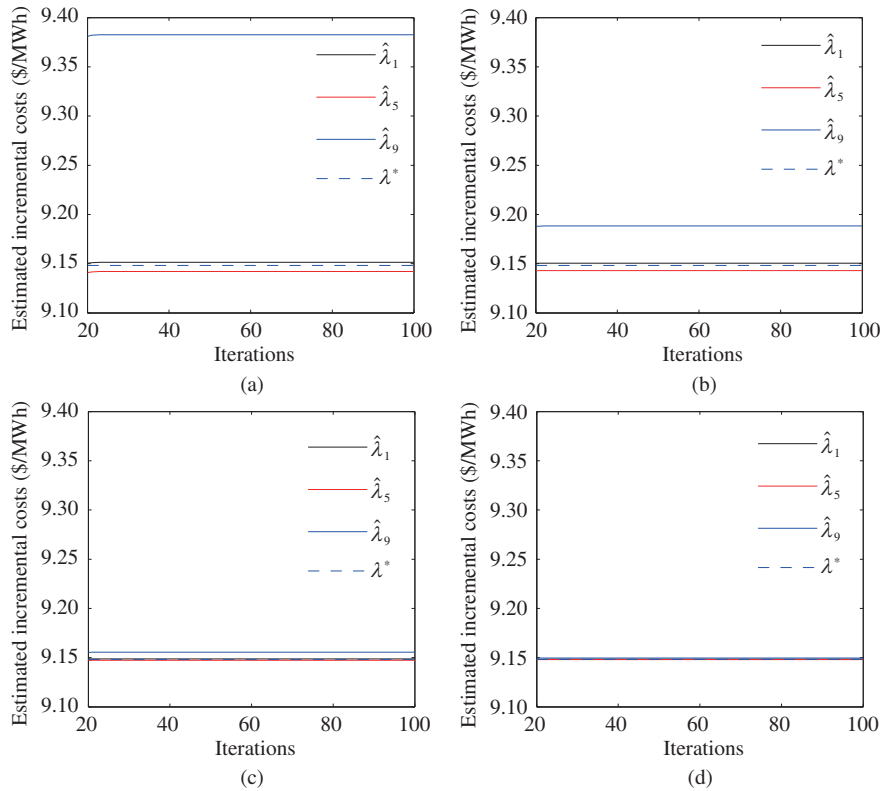


图 7 (网络版彩图) 不同次数的一致性更新下局部信息的收敛曲线

Figure 7 (Color online) Convergence behavior of the local information with different times of consensus updates. (a) $\varphi = 10$; (b) $\varphi = 20$; (c) $\varphi = 30$; (d) $\varphi = 40$

$\hat{\lambda}_i$ 基本达到一致, 且收敛于最优增量成本 λ^* . 图 6 为电力供应的收敛曲线图, 证明了所提出的分布式调度方案可以实现电力的供需平衡, 验证了算法的有效性.

为进一步分析各项参数对算法性能的影响, 对局部增量成本估计值以及发电机出力在不同一致性更新次数下的收敛情况进行了对比, 结果如图 7 和 8 所示. 其中图 7 为了更清晰地体现出一致性更新

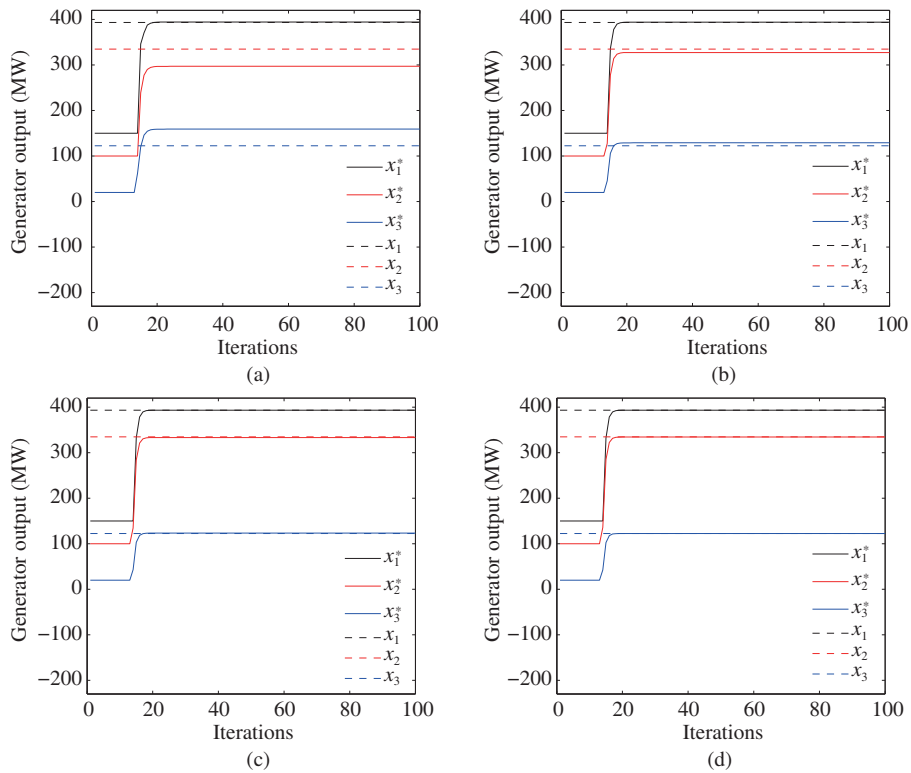


图 8 (网络版彩图) 不同次数的一致性更新下出力的收敛曲线

Figure 8 (Color online) Convergence behavior of the generator output with different times of consensus updates. (a) $\varphi = 10$; (b) $\varphi = 20$; (c) $\varphi = 30$; (d) $\varphi = 40$

表 2 不同步长 α 下的最优出力

Table 2 Optimal generator output under different step sizes α

α	\tilde{x}_1^* (MW)	$ \tilde{x}_1^* - x_1^* $ (MW)	\tilde{x}_2^* (MW)	$ \tilde{x}_2^* - x_2^* $ (MW)	\tilde{x}_3^* (MW)	$ \tilde{x}_3^* - x_3^* $ (MW)
0.005	393.1844	0.0146	334.4777	0.1261	122.3379	0.1115
0.010	393.1989	0.0291	334.3519	0.2519	122.4492	0.2228
0.015	393.2133	0.0435	334.2263	0.3775	122.5604	0.3340
0.020	393.2276	0.0578	334.1008	0.5030	122.6715	0.4451
0.025	393.2418	0.0720	333.9756	0.6282	122.7825	0.5561
0.02 \rightarrow 0	393.1971	0.0273	334.6201	0.0163	122.2396	0.0132

次数对算法的影响,省去了迭代早期未达到收敛时的曲线变化情况.可以观察到,一致性更新次数越多,各条母线局部信息所达到的一致性越精确,进而所得到的最优出力越接近最优值.

此外,对不同步长大小下算法 1 所得解的精确性进行了仿真实验,数据结果如表 2 所示.其中 \tilde{x}_1^* , \tilde{x}_2^* 和 \tilde{x}_3^* 表示采用算法 1 所得到的母线 1, 2, 3 的最优出力.通过比较分析可知,步长越大,计算所得的经济调度问题的最优值相对于实际最优值的误差越大.同时,以步长 α 由 0.02 递减到 0 的情况为例,仿真分析了递减的步长对算法的影响.算法均进行 100 次迭代,且以 $d = (0.02 - 0)/100$ 为公差对步长进行等差递减.在 $\alpha = 0.02$ 和 $\alpha = 0.005$ 两种情况下,算法收敛速度和精度的对比结果如图 9 和表 2 所示.可以观察到,步长由 0.02 递减到 0 时,所提出的分布式算法的收敛速度与步长为 0.02 时的

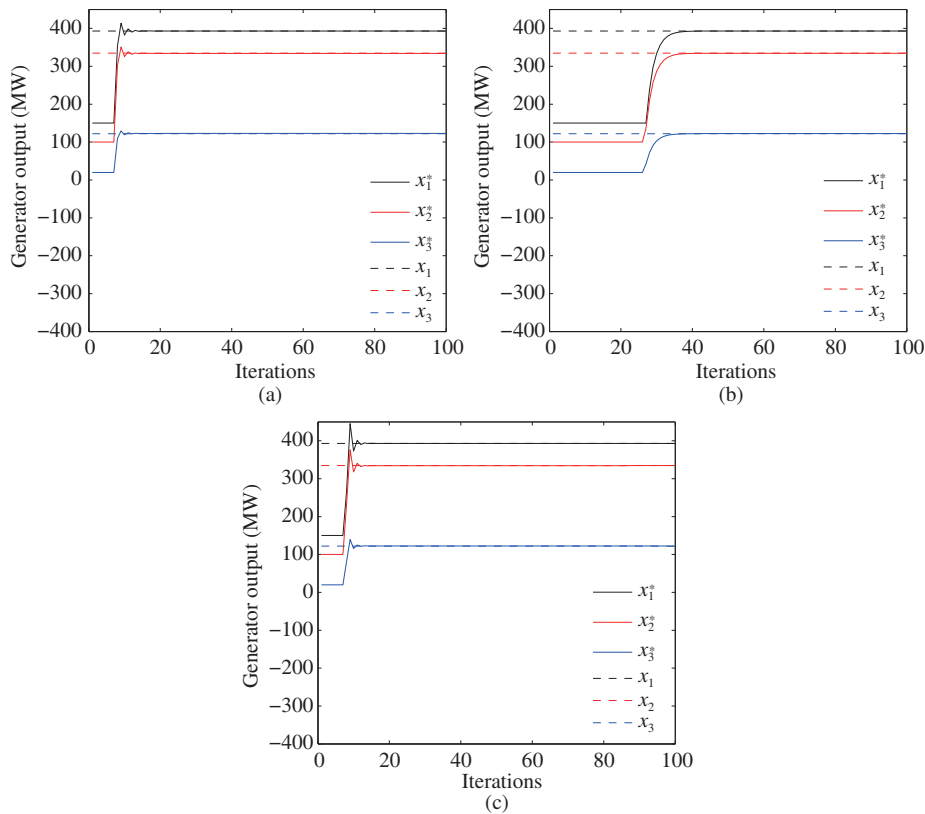


图 9 (网络版彩图) 递减步长下出力的收敛曲线

Figure 9 (Color online) Convergence behavior of the generator output with a diminishing step size. (a) $\alpha = 0.02$; (b) $\alpha = 0.005$; (c) $\alpha = 0.02 \rightarrow 0$

收敛速度相差不大, 而计算精度却大大提高. 与步长为 0.005 时相比, 各个变量所得解与最优值的误差有增有减, 而收敛速度大大增加. 综上分析可以得出, 在算法可收敛范围内, 步长越大, 收敛速度越快, 计算的精度越低. 采用递减的步长在一定程度上可以实现算法在寻优准确性和收敛速度上的折衷.

为进一步验证所提出的分布式算法的可扩展性, 采用 IEEE 39 母线系统^[19]进行了仿真分析. IEEE 39 母线系统由 10 个发电机 (分别位于母线 30~39) 和 19 个负荷组成. 假设通信拓扑结构与各母线的物理连接相同, 发电机的参数如表 3 所示, 总负荷的功率需求为 3440 MW. 采用 3.1 小节的优化算法得到最优的增量成本为 $\lambda^* = 9.6566$ \$/MWh. 参数设置与 IEEE 9 母线系统相同, 即初值 $\hat{\lambda}_i(0) = \hat{\lambda}_j(0) = 0, \forall i, j \in \mathbb{N}, \alpha = 0.01, \varphi = 40$. 仿真结果如图 10 所示, 对 IEEE 9 母线系统和 IEEE 39 母线系统, 算法都具有较快的收敛速度.

6 结论与展望

针对电网中的经济调度问题, 提出了基于梯度下降和一致性的分布式优化算法. 所提出的算法不需要一个控制中心将全局信息传递给每条母线, 仅仅需要在相互连通的母线之间进行局部信息的传递. 相比于传统的集中式控制方法, 分布式算法在灵活性、鲁棒性等方面都具有明显的优势. 通过理论分析, 得出选择合适的步长和初值, 该算法的解可以任意地接近原问题的最优解. 仿真结果验证了所提

表 3 成本函数参数

Table 3 Parameters of the cost functions

G	a_i	b_i	c_i	x_i^{\min} (MW)	x_i^{\max} (MW)
G1	0.0046	7.065	135.88	135	500
G2	0.00111	3.53	214.92	214	400
G3	0.0029	7.58	78	108	400
G4	0.0045	2.24	127.69	127	500
G5	0.00104	8.53	232.56	100	600
G6	0.0029	7.85	240	200	500
G7	0.0021	3.375	44.628	44	300
G8	0.0032	9.435	234.48	234	500
G9	0.0047	6.45	74.6	74	400
G10	0.0048	8.71	172	172	600

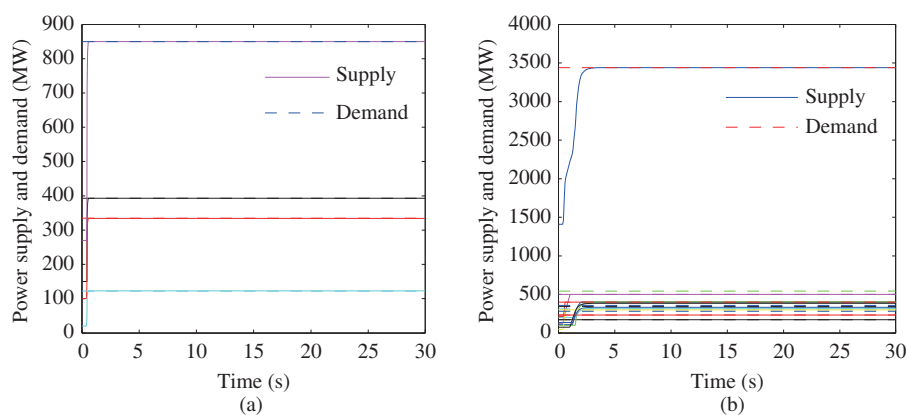


图 10 (网络版彩图) IEEE 9 母线和 IEEE 39 母线系统的电力供应收敛曲线

Figure 10 (Color online) Convergence of the power supply tested on the IEEE 9-bus and IEEE 39-bus system. (a) IEEE 9-bus; (b) IEEE 39-bus

出的算法的有效性,能够消耗最少的成本来实现供需平衡.当考虑传输过程损耗时,最优化问题(P1)中的等式约束将增加所有相邻母线之间输电线路的传输损耗之和这一常数项,该项在分布式算法的计算过程中可以拆分为局部母线之间的传输损耗.因此,提出的分布式算法仍然适用.通过仿真分析,发现一致性更新次数的增加和步长的减小都会使所提出的分布式算法具有更好的寻优效果,即计算结果将更加接近实际最优值.并且发现采用递减的步长在一定程度上可实现算法在寻优准确性和收敛速度上的折衷,接下来将致力于研究一致性更新次数和步长等参数的选取和调试方法,以更好地实现算法的寻优准确性和收敛速度的折衷.另外,本文采用的经济调度模型未考虑输电网络阻塞的问题.若考虑该问题,将导致很多相关母线在出力调整时受到复杂的限制,分布式算法的实现也将受到一定影响,这也是未来需要深入探究的问题.

参考文献

- 1 Xia X, Elaiw A M. Optimal dynamic economic dispatch of generation: a review. *Electric Power Syst Res*, 2010, 80: 975-986

- 2 Zhang Z, Chow M Y. Convergence analysis of the incremental cost consensus algorithm under different communication network topologies in a smart grid. *IEEE Trans Power Syst*, 2012, 27: 1761–1768
- 3 Yang S C, Tan S P, Xu J X. Consensus based approach for economic dispatch problem in a smart grid. *IEEE Trans Power Syst*, 2013, 28: 4416–4426
- 4 Xie L, Gu Y Z, Zhu X X, et al. Short-term spatio-temporal wind power forecast in robust look-ahead power system dispatch. *IEEE Trans Smart Grid*, 2014, 5: 511–520
- 5 Fan J Y, Zhang L. Real-time economic dispatch with line flow and emission constraints using quadratic programming. *IEEE Trans Power Syst*, 1998, 13: 320–325
- 6 Guo T, Henwood M I, van Ooijen M. An algorithm for combined heat and power economic dispatch. *IEEE Trans Power Syst*, 1996, 11: 1778–1784
- 7 Lin C E, Chen S T, Huang C L. A direct Newton-Raphson economic dispatch. *IEEE Trans Power Syst*, 1992, 7: 1149–1154
- 8 Bakirtzis A. Genetic algorithm solution to the economic dispatch problem. *IEEE Proc Gener Transm Distrib*, 1994, 141: 377–382
- 9 Gaing Z L. Particle swarm optimization to solving the economic dispatch considering the generator constraints. *IEEE Trans Power Syst*, 2003, 18: 1187–1195
- 10 D'Andrea R, Dullerud G E. Distributed control design for spatially interconnected systems. *IEEE Trans Autom Control*, 2003, 48: 1478–1495
- 11 Yu W W, Wen G H, Yu X H, et al. Bridging the gap between complex networks and smart grids. *J Control Decis*, 2014, 1: 102–114
- 12 Binetti G, Davoudi A, Lewis F L, et al. Distributed consensus-based economic dispatch with transmission losses. *IEEE Trans Power Syst*, 2014, 29: 1711–1720
- 13 Zhang Y, Rahbari-Asr N, Chow M Y. A robust distributed system incremental cost estimation algorithm for smart grid economic dispatch with communications information losses. *J Netw Comput Appl*, 2016, 59: 315–324
- 14 Guo F H, Wen C Y, Mao J F, et al. Distributed economic dispatch for smart grids with random wind power. *IEEE Trans Smart Grid*, 2016, 7: 1572–1583
- 15 Guo X Q, Yang Y, Zhu T Y. ESI: a novel three-phase inverter with leakage current attenuation for transformerless PV systems. *IEEE Trans Ind Electron*, 2018, 65: 2967–2974
- 16 Guo X Q, Yang Y, Zhang X. Advanced control of grid-connected current source converter under unbalanced grid voltage conditions. *IEEE Trans Ind Electron*, 2018, 65: 9225–9233
- 17 Guo X Q, Yang Y, Wang X H. Optimal space vector modulation of current source converter for dc-link current ripple reduction. *IEEE Trans Ind Electron*, 2018. doi: 10.1109/TIE.2018.2835396
- 18 Guo X Q. A novel CH5 inverter for single-phase transformerless photovoltaic system applications. *IEEE Trans Circ Syst II*, 2017, 64: 1197–1201
- 19 Xie J, Chen K X, Yue D, et al. Distributed economic dispatch based on consensus algorithm of multi agent system for power system. *Electric Power Autom Eq*, 2016, 36: 112–117 [谢俊, 陈凯旋, 岳东, 等. 基于多智能体系统一致性算法的电力系统分布式经济调度策略. *电力自动化设备*, 2016, 36: 112–117]
- 20 Binetti G, Davoudi A, Naso D, et al. A distributed auction-based algorithm for the nonconvex economic dispatch problem. *IEEE Trans Ind Inf*, 2014, 10: 1124–1132
- 21 Zhang W, Liu W X, Wang X, et al. Online optimal generation control based on constrained distributed gradient algorithm. *IEEE Trans Power Syst*, 2015, 30: 35–45
- 22 Li C J, Yu X H, Yu W W. Optimal economic dispatch by fast distributed gradient. In: *Proceedings of International Conference on Control Automation Robotics and Vision*, Singapore, 2014. 571–576
- 23 Xu T, Wu W C, Sun H B, et al. Fully distributed multi-area dynamic economic dispatch method with second-order convergence for active distribution networks. *IET Gener Transm Distrib*, 2017, 11: 3955–3965
- 24 Chen G, Zhao Z Y. Delay effects on consensus-based distributed economic dispatch algorithm in microgrid. *IEEE Trans Power Syst*, 2018, 33: 602–612
- 25 Bai L, Ye M J, Sun C, et al. Distributed economic dispatch control via saddle point dynamics and consensus algorithms. *IEEE Trans Control Syst Technol*, 2017. doi: 10.1109/TCST.2017.2776222
- 26 Yang S, Li X L, Jia S J, et al. Distributed economic dispatch strategy for smart grids considering environmental

- factors. *Electr Energy Manage Technol*, 2017, 16: 57–65 [杨思, 李雪亮, 贾善杰, 等. 计及环境因素的智能电网分布式经济调度策略. *电器与能效管理技术*, 2017, 16: 57–65]
- 27 Yi P, Hong Y G, Liu F. Initialization-free distributed algorithms for optimal resource allocation with feasibility constraints and application to economic dispatch of power systems. *Automatica*, 2016, 74: 259–269
 - 28 Zhang X, Li N, Papachristodoulou A. Achieving real-time economic dispatch in power networks via a saddle point design approach. In: *Proceedings of IEEE Power and Energy Society General Meeting*, Denver, 2015
 - 29 Wood A J, Wollenberg B F, Sheble G B. *Power Generation, Operation, and Control*. New York: Wiley, 2012
 - 30 Hug G, Kar S, Wu C. Consensus + innovations approach for distributed multiagent coordination in a microgrid. *IEEE Trans Smart Grid*, 2015, 6: 1893–1903
 - 31 Bertsekas D P. *Nonlinear Programming*. Nashua: Athena Scientific, 1995
 - 32 Boyd S, Vandenberghe L. *Convex Optimization*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004
 - 33 Yang B, Johansson M. Distributed optimization and games: a tutorial overview. *Netw Control Syst*, 2011, 406: 109–148
 - 34 Boyd S, Diaconis P, Xiao L. Fastest mixing Markov chain on a graph. *SIAM Rev*, 2004, 46: 667–689
 - 35 Hastings W K. Monte carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, 1970, 57: 97–109
 - 36 Johansson B, Keviczky T, Johansson M, et al. Subgradient methods and consensus algorithms for solving convex optimization problems. In: *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, Cancun, 2008. 4185–4190
 - 37 Nedić A. Subgradient methods for convex minimization. Dissertation for Ph.D. Degree. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2002
 - 38 Rudin W. *Principles of Mathematical Analysis*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1976

Distributed algorithm for economic dispatch based on gradient descent and consensus in power grid

Kai MA¹, Yangqing YU¹, Shanying ZHU^{2*}, Jie YANG^{1*} & Xinping GUAN²

1. *School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;*

2. *School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China*

* Corresponding author. E-mail: shyzhu@sjtu.edu.cn, jyangsu@ysu.edu.cn

Abstract This study aims to propose, a distributed optimization algorithm to solve the economic dispatch problem encountered in power grids with the ultimate objective of minimizing the total generation cost. The proposed approach is based on the gradient descent method and the consensus protocol. No central unit was required to broadcast the global information to each bus, and only local information was exchanged between the neighboring buses to balance power supply and demand. Theoretical analysis revealed that the proposed algorithm can converge to the optimal solution of the primal problem by selecting the appropriate step size and initial values. Simulation studies on the IEEE 9-bus system were conducted to show the validity of the proposed algorithm.

Keywords economic dispatch, distributed algorithms, gradient descent method, consensus algorithm, communication topology



Kai MA received his B.E. degree in Automation and Ph.D. degree in control science and engineering from Yanshan University, China, in 2005 and 2011, respectively. In 2011, he joined Yanshan University. From 2013 to 2014, he was a postdoctoral research fellow at the Nanyang Technological University, Singapore. He is currently an associate professor with the Department of Automation, School of Electrical Engineering, Yanshan University, China. His re-

search interests include demand responses in smart grids and resource allocation in communication networks.



Yangqing YU received her B.Eng. degree in automation from the University of Science and Technology Liaoning in 2015. She is currently pursuing her master's degree in control theory and control engineering at the Yanshan University. Her research interests include demand response and economic dispatch in smart grids.



Shanying ZHU received his B.S. degree in information and computing science from the North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou, China, in 2006. In 2008, he received his M.S. degree in applied mathematics from the Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, China; and the Ph.D. degree in control theory and control engineering from the Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, China, in 2013. From

2013 to 2015, he served as a research fellow at the School of Electrical and Electronic Engineering, Nanyang Technological University, Singapore and the Berkeley Education Alliance for Research, Singapore. He is currently an associate professor in the Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, China. His research interests include on multi-agent systems and industrial control systems, particularly the coordination control of mobile robots and distributed estimation and optimization in sensor networks.



Jie YANG received her B.Eng. degree in electrical engineering and automation and her master's degree in control theory and control engineering from the Yanshan University in 2006 and 2009, respectively. She received her Ph.D. degree in control science and engineering from Tianjin University in 2015. She is currently an associate professor at the Yanshan University. Her research interests include economical dispatch in power systems.