



基于事件触发的微电网经济分配一致性算法

宋超, 禹梅*, 谭文

华北电力大学控制与计算机工程学院, 北京 102206

* 通信作者. E-mail: meiyu@ncepu.edu.cn

收稿日期: 2018-04-01; 接受日期: 2018-04-17; 网络出版日期: 2018-10-12

北京市自然科学基金 (批准号: 4122075)、国家自然科学基金 (批准号: 61573138) 和中央高校基础研究基金资助项目

摘要 本文提出了一种基于事件触发的微电网经济分配问题 (economic dispatch problem, EDP) 一致性算法. 该方案基于多智能体的一致性, 每个智能体只需要获取其本地成本参数、本地负荷和邻域信息. 通过每个智能体参与邻域信息交换和本地计算, 经济分配经过迭代后收敛到最优值. 进一步考虑加入事件触发来减少智能体计算以及与邻居通信的频率. 这样可以节约通信带宽和能源, 符合经济分配的经济性要求. 仿真实验进一步说明了该方案的有效性.

关键词 一致性算法, 事件触发, 经济分配问题, 多智能体系统, 微电网

1 引言

在电力系统中, 逐渐有越来越多的分布式发电能源、分布式储能系统, 以及负荷参与到电力供需平衡的过程中. 因此, 未来电力系统的结构可能由多个不同大小的单元构成, 这些单元不仅在内部协调其发电功率和负荷, 还与其邻居交换或贸易一定量的电力. 这种单元称为微电网^[1~3]. 经济分配问题是电力系统运行中的一个重要问题. 文献中通常将经济分配问题描述为优化问题. 解决经济分配问题就是寻找一个发电机输出组合, 在保持功率平衡限制的同时, 产生最低的运行成本^[4]. 现有的文献中已经有相关的计算方法用于解决经济分配问题, 例如遗传算法、蚁群算法等. 这些方法和集中式的经济分配方法都需要有一个系统的信息控制中心. 但实际上, 从每个发电机/负荷收集详细信息可能会带来额外的成本. 而且, 智能电网中一个小的变化可能会导致重新设计集中式算法. 因此, 分布式算法可以享有信息需求较少、鲁棒性强和可扩展性强的优点^[5].

近来, 分布式控制算法被广泛用于解决经济分配问题. 文献 [6~8] 提出了一个基于一致性的算法来实现分布式经济分配, 其中需要确定一个了解总体需求的领导者来保证电力供需平衡. 文献 [9] 提出了一种基于二分法的一致性算法. 文献 [10] 提出的分布式算法能保证供需平衡总是满足的, 但需要智能体之间的通信拓扑是强连通的. 文献 [11] 提出了两种并行的一致性算法来解决考虑输电线路损

引用格式: 宋超, 禹梅, 谭文. 基于事件触发的微电网经济分配一致性算法. 中国科学: 信息科学, 2018, 48: 1395–1408, doi: 10.1360/N112018-00020
Song C, Yu M, Tan W. Event-triggered-based consensus approach for economic dispatch problem in a microgrid (in Chinese). Sci Sin Inform, 2018, 48: 1395–1408, doi: 10.1360/N112018-00020

耗和发电机约束的经济分配问题. 文献 [12] 提出了基于一致性的分布式算法, 即使在微电网的瞬态过程中, 供需平衡约束也总是得到满足. 文献 [13] 应用一致性算法, 以发电机组的增量成本 (IC) 与柔性负荷的增量效益 (IB) 作为一致性变量, 设计一致性算法实现计及柔性负荷的电力系统分布式经济调度以及用于微电网中的分布式方法. 文献 [14] 提出了一种基于多智能体系统的孤立微电网功率经济分配方法. 该方法结合下垂控制与多智能体一致性理论, 通过下垂控制实现电网功率平衡, 并使用基于一致性理论的功率控制器协调控制各个电源出力, 最终达到微电网功率经济分配. 目前研究大多数集中在构造多智能体系统的模型以确保互操作性来实现共同的目标^[6~11, 14], 或者确定通信结构^[5, 12], 这些文献仅考虑发电机而没有负荷, 这样很难实现负荷参与发电/需求平衡的过程. 而文献 [13] 定义了负荷智能体使得柔性负荷可以参与经济分配, 但这样增加了计算负担和复杂度.

对于多智能体系统, 在过去几年中事件触发机制得到了广泛研究. 文献 [15] 结果表明基于事件触发机制, 一些简单的系统可以获得更好的性能. 文献 [16] 研究了一个基于反馈模型的事件触发调度器, 结果显示能达到预期性能, 并可以放宽传统周期执行器的要求. 在文献 [17] 中, 基于与智能体状态无关的事件触发方法, 所提出的控制策略可以保证渐近收敛到平均值或者渐近收敛到以均值为中心的球体内.

受上述参考文献以及文献 [18] 的启发, 考虑采用基于事件触发的一致性算法来解决微电网中的经济分配问题. 与文献 [5, 6, 12] 不同, 本文不需要定义领导者智能体, 通信拓扑也不需要是强连通的. 所提出的方案使负荷也可以参与电力生产/需求平衡的过程, 从而更好地满足即插即用. 本文引入事件触发机制, 可以在连通的任何大小无向拓扑下收敛到最优值. 加入事件触发机制后, 每个智能体与邻居通信的频率减少, 并且发电机节点不需要在每次迭代时改变其输出功率, 所消耗的资源能量和通信带宽将会减少. 当负荷不断变化时, 这个特点很具有吸引力, 它可以满足电网的经济性要求. 而且实验表明所提出的分布式方案能有效解决基于发电机容量限制下的经济分配问题.

2 问题形成

本节将介绍基本的图论和经济分配问题的解决方案.

2.1 图论

在本文中, n 个智能体之间的连接关系用无向图 $G = (V, \varepsilon, A)$ 来表示, 其中 $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 为点集, $\varepsilon \subseteq V \times V$ 为边集. $A = \{a_{ij}\}$ 为邻接矩阵, 其中, $a_{ii} = 0$, 且 $a_{ij} \geq 0$ ($i \neq j$). 如果 $(j, i) \in \varepsilon$, 则点 i, j 是连通的, 即 i 能接收到 j 的信息, 此时 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$. 若任意两点间均是连通的, 则称图 G 为连通图. 特别地, 对于无向图来说, (i, j) 等价于 (j, i) , 即 $a_{ij} = a_{ji}$. 因此, 定义顶点 i 的邻居集合为 $N_i = \{j \in V : (j, i) \in \varepsilon\}$. 令 $d_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}$ 为顶点 i 的入度, 则 G 的 Laplace 矩阵定义为 $L = Dr - A$, 其中 $Dr = \text{diag}\{d_i\}$. 如果 G 是连通的, 那么 G 的 Laplace 矩阵 L 的特征值有一个零特征值 $0 = \gamma_1(L) < \gamma_2(L) \leq \dots \leq \gamma_n(L)$ ^[19].

2.2 经济分配问题

微电网通常包含多个连接负荷或不连接负荷的发电机组, 经济分配的目标是使在供应系统负荷 D 过程中产生的总发电成本最小化. 不失一般性, 假设有 n 台发电机, n_l 个负荷在微网中以孤岛模式工作. 发电机和负荷分别由 G_i 和 L_k 表示, 其中, $i \in \{1, \dots, n\}$, $k \in \{1, \dots, n_l\}$. 将发电机 G_i 在输出功

率为 P_{G_i} 时的发电成本建模为二次函数:

$$C_i(P_{G_i}) = a_i P_{G_i}^2 + b_i P_{G_i} + c_i, \quad (1)$$

式中, a_i, b_i, c_i 为成本参数. 那么经济分配问题就相当于一个优化问题:

$$\min \sum_{i=1}^n C_i(P_{G_i}) \quad (2)$$

受以下两个限制:

- 供需平衡

$$\sum_{i=1}^n P_{G_i} = \sum_{i=1}^{n_l} P_{L_i} = D, \quad (3)$$

- 发电功率限制

$$0 \leq P_{G_i} \leq P_{G_i, \max}, \quad (4)$$

式中, P_{L_i} 是由负荷 L_i 消耗的功率, D 是要提供的总功率, $P_{G_i, \max}$ 是发电机 G_i 的最大发电功率.

假设每台发电机 G_i 的发电功率没有限制, 则式 (2) 和 (3) 中优化问题的 Lagrange 函数可以写成

$$l(\lambda_i) = \sum_{i=1}^n C_i(P_{G_i}) + \lambda_i \left(D - \sum_{i=1}^n P_{G_i} \right), \quad (5)$$

式中, λ_i 为增量成本. 根据一阶最优条件 $\frac{\partial l(\lambda)}{\partial P_{G_i}} = 0$, 可以得到最优的增量成本和最优的输出功率之间的关系:

$$\lambda^* = \lambda_i^* = 2a_i P_{G_i}^* + b_i, \quad (6)$$

也就是说, 最佳解决方案对应于所有发电机的增量成本 λ_i 等于 λ^* .

由于 $\sum_{i=1}^n P_{G_i} = D$, $P_{G_i}^*$ 也满足此条件, 可以得到

$$\lambda^* = \frac{D + \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{2a_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2a_i}}. \quad (7)$$

接下来, 考虑发电机 G_i 的功率要满足限制 (4), 超出限制的输出功率只能为限制的最大值或者最小值, 则在上述最优解决方案中,

$$\begin{cases} \lambda^* = 2a_i P_{G_i} + b_i, & 0 < P_{G_i} < P_{G_i, \max}; \\ \lambda^* \geq 2a_i P_{G_i, \max} + b_i, & P_{G_i} \geq P_{G_i, \max}; \\ \lambda^* \leq b_i, & P_{G_i} \leq 0. \end{cases} \quad (8)$$

假设集合 Θ 表示发电功率未达到功率限制的发电机集合, $\bar{\Theta}$ 表示发电功率达到或超出功率限制的发电机集合. \bar{P}_{G_i} 表示有发电机功率限制下的最优输出功率. 注意到需要提供的总功率由未达到和已达到发电机功率限制的发电机共同提供, 即

$$D = \sum_{i \in \Theta} \bar{P}_{G_i} + \sum_{i \in \bar{\Theta}} \bar{P}_{G_i}. \quad (9)$$

假设 $\bar{\lambda}$ 表示在具有发电功率约束下的最佳增量成本, 则在有发电机达到功率限制的条件下, 未达到功率限制的发电机的最优输出功率可由下式得到:

$$\bar{P}_{G_i} = \frac{\bar{\lambda}_i - b_i}{2a_i}, \quad i \in \Theta, \quad (10)$$

在这种情况下, $\bar{\lambda}_i = \lambda_i^*$.

根据式 (6) 和 $\sum_{i=1}^n P_{G_i} = D$, 可以得到

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{\lambda^*}{2a_i} - \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{2a_i} = \sum_{i \in \Theta} \frac{\lambda^*}{2a_i} - \sum_{i \in \Theta} \frac{b_i}{2a_i} + \sum_{i \in \Theta} \frac{\lambda^*}{2a_i} - \sum_{i \in \Theta} \frac{b_i}{2a_i}, \quad (11)$$

由于超出功率限制的部分功率需要由未达到功率限制的发电机继续提供,

$$D = \sum_{i \in \Theta} \bar{P}_{G_i} + \sum_{i \in \Theta} \frac{\bar{\lambda}}{2a_i} - \sum_{i \in \Theta} \frac{b_i}{2a_i}. \quad (12)$$

根据以上等式可以得到有功率限制和无功率限制最优增量成本之间的关系:

$$\bar{\lambda} = \lambda^* + \frac{\sum_{i \in \Theta} (\frac{\lambda^*}{2a_i} - \frac{b_i}{2a_i} - \bar{P}_{G_i})}{\sum_{i \in \Theta} \frac{1}{2a_i}}, \quad (13)$$

那么发电功率限制下的最优发电功率如下:

$$\bar{P}_{G_i} = \begin{cases} \frac{\bar{\lambda}_i - b_i}{2a_i}, & 0 < P_{G_i} < P_{G_i \max}; \\ P_{G_i \max}, & P_{G_i} \geq P_{G_i \max}; \\ 0, & P_{G_i} \leq 0. \end{cases} \quad (14)$$

3 一致性算法

3.1 基于事件触发的一致性算法

假设每个智能体代表一个发电机, 其状态为增量成本. 为了解决经济分配问题, 提出了基于计算本地变量 (增量成本 λ) 和在网络拓扑之间传递协作信息的分布式方法. 当每个智能体迭代地获得通信网络对增量成本的准确估计时, 能够使每个智能体的增量成本达到最优 $\lambda_i \rightarrow \lambda^*$, 这样就能获得最优的增量成本, 从而能够获得最优发电功率.

首先定义辅助变量 ξ , 定义发电机的发电功率为 [18]:

$$P_{G_i}(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(\xi_j(t) - \xi_i(t)) + \sum_{k=1}^r d_{ik} P_{L_{ik}}, \quad (15)$$

式中, a_{ij} 表示发电机智能体 i 和 j 之间的通信权重, $P_{L_{ik}}$ 表示智能体 i 连接的负荷, d_{ik} 表示智能体 i 和连接的负荷 $P_{L_{ik}}$ 之间的权重. 如果有负荷连接, 那么 $d_{ik} = 1$; 否则 $d_{ik} = 0$. r 表示智能体 i 连接负荷的最大个数. 这样可以得到

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^r d_{ik} P_{L_{ik}} = D. \quad (16)$$

假设智能体之间的通信时刻由 t 表示. 每个智能体执行以下协议:

$$\dot{\xi}_i(t) = \lambda_i(t), \quad (17)$$

$$\frac{1}{2a_i} \dot{\lambda}_i(t) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n a_{ij} (\lambda_j(t) - \lambda_i(t)) + \frac{1}{2} \dot{P}_{G_i}(t), \quad (18)$$

$$P_{G_i}(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} (\xi_j(t) - \xi_i(t)) + \sum_{k=1}^r d_{ik} P_{L_{ik}}, \quad (19)$$

其中, $\lambda_i(t)$ 为增量成本, $P_{G_i}(t)$ 为第 i 个智能体中发电机的输出功率. 由于

$$\sum_{i=1}^n P_{G_i}(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} (\xi_j(t) - \xi_i(t)) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^r d_{ik} P_{L_{ik}} = D, \quad (20)$$

所以供需平衡条件是始终满足的.

将式 (18) 和 (20) 代入 (19) 可以得到

$$\frac{1}{2a_i} \dot{\lambda}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} (\lambda_j(t) - \lambda_i(t)). \quad (21)$$

定义 $\lambda(t) = [\lambda_1(t), \lambda_2(t), \dots, \lambda_n(t)]^T$, 那么

$$\dot{\lambda}(t) = -2ML\lambda(t), \quad (22)$$

式中, $M = \text{diag}\{a_i\}$, L 为 Laplace 矩阵.

引理1 ([18]) 假设微电网的通信拓扑是连通的, 通过式 (21) 可以得到: 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\lambda_1(t) = \lambda_2(t) = \dots = \lambda_n(t) = \lambda^*$, 并且

$$\lambda^* = \frac{D + \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{2a_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2a_i}}, \quad \text{当 } t \rightarrow \infty. \quad (23)$$

在此基础上, 引入一种基于上述算法的事件触发一致性算法来降低成本. 在多智能体系统中, 当智能体与其邻居通信时, 只有当状态误差超过阈值, 事件才会发生. 这样随着通信频率的降低, 所消耗的资源 and 能源将会减少. 将事件触发引入经济分配问题, 可以使发电机不需要频繁地改变输出功率.

基于集中式时间触发, 假设 $\tau(1), \tau(2), \dots, \tau(m) \dots$ 为所有智能体触发的时间, 其中 m 为事件触发的次数. 定义上一次触发时的状态和智能体的实时状态之间的状态测量误差为

$$e(t) = \hat{\lambda}(t) - \lambda(t), \quad t \in [\tau(m), \tau(m+1)], \quad (24)$$

其中, $e(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_n(t)]^T$, $\hat{\lambda}(t)$ 表示智能体上一次事件触发时的状态, $\hat{\lambda}(t) = \lambda(\tau(m))$.

定义误差向量 $\delta(t) = \lambda(t) - \lambda^* \mathbf{1}$, $\mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]^T$. 那么状态向量可以表示为 $\lambda(t) = \lambda^* \mathbf{1} + \delta(t)$. 这样可以得到

$$\dot{\delta}(t) = \dot{\lambda}(t). \quad (25)$$

定义一个触发函数为

$$f(e(t)) = \|e(t)\| - \sigma \frac{\gamma_2(ML)\|\delta\|}{\|ML\|}, \quad (26)$$

其中, $\|e(t)\|$, $\|\delta\|$, $\|L\|$ 分别表示状态测量误差、误差向量、 L 矩阵的范数. σ 是一个常数且满足 $0 < \sigma < 1$, $\gamma_2(L)$ 是 L 的第 2 小特征值. 当每个智能体上次触发时的增量成本与实时增量成本的误差不低于阈值 $\sigma \frac{\gamma_2(ML)\|\delta\|}{\|ML\|}$, 即 $f(e(t)) \geq 0$ 时, 在经济分配分布式方案中, 执行如下基于事件触发协议:

$$\dot{\xi}_i(t) = \hat{\lambda}_i(t), \quad (27)$$

$$\frac{1}{2a_i} \dot{\lambda}_i(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_{ij} (\hat{\lambda}_j(t) - \hat{\lambda}_i(t)) + \frac{1}{2} \dot{P}_{G_i}(t), \quad (28)$$

$$P_{G_i}(t) = \sum_{i=1}^n a_{ij} (\xi_j(t) - \xi_i(t)) + \sum_{k=1}^r d_{ik} P_{L_{ik}}. \quad (29)$$

化简式 (27)~(29) 后的矩阵形式为

$$\dot{\lambda}(t) = -2ML\hat{\lambda}(t). \quad (30)$$

定理1 对于一个连通和具有无向拓扑多智能体系统, 当 $f(e_i(t)) \geq 0$ 时, 智能体执行协议 (27)~(29), 那么设计的协议可以解决一致性问题, 也就是当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\lambda_i(t) \rightarrow \lambda^*$.

证明 选择一个与误差向量有关的 Lyapunov 函数为 $V(\delta) = \frac{1}{2}\|\delta\|^2$. V 关于时间的微分为

$$\dot{V} = \delta^T \dot{\delta} = -2\delta^T ML(\delta + e + \lambda^* \mathbf{1}) = -2\delta^T ML\delta - 2\delta^T ML e.$$

由于 $\delta^T ML\delta \geq \gamma_2(ML)\|\delta\|^2$, 可以得到

$$\dot{V} \leq -2\gamma_2(ML)\|\delta\|^2 + 2\|\delta\|\|ML\|\|e\|.$$

保证选择的 Lyapunov 函数单调递减的充分条件是保持

$$\|e\| \leq \sigma \frac{\gamma_2(ML)\|\delta\|}{\|ML\|},$$

其中, $0 < \sigma < 1$. 那么

$$\dot{V} \leq 2(\sigma - 1)\gamma_2(ML)\|\delta\|^2 < 0.$$

因此, $\lim_{t \rightarrow \infty} \delta(t) = 0$. 那么当 $t \rightarrow \infty$, 所有的智能体将收敛到它们的一致状态.

为了避免 Zeno 现象, 需要说明事件触发时间间隔应该存在一个正常数的下界.

定义 $x = \frac{\|e\|}{\|\delta\|}$, 类似文献 [20] 的证明, 可以得到

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{(e^T e)^{-1/2} e^T \dot{e} (\delta^T \delta)^{1/2} - (\delta^T \delta)^{-1/2} \delta^T \dot{\delta} (e^T e)^{1/2}}{\delta^T \delta} \\ &= -\frac{e^T \dot{\delta}}{\|e\|\|\delta\|} - \frac{\delta^T \dot{e}}{\|\delta\|^2 \|\delta\|} \\ &\leq \frac{\|e\|\|\dot{\delta}\|}{\|e\|\|\delta\|} + \frac{\|\dot{e}\| \|e\|}{\|\delta\| \|\delta\|} = (1+x) \frac{\|\dot{\delta}\|}{\|\delta\|} \\ &\leq (1+x) \frac{2\|ML\|(\|\delta\| + \|e\|)}{\|\delta\|} = 2\|ML\|(1+x)^2, \end{aligned} \quad (31)$$

那么可以得到 x 满足约束 $x(t) \leq \varphi(t, \varphi_0)$, 其中, $\varphi(t, \varphi_0)$ 是

$$\dot{\varphi} = 2\|ML\|(1+\varphi)^2, \quad \varphi(t, \varphi_0) = \varphi_0$$

的解.

根据触发条件

$$\|e\| \leq \sigma \frac{\gamma_2(ML)\|\delta\|}{\|ML\|},$$

可以得到事件触发间隔时间是有下界 τ_0 的, τ_0 满足

$$\varphi(\tau_0, 0) = \sigma \frac{\gamma_2(ML)}{\|ML\|}.$$

上述微分方程的解为

$$\varphi(\tau_0, 0) = \frac{2\tau_0\|ML\|}{1 - 2\tau_0\|ML\|}.$$

因此, τ_0 满足

$$\tau_0 = \frac{\sigma\gamma_2(ML)}{2\|ML\|(\|ML\| + \sigma\gamma_2(ML))} > 0.$$

这样, 时间间隔区间有一个正的下限. 事件触发的过程中没有积累点, 所以可以避免 Zeno 行为.

在没有发电机功率限制条件下, 得到最优增量成本后, 每个智能体对应的最优发电功率可由 $P_{G_i}^* = \frac{\lambda^* - b_i}{2a_i}$.

3.2 考虑发电功率限制的分布式方案

当考虑发电机功率限制时, 在每个采样时间内, 需要检查发电机的预估发电功率. 如果每个发电机的输出功率超出发电机功率限制区间 $[0, P_{G_i, \max}]$, 那么发电功率将分别被更新为区间上界或者下界. 这样, 就可以确定发电功率未达到发电功率限制的发电机集合 Θ 和发电功率达到或者超出发电机功率限制的发电机集合 $\bar{\Theta}$.

类似文献 [21], 定义两个辅助变量 μ_i 和 ϕ_i . 应用以下分布式算法来解发电机约束下的最优问题:

$$\dot{\mu}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(\hat{\mu}_j(t) - \hat{\mu}_i(t)), \quad (32)$$

$$\dot{\phi}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(\hat{\phi}_j(t) - \hat{\phi}_i(t)), \quad (33)$$

其初始值

$$\mu_i(0) = \begin{cases} \frac{\lambda^*}{2a_i} - \frac{b_i}{2a_i} - \bar{P}_{G_i}, & i \in \bar{\Theta}; \\ 0, & i \in \Theta, \end{cases} \quad (34)$$

$$\phi_i(0) = \begin{cases} \frac{1}{2a_i}, & i \in \Theta; \\ 0, & i \in \bar{\Theta}. \end{cases} \quad (35)$$

类似定理 1 和引理 1 的证明, $\mu_1^* = \mu_2^* = \dots = \mu_n^* = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i(0)}{n}$, $\phi_1^* = \phi_2^* = \dots = \phi_n^* = \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i(0)}{n}$, 以上算法可以解决均值一致性问题, 也就是当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\mu_i \rightarrow \frac{1}{n} \sum_{i \in \bar{\Theta}} (\frac{\lambda^*}{2a_i} - \frac{b_i}{2a_i} - \bar{P}_{G_i})$, $\phi_i \rightarrow \frac{1}{n} \sum_{i \in \Theta} \frac{1}{2a_i}$. 那么发电机约束下的最优增量成本为

$$\bar{\lambda} = \lambda^* + \frac{\mu_i}{\phi_i}. \quad (36)$$

每个发电机对应的最优发电功率由 (14) 可得.

表 1 发电机参数
Table 1 Generator parameters

Agent	a_i (\$/MW ²)	b_i (\$/MW)	$P_{G_i \max}$ (MW)
1	0.04	2.0	70
2	0.035	1.3	80
3	0.02	2.8	50
4	0.03	3.0	90
5	0.05	3.5	80

定理2 假设发电机之间的通信是连通的. 执行基于事件触发的协议 (32)~(35), 那么设计的协议解决了发电功率限制下的经济分配问题, 也就是当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\lambda_i(t) \rightarrow \bar{\lambda}$, $P_{G_i}(t) \rightarrow \bar{P}_{G_i}$.

因此, 一致性算法的流程如算法 1 所示.

算法 1 算法流程

初始值: $\lambda(0), P_{L_{ik}}, P_{G_i}(0)$;

迭代: $\dot{\xi}_i(t) = \hat{\lambda}_i(t)$,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2a_i} \dot{\lambda}_i(t) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n a_{ij} (\hat{\lambda}_j(t) - \hat{\lambda}_i(t)) + \frac{1}{2} \dot{P}_{G_i}(t), \\ P_{G_i}(t) &= \sum_{j=1}^n a_{ij} (\xi_j(t) - \xi_i(t)) + \sum_{k=1}^r d_{ik} P_{L_{ik}}; \end{aligned}$$

1: $P_{G_i}^* \leftarrow \frac{\lambda_i^* - b_i}{2a_i}$;

2: 如果 $P_{G_i}^* < 0$, 那么 $P_{G_i}^* = 0$; 如果 $P_{G_i}^* > P_{G_i \max}$, 那么 $P_{G_i}^* = P_{G_i \max}$. 从而确定 $\Theta, \bar{\Theta}$;

3: $\mu_i(0) \leftarrow \begin{cases} \frac{\lambda^*}{2a_i} - \frac{b_i}{2a_i} - \bar{P}_{G_i}, & i \in \bar{\Theta}, \\ 0, & i \in \Theta; \end{cases}$

4: $\phi_i(0) \leftarrow \begin{cases} \frac{1}{2a_i}, & i \in \Theta, \\ 0, & i \in \bar{\Theta}. \end{cases}$

初始值: $\mu_i(0), \phi_i(0)$;

迭代: $\dot{\mu}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} (\hat{\mu}_j(t) - \hat{\mu}_i(t))$;

$$\dot{\phi}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} (\hat{\phi}_j(t) - \hat{\phi}_i(t));$$

5: $\bar{\lambda} \leftarrow \lambda^* + \frac{\mu_i}{\phi_i}$;

6: $\bar{P}_{G_i} \leftarrow \begin{cases} \frac{\lambda_i(t) - b_i}{2a_i}, & 0 < \frac{\lambda_i^*(t) - b_i}{2a_i} < P_{G_i \max}; \\ P_{G_i \max}, & \frac{\lambda_i^*(t) - b_i}{2a_i} \geq P_{G_i \max}; \\ 0, & \frac{\lambda_i^*(t) - b_i}{2a_i} \leq 0. \end{cases}$

结果: $\lambda^*, P_{G_i}^*$ 或者 $\bar{\lambda}, \bar{P}_{G_i}$.

4 仿真实验

首先介绍在不同条件下的仿真研究以验证所提出的方案. 仿真研究中, 假定微电网以孤岛模式工作, 并且包含 5 种类型的智能体, 分别命名为: 类型 1, 类型 2, 类型 3, 类型 4 和类型 5. 每种类型的智能体为一个发电机并连有负荷. 表 1 给出了发电机的成本函数参数和发电功率上界.

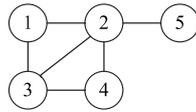


图 1 通信拓扑图一
Figure 1 Topology 1

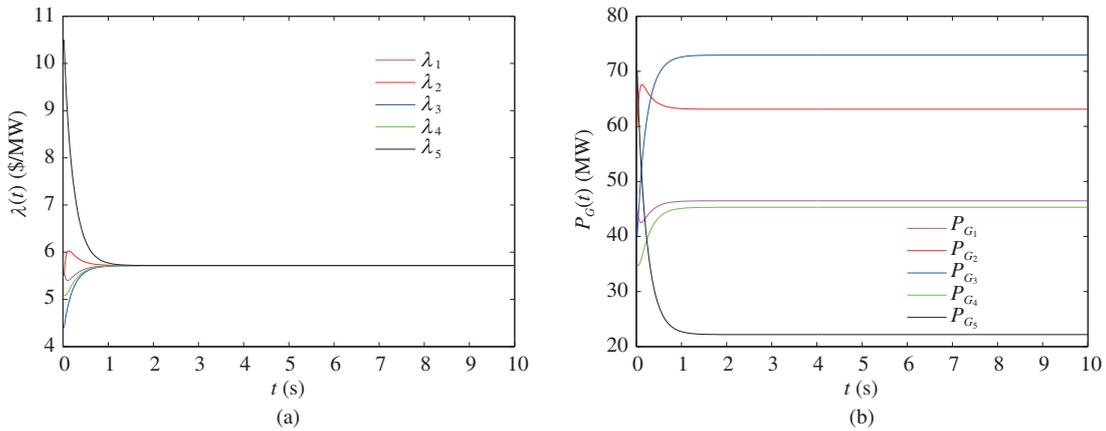


图 2 (网络版彩图) 一般一致性算法
Figure 2 (Color online) General consensus algorithm. (a) λ_i ; (b) P_{G_i}

4.1 仿真研究 1: 应用五 – 智能体系统进行测试

在仿真中, 假设每个发电机连接负荷均为固定值, 分别为 50, 60, 70, 30, 40 MW. 负荷均参与优化经济分配. 在微电网中, 各个智能体是连通的, 5 个智能体的通信拓扑是无向的且如图 1 所示. 为了简单起见, 假设通信拓扑中的权重为 1, 那么 Laplace 矩阵 L 为

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

接下来比较一般一致性算法与本文设计的基于事件触发的一致性算法. 假设智能体使用以前的经济分配计算中确定的增量成本为初始值 $\lambda_i(0)$.

在仿真中, 分别取采样时间 $\tau = 0.02$. 由 L 可知, $\gamma_2(ML) = 0.0654$. 选择 $f(e(t)) = \|e(t)\| - \frac{0.0654\sigma\|\lambda(t) - \lambda^*\mathbf{1}\|}{\|ML\|}$ 为触发函数, $\sigma = 0.8$.

在这个仿真研究中, 增量成本的变化和每个智能体在迭代中的发电功率分别如图 2 所示. 在图 2(a) 中, 增量成本在 3 s 内收敛到均值, 也就是最优增量成本 $\lambda^* = 5.7178$ \$/MW. 当每个智能体的增量成本为最优增量成本时, 由第 2 节中的一阶最优条件可知, 整个微电网提供负荷的发电成本最小. 图 2(b) 给出了随着增量成本变化, 各个智能体含有发电机的输出功率变化, 当增量成本达到最优时, 输出功率也分别达到各自的最优值. 从图 2(b) 可以看出, 5 个发电机的相应最优输出功率分别为 46.47, 63.11,

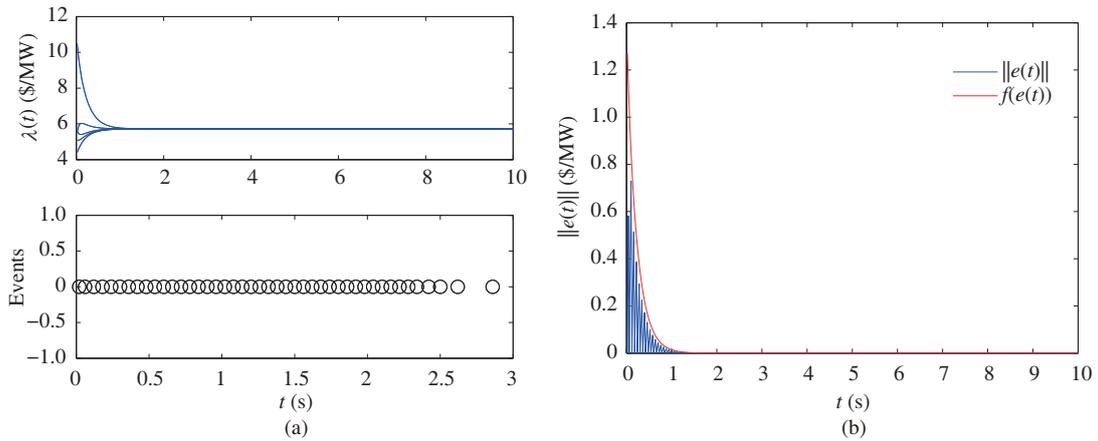


图 3 (网络版彩图) 基于事件触发算法

Figure 3 (Color online) Event-triggered algorithm. (a) λ and event-triggered instants; (b) state error $e(t)$

72.94, 45.29 和 22.17 MW. 由于采样时间 $\tau = 0.02$ s, 可以得知一致性变量在 150 步内收敛. 这似乎需要迭代很多步, 而发电机需要在每次迭代后更新其输出功率, 这是不可取的. 但是, 在考虑事件触发一致性算法的情况下, 收敛速度不变, 而发电机更新输出功率的频率大幅减少. 图 3 分别给出了加入事件触发后增量成本的变化情况和事件触发时对应的时刻 (圆圈对应的横坐标表示事件触发时刻) 以及状态误差. 从图 3(a) 中可以看出事件触发少于 30 次即完成了收敛. 图 3(b) 给出了每次迭代后状态误差的变化以及触发函数的变化, 当状态误差达到触发函数时触发迭代进行. 应用基于事件触发的一致性算法, 发电机更新输出功率的频率以及与其他智能体进行通信的频率大幅度降低, 这样可以大大减少能源和通信带宽的消耗, 符合经济性要求.

4.2 仿真研究 2: 考虑发电机功率限制的分布式方案

在这个仿真研究中, 考虑了发电机功率限制, 发电机的参数和通信拓扑图均和上一个仿真研究相同. 假设发电机连接的负荷均为固定负荷, 分别为 50, 60, 70, 30, 40 MW, 负荷均参与经济分配. 由上一个仿真案例可以看出, 智能体 3 的发电功率达到发电功率限制最大值. 那么应用考虑发电功率限制的方案, 那么可以确定集合 $\Theta = \{1, 2, 4, 5\}$, $\bar{\Theta} = \{3\}$, 从而可以根据式 (34), (35) 确定两个辅助变量初值分别为 $\mu_3(0) = 22.84$, $\mu_1(0) = \mu_2(0) = \mu_4(0) = \mu_5(0) = 0$, $\phi_1(0) = 12.5$, $\phi_2(0) = 14.29$, $\phi_3(0) = 0$, $\phi_4(0) = 16.67$, $\phi_5(0) = 10$. 应用算法 (32) 和 (33), 可以得到仿真结果如图 4 和 5. 那么根据式 (36) 可以计算出考虑发电功率限制下的最优增量成本为 $\bar{\lambda} = 6.1454$ \$/MW.

图 4(a) 和 5(a) 给出了两个辅助变量在迭代过程中的变化以及事件触发对应的时刻, 两个变量经过迭代后收敛到均值. 图 4(b) 和 5(b) 分别给出了触发函数和状态误差的变化情况. 假设发电功率限制在第 10 s 施加, 则增量成本和对应的输出功率的变化过程由图 6 所示. 增量成本和发电机输出功率在发电功率限制施加后仍然可以达到最优值. 这个仿真说明了定理 2 中的分布式方案能有效解决考虑发电功率限制下的经济分配问题, 达到最小化发电成本的目的.

4.3 仿真研究 3: 应用任意给定拓扑的五 - 智能体系统实验

为了证明所提出方案的性能, 选择另一个任意给定的连通无向通信拓扑来实验. 拓扑图如图 7 所示. 参数和初始条件均和仿真研究 1 中的相同. 增量成本和对应的发电机输出功率的变化如图 8 所

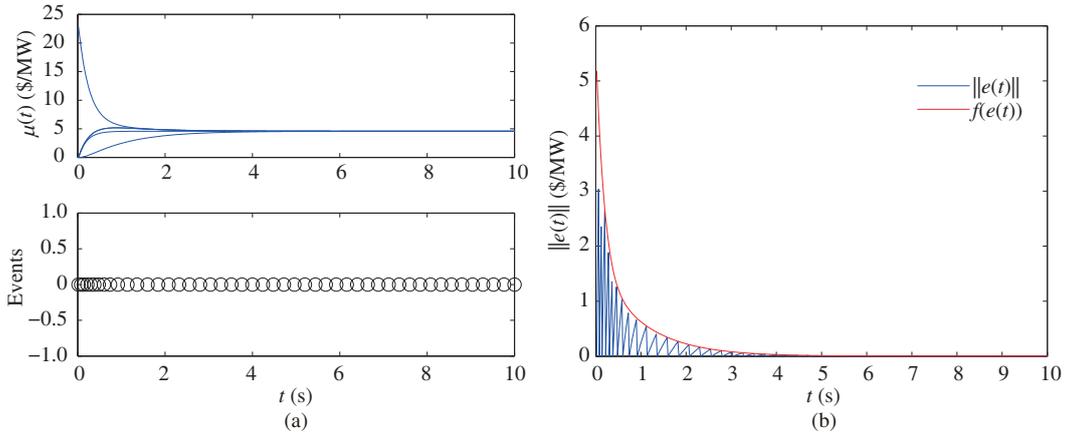


图 4 (网络版彩图) μ . (a) μ 和触发时刻; (b) 状态误差 $e(t)$
 Figure 4 (Color online) μ . (a) μ and event-triggered instants; (b) state error $e(t)$

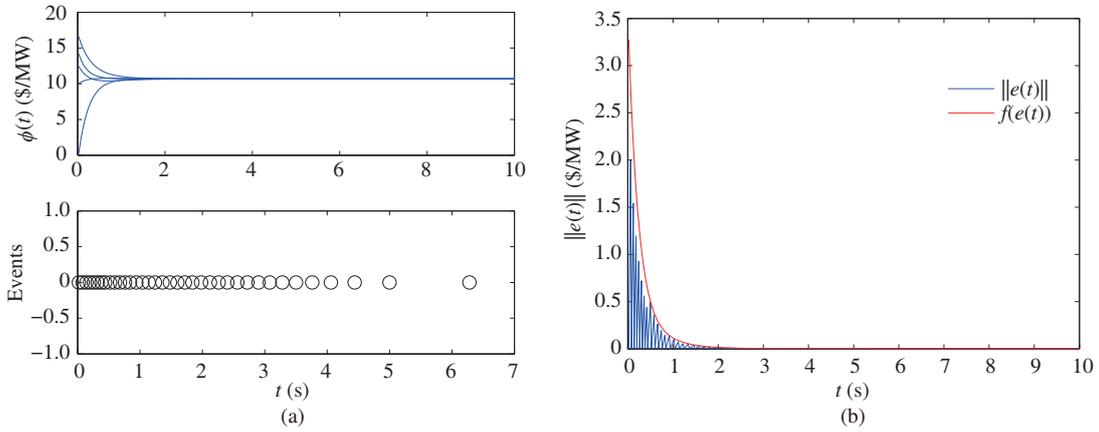


图 5 (网络版彩图) ϕ . (a) ϕ 和触发时刻; (b) 状态误差 $e(t)$
 Figure 5 (Color online) ϕ . (a) ϕ and event-triggered instants; (b) state error $e(t)$

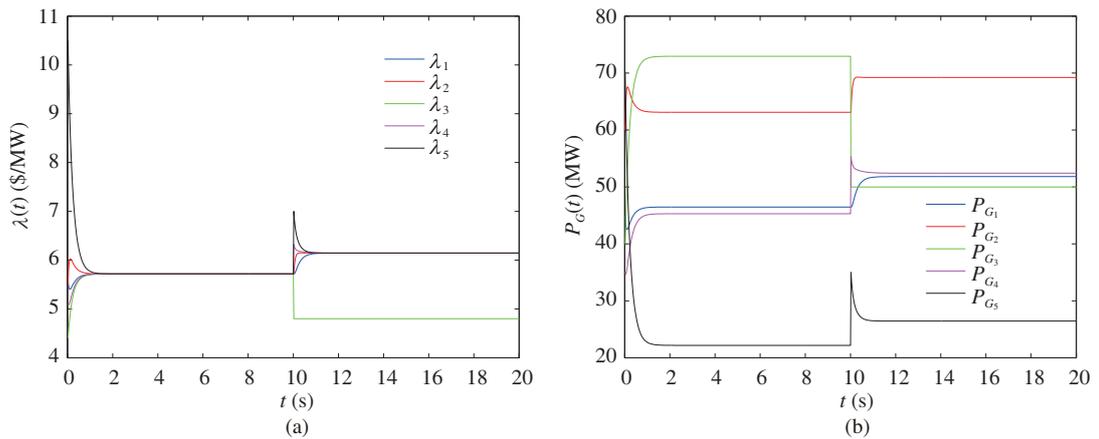


图 6 (网络版彩图) 功率限制施加前后的变化
 Figure 6 (Color online) The evolution before and after capacity constraints are imposed. (a) λ ; (b) P_{G_i}

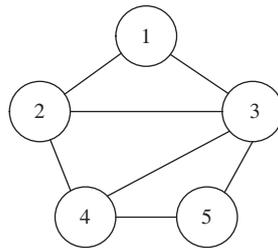


图 7 通信拓扑图二

Figure 7 Topology 2

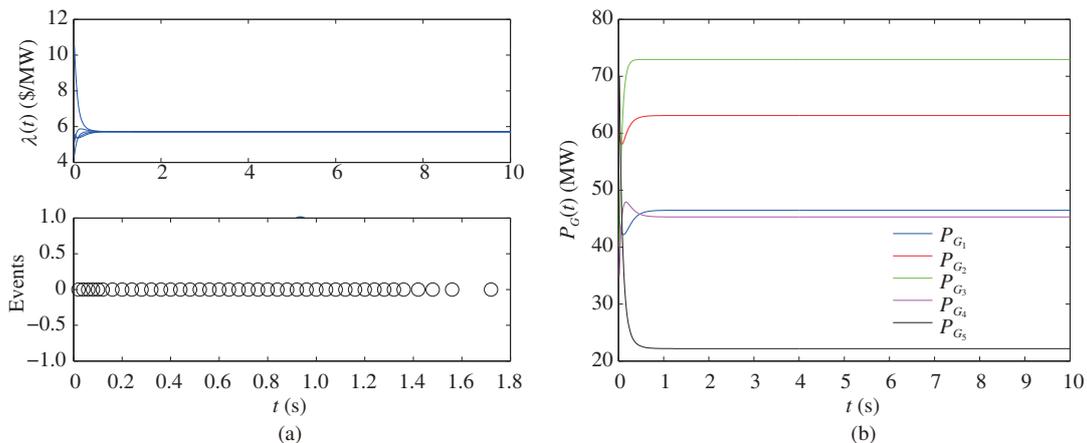


图 8 (网络版彩图) 另一给定拓扑下的基于事件触发算法

Figure 8 (Color online) Event-triggered algorithm with another given topology. (a) λ and event-triggered instants; (b) P_{G_i}

示. 从仿真结果中可以看出, 只要满足拓扑图是连通的无向的, 多智能体系统可以在给定的拓扑下渐近收敛到最优值. 发电机更新输出功率以及和其他智能体通信的频率大大减少, 说明了所提出方案的有效性.

5 结论

本文提出了一种基于事件触发的多智能体系统一致性算法, 用分布式方案来解决微电网中的经济分配问题. 所提出的方案使负荷能够参与电力供需平衡的过程, 满足了智能电网即插即用的要求. 通过所提出的分布式算法, 发电机更新输出功率以及和其他智能体通信的频率大大减少, 使得智能体在最小化生产成本的过程中节省了能源消耗并减少了通信带宽的浪费, 符合电网经济性要求. 同时, 实验表明所提出的方案能很好地解决考虑发电机功率限制下的分配问题, 具有一定的实际意义.

参考文献

- 1 Lasseter R H. Microgrids. In: Proceedings of Power Engineering Society Winter Meeting, New York, 2002. 305-308
- 2 Lasseter R H, Paigi P. Microgrid: aconceptual solution. In: Proceedings of the 35th Annual Power Electronics Specialists Conference, Aachen, 2004. 4285-4290
- 3 Katiraei F, Irvani R, Hatziargyriou N, et al. Microgrids management. IEEE Power Energy Mag, 2008, 6: 54-65

- 4 Liu D R, Cai Y. Taguchi method for solving the economic dispatch problem with nonsmooth cost functions. *IEEE Trans Power Syst*, 2005, 20: 2006–2014
- 5 Yang S P, Tan S C, Xu J X. Consensus based approach for economic dispatch problem in a smart grid. *IEEE Trans Power Syst*, 2013, 28: 4416–4426
- 6 Zhang Z, Chow M Y. Convergence analysis of the incremental cost consensus algorithm under different communication network topologies in a smart grid. *IEEE Trans Power Syst*, 2012, 27: 1761–1768
- 7 Zhang Z, Chow M Y. Incremental cost consensus algorithm in a smart grid environmen. In: *Proceedings of Power and Energy Society General Meeting, San Diego*, 2011
- 8 Zhang Z, Ying X C, Chow M Y. Decentralizing the economic dispatch problem using a two-level incremental cost consensus algorithm in a smart grid environment. In: *Proceedings of North American Power Symposium, Boston*, 2011
- 9 Xing H, Mou Y T, Fu M Y, et al. Distributed bisection method for economic power dispatch in smart grid. *IEEE Trans Power Syst*, 2015, 30: 3024–3035
- 10 Kim B Y, Oh K K, Ahn H S. Coordination and control for energy distribution in distributed grid networks: theory and application to power dispatch problem. *Control Eng Pract*, 2015, 43: 21–38
- 11 Binetti G, Davoudi A, Lewis F L, et al. Distributed consensus-based economic dispatch with transmission losses. *IEEE Trans Power Syst*, 2014, 29: 1711–1720
- 12 Yang Z Q, Xiang J, Li Y J. Distributed virtual incremental cost consensus algorithm for economic dispatch in a microgrid. In: *Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Control and Automation, Kathmandu*, 2016. 383–388
- 13 Xie J, Chen K X, Yue D, et al. Distributed economic dispatch based on consensus algorithm of multi agent system for power system. *Electric Power Autom Eq*, 2016, 36: 112–117 [谢俊, 陈凯旋, 岳东, 等. 基于多智能体系统一致性算法的电力系统分布式经济调度策略. *电力自动化设备*, 2016, 36: 112–117]
- 14 Hu J, Ma H. Multi-agent system based optimal power dispatch algorithm for microgrid. *Power Syst Technol*, 2017, 41: 2657–2665 [胡健, 马皓. 基于多智能体系统的微网功率经济分配方法. *电网技术*, 2017, 41: 2657–2665]
- 15 Astrom K J, Bernhardsson B M. Comparison of Riemann and Lebesgue sampling for first order stochastic systems. In: *Proceedings of the 41st Conference on Decision and Control, Las Vegas*, 2002. 2011–2016
- 16 Tabuada P. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks. *IEEE Trans Autom Control*, 2007, 52: 1680–1685
- 17 Seyboth G S, Dimarogonas D V, Johansson K H. Event-based broadcasting for multi-agent average consensus. *Automatica*, 2013, 49: 245–252
- 18 Chen G, Zhao Z Y. Delay effects on consensus-based distributed economic dispatch algorithm in microgrid. *IEEE Trans Power Syst*, 2018, 33: 602–612
- 19 Godsil C, Royle G. *Algebraic graph theory*. In: *Graduate Texts in Mathematics*. Berlin: Springer, 2001
- 20 Dimarogonas D V, Frazzoli E, Johansson K H. Distributed event-triggered control for multi-agent systems. *IEEE Trans Autom Control*, 2012, 57: 1291–1297
- 21 Chen G, Ren J H, Feng E N. Distributed finite-time economic dispatch of a network of energy resources. *IEEE Trans Smart Grid*, 2017, 8: 822–832

Event-triggered-based consensus approach for economic dispatch problem in a microgrid

Chao SONG, Mei YU* & Wen TAN

School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China

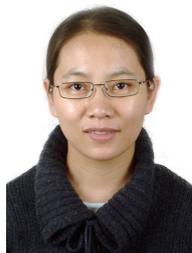
* Corresponding author. E-mail: meiyu@ncepu.edu.cn

Abstract This study aims to propose an event-trigger consensus approach for the economic dispatch problem (EDP) that is encountered in microgrids. The proposed scheme was based on the consensus algorithm, wherein each agent participated in neighborhood information exchange and local computation. Then, the scheme was converged to an optimal dispatch after iteration. Each agent must sense only its local cost parameters, local load, and neighborhood communication. Furthermore, event-triggered feedback was considered to reduce the frequency of the computation and communication of agents with their neighbors. Communication bandwidth and energy can be saved to meet the goal of the EDP. Several simulation cases were presented to illustrate the effectiveness of the proposed scheme.

Keywords consensus algorithm, event-triggered control, economic dispatch problem, multi-agent systems, microgrid



Chao SONG was born in 1994. In 2016, he received his B.S. degree from the North China Electric Power University, Baoding, China. He is currently pursuing his M.E. degree at the School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University, Beijing, China. His research interests include distributed control and microgrid control algorithms.



Mei YU received her B.S. degree from the Department of Mathematics in 1999, her M.E. degree from the Institution of Automation, Qufu Normal University in 2002, and her Ph.D. degree from the Center for Systems and Control, Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University, Beijing, China in 2005. She is an associate professor in the School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University. Her research interests include multi-agent control systems, network control, and complex networks.



Wen TAN was born in 1969. He received his B.Sc. and M.Sc. degree in applied mathematics and in systems science from the Xiamen University, Xiamen, China, in 1990 and 1993, respectively, and his Ph.D. degree in automation from the South China University of Technology, China, in 1996. Currently, he is working as a professor at the School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University. His research interests include modeling, analysis, and control of complex industrial processes.