



一种新的自适应宽带扫频方法及其在分层微带结构全波分析中的应用

宋喆*, 吴仕飞, 李卫东, 张彦

东南大学毫米波国家重点实验室, 南京 211111

* 通信作者. E-mail: zhe.song@seu.edu.cn

收稿日期: 2016-08-13; 接受日期: 2016-11-02; 网络出版日期: 2017-03-30

国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (批准号: 2013CB329002) 和国家自然科学基金 (批准号: 61601121, 61401092, 61302019) 资助项目

摘要 本文基于分层媒质空域并矢 Green 函数的精确、快速计算, 结合混合位积分方程的矩量法模型, 建立了一种自适应的分层微带无源电路宽带扫频算法. 该算法以目标频段内 Chebyshev 多项式零点为频率样点建立插值机制, 其插值矩阵的相对误差通过矩阵 Frobenius 范数给予定义, 并由此作为自适应机制的收敛依据. 实验表明, 以频率区间内的 Chebyshev 多项式零点作插值节点, 相比于等间距样点, 拥有更低和更平稳的误差表现. 该方法在无需任何先验条件的情况下, 通过自适应反馈系统可以精确、快速地求得宽带微波无源电路的全波分析结果. 根据大量统计数据, 本文还定量地给出了该算法在数值精度和计算效率之间的权衡关系.

关键词 分层媒质空域并矢 Green 函数, 矩量法, 频率扫描, 微波宽带无源电路, 自适应算法

1 引言

电磁场积分方程矩量法 (EFIE-MoM) 已被广泛应用于微波平面分层无源电路的数值建模与全波仿真^[1]. 随着工作频率和系统集成度的不断提高, 人们越来越重视整板电路在较宽频带内的电磁兼容性分析, 并由此来指导优化设计^[2]. 微波多层无源电路可以建模为分层媒质结构, 而基于混合位积分方程 (MPIE) 的矩量法特别适合于这一类问题^[3]. 与时域有限差分法 (FDTD)、有限元法 (FEM) 不同的是, 由于 Green 函数的核心作用, 矩量法不需要对介质结构进行剖分, 而只需在导体表面进行网格离散, 通过选取适当的局域基函数展开导体表面的未知电流以及 Galerkin 测试, 可将积分方程转化为线性代数方程组^[4~9]. 求解该方程组, 可获得导体表面的电流分布, 进而导出相关电磁参量. 仅对导体表面进行剖分, 意味着代数方程组的阶数相对较低, 从而降低了计算代价, 但前提是必须精确、快速地计算分层媒质的电磁并矢 Green 函数. 随着电磁目标尺寸的不断增大, 矩量法的计算效率受限于

引用格式: 宋喆, 吴仕飞, 李卫东, 等. 一种新的自适应宽带扫频方法及其在分层微带结构全波分析中的应用. 中国科学: 信息科学, 2017, 47: 915-927, doi: 10.1360/N112016-00195
Song Z, Wu S F, Li W D, et al. An adaptive wideband frequency-sweeping algorithm and its application to full-wave analysis of multilayered structures (in Chinese). Sci Sin Inform, 2017, 47: 915-927, doi: 10.1360/N112016-00195

阻抗矩阵的填充, 即需要 $O(N^2)$ 步计算 (其中, N 表示未知量个数), 而且该计算须对每个频点重复一次, 这极大地限制了矩量法在宽带分析中的应用 [8]. 为此, 需要在保证矩量法计算精度的前提下, 通过引入插值机制, 建立一种宽带电路的扫频算法.

针对微波宽带无源电路扫频算法的研究由来已久. 为了充分利用有理函数拟合算法在处理多极点曲线时的优越性, 人们相继建立了一系列面向多谐振点散射参数曲线的有理函数插值/外推算法. 通过引入 Pade 逼近 [10] 和 Cauchy 方法 [11~13] 可以建立有效的扫频算法; 然而, 这些方法需要计算电流系数的导数, 不仅增加了计算复杂度, 而且难以控制由微分运算而被进一步锐化的误差. 为了避免插值节点处的导数运算, 矢量拟合方法 (vector fitting) [14] 和 Neville 型 Stoer-Bulirsch 方法 [15] 被先后提出用于宽带电路的扫频计算, 利用自适应频率采样 (AFS), 实现了在相对较宽频带内的精确插值. 尽管该方法相比于其他采样方式已大幅减少了样点个数, 但为了达到足够高的精度, 仍然需要大量的样点值以便精确捕捉散射参数曲线上的全部谐振极点. 相比于微带电路散射参数曲线的复杂多变, 其矩量法阻抗矩阵元素随频率的变化则相对平滑, 而且不存在极点, 仅通过多项式拟合就可以达到很高的精度 [8,9]. 这类面向矩量法阻抗矩阵的插值算法已被广泛用于基于自由空间 Green 函数的宽带 RCS 扫频计算 [16,17]. 基于 Newmann 提出的阻抗矩阵拟合函数 [8], Yeo 和 Mittra [9] 建立了微带贴片天线的宽带扫频算法. 该算法根据场点 - 源点的相对位置关系, 分别建立了近距、中距以及远距阻抗矩阵元素的拟合公式, 并通过分频段插值提高了计算精度; 然而, 文献 [9] 并未讨论频率样点的选取规则、分段标准以及该算法的误差估计.

本文采用基于分层媒质空域并矢 Green 函数的矩量法对微带电路进行全波分析 [18~23], 提出一种以目标频段内 Chebyshev 多项式零点为频率样点的自适应扫频算法, 实现了在较宽频带内的精确、快速插值计算. 根据 Chebyshev 插值多项式的最小零偏差定理 [24], 该采样方式可以在目标频率区间内获得最精确的逼近效果和最平稳的相对误差, 而且避免了文献 [9] 中插值多项式的不一致性以及通过分段插值来获取更高精度的冗繁步骤. 本文利用矩阵 Frobenius 范数 (简称 F-范数) 对插值矩阵的相对误差给予定义 [24], 并依此作为自适应反馈机制的判敛标准. 实验表明, 该方法在无需任何先验条件的情况下, 通过自适应反馈可以精确、快速地求得平面宽带无源电路的全波分析结果. 根据大量统计数据, 本文还定量地给出了该算法在数值精度和计算效率之间的权衡关系.

2 分层媒质空域 Green 函数的精确、快速计算

在电磁场积分方程中, 场量 Green 函数较高的奇异性给积分计算带来了困难. 通过引入矢量位和标量位来表示电磁场量, 可以推导出奇异性相对较低的 MPIE [3]. 在如图 1 所示的分层媒质模型中, MPIE 已成功用于平面微带天线的计算, 并取得了较高的计算精度 [25]. 最常用到的 MPIE 可表示为 [3]

$$\mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \left\langle \overline{\overline{\mathbf{G}}}^A; \mathbf{J} \right\rangle + \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \langle G^\phi, \nabla' \cdot \mathbf{J} \rangle, \quad (1)$$

其中, $\overline{\overline{\mathbf{G}}}^A$ 和 G^ϕ 分别表示磁矢量位和电标量位 Green 函数, \mathbf{J} 为已知电流源, ω 和 (ϵ_0, μ_0) 分别表示角频率和自由空间本构关系. $\overline{\overline{\mathbf{G}}}^A$ 可以矩阵形式表示为

$$\overline{\overline{\mathbf{G}}}^A = \begin{bmatrix} G_{xx}^A & 0 & G_{xz}^A \\ 0 & G_{xx}^A & G_{yz}^A \\ G_{zx}^A & G_{zy}^A & G_{zz}^A \end{bmatrix}, \quad (2)$$

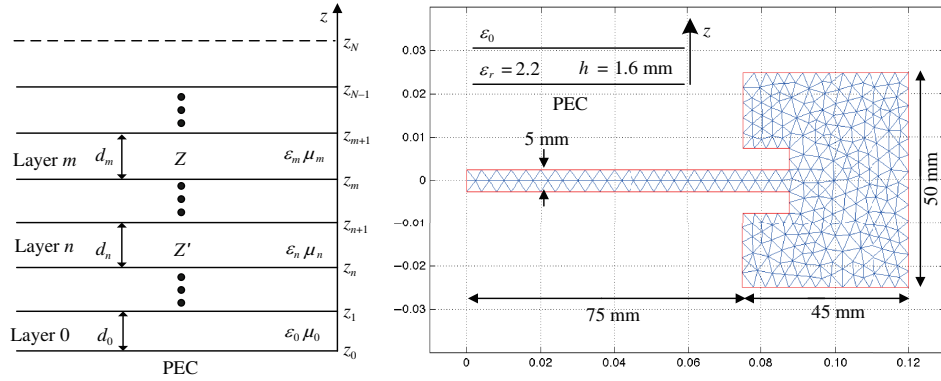


图 1 (网络版彩图) 分层媒质模型及微带贴片天线算例

Figure 1 (Color online) Multilayered structure and a patch antenna fed by microstrip line

其中的每个分量以及标量位 Green 函数的谱域形式可由传输线 Green 函数表示^[19]. 为了精确、快速地获得分层媒质空域并矢 Green 函数, 我们提出对近场区和非近场区分别利用 DCIM 和全模方法来计算, 具体表示如下^[21].

(i) 对近场区, $\rho \leq \lambda/2\pi$,

$$G(\rho) = \frac{A}{4\pi} \left(F_{\text{st}} \cdot \frac{e^{-jk_0\rho}}{\rho} + \sum_{i=1}^{N_C} a_i \frac{e^{-jk_0 r_i}}{r_i} - 2\pi j \sum_i^{N_{\text{SWP}}} \text{Res}_i H_0^{(2)}(k_{\rho i} \rho) k_{\rho i} \right), \quad (3)$$

其中, 常数 A 根据 \tilde{G}_{xx}^A , \tilde{G}_{zt}^A , \tilde{G}_{zz}^A , \tilde{G}^Φ 分别取 $\mu_{r,n}$, $\mu_{r,m}$, $\mu_{r,m}$ 和 $1/\varepsilon_{r,n}$, F_{st} 和 $\sum_{i=1}^{N_C} a_i \frac{e^{-jk_0 r_i}}{r_i}$ 分别表示准静态项和利用广义矩阵束方法 (GPOF) 拟合出的复镜像项. 根据传输线 Green 函数的等效表示方法^[19], 利用逐次扰动技术可以精确提取分层媒质谱域 Green 函数各个分量的表面波极点 $k_{\rho i}$, 进而解析地计算其留数 Res_i . DCIM 方法可以有效地应用于介质层电厚度较小、介质损耗较低的模型; 然而, 若要精确计算有耗分层媒质空域 Green 函数, 就必须考虑分层媒质开放表面处分支割线的积分贡献, 即连续谱所对应的空间波, 因此需要在非近场区采用全模提取结合分支割线积分计算的方法.

(ii) 非近场区, $\rho > \lambda/2\pi$,

$$\int_{\text{SIP}} (\cdot) dk_\rho = \int_{\Gamma} (\cdot) dk_\rho - 2\pi j \cdot \left(\sum_i^{N_{\text{SWP}}} R_{k_{\rho i}} + \sum_j^{N_{\text{LWP}}} R_{k_{\rho j}} \right), \quad (4)$$

$$\int_{\Gamma} (\cdot) dk_\rho = \int_{\Gamma} [\tilde{G}^+(k_\rho) + \tilde{G}^-(k_\rho)] \cdot H_n^{(2)}(k_\rho \rho) k_\rho dk_\rho, \quad (5)$$

其中, Γ 表示分支割线积分路径, 如文献^[21]所示. \tilde{G}^+ 和 \tilde{G}^- 分别表示处于 Riemann 上叶和下叶的谱域 Green 函数. N_{SWP} 和 N_{LWP} 分别表示所提取的表面波和漏波极点的数量. (\cdot) 中的离散极点可通过逐次扰动算法精确提取^[21]. 以图 1 所示的微带贴片天线为例, 其空域并矢 Green 函数 G_{xx}^A 和 G^Φ 示于图 2.

3 微带电路矩量法模型的自适应宽带扫频算法

3.1 微带电路的矩量法模型

将计算出的分层媒质空域并矢 Green 函数结合 RWG 基函数^[6]以及 Delta-Gap 电压源激励模

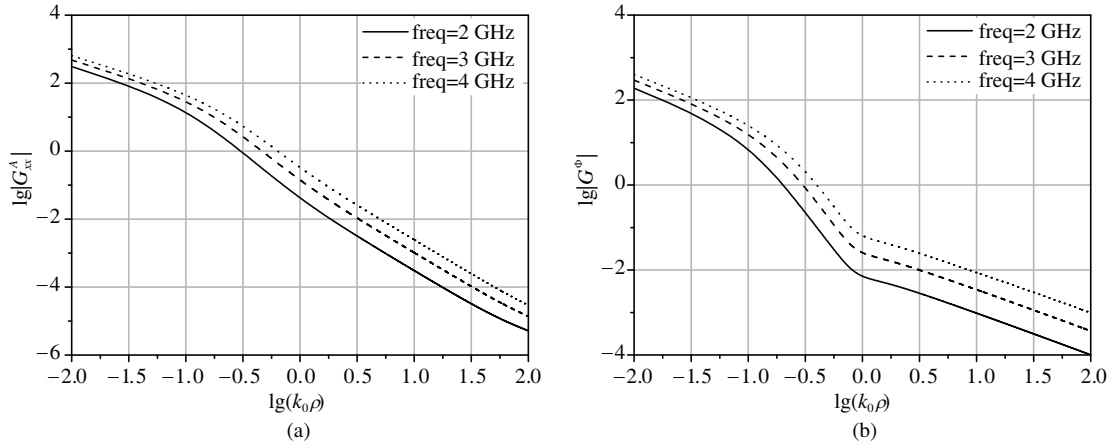


图 2 图 1 所示微带结构的空域 Green 函数

 Figure 2 Spatial Green's functions for the numerical example. (a) G_{xx}^A ; (b) G^Φ

型 [26], 可以建立基于 MPIE 的矩量法方程. 假设天线的馈线端口被一个幅度为 V_p^t 的电压源激励, 且馈线与地之间的缝隙间隔为 $\delta \rightarrow 0$, 则所激励出的入射电场可以表示为 [26]

$$\mathbf{E}^{inc} = V_p^t \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p) \hat{n}_p, \quad (6)$$

其中, \mathbf{r}_p 是端口的位置, \hat{n}_p 表示与馈线平行的外法线单位向量. 如果激励端口需要用并排的多个网格单元来描述, 则可表示为几个幅度相同的 Delta-Gap 电压源并联激励的形式. 由此, Delta-Gap 激励模型下的矩量法矩阵方程可以写为 [26]

$$\begin{bmatrix} Z_{FF} & Z_{FH} \\ Z_{HF} & Z_{HH} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_F \\ I_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_H \end{bmatrix}, \quad (7)$$

这里的阻抗矩阵分为四块, 矩阵元素 Z_{mn} 表示第 n 个测试函数与第 m 个基函数之间的作用结果, 下角标 F 和 H 分别表示完整的基函数和半个基函数. 当采用 Delta-Gap 电压源激励时, 矩阵方程右端的非零项需使用半个 RWG 来计算 [27]:

$$\begin{aligned} V_m &= -j\omega\epsilon_0 \int_{T_m} \mathbf{E}_t^{inc}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) ds \\ &= -j\omega\epsilon_0 \int_{T_m} V_m^t \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m) \cdot \hat{n}_m \cdot \frac{l_m}{2A_m} \boldsymbol{\rho}_m^- ds \\ &= j\omega\epsilon_0 \cdot V_m^t, \end{aligned} \quad (8)$$

利用矩阵束方法 (MPM) [28], 通过在远离激励端口以及不连续性的微带馈线上等间隔采样, 可以将端口平面处电流的传播模式及其高次模式逐个分离出来:

$$I(z) \approx \sum_{i=1}^N p_i \exp(\gamma_i z) = \sum_{i=1}^N p_i \exp[(\alpha_i + j\beta_i) z], \quad z > 0, \quad (9)$$

其中, p_i 和 γ_i 分别表示复指数函数的幅度和相位, α_i 和 β_i 分别表示 γ_i 的实部和虚部. 在分离出的这些模式中, 幅度最大的两个指数函数分别对应入射波和反射波, 由此可计算出该端口的 S_{11} [27].

3.2 自适应宽带扫频算法

直接利用矩量法分析微带电路时,需要逐频点反复计算空域并矢 Green 函数及该频点相应的阻抗矩阵,这成为矩量法计算宽带电路的效率瓶颈^[8].考虑到矩量法矩阵元素随频率的缓变特性,采用插值技术可以极大地提高阻抗矩阵的填充效率.文献[9]提出根据场点-源点的相对位置关系,分别建立近距、中距以及远距阻抗矩阵元素的拟合公式,并建议通过分段插值来提高计算精度.然而,由于该方法对不同场点-源点距离下的拟合关系是根据经验预设的,因此应用范围受到限制.实验表明^[22],该方法在靠近区间上界时会产生较大误差;尽管通过分段插值可有效提高拟合精度,但这无疑增加了样点个数,且文中并未明确给出分段插值的规则.为了建立一种更加灵活的插值机制,本文提出一种以目标频段内 Chebyshev 多项式零点为频率样点的自适应宽带扫频算法.根据 Chebyshev 插值多项式的最小零偏差定理可知^[29],通过在频率区间内的 Chebyshev 零点进行采样,可以获得参数曲线的精确逼近,其插值精度优于等距采样的 Lagrange 插值多项式^[24],并在高维插值时能够有效降低 Runge 现象.为了讨论该方案的数值精度,本文通过计算插值矩阵和标准矩量法矩阵之间的误差矩阵 F-范数对算法的相对误差进行评估,并依此作为自适应系统的判敛依据.通过对典型算例^[9]的大量计算,本文还定量地总结出算法精度与效率之间的权衡关系.

根据定义, N 次 Chebyshev 多项式在区间 $[0, 1]$ 之内的 N 个零点为^[24]

$$x_k = \cos\left(\frac{2k+1}{2n}\pi\right), \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1, \quad (10)$$

因此,在频段 $[f_l, f_h]$ 内, N 次 Chebyshev 多项式的零点,亦即 N 个频率样点为

$$f_k = \frac{f_h - f_l}{2}x_k + \frac{f_h + f_l}{2}. \quad (11)$$

基于频率样点处的阻抗矩阵,利用 Lagrange 插值多项式可快速得到全频段内任意频点处的阻抗矩阵:

$$\begin{cases} Z_{mn}^{\text{Intp.}}(f) = \sum_{i=0}^N Z_{mn}(f_i)\theta_i(f), \\ \theta_i(f) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^N \frac{f - f_j}{f_i - f_j}, \end{cases} \quad (12)$$

其中, $\theta_i(f)$ 为 N 次插值多项式.为了便于突出以 Chebyshev 零点为插值节点的方法具有数值精度高、误差平稳等优势,本文还实现了一种以频带内等间距样点为插值节点的计算方法,其 N 阶插值多项式的插值节点为

$$f_i = f_l + \frac{f_h - f_l}{n-1}i, \quad i = 0, 1, \dots, n-1. \quad (13)$$

在频带上采样点的数量直接决定了插值算法的精确度,并且在一定范围内满足“采样点数越多,拟合精度越高”的规律.为了评估 N 个采样点 Lagrange 插值矩阵的精度,需要定义基于矩阵 F-范数的误差估计函数.记 $[Z(L_N)]$ 为利用 N 个频率样点获得的 Lagrange 插值阻抗矩阵,则该矩阵 F-范数的相对误差估计函数 $\text{error}(N)$ 可定义为

$$\text{error}(N) = \max \left\{ \frac{\|[Z(L_N)] - [Z(L_{N-1})]\|_F}{\|[Z(L_{N-1})]\|_F} \right\}, \quad N \geq 3. \quad (14)$$

该误差估计函数定义为 N 点与 $N-1$ 点插值阻抗矩阵之差的 F-范数,与 $N-1$ 点插值阻抗矩阵的 F-范数之比.当采样点 N 确定后,上式“{ }”内的函数是关于频率的一段曲线,取其最大值作为当前

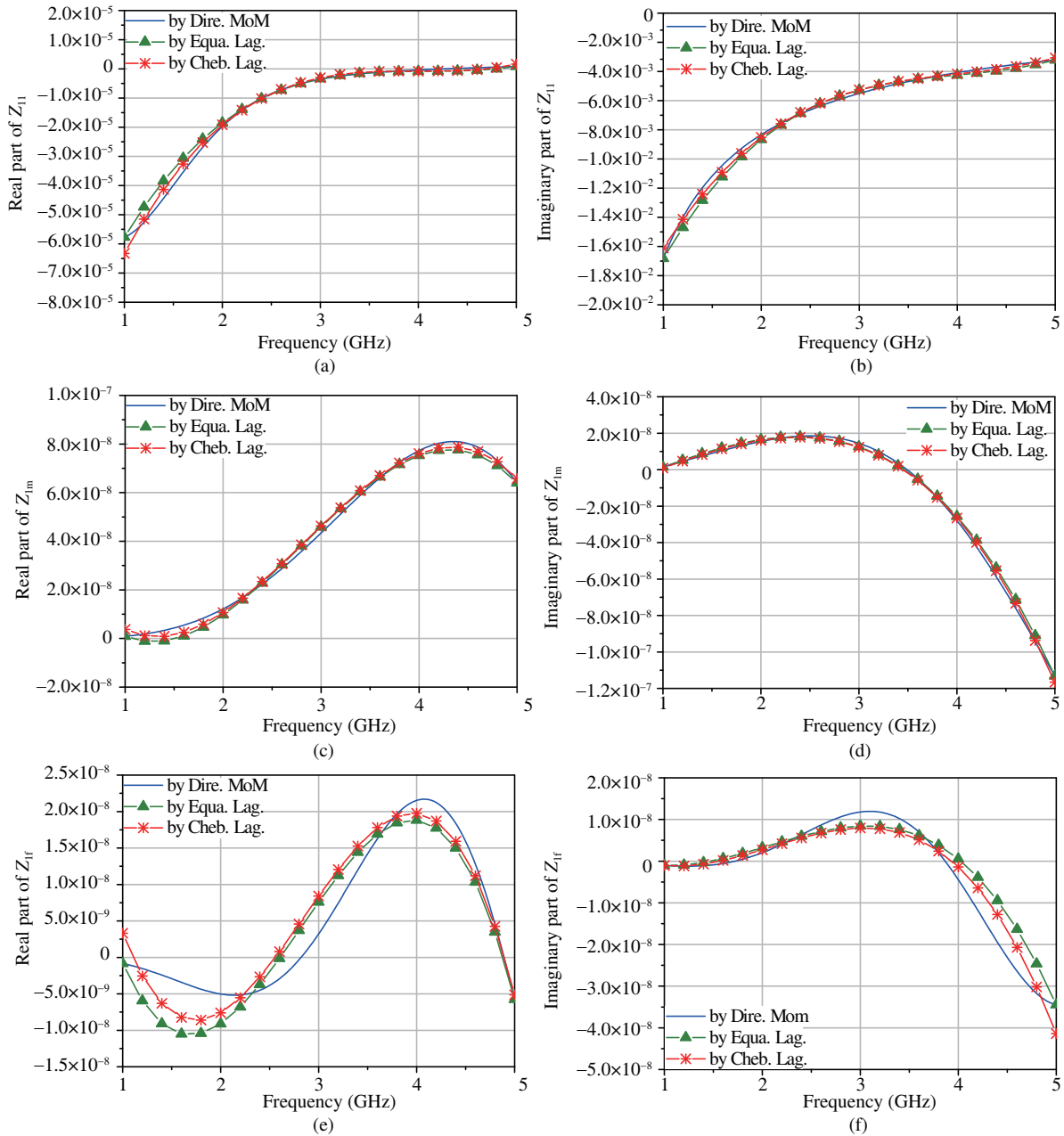


图 3 (网络版彩图) 4 点插值多项式 (等间隔点 vs. Chebyshev 零点) 对 Z_{11} , Z_{1m} , Z_{1f} 在全频带内的拟合结果
Figure 3 (Color online) 4-point interpolation (equally sampled vs. Chebyshev zeros) for Z_{11} , Z_{1m} , Z_{1f} in the whole frequency band. (a) Real part of Z_{11} ; (b) imaginary part of Z_{11} ; (c) real part of Z_{1m} ; (d) imaginary part of Z_{1m} ; (e) real part of Z_{1f} ; (f) imaginary part of Z_{1f}

数量采样点下矩阵 F-范数的相对误差. 该误差函数具有明确的数学意义, 从数值精度上体现了 N 点采样相较于 $N - 1$ 点采样插值的优越性. 在实际应用中, 该误差估计函数的门限可以作为自适应算法的判敛依据, 即

$$\text{error}(N) \leq p \times 100\%, \quad N \geq 3, \quad (15)$$

其中, p 代表相对误差估计函数的预设门限.

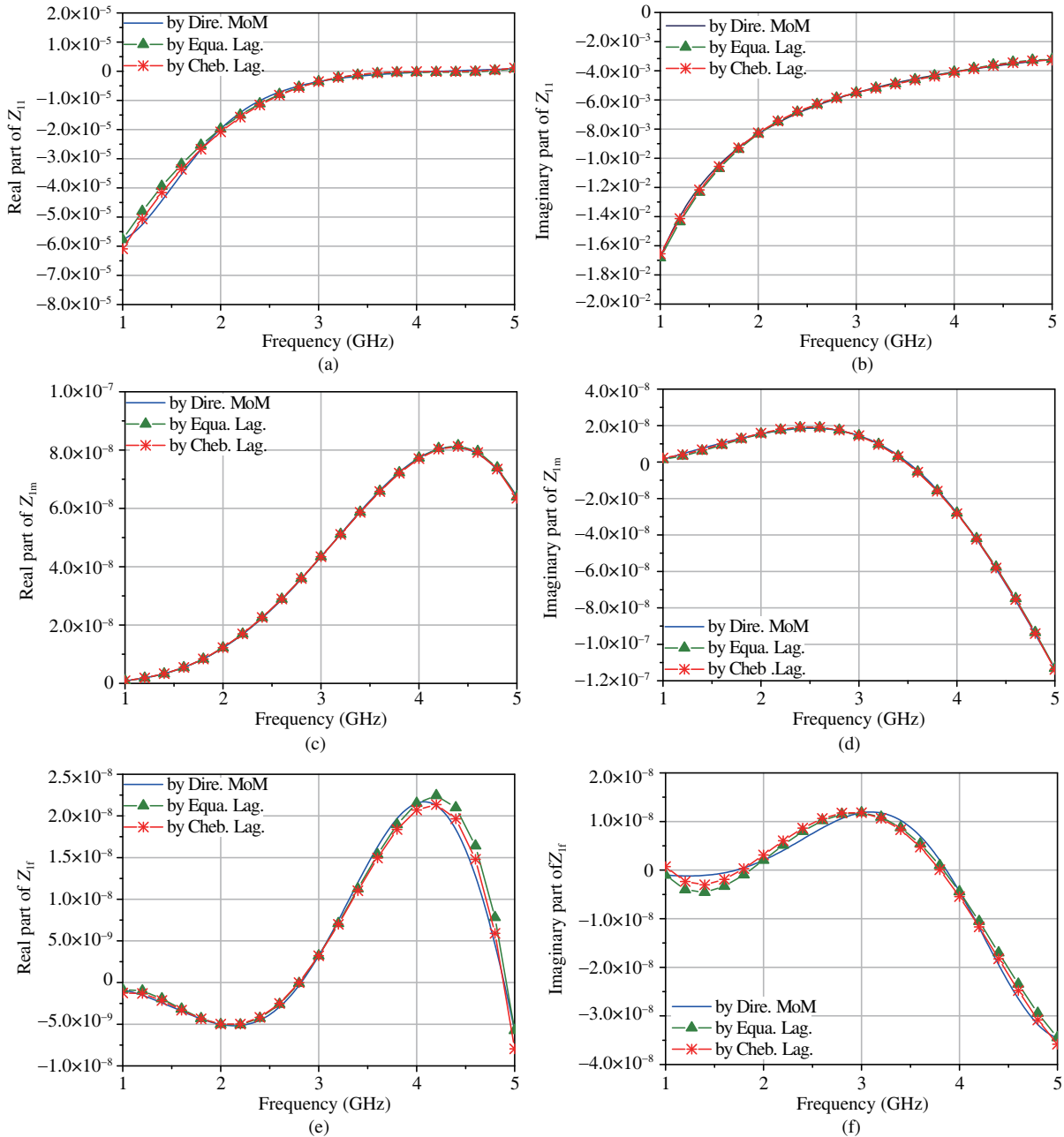


图 4 (网络版彩图) 5 点插值多项式 (等间隔点 vs. Chebyshev 零点) 对 Z_{11} , Z_{1m} , Z_{1f} 在全频带内的拟合结果
 Figure 4 (Color online) 5-point interpolation (equally sampled vs. Chebyshev zeros) for Z_{11} , Z_{1m} , Z_{1f} in the whole frequency band. (a) Real part of Z_{11} ; (b) imaginary part of Z_{11} ; (c) real part of Z_{1m} ; (d) imaginary part of Z_{1m} ; (e) real part of Z_{1f} ; (f) imaginary part of Z_{1f}

4 数值算例与讨论

为了验证上述自适应扫频算法的正确性与有效性, 本文对图 1 中的微带贴片天线进行了仿真计算^[9]. 在频带 1~5 GHz 上分别按照等间距采样和 Chebyshev 零点采样两种方案, 相继选取了 4 点、5 点和 6 点为频率样点, 形成相应的 Lagrange 插值矩阵. 为讨论两种插值方案的计算精度, 本文根据

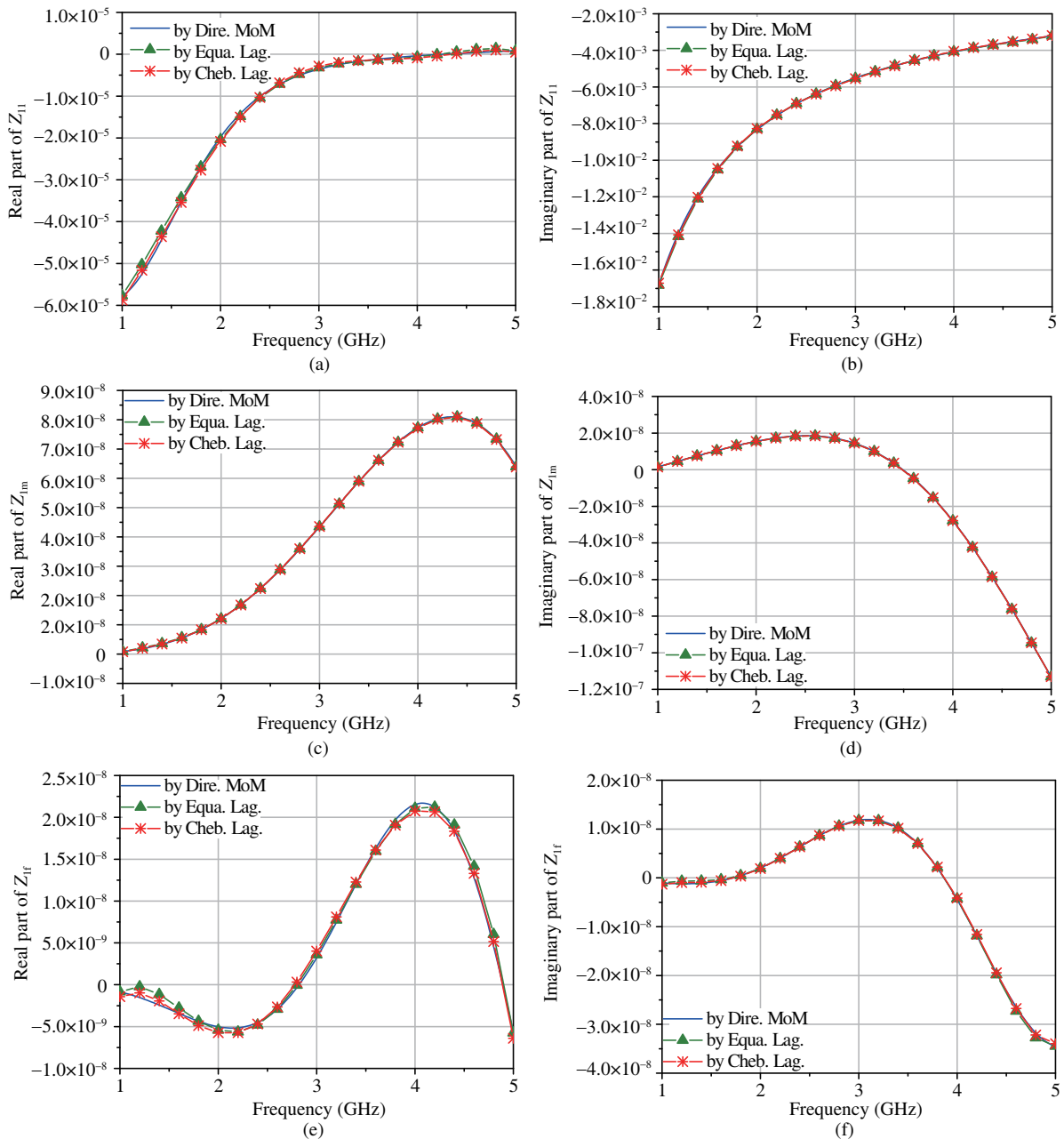


图 5 (网络版彩图) 6 点插值多项式 (等间隔点 vs. Chebyshev 零点) 对 Z_{11} , Z_{1m} , Z_{1f} 在全频带内的拟合结果
Figure 5 (Color online) 6-point interpolation (equally sampled vs. Chebyshev zeros) for Z_{11} , Z_{1m} , Z_{1f} in the whole frequency band. (a) Real part of Z_{11} ; (b) imaginary part of Z_{11} ; (c) real part of Z_{1m} ; (d) imaginary part of Z_{1m} ; (e) real part of Z_{1f} ; (f) imaginary part of Z_{1f}

“场点 - 源点” 之间的距离, 选取 3 个具有代表性的矩阵元素进行观察, 分别为 [9]: 近距作用元素 Z_{11} 、中距作用元素 Z_{1m} 以及远距作用 Z_{1f} . 图 3~5 显示了上述两种采样方案在全频带内进行矩阵插值的计算结果, 并与标准矩量法进行对比. 由图可见, 通过增加采样点的个数能够提高曲线拟合的精度. 然而, 增加采样频点会大幅增加计算代价, 并且在矩阵维度较大时尤为突出.

利用前文所述的自适应算法, 不仅可以实现对频率样点个数的控制, 同时又能获得满足要求的数

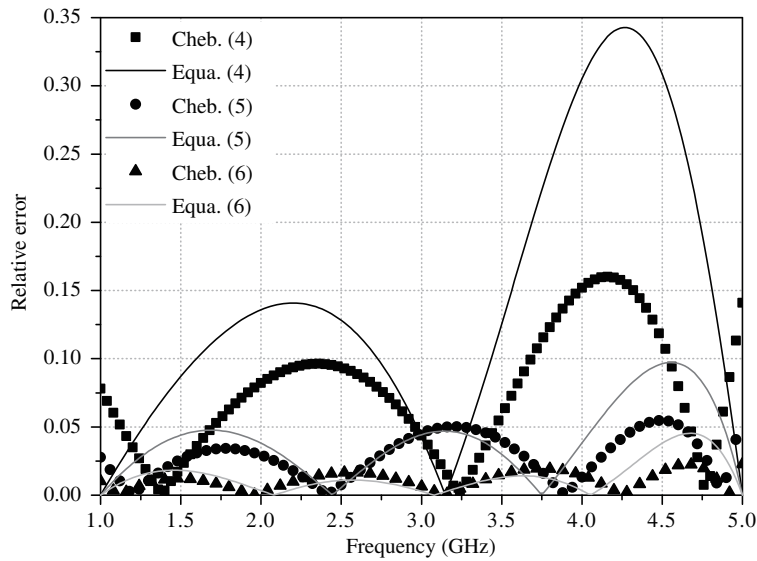


图 6 $N = 4, 5, 6$ 时根据式 (14) 计算出的插值矩阵相对误差范数依频率的变化关系
 Figure 6 Frequency-varied curve of the relative error matrix F-norm for $N = 4, 5, 6$ according to (14)

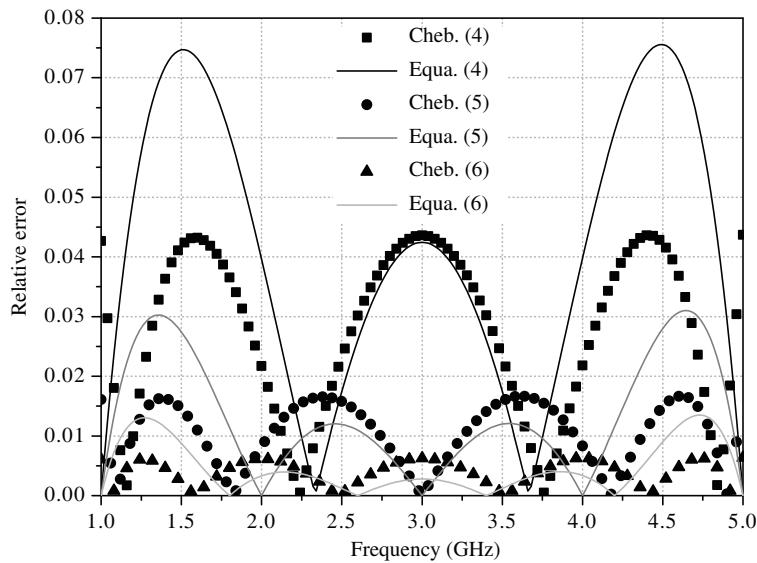


图 7 $N = 4, 5, 6$ 时两种插值方案与直接 MoM 对比的矩阵相对误差范数依频率的变化关系
 Figure 7 Frequency-varied curve of the relative error matrix F-norm between interpolated schemes and MoM for $N = 4, 5, 6$

值精度. 根据式 (14), 图 6 和 7 分别给出了当 $N = 4, 5, 6$ 时插值矩阵相对误差范数依频率的变化关系; 以及两种插值方案与直接矩阵量法计算出的阻抗矩阵之间的相对误差范数依频率的变化关系.

由图 6 和 7 可以得到以下结论:

- (1) 通过增加采样点数 N , 可以有效降低插值矩阵的误差, 且改善效果明显.
- (2) 相同采样点条件下, 基于 Chebyshev 零点插值的误差在全频带内平稳波动; 相反, 基于等间距采样点插值的误差则在频带边界迅速发散, 且呈现非平稳波动.

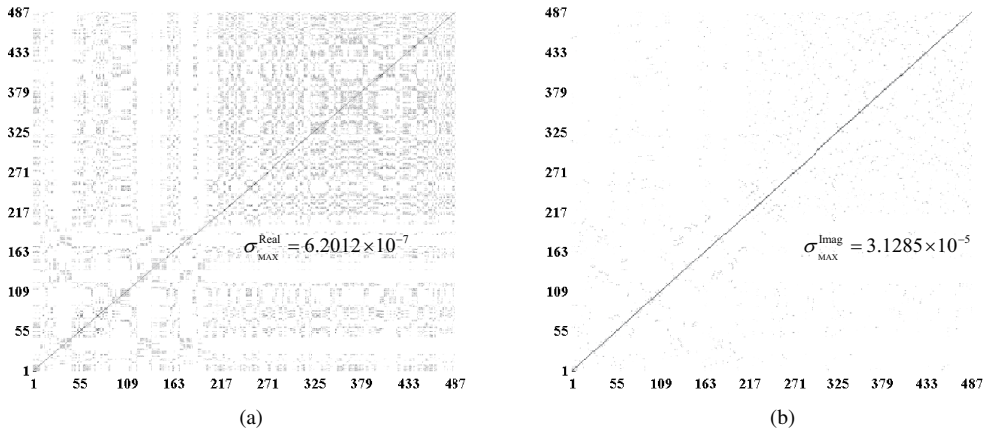


图 8 基于 6 个 Chebyshev 零点矩阵插值在全频带内的误差标准差

Figure 8 Standard deviation of MoM matrix in whole frequency band based on 6-Chebyshev-zero interpolation. (a) SEM of the real part in MoM matrix; (b) SEM of the imaginary part in MoM matrix

通过计算 Chebyshev (6 零点) 插值矩阵与直接 MoM 之间绝对误差的标准差, 可以观察到插值矩阵精度依场点 - 源点间距离变化的关系, 如图 8 所示.

由图 8 可以得到以下结论:

- (1) 插值矩阵对角线上的误差标准差较大, 这与 Green 函数的近场奇异性有关.
- (2) 在非对角线上, 插值矩阵虚部的拟合误差较实部更加平稳.

通过矩阵插值可以快速获得该贴片天线的散射参数, 图 9 显示了不同采样条件下经矩阵插值计算出的全频带散射参数, 与直接 MoM 计算结果进行的对比.

由图 9 不难发现, 利用 6 个 Chebyshev 零点形成插值矩阵可以在全频带内获得精确的电流系数, 以及由此提取出的散射参数. 这验证了本文所提出的基于矩阵 F- 范数的自适应宽带扫频技术是可行的. 表 1 给出该算法在精度和效率两方面的综合表现.

在实际应用中, 我们可以通过具体需求来选择式 (15) 中的误差门限 p (本文中, $p = 1\%$). 实验表明, 通过增加插值节点的个数可以很好地控制拟合误差, 且表现出一定的统计特性, 即每增加一个插值节点可以将插值矩阵 $[Z]$ 的误差降低 4 dB, 但同时会产生约 132 s 的时间代价. 根据文献 [16] 中的推导, 本文建议该自适应算法的起始样点数为 $N = 4$. 针对本文算例, 当算法执行至 $N = 6$ 时, 达到预设精度要求, 程序自动停止并存储当前计算结果. 此时, 该算法在效率上比直接矩量法逐点计算提高约 10 倍, 比 Ansys HFSS 精确的离散点计算提高约 2 倍, 且计算精度令人满意. 需要指出的是, 若使用 ANSYS HFSS 中的插值扫频 (interpolating), 需通过分频段扫描才能得到准确结果, 但这需要付出更大的时间代价.

5 结论

本文针对平面微带无源电路的全波分析模型, 建立了一种精确、快速的自适应宽带频率扫描算法. 该算法基于分层媒质空域并矢 Green 函数的精确、快速计算, 结合混合位积分方程的矩量法模型, 以目标频段内 Chebyshev 多项式零点为频率样点建立插值机制, 其插值矩阵的相对误差通过矩阵 Frobenius 范数给予定义, 并由此作为自适应机制的判敛依据. 实验表明, 以频率区间内的 Chebyshev 多项式零点作插值节点, 相比于等间距样点, 拥有更低和更平稳的误差表现. 该方法在无需任何先验

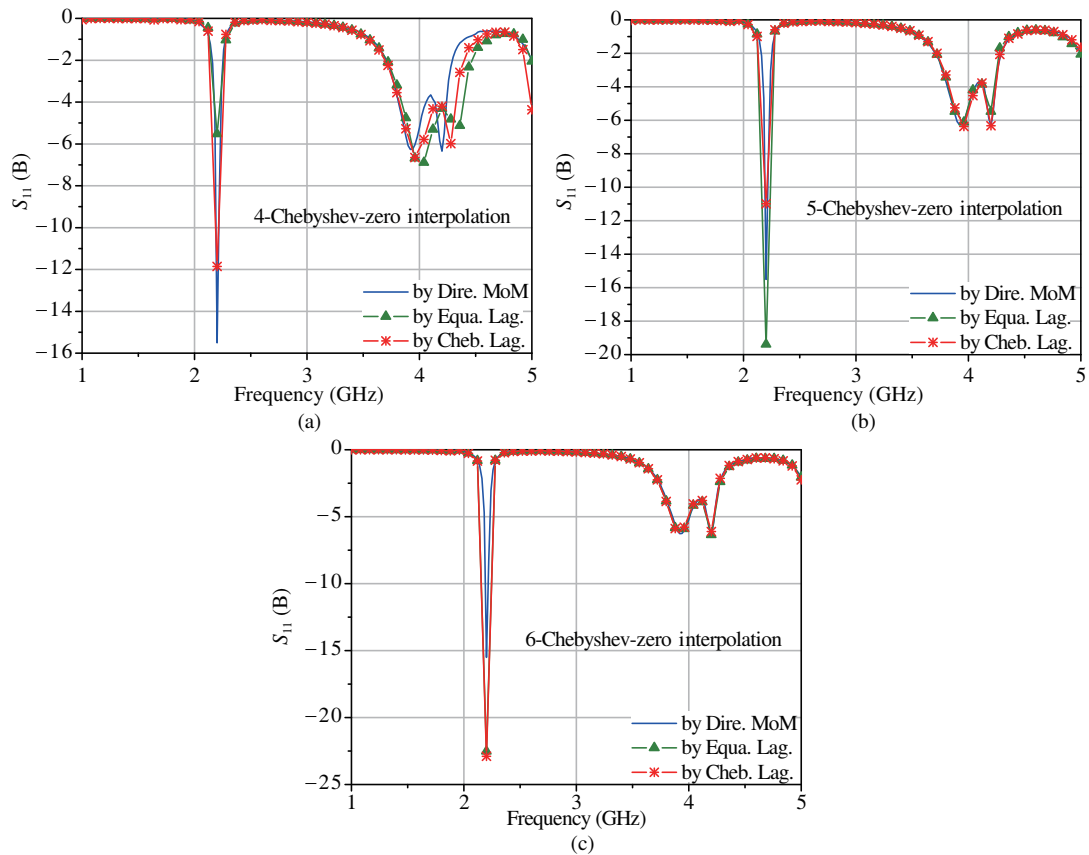


图 9 (网络版彩图) 基于 N 个 Chebyshev 零点插值 ($N = 4, 5, 6$) 方案计算出的全频段散射参数
Figure 9 (Color online) Calculation of S_{11} in whole frequency band based on N -Chebyshev-zero interpolation ($N = 4, 5, 6$). (a) $N=4$; (b) $N=5$; (c) $N=6$

表 1 本文方法的计算精度/计算效率与插值节点个数的关系

Table 1 Relation between accuracy and efficiency of the algorithm proposed in this paper

RWG: 468, [1:0.02:5] GHz Mac Pro @ 2.5 GHz, 16G RAM		
Scheme	Time cost (s)	Max relative error (compare to MoM)
HFSS (discrete)	3686	—
MoM	25037	—
3-Cheby. Intp.	529	11.15% (−10 dB)
4-Cheby. Intp.	690	4.37% (−14 dB)
5-Cheby. Intp.	836	1.67% (−18 dB)
6-Cheby. Intp.	949	0.63% (−22 dB)
7-Cheby. Intp.	1071	0.26% (−26 dB)
8-Cheby. Intp.	1189	0.11% (−30 dB)

条件的情况下, 通过自适应反馈系统可以精确、快速、稳定地求得微波宽带无源电路的全波分析结果。根据大量统计数据, 本文还定量地给出了该算法在数值精度和计算效率之间的权衡关系。

参考文献

- 1 Itoh T. Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Structures. New York: Wiley, 1989
- 2 Fang D G. Antenna Theory and Microstrip Antennas. Abingdon: Taylor and Francis, 2009
- 3 Michalski K A, Mosig J R. Multilayered media Green's functions in integral equation formulations. *IEEE Trans Antenn Propag*, 1997, 45: 508–519
- 4 Chew W C. Waves and Fields in Inhomogeneous Media. New York: IEEE Press, 1999
- 5 Chew W C. Fast and Efficient Algorithms in Computational Electromagnetics. Boston: Artech House, 2001
- 6 Rao S M, Wilton D R, Glisson A W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape. *IEEE Trans Antenn Propag*, 1982, 30: 409–418
- 7 Tsai M-J, de Flaviis F, Fordham O, et al. Modeling planar arbitrarily shaped microstrip elements in multilayered media. *IEEE Trans Microw Theory Tech*, 1997, 45: 330–337
- 8 Newman E H. Generation of wide-band data from the method of moments by interpolating the impedance matrix. *IEEE Trans Antenn Propag*, 1988, 36: 1820–1824
- 9 Yeo J, Mittra R. An algorithm for interpolating the frequency variations of method-of-moments matrices arising in the analysis of planar microstrip structures. *IEEE Trans Microw Theory Tech*, 2003, 51: 1018–1025
- 10 Brezinski C. Padé-Type Approximation and General Orthogonal Polynomials. Basel: Verlag, 1980
- 11 Adve R S, Sarkar T K, Rao S M, et al. Application of the Cauchy method for extrapolating/interpolating narrow-band system responses. *IEEE Trans Microw Theory Tech*, 1997, 45: 837–845
- 12 Peik S F, Mansour R R, Chow Y L. Multidimensional Cauchy method and adaptive sampling for and accurate microwave circuit modeling. *IEEE Trans Microw Theory Tech*, 1998, 46: 2364–2371
- 13 Timmins I, Wu K-L. An efficient systematic approach to model extraction for passive microwave circuits. *IEEE Trans Microw Theory Tech*, 2000, 48: 1565–1573
- 14 Gustavsen B, Semlyen A. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. *IEEE Trans Power Delivery*, 1999, 14: 1052–1061
- 15 Ding Y, Wu K-L, Fang D G. A broad-band adaptive-frequency-sampling approach for microwave-circuit EM simulation exploiting stoer-Bulirsch algorithm. *IEEE Trans Microw Theory Tech*, 2003, 51: 928–934
- 16 Li W D, Zhou H X, Hu J, et al. Accuracy improvement of cubic polynomial inter/extrapolation of MoM matrices by optimizing frequency samples. *IEEE Antenn Wirel Propag Lett*, 2011, 10: 888–891
- 17 Li W D, Zhou H X, Hong W, et al. An accurate interpolation scheme with derivative term for generating MoM matrices in frequency sweeps. *IEEE Trans Antenn Propag*, 2009, 57: 2376–2385
- 18 Song Z, Zhou H X, Hu J, et al. Accurate evaluation of Green's functions in a layered medium by SDP-FLAM. *Sci China Ser F-Inf Sci*, 2009, 52: 867–875
- 19 Song Z, Zhou H, Hu J, et al. Accurate location of all surface wave modes for Green's functions of a layered medium by consecutive perturbations. *Sci China Inf Sci*, 2010, 53: 2363–2376
- 20 Song Z, Zheng K L, Zhou H X, et al. A method of locating leaky wave poles of spectral Green's functions for a layered medium by consecutive frequency perturbation. In: *Proceedings of IEEE Electrical Design of Advanced Packaging and Systems Symposium*, Hong Kong, 2009. 1–4
- 21 Song Z, Zhou H X, Zheng K L, et al. Accurate evaluation of Green's functions for a lossy layered medium by fast extraction of surface- and leaky-wave modes. *IEEE Antenn Propag Mag*, 2013, 55: 92–102
- 22 Wu S F, Song Z. An adaptive frequency sweeping algorithm of MoM impedance matrices in full-wave analysis of microstrip patch antennas. In: *Proceedings of International Symposium on Antennas and Propagation*, Nanjing, 2013
- 23 Song Z, Zhang Y. Full-wave analysis of multiport microstrip circuits by efficient evaluation of multilayered Green's functions in spatial domain. In: *Proceedings of International Symposium on Antennas and Propagation*, Nanjing, 2013
- 24 Kincaid D, Cheney W. Numerical Analysis. 3rd ed. California: Pacific Grove, 2002
- 25 Mosig J R. Arbitrarily shaped microstrip structures and their analysis with a mixed potential integral equation. *IEEE Trans Microw Theory Tech*, 1988, 36: 314–323
- 26 Eleftheriades G V, Mosig J R. On the network characterization of planar passive circuits using the method of moments. *IEEE Trans Microw Theory Tech*, 1996, 44: 438–445
- 27 Song Z. Fast algorithms for spatial domain dyadic Green's functions of stratified medium and its applications in electromagnetic simulation of layered passive circuits. Dissertation for Ph.D. Degree. Nanjing: Southeast University, 2011

[宋喆. 分层媒质空域并矢 Green 函数的快速算法及其在分层无源电路电磁仿真中的应用. 博士学位论文. 南京: 东南大学, 2011]

- 28 Hua Y, Sarkar T K. Generalized pencil-of-function method for extracting poles of an EM system from its transient response. *IEEE Trans Antenn Propag*, 1989, 37: 229–234
- 29 Cai Q, Song L Z. The chebyshev interpolation polynomial algorithm error analysis. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Information Science and Technology*, Wuhan, 2012

An adaptive wideband frequency-sweeping algorithm and its application to full-wave analysis of multilayered structures

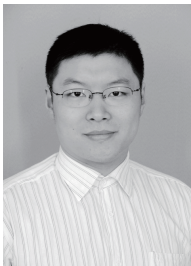
Zhe SONG*, Shifei WU, Weidong LI & Yan ZHANG

State Key Laboratory of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing 211111, China

* Corresponding author. E-mail: zhe.song@seu.edu.cn

Abstract In this paper, with the fast and accurate evaluation of multilayered Green's functions, we propose an adaptive algorithm of wideband frequency sweeping for microwave passive circuits, which is based on the mixed potential integral equation (MPIE). The proposed method selects Chebyshev zeros from the frequency band as sampling points to perform interpolation. The relative error of the interpolated matrix can be calculated using the Frobenius norm, which can also be used as a criterion for convergence in the adaptive mechanism. A numerical example demonstrates that sampling Chebyshev zeros provides a much lower and more consistent error rate. Furthermore, the full-wave analysis of a microwave wideband passive circuit can be efficiently obtained using this algorithm without any a priori conditions. The trade-off between numerical accuracy and computational efficiency of this algorithm is obtained through numerous statistical experiments and discussed quantitatively.

Keywords multilayered spatial dyadic Green's functions, method of moments, frequency sweeping, microwave wideband passive circuit, adaptive algorithm



Zhe SONG was born in 1982. He received a Ph.D. degree in computational electromagnetics from Southeast University, Nanjing in 2011. He is currently a senior researcher at the State Key Laboratory of Millimeter Waves. His research interests include computational electromagnetics, MoM, FEM, FDTD, modeling and measurement of radio wave propagation, and microwave integrated circuit design.