



网络攻击环境下复杂网络系统的分布式混合触发状态估计

谭玉顺^{1,2}, 费树岷^{2*}, 刘金良³

1. 南京财经大学应用数学学院, 南京 210023

2. 东南大学自动化学院, 南京 210096

3. 南京财经大学信息工程学院, 南京 210023

* 通信作者. E-mail: smfei@seu.edu.cn

收稿日期: 2018-01-28; 接受日期: 2018-02-03; 网络出版日期: 2018-05-22

国家自然科学基金 (批准号: 61403185, 71571092)、江苏省自然科学基金 (批准号: BK20171481) 和江苏省高校自然科学研究面上项目 (批准号: 15KJB120002) 资助

摘要 为了减轻网络负荷和提高网络系统性能, 本文基于混合触发传输机制研究了网络对抗攻击环境下的一类具有随机节点的复杂网络系统的 H_∞ 状态估计问题. 首先, 考虑到系统状态波动较大时, 传统事件触发机制会导致丢失一些重要信息, 设计了一组分布式混合触发器, 然后考虑信息在传输过程中可能发生的随机网络攻击和延迟, 建立了一个新的复杂网络系统的状态估计模型, 利用 Lyapunov 稳定性理论和随机分析技术, 给出了状态估计系统渐近稳定的充分条件, 在此基础上采用线性矩阵不等式的方法得到了状态估计器增益和混合触发器的未知参数. 最后利用一个数值仿真验证了所提出的方法的有效性.

关键词 复杂网络, 混合触发机制, 对抗性网络攻击, 状态估计, 矩阵不等式

1 引言

随着互联网为代表的网络信息技术的迅速发展, 人类社会已经迈入了网络信息化时代, 在我们周围的许多实际系统, 比如 Internet、智能交通、云制造 (cloud manufacturing)、社会关系系统等都可以通过复杂网络模型进行描述. 复杂网络是由大量的个体通过内在和外在的关系紧密联系在一起, 它遍及社会、经济、金融、物理、生物等各个领域, 研究复杂网络上的动力学过程及其整体动力学行为有着重要的理论和实际价值, 并且已经受到了相关领域研究人员的广泛关注^[1~5].

在复杂网络的实际应用中, 获取特定环境下的网络状态信息往往是非常重要的, 然而对于大多数大规模的复杂网络 (例如, 病毒传播网络), 网络状态通常是不可测量的, 只能从网络输出中获取网络

引用格式: 谭玉顺, 费树岷, 刘金良. 网络攻击环境下复杂网络系统的分布式混合触发状态估计. 中国科学: 信息科学, 2018, 48: 1198–1213, doi: 10.1360/N112017-00279

Tan Y S, Fei S M, Liu J L. Distributed hybrid-triggered state estimation for complex networked system with network attacks (in Chinese). Sci Sin Inform, 2018, 48: 1198–1213, doi: 10.1360/N112017-00279

节点的部分信息^[6]. 在控制系统的相关问题的研究中, 状态反馈控制是直接利用系统状态的一类最简单和直接的控制方法, 其优越性在于理论分析上的方便和简洁, 但是由于系统状态的不可直接测量性限制了状态反馈控制的物理构成. 而状态估计是解决状态反馈的优越性的基本途径之一, 目前已有许多学者在网络系统的状态估计等领域取得了大量的研究成果. 文献 [6] 利用 Lyapunov 稳定性理论研究了具有不完整输出信息的一类未知耦合参数的复杂网络系统的状态估计问题. 文献 [7] 研究了随机耦合时间延迟的复杂网络状态估计. 文献 [8] 基于给定的事件触发传输机制, 研究了输出数据量化影响下, 一类神经网络系统的状态估计. 文献 [9] 基于方差约束方法, 研究在信息测量丢失情况下的时变网络系统的状态估计.

然而, 随着网络科学的发展和网络技术的进步, 大数据时代已悄然而至, 网络化信息在传输过程中产生大量数据, 但由于传输信道带宽的限制, 导致在网络传输过程中网络负荷过重, 信息在传递过程中不可避免的会遇到网络时延、拥塞等问题, 这必然会影响到网络传输的效率, 会引起网络系统的不稳定. 因此, 如何高效利用带宽, 降低网络负荷引起了国内外控制界学者的高度关注. 目前大多数学者普遍采用事件触发控制方法. 自事件触发机制提出以来^[10], 目前已经取得了大量的研究成果. 文献 [11] 讨论了一类延迟网络控制系统的控制器和事件触发器共同设计方法. 文献 [12, 13] 分别根据不同的网络控制系统设计了一个分布式事件触发器, 研究了在网络传输延迟的影响下的滤波器设计和状态估计问题. 文献 [14] 设计了一个基于事件触发的输出调节控制机制, 研究切换拓扑下线性异构多智能体系统的协同输出调节问题. 但上述文献中设计的事件触发算法大多是基于绝对误差或相对误差形式给出的, 当系统状态波动较大时, 这类事件触发器往往会导致一些重要信息丢失, 导致控制指令往往不能准确地执行, 从而导致系统性能变差. 为克服上述事件触发机制的这一缺陷, 本文研究引入一个基于时间 - 事件相互切换的分布式混合触发机制, 能有效减少传感器的信息发送量, 同时又因增加了部分时间触发信息, 可以提高系统的性能.

另一方面, 网络控制系统由于感知层传感器节点部署的随机性和数据交互层无线通道的开放性, 导致网络系统很容易遭受网络攻击, 网络攻击不仅造成系统产生严重的时延和数据丢包, 而且还导致网络信息被篡改、数据被窃取, 从而使网络系统性能严重下降, 甚至系统崩溃. 近年来网络攻击一直是网络系统研究的热点, 目前在控制领域也取得了丰硕的研究成果^[15~18]. 比如, 文献 [15] 利用博弈论针对提出的控制性能设计了最优 Stackelberg 控制器, 并分析了在遭受网络攻击下系统的性能和闭环稳定性. 文献 [16] 针对控制系统中存在能量受限的周期性拒绝服务 (Dos) 攻击行为提出了事件驱动的控制策略. 然而从控制理论的观点出发, 当网络系统遭到攻击时, 如何建立系统的检测模型、状态估计模型, 这些方面的研究还为数不多, 还有许多待解决的问题.

目前, 虽然已经有一些关于复杂网络系统的状态估计问题研究, 但是这些成果基本都是基于传统的事件触发机制获得的^[19~22], 更鲜有基于分布式混合触发机制的状态估计问题. 随着复杂网络应用于越来越多的实际问题, 对复杂网络控制问题的研究应该同时考虑更多的网络诱导现象. 本文基于上述讨论, 考虑随机网络对抗攻击影响, 并结合复杂网络系统的特征, 引入一个时间 - 事件相互切换的分布式混合触发传输机制, 建立随机节点的复杂网络系统的状态估计模型, 在保证系统性能要求前提下, 设计了一组分布式状态估计器, 实现对复杂网络系统有效的状态估计.

注1 在本文中, \mathbb{R}^n 代表 n 维的欧式空间, $\|\cdot\|$ 表示向量的欧式范数, I_n 为 n 维单位矩阵, $A > 0$ (< 0) 表明矩阵 A 为实正定 (负定) 矩阵, 符号 $M = \text{diag}\{\cdot\}$ 代表 M 为分块对角矩阵, 0_m 表示一个 $1 \times m$ 的零分块矩阵, \otimes 表示 Kronecker 乘积.

2 模型概述

实际的网络系统因网络带宽有限、网络介质共享等原因, 网络信息在传输中往往发生碰撞、信号中断、网络拥塞等现象, 网络节点之间信息传输不可避免产生时滞, 同时网络节点受到外部环境的干扰以及节点动态行为的复杂性和不确定性, 本文考虑如下 N 个节点的随机复杂网络模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = \delta(t)Af_1(x_i(t)) + (1 - \delta(t))Bf_2(x_i(t)) + \sum_{j=1}^N g_{ij}\Gamma_1x_j(t) + \sum_{j=1}^N g_{ij}\Gamma_2x_j(t - \tau(t)) + E_iw(t), \\ y_i(t) = C_ix_i(t), \\ z_i(t) = L_ix_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x_i(t) = (x_{i1}(t), x_{i2}(t), \dots, x_{in}(t))^T$ 为第 i 个节点的状态变量, $y_i(t) = (y_{i1}(t), y_{i2}(t), \dots, y_{im}(t))^T$ 为第 i 个节点的测量输出向量, $z_i(t) = (z_{i1}(t), z_{i2}(t), \dots, z_{ip}(t))^T$ 为第 i 个节点的“感兴趣”的被调输出信号, $w(t)$ 为外部扰动信号. A, B, C_i, E_i 与 L_i 为已知的系数矩阵. $\tau(t)$ 表示网络系统的时变时滞, 满足 $0 \leq \tau_m \leq \tau(t) \leq \tau_M$. $f_1(\cdot)$ 与 $f_2(\cdot)$ 为两个描述网络节点动态行为的连续可微向量函数, $\delta(t)$ 为服从 Bernoulli 分布的随机变量序列, 其期望为 δ , 方差为 $\delta(1 - \delta)$. Γ_1 与 Γ_2 分别为 t 和 $t - \tau(t)$ 时刻的内部耦合矩阵, 它具体描述了耦合节点状态向量中的变量之间的连接关系; $G = (g_{ij}) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示网络拓扑结构的外部耦合矩阵, 耦合矩阵 G 对角线上的元素一般满足 $g_{ij} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N g_{ij}$ ($i = 1, 2, \dots, N$). 在本文研究中, 复杂网络具有一般的拓扑结构, 即除了外耦合矩阵 G 中元素 $g_{ij} \geq 0$ 外, 内外耦合矩阵没有其他限制, 无限制的内外耦合矩阵使得网络模型与现实中的网络更接近.

注释1 复杂网络动态系统的动态特性不仅受网络拓扑结构的影响, 还与各节点的动态特性相关, 具体到网络系统的每个节点, 在不确定的网络环境下, 其动态行为存在不确定性, 本文引入服从 Bernoulli 分布的随机变量 $\delta(t)$ 表征这种动态行为的随机变化, 在模型 (1) 中, 非线性函数 $f_1(\cdot)$ 和 $f_2(\cdot)$ 描述了随机节点的两类不同的动态行为, 它们按照 $\delta(t)$ 进行随机切换.

假设1 对于 $\forall u, v \in \mathbb{R}^n$, 非线性连续向量函数 $f_1(\cdot)$ 与 $f_2(\cdot)$ 满足下面的扇形条件:

$$\begin{cases} (f_1(u) - f_1(v) - \Xi_1(u - v))^T (f_1(u) - f_1(v) - \Xi_2(u - v)) \leq 0, \\ (f_2(u) - f_2(v) - \Xi_3(u - v))^T (f_2(u) - f_2(v) - \Xi_4(u - v)) \leq 0, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\Xi_1, \Xi_2, \Xi_3, \Xi_4$ 是合适维数的常数矩阵, 并且满足条件 $\Xi_2 - \Xi_1 \geq 0, \Xi_4 - \Xi_3 \geq 0$.

注释2 由假设 1, 可知

$$\begin{bmatrix} x_i(t) \\ f_1(x_i(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Omega_{11} & * \\ \Omega_{21} & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i(t) \\ f_1(x_i(t)) \end{bmatrix} \leq 0, \quad \begin{bmatrix} x_i(t) \\ f_2(x_i(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & * \\ \bar{\Omega}_{21} & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i(t) \\ f_2(x_i(t)) \end{bmatrix} \leq 0, \quad (3)$$

其中 $\Omega_{11} = \frac{\Xi_1^T \Xi_2 + \Xi_2^T \Xi_1}{2}$, $\Omega_{21} = -\frac{\Xi_1 + \Xi_2}{2}$, $\bar{\Omega}_{11} = \frac{\Xi_3^T \Xi_4 + \Xi_4^T \Xi_3}{2}$, $\bar{\Omega}_{21} = -\frac{\Xi_3 + \Xi_4}{2}$.

注释3 在有关复杂网络的相关问题研究中, 假设 1 是一个经常性的假设条件, 这里的非线性函数描述的是网络节点的非线性动态行为, 从直观上讲, 就是说明了状态行为变化的有界性, 这个假设跟实际问题是相符合的.

随着信息技术的飞速发展, 网络在传输中产生大量信息, 为减少不必要的计算和通信资源浪费, 同时又兼顾网络系统性能不受太大影响. 本文在每组传感器和估计器之间引入一个混合触发器, 时间触

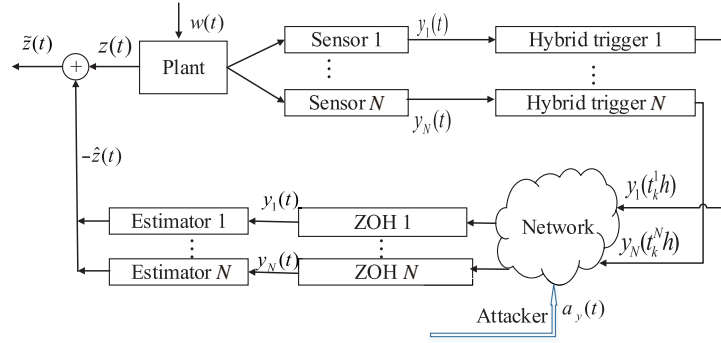


图 1 分布式混合触发下复杂网络状态估计流程图

Figure 1 The framework of hybrid-triggered state estimation for complex networked systems

发和事件触发按照给定的规则进行切换, 如图 1 所示. 其中第 i 个混合触发器的切换规则如下:

$$\theta_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{事件触发发生,} \\ 0, & \text{时间触发发生,} \end{cases} \quad (4)$$

这里 $\theta_i(t)$ 是一个服从 Bernoulli 分布的随机变量, 且 $\text{Prob}\{\theta_i(t) = 1\} = \theta_i$, $\text{Prob}\{\theta_i(t) = 0\} = 1 - \theta_i$, 当事件触发发生时, 事件触发器根据事先设定好的算法对接收到的采样数据进行筛选, 符合条件的采样信号被释放, 经过网络传送给估计器, 如采样信号未被释放期间, 估计器仍然采用上一时刻的释放信号.

为了方便描述, 对网络节点在事件触发时的传输数据和传输时刻做以下假设.

假设 2 假设采样周期为 h , 若当第 i 节点的当前传输数据记为 $y_i(t_k^i h)$, 对应的传输时刻集合为 $\{t_k^i h | t_k^i \in \{k_0, k_1, k_2, \dots\} \subseteq \{0, 1, 2, \dots\}\}$, 并且 $k_0 = 0$, 即首次传输一定成功; 信号在传输过程中产生延迟, 假设在时刻 $t_k^i h$ 从传感器到估计器的时间延迟为 $\tau_i < h$, 设最大延迟上界为 $\bar{d} = \max_i\{\tau_i\}$.

事件触发时刻由下面的触发条件确定:

$$[y_i((k+j)h) - y_i(kh)]^T W_i [y_i((k+j)h) - y_i(kh)] \geq \sigma_i y_i((k+j)h)^T W_i y_i((k+j)h), \quad (5)$$

其中 W_i 为待确定的正定矩阵, $\sigma_i \in (0, 1]$ 为已知实数. 当不等式 (5) 成立时, 数据 $y_i((k+j)h)$ 被传输.

若当前传输时刻为 $t_k^i h$, 从式 (5) 可以看出, 下一次对应的释放数据的时刻为

$$t_{k+1}^i h = t_k^i h + \min_{j \geq 1} \{jh | e_{y_i}^T(t) W_i e_{y_i}(t) \geq \sigma_i y_i(t_k^i h)^T W_i y_i(t_k^i h)\}, \quad (6)$$

其中 $e_{y_i}(t) = y_i(t_k^i h + jh) - y_i(t_k^i h)$ 代表当前输出数据与最新输出数据之间的偏差. 为了方便下面讨论, 当 $t \in [t_k h + \tau_i, t_{k+1} h + \tau_i)$ 时, 引入以下虚拟函数 $d_i(t)$:

$$d_i(t) = \begin{cases} t - t_k^i h, & t \in [t_k^i h + \tau_i, t_k^i h + \tau_i + h), \\ t - t_k^i h - ih, & t \in [t_k^i h + lh + \tau_i, t_k^i h + \tau_i + (l+1)h), \quad l = 1, 2, \dots, \rho_k^i - 1, \\ t - t_k^i h - \tau_i h, & t \in [t_k^i h + \rho_k^i h + \tau_i, t_{k+1}^i h + \tau_i), \end{cases} \quad (7)$$

显然, $0 \leq d_i(t) \leq h + \tau_i < h + \bar{d} \doteq d_M$, 其中 d_M 被看做是虚拟延迟函数 $d_i(t)$ 的上界. 类似于文献 [13] 的方法, 下面的 $d_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 用总的一个连续虚拟函数 $0 \leq d(t) < d_M$ 代替.

由事件触发机制 (6), 可知对于非触发的采样数据满足如下不等式:

$$e_{yi}^T(t)W_i e_{yi}(t) < \rho_i x_i^T(t-d(t))C_i^T W_i C_i x_i(t-d(t)). \quad (8)$$

结合定义的虚拟函数, 当 $t \in [t_k h + \tau_i, t_{k+1} h + \tau_i)$ 时, 第 i 个节点的测量输出变为

$$y_i(t) = y_i(t_k^i h) = y_i(t-d(t)) + e_{yi}(t). \quad (9)$$

由于时间触发传输是事件触发的一种特例, 当信号输出切换至时间触发时, 这时 $e_{yi}(t) \equiv 0$, 因而对于任意的一个时间触发间隔中的任意时刻 t , 不等式 (8) 仍然成立. 从而, 当混合触发机制中的时间触发和事件触发按照式 (4) 切换时, 实际测量输出为

$$\bar{y}_i(t) = y(t-d(t)) + \theta_i(t)e_{yi}(t). \quad (10)$$

考虑网络环境下的对抗攻击干扰, 本文假设对抗攻击信号为随机干扰, 并且是网络节点动态行为的函数, 则估计器实际收到的信息 $\tilde{y}_i(t)$ 由下面表达式确定:

$$\begin{cases} \tilde{y}_i(t) = \bar{y}_i(t) + a_{yi}(t), \\ a_{yi}(t) = \alpha(t)C_i h(x_i(t)). \end{cases} \quad (11)$$

这里 $\alpha(t)$ 为所有节点共同的网络攻击概率分布, 其期望值为 α , 方差为 $\alpha(1-\alpha)$. 当 $\alpha(t) = 1$ 时, 信息在传输过程中将遭遇网络对抗攻击, 当 $\alpha(t) = 0$ 传输信号为正常信号, 未受到外部网络攻击.

网络环境下的对抗攻击是关于网络节点状态行为的一个非线性函数 $h(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, 且对 $\forall x, y \in \mathbb{R}^n$, 它满足如下的条件

$$\|h(x) - h(y)\| \leq \|U(x-y)\|, \quad h(0) = 0, \quad (12)$$

其中 U 是一个给定的合适维数的实矩阵.

假设3 本文所引入的上述随机变量 $\alpha(t)$, $\delta(t)$ 与 $\theta(t) = \text{diag}\{\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_N(t)\}$ 相互独立, 并且随机变量序列 $\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_N(t)$ 是线性无关的.

注释4 上述提到的 $\alpha(t)$, $\delta(t)$, $\theta(t)$ 为 3 类不同对象在不同环境下的随机变量, 其中 $\delta(t)$ 描述了网络节点行为不确定性, $\theta(t) = \text{diag}\{\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_N(t)\}$ 为各个通道的混合触发器中事件-时间触发切换的概率, 这由设计者主观判断给定的, 而 $\alpha(t)$ 描述的是网络攻击的概率分布, 这由网络攻击实施者设计, 因此假设 3 合理.

综合考虑随机网络攻击和混合触发传输约束下的实际输出, 对网络系统的第 i 个节点建立如下的状态估计模型:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i(t) = \sum_{j=1}^N g_{ij} \Gamma_1 \hat{x}_j(t) + \sum_{j=1}^N \Gamma_2 \hat{x}_i(t - \tau(t)) + K_i(\tilde{y}_i(t) - C_i \hat{x}_i(t)), \\ \hat{z}_i = L_i \hat{x}_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N, \end{cases} \quad (13)$$

其中 K_i 是需要设计第 i 个节点的状态估计增益矩阵, $\hat{x}_i(t)$ 是状态估计向量.

令 $e_i(t) = x_i(t) - \hat{x}_i(t)$, $\tilde{z}_i(t) = z_i(t) - \hat{z}_i(t)$, 结合式 (1) 与 (13), 得到第 i 个节点的估计误差模型为

$$\begin{cases} \dot{e}_i(t) = \delta(t)Af_1(x_i) + (1 - \delta(t))Bf_2(x_i) + \sum_{j=1}^N g_{ij}\Gamma_1 e_j(t) + \sum_{j=1}^N g_{ij}\Gamma_2 e_j(t - \tau(t)) \\ \quad - K_i C_i e_i(t) + K_i C_i x_i(t) - K_i C_i x(t - d(t)) - \theta(t)K_i e_{y_i}(t) \\ \quad - \alpha(t)K_i C_i h(x_i(t)) + E_i w(t), \\ \tilde{z}_i(t) = L_i e_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (14)$$

利用矩阵的 Kronecker 积, 可以将式 (14) 表示为紧凑形式

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \delta(t)I_A F_1(x(t)) + (1 - \delta(t))I_B F_2(x(t)) + (G \otimes \Gamma_1 - KC)e(t) + (G \otimes \Gamma_2)e(t - \tau(t)) \\ \quad - KCx(t - d(t)) + KCx(t) - (\theta(t) \otimes I_n)K e_y(t) - \alpha(t)KCh(x(t)) + Ew(t), \\ \tilde{z}(t) = Le(t), \end{cases} \quad (15)$$

其中, $F_1^T(x) = [f_1^T(x_1(t)) \ f_1^T(x_2(t)) \ \dots \ f_1^T(x_N(t))]$, $F_2^T(x) = [f_2^T(x_1(t)) \ f_2^T(x_2(t)) \ \dots \ f_2^T(x_N(t))]$, $x^T(t) = [x_1^T(t) \ x_2^T(t) \ \dots \ x_N^T(t)]$, $e^T(t) = [e_1^T(t) \ e_2^T(t) \ \dots \ e_N^T(t)]$, $e_y^T(t) = [e_{y1}^T(t) \ e_{y2}^T(t) \ \dots \ e_{yN}^T(t)]$, $\theta(t) = \text{diag}\{\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_N(t)\}$, $E^T = [E_1^T \ E_2^T \ \dots \ E_N^T]$, $I_A = I_N \otimes A$, $I_B = I_N \otimes B$, $K = \text{diag}\{K_1, K_2, \dots, K_N\}$, $C = \text{diag}\{C_1, C_2, \dots, C_N\}$, $L = \text{diag}\{L_1, L_2, \dots, L_N\}$.

定义 $\eta^T(t) = [x^T(t), e^T(t)]^T$, 结合式 (1) 与 (15), 得到以下增广的估计误差系统:

$$\begin{cases} \dot{\eta}(t) = \mathcal{G}(t) + (\delta(t) - \delta)(\bar{I}_A F_1(x) - \bar{I}_B F_2(x)) + (\alpha(t) - \alpha)\bar{D}h(x(t)) + \sum_{j=1}^N (\theta_j(t) - \theta_j)Z_j K e_y(t), \\ \tilde{z}(t) = \bar{L}\eta(t), \end{cases} \quad (16)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(t) &= \delta \bar{I}_A F_1(x) + (1 - \delta)\bar{I}_B F_2(x) + \bar{A}\eta(t) + \bar{B}\eta(t - \tau(t)) \\ &\quad + \bar{C}\eta(t - d(t)) + \bar{C}_1 e_y(t) + \alpha \bar{D}h(x(t)) + \bar{E}w(t), \\ \bar{A} &= \begin{bmatrix} G \otimes \Gamma_1 & 0 \\ KC & G \otimes \Gamma_2 - KC \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} G \otimes \Gamma_1 & 0 \\ 0 & G \otimes \Gamma_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{I}_A = \begin{bmatrix} I_A \\ I_A \end{bmatrix}, \quad \bar{I}_B = \begin{bmatrix} I_B \\ I_B \end{bmatrix}, \\ \bar{C} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -KC & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ (\theta \otimes I_n)K \end{bmatrix}, \quad \bar{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ -KC \end{bmatrix}, \quad \bar{E} = \begin{bmatrix} E \\ E \end{bmatrix}, \quad Z_i = \begin{bmatrix} 0 \\ I^i \end{bmatrix}, \\ \bar{L} &= [0 \ L], \quad I^i = \text{diag}\{0, 0, \dots, I_n, \dots, 0\}, \quad \theta = \text{diag}\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N\}. \end{aligned}$$

本文研究在具有未知参数的分布式混合触发传输机制和随机网络对抗攻击约束下, 分析估计误差系统 (16) 的稳定性条件, 并联合设计分布式混合触发机制 (6) 中的参数和可靠的状态估计增益矩阵, 使得状态估计误差系统 (16) 是随机渐进稳定的且满足给定的 H_∞ 性能 γ , 即满足如下的两个条件:

- (1) 当 $w(t) = 0$ 时, 估计误差系统随机渐进稳定;

(2) 在零初始条件下, 给定的 $\gamma > 0$ 和 $\omega(t) \in L_2[0, \infty)$, 估计误差 $\tilde{z}(t)$ 满足下面的 H_∞ 性能

$$\int_0^\infty \tilde{z}^T(t)\tilde{z}(t)dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt. \quad (17)$$

在误差系统稳定性分析和状态估计器设计过程中, 需要下面的引理.

引理1 ([11]) 对任意的向量 $x, y \in \mathbb{R}^n$ 和正定对称矩阵 $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 则 $2x^T y \leq x^T Q x + y^T Q^{-1} y$.

引理2 ([22]) 设 Ω_1, Ω_2 和 Ω 是具有合适维数的已知矩阵, 连续函数 $\tau(t) \in [\tau_1, \tau_2]$, 则不等式 $(\tau(t) - \tau_1)\Omega_1 + (\tau_2 - \tau(t))\Omega_2 + \Omega < 0$ 成立, 当且仅当不等式 $(\tau_2 - \tau_1)\Omega_1 + \Omega < 0$ 与 $(\tau_2 - \tau_1)\Omega_2 + \Omega < 0$ 同时成立.

3 主要结果

3.1 稳定性分析

定理1 对于给定的标量参数 $0 \leq \tau_1 \leq \tau_2, d_M, \alpha, \delta, \theta_j, \sigma_j$ ($j = 1, 2, \dots, N$) 和估计器反馈增益矩阵 K , 在分布式混合触发机制和网络对抗攻击条件下, 复杂网络状态估计误差系统 (16) 是随机渐进稳定的且满足给定的 H_∞ 性能 γ , 如果存在正定矩阵 $P = \text{diag}\{P_1, P_2\} > 0, Q_i > 0, R_i > 0$ ($i = 1, 2, 3$), 合适维数矩阵 $M, N, \Lambda_1, \Lambda_2$, 使得如下矩阵不等式成立:

$$\Phi(s) = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} + \Upsilon + \Upsilon^T & * & * & * \\ \Sigma_{21} & \mathcal{R} & * & * \\ \Sigma_{31} & 0 & \mathcal{R}_\Lambda & * \\ \Sigma_{41}(s) & 0 & 0 & -R_2 \end{bmatrix} < 0, \quad (s = 1, 2), \quad (18)$$

其中,

$$\begin{aligned} \Sigma_{11} &= \begin{bmatrix} \Sigma_{111} & * \\ \Sigma_{112} & \Sigma_{113} \end{bmatrix}, \quad \Sigma_{21} = [\Sigma_{211} \quad \Sigma_{212}], \quad \mathcal{R} = \text{diag}\{-R_1, -R_2, -R_3\}, \quad \mathcal{R}_\Lambda = \text{diag}\{\underbrace{\mathcal{R}, \dots, \mathcal{R}}_{N+1}\}, \\ \Sigma_{111} &= \begin{bmatrix} \Lambda_1 \otimes I_n & * & * & * & * & * & * \\ 0 & \Lambda_2 \otimes I_n & * & * & * & * & * \\ \Pi_{31} & \Pi_{32} & \Pi_{33} & * & * & * & * \\ 0 & 0 & R_1 & -R_1 - Q_1 & * & * & * \\ 0 & 0 & \bar{B}^T P & 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Q_2 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_3 - Q_3 \end{bmatrix}, \quad \Sigma_{112} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_3 + \bar{C}P & 0 & 0 & 0 & R_3 \\ 0 & 0 & \bar{C}_1^T P & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \bar{D}^T P & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{E}^T P & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \Sigma_{31} &= \begin{bmatrix} \Sigma_{311} & 0 \\ 0 & \Sigma_{312} \end{bmatrix}, \quad \Sigma_{113} = \text{diag}\{-R_3 + H^T C^T \tilde{W} C H, -W, -P_1, -\gamma^2 I\}, \\ \Sigma_{211} &= [\delta \Gamma_{11} \otimes \bar{I}_A \quad (1 - \delta) \Gamma_{11} \otimes \bar{I}_B \quad \Gamma_{11} \otimes \bar{I}_A \quad 0 \quad \Gamma_{11} \otimes \bar{I}_B \quad 0 \quad 0], \quad \Gamma_{11}^T = [\tau_m R_1^T \quad \sqrt{\tau_{21}} R_2^T \quad d_M R_3^T], \end{aligned}$$

$$\Sigma_{212} = [\Gamma_{11} \otimes \bar{C} \quad \Gamma_{11} \otimes \bar{C}_1 \quad \alpha \Gamma_{11} \otimes \bar{D} \quad \Gamma_{11} \otimes \bar{E}], \Sigma_{311} = [\delta(1 - \delta)\Gamma_{11} \otimes \bar{I}_A \quad \delta(1 - \delta)\Gamma_{11} \otimes I_B \quad 0_6],$$

$$\Sigma_{312} = \begin{bmatrix} \theta_1(1 - \theta_1)\Gamma_{11} \otimes (Z_1 K) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_N(1 - \theta_N)\Gamma_{11} \otimes (Z_N K) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha(1 - \alpha)\Gamma_{11} \otimes \bar{D} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Pi_{31} = H^T(\Lambda_1 \otimes \Omega_{21})^T + \delta P \bar{I}_A, \Pi_{32} = H^T(\Lambda_2 \otimes \bar{\Omega}_{21})^T + (1 - \delta)P \bar{I}_B,$$

$$\Pi_{33} = -R_1 - R_3 + Q_1 + Q_2 + Q_3 + \bar{A}^T P + P \bar{A} + H^T(\Lambda_1 \otimes \Omega_{11})H + H^T(\Lambda_2 \otimes \bar{\Omega}_{11})H + \bar{L}^T \bar{L},$$

$$\Sigma_{41}(1) = \sqrt{\tau_M - \tau_m} N^T, \Sigma_{41}(2) = \sqrt{\tau_M - \tau_m} M^T, \Upsilon = [0_3 \quad N \quad -N + M \quad -M \quad 0_5],$$

$$N^T = [N_1^T \quad N_2^T \quad \dots \quad N_{11}^T], M^T = [M_1^T \quad M_2^T \quad \dots \quad M_{11}^T], H = [I \quad 0].$$

证明 构造下列形式的 Lyapunov 泛函

$$\begin{aligned} V(t, \eta(t)) &= \eta^T(t)P\eta(t) + \int_{t-\tau_m}^t \eta^T(s)Q_1\eta(s)ds + \int_{t-\tau_M}^t \eta^T(s)Q_2\eta(s)ds \\ &\quad + \int_{t-d_M}^t \eta^T(s)Q_3\eta(s)ds + \tau_m \int_{t-\tau_m}^t \int_s^t \dot{\eta}^T(v)R_1\dot{\eta}(v)dvds \\ &\quad + \int_{t-\tau_M}^{t-\tau_m} \int_s^t \dot{\eta}^T(v)R_2\dot{\eta}(v)dvds + d_M \int_{t-d_M}^t \int_s^t \dot{\eta}^T(v)R_3\dot{\eta}(v)dvds, \end{aligned} \tag{19}$$

其中 $P > 0, Q_i > 0, R_i > 0 (i = 1, 2, 3)$ 为待求解的未知矩阵. 对 $V(\eta(t))$ 关于 t 求导并对其取期望得

$$\begin{aligned} E\{\dot{V}(\eta(t))\} &= 2\eta^T(t)P\mathcal{G}(t) + \eta^T(t)(Q_1 + Q_2 + Q_3)\eta(t) - \eta^T(t - \tau_m)Q_1\eta(t - \tau_m) \\ &\quad - \eta^T(t - \tau_M)Q_2\eta(t - \tau_M) - \eta^T(t - d_M)Q_3\eta(t - d_M) + E\{\dot{\eta}^T(t)R\dot{\eta}(t)\} \\ &\quad - \tau_m \int_{t-\tau_m}^t \eta^T(s)R_1\dot{\eta}(s)ds - \int_{t-\tau_M}^{t-\tau_m} \eta^T(s)R_2\dot{\eta}(s)ds - d_M \int_{t-d_M}^t \eta^T(s)R_3\dot{\eta}(s)ds, \end{aligned} \tag{20}$$

这里, $R = \tau_m^2 R_1 + (\tau_M - \tau_m)R_2 + d_M R_3$, 而

$$\begin{aligned} E\{\dot{\eta}^T(t)R\dot{\eta}(t)\} &= \mathcal{G}^T(t)R\mathcal{G}(t) + \delta(1 - \delta)[\bar{I}_A F_1(x) - \bar{I}_B F_2(x)]^T R[\bar{I}_A F_1(x) - \bar{I}_B F_2(x)], \\ &\quad + \alpha(1 - \alpha)h^T(x(t))\bar{D}^T R \bar{D} h(x(t)) + \sum_{j=1}^N (\theta_j(t) - \theta_j) e_y^T(t) K^T Z_j^T R Z_j K e_y(t), \end{aligned}$$

令 $\xi^T(t) = [\xi_1^T(t) \quad \xi_2^T(t)]$, 其中

$$\begin{aligned} \xi_1^T(t) &= [F_1^T(x) \quad F_2^T(x) \quad \eta^T(t) \quad \eta^T(t - \tau_m) \quad \eta^T(t - \tau(t))], \\ \xi_2^T(t) &= [\eta^T(t - \tau_M) \quad \eta^T(t - d_M) \quad \eta^T(t - d(t)) \quad e_k^T(t) \quad h^T(x) \quad w^T(t)]. \end{aligned}$$

根据 Newton-Leibnitz 公式, 下面的等式恒成立:

$$-2\xi^T(t)N \left[\eta(t - \tau_m) - \eta(t - \tau(t)) - \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_m} \dot{\eta}(s)ds \right] = 0, \tag{21}$$

$$-2\xi^T(t)M \left[\eta(t - \tau(t)) - \eta(t - \tau_M) - \int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{\eta}(s)ds \right] = 0, \tag{22}$$

其中 M, N 为引入的自由权矩阵, 由引理 1, 可得

$$-2\xi^T(t)N \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_m} \dot{\eta}(s)ds \leq (\tau(t) - \tau_m)\xi^T(t)NR_2^{-1}N^T\xi(t) + \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_m} \dot{\eta}^T(s)R_2\dot{\eta}(s)ds, \quad (23)$$

$$-2\xi^T(t)M \int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{\eta}(s)ds \leq (\tau_M - \tau(t))\xi^T(t)MR_2^{-1}M^T\xi(t) + \int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{\eta}^T(s)R_2\dot{\eta}(s)ds. \quad (24)$$

此外, 根据 Jensen 不等式^[11], 可以得到下面的不等式成立:

$$-\tau_m \int_{t-\tau_m}^t \eta^T(s)R_1\eta(s)ds \leq \begin{bmatrix} \eta(t) \\ \eta(t - \tau_m) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -R_1 & R_1 \\ R_1 & -R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta(t) \\ \eta(t - \tau_m) \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$-d_M \int_{t-d_M}^t \eta^T(s)R_3\eta(s)ds \leq \begin{bmatrix} \eta(t) \\ \eta(t - d(t)) \\ \eta(t - d_M) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -R_3 & R_3 & 0 \\ R_3 & -2R_3 & R_3 \\ 0 & R_3 & -R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta(t) \\ \eta(t - d(t)) \\ \eta(t - d_M) \end{bmatrix}. \quad (26)$$

根据注释 2 中的式 (3), 存在矩阵 Λ_1 和 Λ_2 使得下面不等式成立:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ F_1(x(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Lambda_1 \otimes \Omega_{11} & * \\ \Lambda_1 \otimes \Omega_{21} & \Lambda_1 \otimes I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ F_1(x(t)) \end{bmatrix} \geq 0, \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ F_2(x(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Lambda_2 \otimes \bar{\Omega}_{11} & * \\ \Lambda_2 \otimes \bar{\Omega}_{21} & \Lambda_2 \otimes I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ F_2(x(t)) \end{bmatrix} \geq 0. \quad (28)$$

由网络攻击非线性函数约束条件 (12), 令 $U_\Lambda = \text{diag}\{\underbrace{U, \dots, U}_N\}$, 则对于正定矩阵 P_1 , 下式成立:

$$\eta^T(t)H^T U_\Lambda^T P_1 U_\Lambda H \eta(t) - h^T(x(t))P_1 h(x(t)) \geq 0. \quad (29)$$

由混合触发传输机制的触发条件, 不等式 (8) 等价于

$$\begin{bmatrix} x(t - d(t)) \\ e_y(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C^T \tilde{W} C & 0 \\ 0 & -W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t - d(t)) \\ e_y(t) \end{bmatrix} > 0, \quad (30)$$

这里, $\tilde{W} = (\sigma \otimes I_n)W$, $\sigma = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N\}$, $W = \text{diag}\{W_1, W_2, \dots, W_N\}$.

将式 (21), (22) 的左边部分加入到式 (20) 的右边, 并利用不等式 (23)~(30) 进行放缩, 并考虑 H_∞ 性能, 可得

$$\begin{aligned} & E\{\dot{V}(t)\} + \tilde{z}^T(t)\tilde{z}(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) \\ & \leq \xi^T(t)[\Sigma_{11} + \Upsilon + \Upsilon^T]\xi(t) + \mathcal{G}^T(t)R\mathcal{G}(t) + \delta(1 - \delta)[\bar{I}_A F_1(x) - \bar{I}_B F_2(x)]^T R[\bar{I}_A F_1(x) - \bar{I}_B F_2(x)] \\ & \quad + \alpha(1 - \alpha)h^T(x(t))\bar{D}^T R\bar{D}h(x(t)) + \sum_{j=1}^N (\theta_j(t) - \theta_j) e_{y_j}^T(t) K^T Z_j^T R Z_j K e_{y_j}(t) \\ & \quad + [\tau(t) - \tau_m]\xi^T(t)NR_2^{-1}N^T\xi(t) + [\tau_M - \tau(t)]\xi^T(t)MR_2^{-1}M^T\xi(t). \end{aligned} \quad (31)$$

注意到不等式 (31) 的右边是关于 $\tau(t) \in [\tau_m, \tau_M]$ 的凸组合, 利用引理 2 和 Schur 补, 可知

$$E\{\dot{V}(t)\} - \gamma^2 w^T(t)w(t) + \tilde{z}^T(t)\tilde{z}(t) < 0 \tag{32}$$

成立, 当且仅当式 (18) 成立. 零初始条件下, 在区间 $(t_0, +\infty)$ 上对式 (32) 两边积分, 并考虑到 $E\{\dot{V}(\eta(+\infty))\} \geq 0$, 可以得到

$$\int_0^\infty \tilde{z}^T(t)\tilde{z}(t)dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt. \tag{33}$$

接下来证明系统的稳定性, 考虑 $E\{\dot{V}(t)\}$, 利用上面类似的方法, 可以得到

$$E\{\dot{V}(t)\} \leq \lambda_{\max}(\bar{\Phi}(s))E\{\|\eta(t)\|\}, \tag{34}$$

其中 $\bar{\Phi}(s)$ 为矩阵 $\Phi(s) - \text{diag}\{\tilde{L}^T\tilde{L}, 0, 0, 0\}$ 去掉元素 $\gamma^2 I$ 所在的行和列的主子式, 其中 $\tilde{L} = [0 \ 0 \ \bar{L} \ 0_8]$. 显然, $\bar{\Phi}(s) < 0$. 根据 Lyapunov 稳定性理论, 可得误差估计系统 (16) 是随机渐近稳定的, 并且满足给定的 H_∞ 性能水平 γ .

3.2 状态估计器设计

定理 1 给出了复杂网络估计误差系统 (16) 随机渐进稳定的充分条件, 但并未考虑估计器的设计, 接下来, 在定理 1 分析基础上, 下面将给出在混合触发传输机制与随机网络对抗攻击影响下, 复杂网络系统 (1) 的状态估计增益矩阵 $K_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 的设计方法.

定理 2 对于给定的标量参数 $0 \leq \tau_1 \leq \tau_2, d_M, \alpha, \delta, \theta_j, \sigma_j (j = 1, 2, \dots, N)$, 在分布式混合触发传输机制和随机网络对抗攻击条件下, 如果存在正定矩阵 $P = \text{diag}\{P_1, P_{21}, P_{22}, \dots, P_{2N}\}, Q_i > 0, R_i > 0 (i = 1, 2, 3)$ 及合适维数矩阵 $M, N, \Lambda_1, \Lambda_2$ 和 $Y = \text{diag}\{Y_1, Y_2, \dots, Y_N\}$, 使得对给定的正参数 $\varepsilon_i (i = 1, 2, 3)$, 如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{11} + \Upsilon + \Upsilon^T & * & * & * \\ \tilde{\Sigma}_{21} & \tilde{\mathcal{R}} & * & * \\ \tilde{\Sigma}_{31} & 0 & \tilde{\mathcal{R}}_\Lambda & * \\ \Sigma_{41}(s) & 0 & 0 & -R_2 \end{bmatrix} < 0, \quad (s = 1, 2), \tag{35}$$

其中,

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_{21} &= [\tilde{\Sigma}_{211} \ \tilde{\Sigma}_{212}], \quad \tilde{\Sigma}_{211} = [\delta\Gamma_{10} \otimes (P\bar{I}_A) \ (1 - \delta)\Gamma_{10} \otimes (P\bar{I}_B) \ \Gamma_{10} \otimes (P\bar{A}) \ 0 \ \Gamma_{10} \otimes (P\bar{B}) \ 0 \ 0], \\ \tilde{\Sigma}_{212} &= [\Gamma_{10} \otimes (P\bar{C}) \ \theta\Gamma_{10} \otimes (P\bar{C}_1) \ \alpha\Gamma_{10} \otimes (P\bar{D}) \ \Gamma_{10} \otimes (P\bar{E})], \quad \Gamma_{10} = [\tau_m \ \sqrt{\tau_M - \tau_m} \ d_m], \\ P\bar{A} &= \begin{bmatrix} P_1(G \otimes \Gamma_1) & 0 \\ YC & P_2(G \otimes \Gamma_1) - YC \end{bmatrix}, \quad P\bar{B} = \begin{bmatrix} P_1(G \otimes \Gamma_2) & 0 \\ 0 & P_2(G \otimes \Gamma_2) \end{bmatrix}, \quad P\bar{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -YC & 0 \end{bmatrix}, \\ P\bar{C}_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ (\theta \otimes I_n)Y \end{bmatrix}, \quad P\bar{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ -YC \end{bmatrix}, \quad P\bar{E} = \begin{bmatrix} P_1E \\ P_2E \end{bmatrix}, \quad \tilde{\Sigma}_{31} = \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma}_{311} & 0 \\ 0 & \tilde{\Sigma}_{312} \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Sigma}_{311} &= [\delta(1 - \delta)\Gamma_{10} \otimes (P\bar{I}_A) \ \delta(1 - \delta)\Gamma_{10} \otimes (P\bar{I}_B) \ 0_6], \quad P_2 = \text{diag}\{P_{21}, P_{22}, \dots, P_{2N}\}, \end{aligned}$$

$$\tilde{\mathcal{R}} = \text{diag}\{\tilde{R}_1, \tilde{R}_2, \tilde{R}_3\}, \tilde{\mathcal{R}}_\Lambda = \text{diag}\{\underbrace{\tilde{\mathcal{R}}, \dots, \tilde{\mathcal{R}}}_{N+1}\}, \tilde{R}_j = \varepsilon_j^2 R_j - 2\varepsilon_j P \quad (j = 1, 2, 3),$$

$$\tilde{\Sigma}_{312} = \begin{bmatrix} \theta_1(1 - \theta_1)\Gamma_{11} \otimes (Z_1 P_2 K) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_N(1 - \theta_N)\Gamma_{11} \otimes (Z_N P_2 K) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha(1 - \alpha)\Gamma_{11} \otimes P\bar{D} & 0 \end{bmatrix},$$

那么, 复杂网络状态估计误差系统 (16) 是随机渐进稳定的且满足给定的 H_∞ 性能 γ . 且状态估计增益矩阵为 $K = P_2^{-1}Y$, 即 $K_i = P_{2i}^{-1}Y_i \quad (i = 1, 2, \dots, N)$, 分布式混合触发参数矩阵为 $W_i \quad (i = 1, 2, \dots, N)$.

证明 定义 $\mathcal{J} = \text{diag}\{PR_1^{-1}, PR_2^{-1}, PR_3^{-1}\}$, 令 $\mathcal{F} = \text{diag}\{I, \underbrace{\mathcal{J}, \dots, \mathcal{J}}_{N+2}, I\}$ 在式 (18) 左右两边分别乘以 \mathcal{F} 及其转置, 并结合不等式 $-PR_j^{-1}P \leq -\varepsilon_j^2 R_j - 2\varepsilon_j P \quad (j = 1, 2, 3)$ 进行放缩, 其中 ε_j 为给定的任意的正实数. 在得到的矩阵不等式中, 定义 $Y = P_2 K$, 得到条件 (35). 令 $P_2 = \text{diag}\{P_{21}, P_{22}, \dots, P_{2N}\}$, 可得状态估计器 $K = P_2^{-1}Y = \text{diag}\{P_{21}^{-1}, P_{22}^{-1}, \dots, P_{2N}^{-1}\} \cdot \text{diag}\{Y_1, Y_2, \dots, Y_N\}$, 即 $K_i = P_{2i}^{-1}Y_i \quad (i = 1, 2, \dots, N)$.

注释5 定理 2 求解估计器过程中, 重点是消除矩阵不等式 (18) 中的非线性项. 在处理过程中主要使用两个方法, 一方面是利用不等式进行放缩技术, 另一方面通过初等变换消去非线性项. 在这一变换过程中 $P_2(\theta \otimes I_n)K$ 和 $P_2(\theta \otimes I_n)KC$ 是非线性项, 对于一般的合适维数的正定矩阵 P_2 , 由于 $P_2(\theta \otimes I_n)K \neq (\theta \otimes I_n)P_2K$, 因此, 该非线性项很难消除. 在定理 2 中取 $P_2 = \text{diag}\{P_{21}, P_{22}, \dots, P_{2N}\}$ 为分块对角矩阵形式, 则表达式 $P_2(\theta \otimes I_n)K = (\theta \otimes I_n)P_2K$ 成立. 令 $Y = P_2 K$, 既解决了非线性项不能求解的问题, 又很简便的得到了状态估计器的增益矩阵.

注释6 本文引入的网络对抗攻击函数 $a_y(t)$ 具有跟系统输出相适应的上下界, 这样的网络攻击具有一定的隐蔽性, 若攻击函数上下界限很大, 即网络攻击信号较强, 就很容易导致系统发生故障, 那么这一问题就转变为一个网络攻击导致的故障检测问题, 可以设计一个故障滤波器进行检测, 排除故障, 这也是一个值得研究的问题.

4 数值仿真

在本节中, 以一个一般拓扑结构的复杂网络系统为例验证所提出方法的有效性. 在系统模型 (1) 中, 假设该复杂网络动态系统包含 5 个节点, 且每一个节点的状态变量为二维的, 内部耦合矩阵和外部耦合矩阵如下:

$$G = \begin{bmatrix} -15 & 12.01 & 0 & 0 & 0.01 \\ 12.01 & -15 & 0 & 0 & 0 \\ 0.01 & 0.02 & -16 & 0 & 0.02 \\ 0.02 & 0.01 & 0 & -16 & 0.01 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0.01 & -14 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}.$$

复杂网络系统模型 (1) 中的系统参数矩阵取值为

$$A = \begin{bmatrix} 0.2 & -0.2 \\ -0.4 & 0.3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.2 & -0.25 \\ -0.35 & 0.3 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = [0.2 \ -0.5], C_2 = [0.2 \ 0], C_3 = [0.2 \ -0.6], C_4 = [0.2 \ 0], C_5 = [-0.7 \ 0.2],$$

$$L_1 = [0.4 \ -0.3], L_2 = [0 \ 0.25], L_3 = [0.22 \ -0.36], L_4 = [0.32 \ 0], L_5 = [-0.27 \ 0.32],$$

$$E_1 = [0.5 \ -0.1]^T, E_2 = [0.3 \ -0.2]^T, E_3 = [0.8 \ -0.4]^T, E_4 = [0.2 \ -0.3]^T, E_5 = [0 \ -0.5]^T.$$

假设网络模型 (1) 中表述节点 i 动态行为的非线性函数具有如下相同表达式:

$$f_1(x_i(t)) = \begin{bmatrix} 0.4x_{i1}(t) - \tanh(0.3x_{i2}(t)) \\ 0.9x_{i2}(t) - \tanh(0.7x_{i1}(t)) \end{bmatrix}, f_2(x_i(t)) = \begin{bmatrix} 0.3x_{i1}(t) - \tanh(0.2x_{i2}(t)) \\ 0.8x_{i2}(t) - \tanh(0.6x_{i1}(t)) \end{bmatrix}, (i = 1, 2, \dots, 5).$$

根据式 (2), 可取

$$\Xi_1 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \Xi_2 = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \Xi_3 = \begin{bmatrix} -0.7 & 0 \\ 0 & 0.6 \end{bmatrix}, \Xi_4 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix}.$$

在本例子中, 假设描述网络节点随机动态行为的切换概率均值 $\delta_0 = 0.7$, 随机网络攻击信号的攻击概率均值 $\alpha = 0.65$, 延迟信息 $\tau_m = 0.1$, $\tau_M = 1.2$, 每个节点的事件触发概率均值分别为 $\theta_1 = 0.05$, $\theta_2 = 0.09$, $\theta_3 = 0.13$, $\theta_4 = 0.19$, $\theta_5 = 0.25$, 事件触发约束参数 $\sigma_1 = 0.56$, $\sigma_2 = 0.24$, $\sigma_3 = 0.22$, $\sigma_4 = 0.22$, $\sigma_5 = 0.18$. 对于给定 $\gamma = 1.4$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1$. 根据定理 2, 使用 MATLAB 的 LMI 工具箱, 可以得到复杂网络系统 5 个节点的状态估计器增益矩阵和对应的混合触发参数矩阵分别为

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.0190 \\ -0.0692 \end{bmatrix}, W_1 = \begin{bmatrix} 3.9943 & 0.0069 \\ 0.0069 & 4.0757 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 0.1100 \\ 0.0360 \end{bmatrix}, W_2 = \begin{bmatrix} 4.1538 & 0.0042 \\ 0.0042 & 4.2518 \end{bmatrix}, K_3 = \begin{bmatrix} 0.0169 \\ -0.0688 \end{bmatrix},$$

$$W_3 = \begin{bmatrix} 4.3675 & 0.0057 \\ 0.0057 & 3.9701 \end{bmatrix}, K_4 = \begin{bmatrix} 0.1252 \\ 0.0863 \end{bmatrix}, W_4 = \begin{bmatrix} 4.0605 & 0.0119 \\ 0.0119 & 4.1555 \end{bmatrix}, K_5 = \begin{bmatrix} -0.0582 \\ 0.0117 \end{bmatrix}, W_5 = \begin{bmatrix} 4.2710 & 0.0049 \\ 0.0049 & 4.3558 \end{bmatrix}.$$

设定复杂网络系统 (1) 中 5 个节点的初始条件分别为 $x_{10} = [1.5 \ -1.1]^T$, $x_{20} = [0.7 \ -1.2]^T$, $x_{30} = [1.6 \ -1.7]^T$, $x_{40} = [1.2 \ -1.3]^T$, $x_{50} = [1.0 \ -1.5]^T$, 扰动信号 $w(t) = 2 \sin(t)/3(t+1)$, 网络攻击对应的非线性函数分别 $h(x_i(t)) = [-\tanh(x_{i1}(t) + (10+i)x_{i2}(t)) \tanh(0.6x_{i2}(t))]^T$ ($i = 1, 2, \dots, 5$). 仿真结果如图 2~9. 图 2 给出了随机网络对抗攻击信号, 图 3 为待测信号 $z(t)$ 的估计误差, 图 4 为状态估计误差尺度 $|e(t)|$ 的变化轨迹和系统的扰动信号 $w(t)$, 图 3 与 4 表明了复杂网络系统中每一个节点的状态估计值都趋于真实值; 图 5~9 给出了复杂网络 5 个节点的混合触发的时刻和时间间隔, 详细的仿真结果见表 1. 从表 1 可以看出分布式混合触发机制明显的减少了网络带宽的使用, 同时保证了给定的 H_∞ 性能水平 γ . 另外, 本文所提出的混合触发机制, 可以根据对系统性能的要求, 调节每个节点的事件触发发生的概率, 从而方便的控制触发器的触发次数. 以上仿真结果表明, 本文所提出的状态估计器和混合触发器联合设计的方法是有效的.

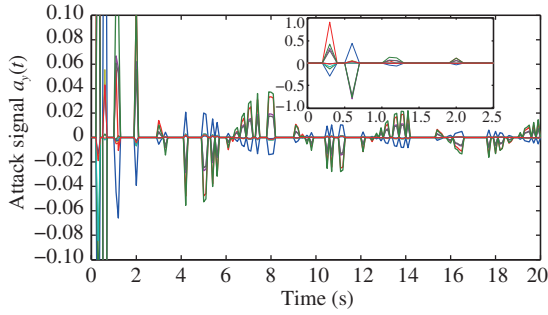


图 2 (网络版彩图) 5 个节点的随机对抗攻击变量 $a_{yi}^{(1)}(t)$ 和 $a_{yi}^{(2)}(t)$, $i = 1, 2, \dots, 5$
Figure 2 (Color online) Stochastic adversarial attack variables $a_{yi}^{(1)}(t)$ and $a_{yi}^{(2)}(t)$ for five nodes $i = 1, 2, \dots, 5$

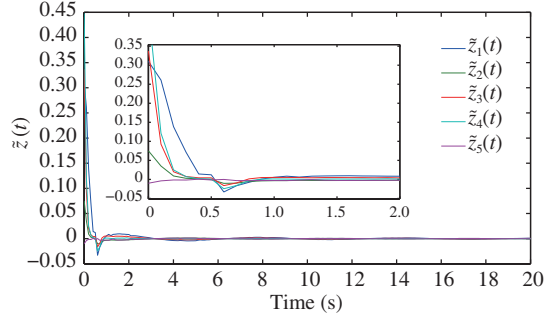


图 3 (网络版彩图) 估计误差信号 $\tilde{z}(t)$
Figure 3 (Color online) Estimation error signal $\tilde{z}(t)$

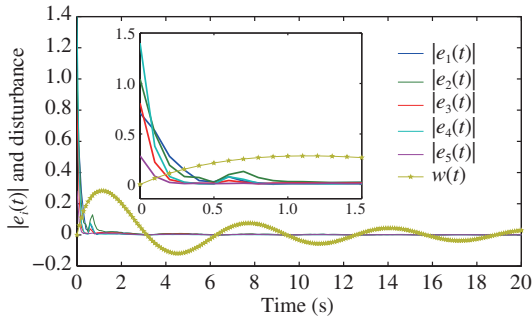


图 4 (网络版彩图) 状态估计误差尺度 $|e(t)|$ 与扰动 $w(t)$
Figure 4 (Color online) Magnitude $|e(t)|$ of the state estimation and disturbance $w(t)$

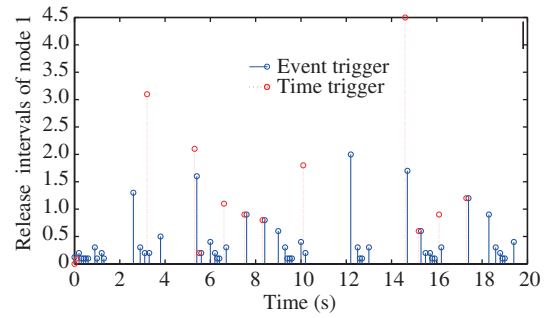


图 5 (网络版彩图) 节点 1 的触发时刻和触发间隔
Figure 5 (Color online) Release instants and intervals of node 1

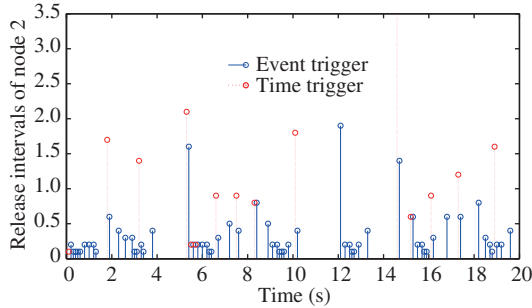


图 6 (网络版彩图) 节点 2 的触发时刻和触发间隔
Figure 6 (Color online) Release instants and intervals of node 2

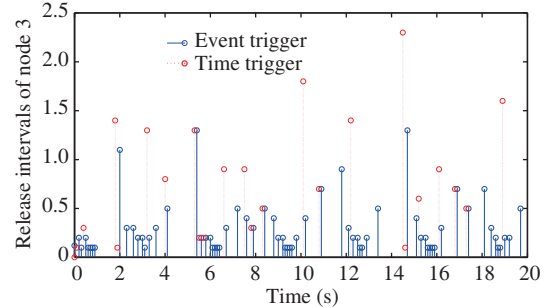


图 7 (网络版彩图) 节点 3 的触发时刻和触发间隔
Figure 7 (Color online) Release instants and intervals of node 3

5 结论

本文利用 Lyapunov 稳定性理论和随机分析技术, 研究了一类随机节点的复杂网络系统在混合触

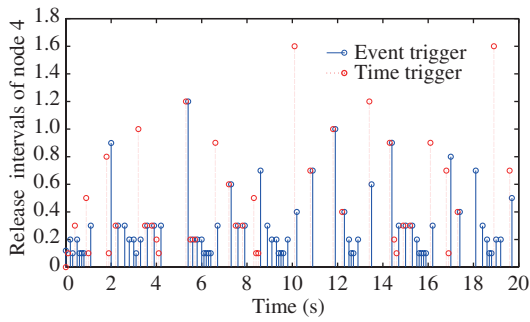


图 8 (网络版彩图) 节点 4 的触发时刻和触发间隔
Figure 8 (Color online) Release instants and intervals of node 4

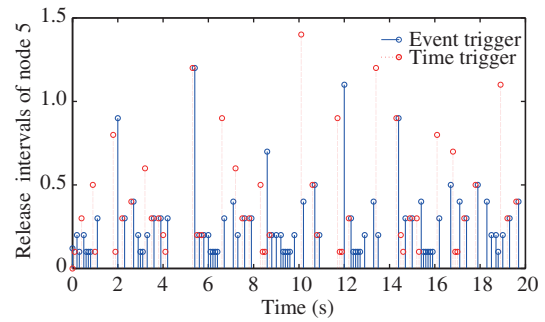


图 9 (网络版彩图) 节点 5 的触发时刻和触发间隔
Figure 9 (Color online) Release instants and intervals of node 5

表 1 网络系统各节点的混合触发次数

Table 1 Hybrid trigger times for each node of network systems

	Node 1	Node 2	Node 3	Node 4	Node 5
Time-triggered times	13	18	24	39	48
Event-triggered times	50	61	67	67	73
Hybrid-triggered times	63	79	91	106	121
Average release period	0.317	0.253	0.220	0.189	0.165
Percent of transmission (%)	31.5	39.5	45.5	53.0	60.5

发传输机制和随机网络攻击环境下的 H_∞ 状态估计问题. 在混合触发传输机制的部分参数未知及网络攻击非线性函数有界的条件下, 给出了设计的状态估计误差增广系统稳定的充分条件, 为了进一步的实际应用, 基于线性矩阵不等式方法, 给出了状态估计器的反馈增益的设计方法, 并一起得到了混合触发算法中的未知参数. 最后, 给出了一个仿真例子验证了本文提出方法在复杂网络状态估计中的有效性.

参考文献

- 1 Zhou T, Bo W J, Wang B H, et al. A brief of complex networks. *Physics*, 2005, 34: 31–36 [周涛, 柏文洁, 汪秉宏, 等. 复杂网络研究概述. *物理*, 2005, 34: 31–36]
- 2 An X L, Zhang L, Li Y Z, et al. Synchronization analysis of complex networks with multi-weights and its application in public traffic network. *Phys A Stat Mech Its Appl*, 2014, 412: 149–156
- 3 Tang Y, Qian F, Gao H J, et al. Synchronization in complex networks and its application — a survey of recent advances and challenges. *Annu Rev Control*, 2014, 38: 184–198
- 4 Li F, Zhang L, Liu Y K, et al. A clustering network-based approach to service composition in cloud manufacturing. *Int J Comput Integr Manuf*, 2017, 30: 1331–1342
- 5 Jing G S, Zheng Y S, Wang L. Consensus of multiagent systems with distance-dependent communication networks. *IEEE Trans Neural Netw Learn Syst*, 2017, 28: 2712–2726
- 6 Shen B, Wang Z D, Ding D R, et al. H_∞ state estimation for complex networks with uncertain inner coupling and incomplete measurements. *IEEE Trans Neural Netw Learn Syst*, 2013, 24: 2027–2037
- 7 Wang L C, Wei G L, Shu H S. State estimation for complex networks with randomly occurring coupling delays. *Neurocomputing*, 2013, 122: 513–520

- 8 Liu J L, Tang J, Fei S M. Event-based state estimation for delayed neural network systems with quantization. *Sci Sin Inform*, 2016, 46: 1555–1568 [刘金良, 汤佳, 费树岷. 基于事件触发和量化的时滞神经网络系统状态估计. *中国科学: 信息科学*, 2016, 46: 1555–1568]
- 9 Hu J L, Wang Z D, Liu S, et al. A variance-constrained approach to recursive state estimation for time-varying complex networks with missing measurements. *Automatica*, 2016, 64: 155–162
- 10 Astrom K J, Bo B. Comparison of periodic and event based sampling for first-order stochastic systems. *IFAC Proc Volumes*, 1999, 32: 5006–5011
- 11 Yue D, Tian E G, Han Q L. A delay system method for designing event-triggered controllers of networked control systems. *IEEE Trans Autom Control*, 2013, 58: 475–481
- 12 Ge X, Han Q L. Distributed event-triggered H_∞ filtering over sensor networks with communication delays. *Inf Sci*, 2015, 291: 128–142
- 13 Yan H, Xu X, Zhang H, et al. Distributed event-triggered H_∞ state estimation for T-S fuzzy systems over filtering networks. *J Franklin Institute*, 2017, 354: 3760–3779
- 14 Yang R H, Zhang H, Yan H C. Event-triggered cooperative output regulation of heterogeneous multi-agent systems with switching topology. *Acta Autom Sin*, 2017, 43: 472–477 [杨若涵, 张皓, 严怀成. 基于事件触发的拓扑切换异构多智能体协同输出调节. *自动化学报*, 2017, 43: 472–477]
- 15 Zhu M H, Martinez S. Stackelberg-game analysis of correlated attacks in cyber-physical systems. In: *Proceedings of American Control Conference, San Francisco*, 2011. 4063–4068
- 16 Foroush H S, Martinez S. On event-triggered control of linear systems under periodic denial-of-service jamming attacks. In: *Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control, Maui*, 2012. 2551–2556
- 17 Liu S, Wei G L, Song Y, et al. Extended Kalman filtering for stochastic nonlinear systems with randomly occurring cyber attacks. *Neurocomputing*, 2016, 207: 708–716
- 18 Lu A Y, Yang G H. Event-triggered secure observer-based control for cyber-physical systems under adversarial attacks. *Inf Sci*, 2017, 420: 96–109
- 19 Tan Y S, Liu J L, Zhang Y Y. Event-triggered state estimation for complex networked systems. *J Syst Sci Math*, 2015, 35: 891–903 [谭玉顺, 刘金良, 张媛媛. 基于事件触发的复杂网络系统的状态估计. *系统科学与数学*, 2015, 35: 891–903]
- 20 Wang L C, Wang Z D, Huang T W, et al. An event-triggered approach to state estimation for a class of complex networks with mixed time delays and nonlinearities. *IEEE Trans Cybern*, 2016, 46: 2497–2508
- 21 Zhang W B, Wang Z D, Liu Y R, et al. Event-based state estimation for a class of complex networks with time-varying delays: a comparison principle approach. *Phys Lett A*, 2017, 381: 10–18
- 22 Li H J. Sampled-data state estimation for complex dynamical networks with time-varying delay and stochastic sampling. *Neurocomputing*, 2014, 138: 78–85

Distributed hybrid-triggered state estimation for complex networked system with network attacks

Yushun TAN^{1,2}, Shumin FEI^{2*} & Jinliang LIU³

1. *Department of Applied Mathematics, Nanjing University of Finance and Economics, Nanjing 210023, China;*

2. *School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China;*

3. *School of Information Engineering, Nanjing University of Finance and Economics, Nanjing 210023, China*

* Corresponding author. E-mail: smfei@seu.edu.cn

Abstract A distributed hybrid-triggered H_∞ state estimation is investigated for a class of complex networked systems under networked adversarial attacks. First, we propose a hybrid-triggered communication scheme to achieve the right balance between improving the performance of the basic event-triggered scheme and reducing the network burden. Under the hybrid triggered communication scheme, a novel state estimation model is established that assembles the items of triggered functions and networked adversarial attacks. Then, by using a stochastic analysis technique and the Lyapunov stability theory, some sufficient conditions for the stochastic stability of systems are obtained. In addition, a set of desired H_∞ estimation gains and trigger parameters can be simultaneously derived by solving some linear matrix inequalities. Finally, a numerical example including five nodes is provided to demonstrate the effectiveness of the proposed approach.

Keywords complex network, hybrid-triggered scheme, adversarial network attacks, state estimation, matrix inequalities



Yushun TAN was born in Shandong Province, China, in 1977. He received the Ph.D. degree in system engineering from Southeast University in 2015. Beginning in 2016, he worked as a postdoctoral researcher at the School of Automation, Southeast University. Currently, he is a visiting fellow at the City University of Hong Kong. He has been with the College of Applied Mathematics, Nanjing University of Finance and Economics, since 2006. His research inter-

ests include networked control systems and complex dynamical networks.



Shumin FEI received the Ph.D. degree from Beijing University of Aeronautics and Astronautics in 1995. From 1995 to 1997, he was a postdoctoral research fellow at Southeast University. Presently, he is a professor and doctoral advisor in the School of Automation, Southeast University. His research interests include nonlinear systems, stability theories of delayed systems, and complex systems.



Jinliang LIU was born in Shandong Province, China, in 1980. He received the Ph.D. degree from Donghua University in 2011. From 2013 to 2016, he worked as a postdoctoral researcher at the School of Automation, Southeast University. He has been with the College of Information Engineering, Nanjing University of Finance and Economics, since 2011. His research interests include networked control systems

and T-S fuzzy systems.