



分布式一致性算法在微网社会福利问题中的应用

符早^{1,2}, 何兴^{1,2*}, 李传东^{1,2}, 黄廷文^{3,4*}

1. 西南大学电子信息工程学院, 重庆 400715, 中国
2. 非线性电路与智能信息处理重庆市重点实验室, 重庆 400715, 中国
3. Texas A&M University at Qatar, Doha 5825, Qatar
4. Smart Grid Center of Qatar, Doha 5825, Qatar

* 通信作者. E-mail: hexingdoc@swu.edu.cn, tingwen.huang@qatar.tamu.edu

收稿日期: 2016-05-05; 接受日期: 2016-08-23; 网络出版日期: 2016-12-14

国家自然科学基金(批准号: 61403313, 61374078), 重庆市基础与前沿研究计划重点项目(批准号: cstc2015jcyjBX0052), 重庆市基础与前沿研究计划一般项目(批准号: cstc2014jcyjA40014), 中央高校基本科研业务费(批准号: XDJK2016B017, XDJK2016E032)和 Qatar National Research Fund (Grant No. NPRP 7-1482-1-278) 资助项目

摘要 微网是一种由多种分布式能源组成的新型网络结构, 微网中社会福利最大化问题广泛地存在于微网优化中. 为了降低微网中的发电成本同时让用户获得最大的受益, 在考虑发电与用电限制, 可再生能源的缺陷的同时, 基于对数障碍罚函数, 本文提出分布式一致性算法用于解决社会福利最大化问题, 并且证明了算法的正确性和稳定性. 飞轮储能系统的运用克服了可再生能源发电机自身的间歇性和不稳定性. 仿真结果显示, 在单一调节周期内, 提出的算法能够在满足各种实际限制的情况下, 很好地完成优目标. 多调节周期内, 在考虑可再生能源发电机发电量是时变的情况下, 提出的算法也能在较短时间内求出稳定且正确的优化解. 另一方面, 优化的过程中产生的波动以及整个微网中的小幅度供需不平衡并不会对微网的稳定性造成大的影响.

关键词 分布式, 一致性算法, 对数障碍, 微网, 可再生能源

1 引言

在智能电网中, 电力分配的管理策略^[1~4] 是很重要的一部分. 策略主要涉及如何使得电力分配更加合理, 更加稳定, 如何在满足各个用户的需求之下尽可能地降低供电成本. 这其中包含很多小的策略, 例如分布式可再生能源发电机如何进行供电^[1], 在发生故障时如何检测^[2], 如何在与主电网连接的模式下和孤岛模式进行切换^[3,4]. 当然, 智能电网其中涉及的知识和问题非常多, 例如在考虑传输损耗的智能电网中, 大部分需要运用到电力专业的潮流计算^[5], 有功功率、无功功率如何建模也是很关键的问题, 在实时电价中, 各种考虑的因素非常多. 而在本文研究的智能电网中的经济问题, 考虑的是如何将供电成本和用户受益函数最大化^[6].

引用格式: 符早, 何兴, 李传东, 等. 分布式一致性算法在微网社会福利问题中的应用. 中国科学: 信息科学, 2017, 47: 337-350, doi: 10.1360/N112016-00112
Fu Z, He X, Li C D, et al. Application of distributed consensus algorithm to maximize social welfare in a micro grid (in Chinese). Sci Sin Inform, 2017, 47: 337-350, doi: 10.1360/N112016-00112

在传统的电网中, 电网主要依靠电力公司供电, 并且供电是单向的且各节点之间不存在信息交流. 而在智能电网中, 各节点间可以进行信息交流, 甚至电力也可以双向调度 (即用户可以从电网中获得电力, 同时在自己安装的一系列发电机中也可以把富余的电力输送到电网中去), 从而根据一定的规则, 管理系统可以根据这些节点的信息来进行管理和调度电力或者指定不同策略达到不同的需求 [7]. 在多数文献中, 主要是采用了多智能体的模式来达到信息交流的目的. 无论是传统电网还是智能电网, 电力的调度大多数都是基于通信获得的信息, 而通信模式大体上可以分为 [8]: 集中式和分布式. 考虑到实际应用中集中式通信有着建设成本高、网络容错率低等缺点 [8], 本文模型中各节点之间的通信将采取分布式通信方式, 即各节点之间只能获得该节点自身的信息和一阶邻居 (即与之直接相连接的智能体) 的信息. 从应用角度来看 [9], 该种通信方式不再需要有一个建设成本较高, 且计算能力较快的管理中心, 取而代之的则是一些成本较低, 对计算能力要求不高的智能体 (agent). 从控制的角度来看 [10], 由于分布式的通信方式大大减少了各节点间可获得的信息, 智能体之间协同合作对电网做出正确的调控的难度比之前的集中式控制策略要大得多. 近些年来, 类似的智能电网的问题大多数建立在相对简单的模型中 [11~13], 即目标函数是一个可分离的函数 (可以是非凸目标函数), 约束以 box 约束、等式约束为主的优化问题.

目前, 针对智能电网微网的经济分配问题 (economic dispatch) 主要集中在如何实现分布式算法以及分配策略的研究上. 由于智能电网微网的问题涉及电力系统自身限制、算法、分配策略、现实环境、人为操作、可再生能源自身的缺陷等种种综合因素的影响, 使得一次性考虑所有的智能电网微网中的影响因素变得十分困难. Yang 仅仅考虑了供需平衡与发电机发电量限制, 基于随机矩阵提出了一种分布式一致性算法 [14]. Xu 提出了一种应用于微网的离散时间的分布算法, 相对于 Yang 的工作, 作者不仅考虑到相应的供需平衡约束与发电机发电量约束, 还考虑到了相应的线路损耗 [12]. 相对于离散时间算法, 连续时间分布式动力系统在智能电网微网中的研究大部分还停留在基础模型的理论分析的层次上, 很少考虑现实因素的影响.

Cherukuri 基于内点法提出了一种拉普拉斯梯度动力系统的连续时间算法 [15]. Li 提出了一种基于事件触发的连续时间梯度一致算法 [16]. 但是以上提及的文献都没有考虑到智能微网中, 分布式可再生能源发电机自身的缺陷 (间歇性、不稳定性等). 在本文中, 首先, 充分考虑到了分布式可再生能源的自身特性, 采用切实可行的飞轮储能系统克服分布式能源的不良特性; 其次, 充分考虑到了集中式系统的缺陷, 基于对数障碍罚函数设计了一个新颖的连续时间分布式动力系统; 并基于 LaSalle 不变性原理 (Lasalle invariance principle) 和 Lyapunov 稳定性原理 (Lyapunov stability) 证明了所提出的算法收敛于最优解. 从仿真结果来看, 设计的系统不仅能够在较短的时间内完成优化目标, 而且在收敛的过程中的状态变量几乎时时满足供需平衡和发电机发电量限制.

本文接下来的结构如下: 第 2 节叙述主要的研究问题并且将之转化为相应的优化模型; 第 3 节分析问题, 提出算法, 并且证明算法收敛于原问题的最优解; 第 4 节将进行仿真, 用以验证算法的准确性; 第 5 节总结全文.

2 问题规划

假设一个自治的微网格 (孤岛模式), 如图 1 所示, 其中主要包括燃料发电机 (P_S)、风能发电机 (P_W)、太阳能发电机 (P_V)、电池储能系统 (P_B) 和负载 (P_L). 大体上可以分为两部分 [17]: 可调控的传统发电、用电、储能单元和不可调控的可再生能源单元, 其中可调控单元包括燃料发电机、电池储

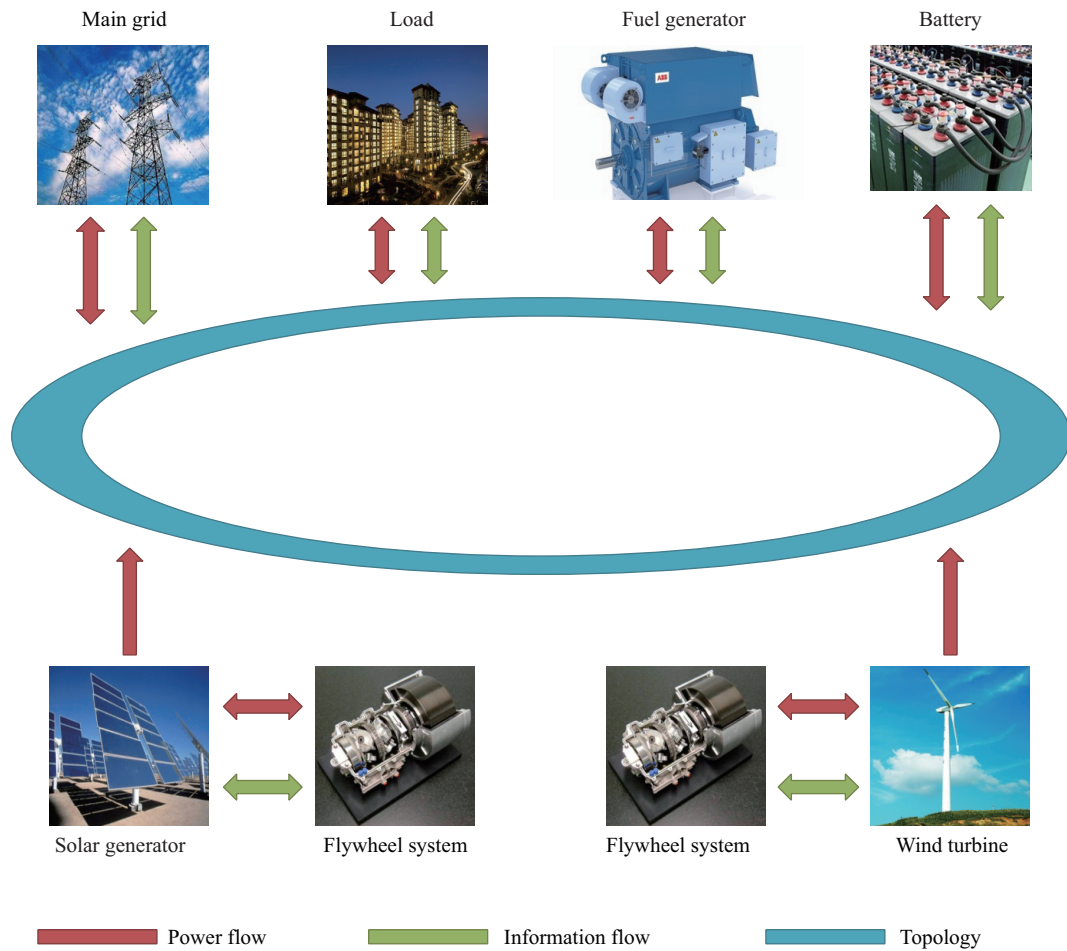


图 1 (网络版彩图) 微网格示意图
 Figure 1 (Color online) The diagram of a micro grid

能系统和负载:

$$P_{en} = [P_S^1, \dots, P_S^l, P_B^1, \dots, P_B^k, P_L^1, \dots, P_L^r]^T.$$

不可调控单元包括风能发电机和太阳能发电机:

$$P_{un} = [P_W^1, \dots, P_W^m, P_V^1, \dots, P_V^N]^T,$$

其中可调控部分有 α 个单元, 即 $(l + k + r = \alpha)$, 不可调控部分有 β 个单元 (即 $m + n = \beta$), P 的每个上角标代表的是第几个发电机或者负载. 为了尽可能地避免电力资源的浪费以及供需不平衡对电网的损害, 必须尽可能地保证供需平衡, 换言之就是让电网中的发电量大致等于负载需求量, 而它在我们假设的自治微网格中, 可以表达为如下数学等式:

$$1_\alpha^T P_{en} + 1_\beta^T P_{un} = 0,$$

其中 $1_\alpha = [1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^\alpha$, $1_\beta = [1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^\beta$. 从整个电网来看, 各个发电机有着自身的发电限制, 各个负载需要考虑到常用电器 (例如冰箱、空调等) 的用电需求等, 而这些用电因素构成了负载基本需

求, 这部分基本用电需求则表现为负载需求的下界 (即必须要保证正常用电). 另一方面, 负载不可能存在无限的用电需求, 负载需求也有相应的上界 (即最大用电量). 方便起见, 这些限制在数学上均可表达为相应的 box 约束. 例如, 在微网中燃料发电机 P_S^l 的最大和最小发电功率分别为 30 个单位和 60 个单位的电量, 则该燃料发电机的发电限制可以表达为如下 box 约束的形式:

$$30 \leq P_S^l \leq 60.$$

相似地, 其他的发电机和负载限制均可表达为以上 box 约束形式. 在模型中, 我们采用二次函数作为发电机和电池的成本函数^[18] (cost function). 例如燃料发电机的成本函数可以表示为

$$C_l(P_S^l) = a_l(P_S^l)^2 + b_l P_S^l + c_l.$$

不考虑电池的折旧成本时, 电池处在放电状态时, 发电量减少, 发电成本减少; 而处在充电状态下, 发电量增加, 发电成本增加, 将电池的成本函数设计为以下二次函数:

$$C_l(P_S^l) = \begin{cases} a_k(P_B^k)^2 + b_k P_B^k + c_k > 0, & P_B^k > 0; \\ a_k(P_B^k)^2 + b_k P_B^k + c_k < 0, & P_B^k < 0. \end{cases}$$

对用户来说, 在满足基本的用电需求的同时, 自然希望能够获得尽可能多的电力分配用以支配其他的任务. 在模型中, 这部分在满足基本用电需求后多出来的电量分配被刻画为相应的用户福利函数, 且以二次函数的形式加入到总体社会福利目标函数中:

$$C_r(P_L^r) = a_r(P_L^r)^2 + b_r P_L^r + c_r.$$

需要注意的是, 在本文中的发电量始终作为正数, 而负载始终作为负数考虑. 为了使用户能够获得最大的社会福利, 社会福利函数 $C_r(P_L^r)$ 的值始终为正数. 为了使得微网中的发电成本尽可能的小, 而用户获得的社会福利尽可能的大, 提出了以下问题:

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & - \sum C_l(P_S^l) - \sum C_k(P_B^k) - \sum C_r(P_L^r), \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{1}_\alpha^T P_{en} + \mathbf{1}_\beta^T P_{un} = 0 \\ & P_{en}^{i,m} \leq P_{en}^i \leq P_{en}^{i,M}, \quad i = 1, \dots, \alpha. \end{aligned} \quad (1)$$

假设 1: 问题 (1) 在可行集 Ω 内存在非空内点.

在上述问题中, 要使得目标函数尽可能地大, 燃料发电机以及储能系统的成本就必须尽可能小, 而用户的社会福利函数也必须尽可能地大 (即在满足用户的日常用电的需求后尽可能地分配更多的电力供用户完成更多的任务). 一方面, 实际情况中的光伏发电机和风能发电机因为是可再生能源, 依靠风能和太阳能发电, 所以它们属于不可调控的能源. 由于可再生能源的不稳定性, 若不加以限制和改善电能质量, 直接联网供电将会对整个微网的电压、频率造成很大的影响. 为了解决以上问题, 假设每个光伏发电机和风能发电机都与一个飞轮储能系统连接, 以达到一个稳定和平滑的的电量、电压输出^[19]. 另一方面, 由于可再生能源发电机的间歇性和不可靠性, 对于整个微网的调度产生了巨大的挑战. 为了克服这个困难, 本文采用了小波神经网络^[20] 预测风能的风速与太阳能的辐射量, 从而进一步预测可再生能源发电量. 此外, 由于飞轮储能系统的作用, 得到的输出曲线近似的可以看作一个平滑的分段函数. 在每秒预测一次的情况下, 一段时间内实际发电总量与理想发电总量近似相等.

3 问题分析

3.1 无约束条件下分析

假设在不考虑 box 约束的情况下, 将等式约束用 $\varphi = 0$ 代替, 令问题 (1) 的目标函数为 $f(P_{en})$. 用 Lagrange 神经网络求解该问题, 则原问题的 Lagrange 函数可以表达为

$$l = f(P_{en}) - \Lambda\varphi,$$

这里, Λ 为原问题的等式约束的 Lagrange 乘子, 由于假设 1, 强对偶成立, 对偶间隙为 0^[21], 原问题的解即 Lagrange 对偶函数的解, 则有

$$\frac{dl}{dP_{en}^i} = \frac{\partial f(P_{en}^i)}{P_{en}^i} - \Lambda = 0,$$

$$\frac{dl}{d\Lambda} = -\varphi = 0.$$

注意到 Lagrange 函数对于 P_{en}^i 的偏导数都等于 Λ , 所以原问题有解的一个必要条件是目标函数的梯度一致, 即增量成本 (incremental cost) 一致.

3.2 带约束条件下分析

在带有 box 约束的条件下, 本文使用了对数障碍罚函数方法来处理 box 约束, 把不等式约束隐含在目标函数中^[22], 并且将原问题 (1) 的目标函数从凹函数转化为了凸函数, 则得到如下问题:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \sum_{i=1}^{\alpha} C_i(P_{en}^i) - \varepsilon[\ln(P_{en}^i - P_{en}^{i,m}) + \ln(P_{en}^{i,M} - P_{en}^i)], \\ \text{s.t.} \quad & 1_{\alpha}^T P_{en} + 1_{\beta}^T P_{un} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

其中,

$$\sum_{i=1}^{\alpha} C_i(P_{en}^i) = \sum C_l(P_S^l) + \sum C_k(P_B^k) + \sum C_r(P_L^r),$$

式中 $\sum C_l(P_S^l)$ 代表微网中燃料发电机的发电成本之和, $\sum C_k(P_B^k)$ 代表微网中所有电池的电成本之和, $\sum C_r(P_L^r)$ 代表所有用户所获得的社会福利. 考虑到分布式通信方式各智能体之间智能获得自身信息与相应的一阶邻居信息, 而在问题 (2) 中, 等式约束是一个全局变量等式约束, 为了实现分布式算法, 将原问题进一步转化为了以下问题:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \sum_{i=1}^{\alpha} C_i(P_{en}^i) - \varepsilon[\ln(P_{en}^i - P_{en}^{i,m}) + \ln(P_{en}^{i,M} - P_{en}^i)], \\ \text{s.t.} \quad & 1_{\alpha}^T (P_{en} + D) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $D = [D_1, \dots, D_{\alpha}]^T$, 且 $D_1 + \dots + D_{\alpha} = 1_{\beta}^T P_{un}$. 若节点 i 存在与之相连的可再生能源发电机, 则 D_i 等于该可再生能源发电机的发电量, 否则 $D_i = 0$. 根据 3.1 节中的分析, 为了保证目标函数的梯度一致, 本文采用了多智能体系统 (multi-agent systems)^[23,24], 智能体之间的连接情况由反映它们之间拓扑结构的拉普拉斯矩阵表示.

3.3 算法设计

每个智能体仅知道自身的局部目标函数 $C_i(P_{en}^i)$ 和自身的局部 box 约束, 且能够获得一阶邻居智能体相应的信息. 基于以上问题分析与转化, 本文提出了一种连续时间的 Lagrange 神经网络梯度一致算法, 具体算法如下所示:

$$\begin{aligned}\dot{P}_{en}^i &= -\nabla_{P_{en}^i} C_i(P_{en}^i) + \varepsilon \left(\frac{1}{P_{en}^i - P_{en}^{i,m}} - \frac{1}{P_{en}^{i,M} - P_{en}^i} \right) + \lambda_i, \\ \dot{\lambda}_i &= -\sum_{j=1}^N (\lambda_i - \lambda_j) - \sum_{j=1}^N (\theta_i - \theta_j) - (P_{en}^i + D_i), \\ \dot{\theta}_i &= \sum_{j=1}^N (\lambda_i - \lambda_j), \quad i = 1, \dots, \alpha, \quad (i, j) \in E,\end{aligned}$$

这里 (i, j) 代表智能体 i 和智能体 j 之间的通信, E 代表图中的边集. 根据拉普拉斯矩阵, 若智能体之间能够通信, 则有 $(i, j) \in E$, 否则 $(i, j) \notin E$. 以上算法也可以写成紧凑的向量形式:

$$\begin{aligned}\dot{P}_{en} &= -\nabla C(P_{en}) + \varepsilon Z + \lambda, \\ \dot{\lambda} &= -L\lambda - L\theta - (P_{en} + D), \quad \dot{\theta} = L\lambda,\end{aligned}\quad (4)$$

其中 $Z = [(\frac{1}{P_{en}^1 - P_{en}^{1,m}} - \frac{1}{P_{en}^{1,M} - P_{en}^1}), \dots, (\frac{1}{P_{en}^\alpha - P_{en}^{\alpha,m}} - \frac{1}{P_{en}^{\alpha,M} - P_{en}^\alpha})]^\top$, L 为拉普拉斯矩阵.

3.4 稳定性分析

定理1 $P_{en}^* \in \mathbb{R}^n$ 是问题 (2) 的最优解, 当且仅当 $\{(P_{en}, \lambda, \theta) \in \mathbb{R}^{3 \times n} | \dot{P}_{en} = 0, \dot{\lambda} = 0, \dot{\theta} = 0\}$ 时, 算法 (4) 渐进稳定于最优解 $P_{en}^* \in \mathbb{R}^n$.

证明 令问题 (3) 的目标函数为 $F(P_{en}) - \varepsilon Z$, 定义问题 (2) 的对偶 Lagrange 函数如下:

$$d_1 = \inf_{P \in \Omega} \{F(P_{en}) - \Lambda(1_\alpha^\top P_{en} + 1_\beta^\top P_{un})\},$$

其中 $\Lambda \in \mathbb{R}^1$ 是 $1_\alpha^\top P_{en} + 1_\beta^\top P_{un}$ 的 Lagrange 乘子. 定义问题 (3) 的对偶函数为

$$d_2 = \inf_{P \in \Omega} \{F(P_{en}) - \lambda^\top (P_{en} + D)\}.$$

若问题 (3) 能够达到最优解, 则有 $L\lambda = 0$, $\lambda = \Lambda 1_\alpha$. 另一方面, 当 $L\lambda = 0$ 时, 由 $d_1 = d_2$, 且

$$\Lambda(1_\alpha^\top P_{en} + 1_\beta^\top P_{un}) = \Lambda 1_\alpha^\top (P_{en} + D) = \lambda^\top (P_{en} + D).$$

即说明问题 (2) 等价于问题 (3). 考虑下面的子问题:

$$\begin{aligned}\text{Minimize} \quad & d_2 = \inf_{P \in \Omega} \{F(P_{en}) - \lambda^\top (P_{en} + D)\} \\ \text{Subject to} \quad & L\lambda = 0.\end{aligned}$$

该子问题对偶函数为

$$d_3 = \inf_{\theta} \{ \inf_{P \in \Omega} \{F(P_{en}) - \lambda^\top (P_{en} + D)\} - \theta^\top L\lambda - \frac{1}{2} \lambda^\top L\lambda \},$$

$\theta \in \mathbb{R}^\alpha$ 是 $L\lambda$ 的 Lagrange 乘子. 由 KKT 条件可知 $d_3(P_{en}^*)$ 为问题 (3) 的 KKT 点, 又因为当 $L\lambda = 0$, 问题 (2) 等价于问题 (3), 则 $d_3(P_{en}^*)$ 即为问题 (2) 的解, 亦为原问题 (1) 的近似解.

下面证明系统 (4) 渐进稳定于原问题 (1) 的最优解, 令 $(P_{en}^*, \lambda^*, \theta^*)$ 为系统 (4) 的平衡点, 则有 $L\lambda^* = 0$, $-L\lambda^* - L\theta^* - (P_{en}^* + D) = 0$, $L\theta^* = -(P_{en}^* + D)$. 定义如下 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} \|P_{en} - P_{en}^*\|_2^2 + \frac{1}{2} \|\lambda - \lambda^*\|_2^2 + \frac{1}{2} \|\theta - \theta^*\|_2^2,$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示欧式范数, 令 $\nabla G = \nabla F(P_{en}) + \varepsilon Z$, $\nabla G^* = \nabla F(P_{en}^*) + \varepsilon^* Z$, $C^* = -\nabla F(P_{en}^*) + \varepsilon Z^* + \lambda^*$, $Z^* = [(\frac{1}{P_{en}^{1*} - P_{en}^{1,m}} - \frac{1}{P_{en}^{1,M} - P_{en}^{1*}}), \dots, (\frac{1}{P_{en}^{\alpha*} - P_{en}^{\alpha,m}} - \frac{1}{P_{en}^{\alpha,M} - P_{en}^{\alpha*}})]^T$, 令 V 对时间求导, 则有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \langle \dot{P}_{en}, P_{en} - P_{en}^* \rangle + \langle \dot{\lambda}, \lambda - \lambda^* \rangle + \langle \dot{\theta}, \theta - \theta^* \rangle \\ &= \langle -\nabla G + \lambda, P_{en} - P_{en}^* \rangle + \langle -L\lambda - L\theta - (P_{en} + D), \lambda - \lambda^* \rangle + \langle L\lambda, \theta - \theta^* \rangle \\ &= \langle -\nabla G + \lambda + C^* - C^*, P_{en} - P_{en}^* \rangle - \langle L(\lambda - \lambda^*), \lambda - \lambda^* \rangle + \langle L(\theta - \theta^*), \lambda - \lambda^* \rangle \\ &\quad + \langle -L\theta - (P_{en} + D), \lambda - \lambda^* \rangle - \langle L\lambda^*, \lambda - \lambda^* \rangle + \langle L\lambda^*, \theta - \theta^* \rangle \\ &= \langle \nabla G - \nabla G^*, P_{en} - P_{en}^* \rangle + \langle C^*, P_{en} - P_{en}^* \rangle - \langle L\theta^*, \lambda - \lambda^* \rangle - \langle P_{en} + D, \lambda - \lambda^* \rangle \\ &\quad - \langle L(\lambda - \lambda^*), \lambda - \lambda^* \rangle + \langle \lambda - \lambda^*, P_{en} - P_{en}^* \rangle \\ &= \langle \nabla G - \nabla G^*, P_{en} - P_{en}^* \rangle + \langle C^*, P_{en} - P_{en}^* \rangle - \langle L(\lambda - \lambda^*), \lambda - \lambda^* \rangle \\ &\quad - \langle P_{en}^* + D, \lambda - \lambda^* \rangle. \end{aligned}$$

由于问题 (3) 的目标函数 $F(P_{en}) + \varepsilon Z$ 对于 P_{en} 是凸函数, 且 λ 是 $P_{en} + D$ 的 Lagrange 乘子, $C^* = 0$, 从而,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \langle \nabla G - \nabla G^*, P_{en} - P_{en}^* \rangle - \langle P_{en}^* + D, \lambda \rangle - \langle L(\lambda - \lambda^*), \lambda - \lambda^* \rangle \\ &\leq F(P_{en}^*) - F(P_{en}) - (\lambda - \lambda^*)^T L(\lambda - \lambda^*) \leq 0. \end{aligned}$$

定义系统 (4) 中满足 $\dot{V} = 0$ 的点组成的最大不变子集为 $Z_V = \{(P_{en}, \lambda, \theta) \in \mathbb{R}^{3 \times n} | \dot{V} = 0\}$, 由于 $L\lambda^* = 0$, λ^* 属于 L 的零空间, 则有

$$Z_V = \{(P_{en}, \lambda, \theta) \in \mathbb{R}^{3 \times n} | P_{en} = P_{en}^*, \lambda^* = \alpha 1_n, \alpha \in \mathbb{R}^1\},$$

这里, $1_n = [1, \dots, 1]^T$, 实际上, 当 $\lambda^* = \alpha 1_n$, $\alpha \in \mathbb{R}^1$ 时, $\theta = \theta^*$, $\dot{\lambda} = -L\theta^* - (P_{en}^* + D) = 0$.

由 LaSalle 不变性原理^[25] 和 Lyapunov 稳定性^[26] 得出系统 (4) 渐进稳定于平衡点 (即原问题的最优解):

$$\{(P_{en}, \lambda, \theta) \in \mathbb{R}^{3 \times n} | \dot{P}_{en} = 0, \dot{\lambda} = 0, \dot{\theta} = 0\}.$$

4 仿真

4.1 一个调整周期内的电力分配

微网中包括 2 台燃料发电机, 1 个电池储能系统, 4 个用户负载, 1 组风力发电机组 (与负载 1 相连接), 1 组太阳能发电机组 (与负载 2 相连接), 在该调整周期内, 风力发电机组和太阳能发电机组的发电量分别为 5 个单位的电量. 具体参数和拓扑结构如表 1 和图 2 所示.

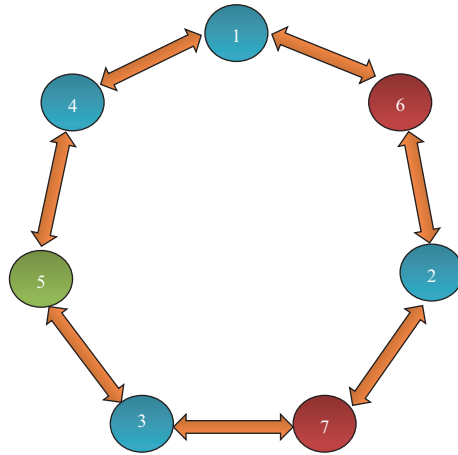


图 2 (网络版彩图) 微网格示意图

Figure 2 (Color online) The diagram of a micro grid

表 1 微网各单元参数

Table 1 Parameters of each micro grid

Unit	a_i	b_i	c_i	P_m	P_M
Load1	0.72	82.5	0.8	-35	-10
Load2	0.66	72.0	1.0	-25	-5
Load3	0.75	78.0	2.0	-30	-10
Load4	0.60	80.5	2.0	-35	-15
Battery1	0.68	75.0	0	-30	30
Generator1	0.80	38.5	5.0	10	40
Generator2	0.62	42.0	7.0	20	50

在图 2 中, 蓝色代表负载 1~4, 绿色代表电池储能系统 5, 红色代表燃料发电机 6 和 7. 箭头的方向代表智能体之间的信息传递方向. 由于可再生能源发电机属于不可调控能源, 且并没有参与调控, 所以在拓扑结构中并没有考虑风力发电机和太阳能发电机与微网的信息交流. Matlab 仿真结果如图 3, 4 所示.

图 3 中, 算法在 10 s 以后, 各单元发电量与用电量趋于平稳. 一方面, 各单位在调节的过程中始终没有大的波动与不稳定, 这对于电网调节是至关重要的. 另一方面, 在调节的过程中, 各单元的发电量和用电量始终没有超出单元发电量或用电量的限制, 说明算法始终能够满足 box 约束限制, 这对于电网的各单元起到了有效地保护.

在图 3 和 4 中, 算法在 10 s 以后, 不仅各单元的发电量或用电量趋于稳定, 并且增量成本也达到一致, 结合 3.1 中的分析, 说明仿真结果得到的解即是原问题 (1) 的最优解. 另一方面, 如图 5 所示, 在迭代的过程中虽然存在一定量的供需不匹配, 但是在很短的时间内, 供需不匹配量就趋于了 0.

4.2 在多个调节周期内的电力分配

在多个调节周期内, 由于风力发电机和太阳能发电机自身的间歇性和不稳定性, 使得发电机组即使在连接了飞轮储能系统情况下, 仍然需要在每个调整周期的开始的一段时间内进行调整, 这对于算

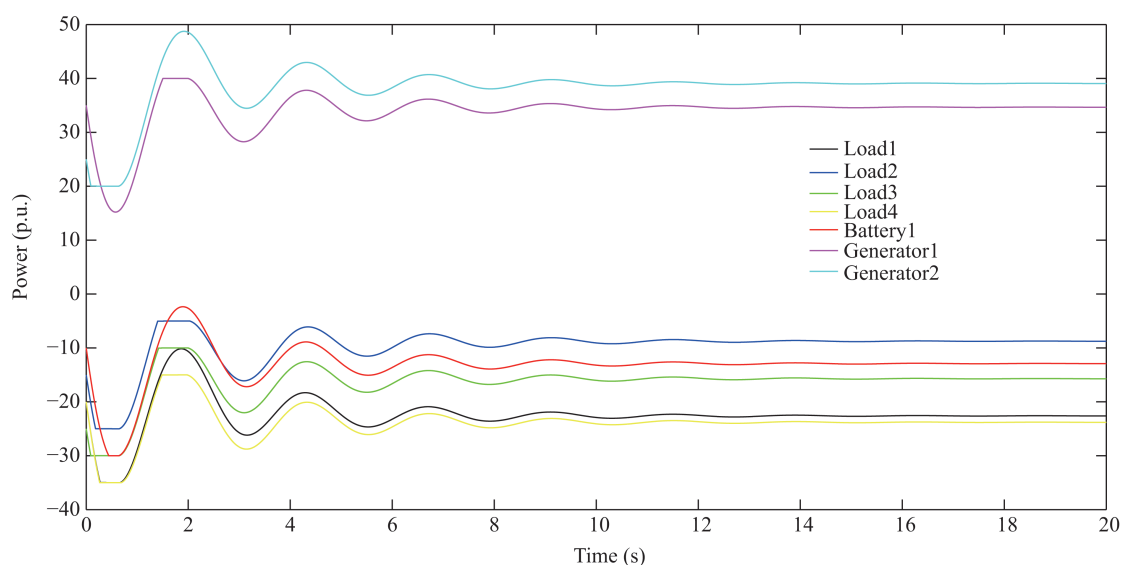


图 3 (网络版彩图) 单周期各单元的发电量与用电量

Figure 3 (Color online) The power generation and power consumption of each unit in a period

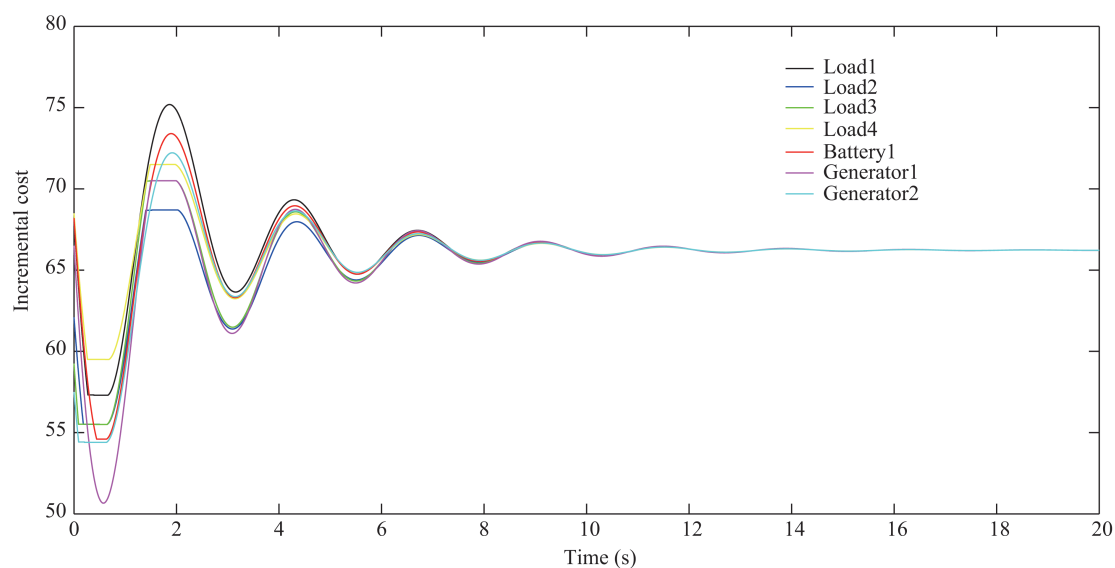


图 4 (网络版彩图) 单周期内各单元的增量成本

Figure 4 (Color online) The incremental cost of each unit in a period

法的稳定性和速度提出了一定的要求. 方便起见, 这里仅仅改变各单元的 box 约束而不改变其他的参数以及拓扑结构. 风力发电机与太阳能发电机在 200 s 内的发电量如表 2 所示.

如图 6 所示, 在每一个调控周期开始时都进行了一次调控, 在很短的时间内, 各单元的发电量或用电量就趋于一致了, 且没有大的波动.

如图 7 所示, 在每一个调节周期开始后的很短的一段时间内, 增量成本很快就达到了一致, 根据 3.1 小节的分析, 说明该优化值是原问题 (1) 的解.

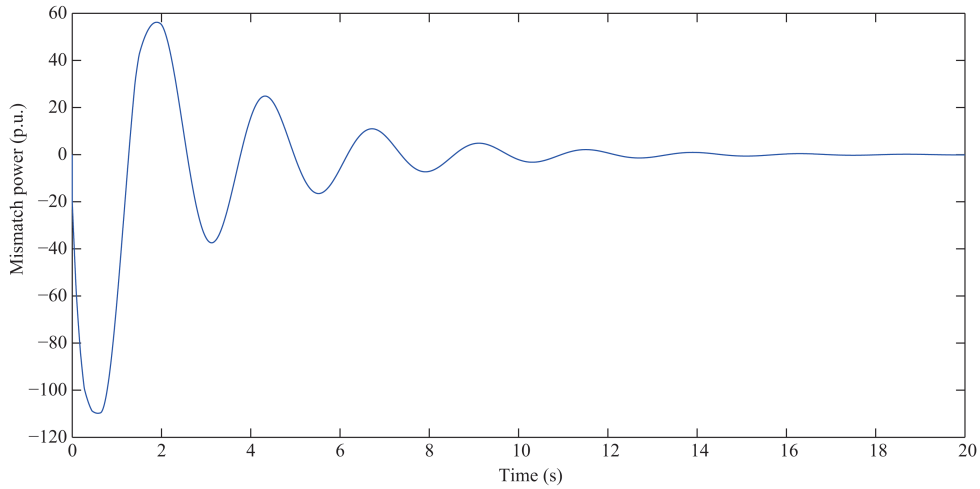


图 5 (网络版彩图) 单周期内各单元的供需不匹配量

Figure 5 (Color online) The mismatch of each unit in a period

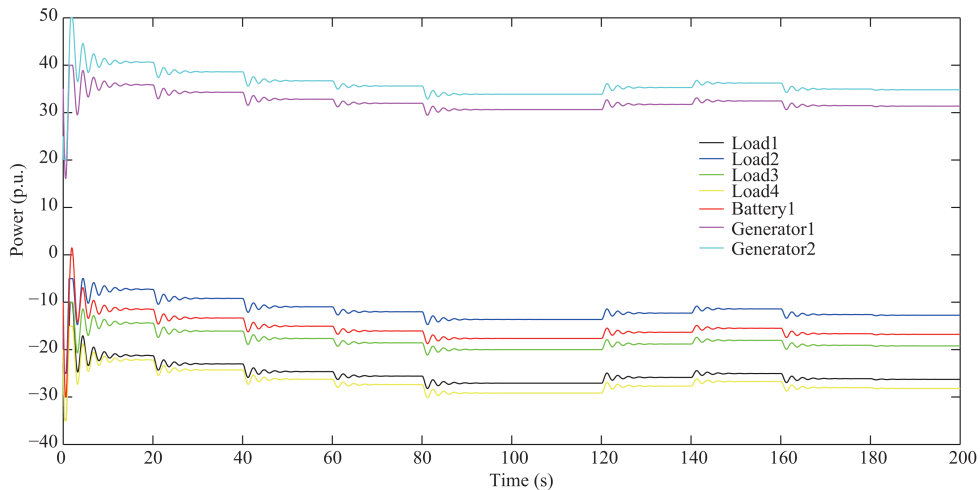


图 6 (网络版彩图) 多个调整周期内各单元的发电量与用电量

Figure 6 (Color online) The power generation and power consumption of each unit in multi-period

表 2 微网中可再生能源发电机发电量

Table 2 The power generation of renewable energy generators in a micro grid

Time (s)	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
Wind power	0	0	10	15	22	24	17	14	20	18
Photovoltaic	0	13	15	17	21	19	17	14	16	19

从图 8 注意到, 在每个调节周期开始后的很短的一段时间各单元之间存在一定程度的供需不平衡, 但在很短的时间内就趋于了平衡 (即不匹配量趋于 0). 相较于微网中的电量, 小幅度的供需不平衡对微网的稳定并不会造成很大的影响。

结合以上仿真结果, 本文提到的算法能够较好地完成优化任务, 在求解过程能够很好的满足实际

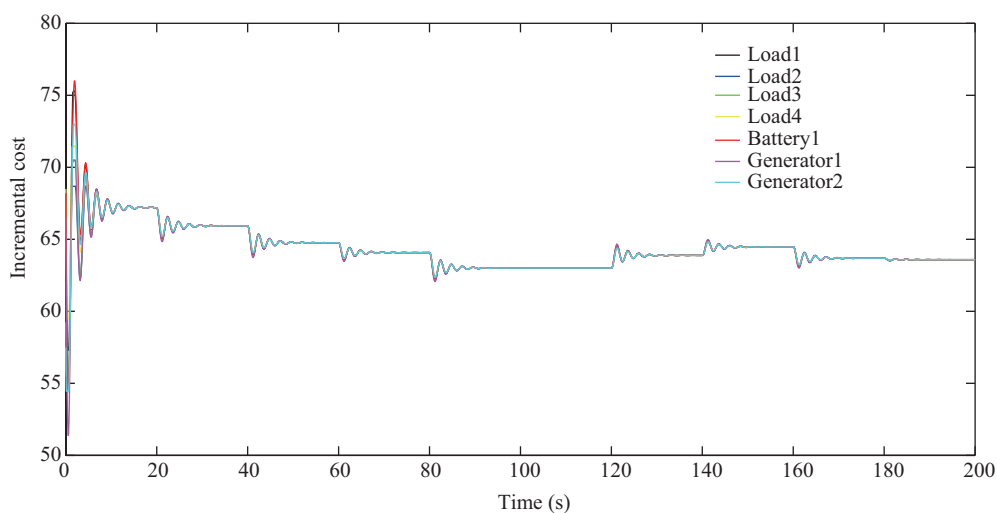


图 7 (网络版彩图) 单周期内各单元的供需不匹配量

Figure 7 (Color online) The incremental cost of each unit in multi-period

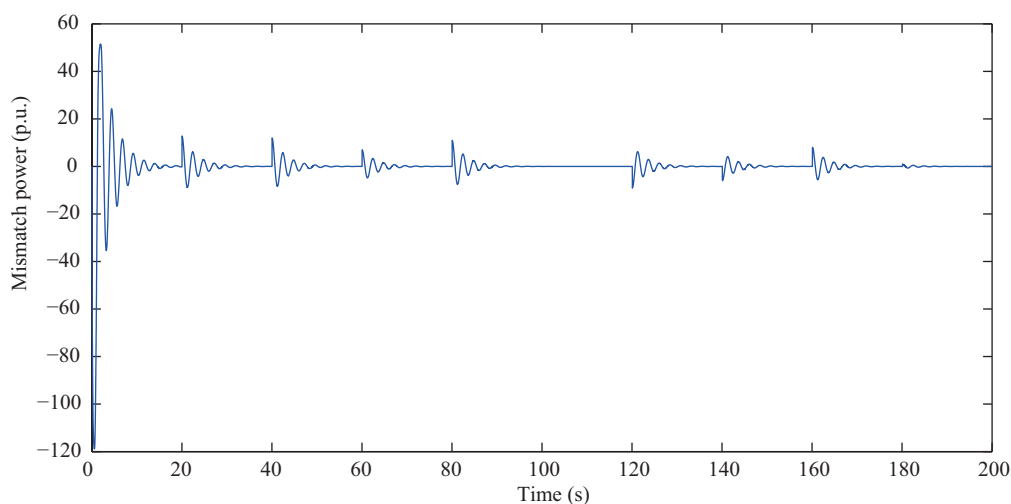


图 8 (网络版彩图) 多周期内各单元的供需不匹配量

Figure 8 (Color online) The mismatch of each unit in multi-period

微网中发电或用电限制,且求解速度、解的正确性能够保证算法在短时间内使得微网运行在一个最低成本的状态.

5 总结

本文提出了一种基于对数障碍罚函数的连续时间分布式算法求解社会福利最大化问题.并且基于 LaSalle 不变性原理和 Lyapunov 稳定性证明了提出的算法渐进稳定于原问题的最优解.为了更加接近现实中微网的实际情况,在模型中加入了时变的可再生能源发电机,为了克服可再生能源发电机的种种不足,使用了飞轮储能系统对可再生能源发电机的输出进行了优化.仿真结果表明,在时时满足

各单元的发电或者用电限制的情况下, 本文提出的算法能够很好地完成优化目标并且求出正确的优化解, 并且在优化的过程中除去每个调节周期开始后的很短的时间内, 供需平衡几乎时时满足, 这几乎不会对微网造成任何重大的影响.

参考文献

- 1 Han H, Liu Y, Sun Y, et al. An improved droop control strategy for reactive power sharing in islanded microgrid. *IEEE Trans Power Electron*, 2015, 30: 3133–3141
- 2 Zhao Z, Yang P, Guerrero J M, et al. Multiple-Time-Scales hierarchical frequency stability control strategy of medium-voltage isolated microgrid. *IEEE Trans Power Electron*, 2016, 31: 5974–5991
- 3 Li Y, Yong T, Cao J, et al. A consensus control strategy for dynamic power system look-ahead scheduling. *Neuro-computing*, 2015, 168: 1085–1093
- 4 Palma-Behnke R, Benavides C, Lanas F, et al. A microgrid energy management system based on the rolling horizon strategy. *IEEE Trans Smart Grid*, 2013, 4: 996–1006
- 5 Sun Q Y, Zhang H G, Liu Z B. Fuzzy flow calculation in power distribution system and its convergence. *Proc CSEE*, 2008, 28: 46–50 [孙秋野, 张化光, 刘兆冰. 配电网模糊潮流计算方法及其收敛性研究. *中国电机工程学报*, 2008, 28: 46–50]
- 6 Chanda S, De A. A multi-objective solution algorithm for optimum utilization of smart grid infrastructure towards social welfare. *Int J Elec Power & Energy Syst*, 2014, 58: 307–318
- 7 Amin S M, Wollenberg B F. Toward a smart grid: power delivery for the 21st century. *IEEE Power Energ Mag*, 2005, 3: 34–41
- 8 Li Z, Wen G, Duan Z, et al. Designing fully distributed consensus protocols for linear multi-agent systems with directed graphs. *IEEE Trans Autom Control*, 2015, 60: 1152–1157
- 9 Tushar W, Chai B, Yuen C, et al. Three-party energy management with distributed energy resources in smart grid. *IEEE Trans Ind Electron*, 2015, 62: 2487–2498
- 10 Mou S, Liu J, Morse A S. A distributed algorithm for solving a linear algebraic equation. *IEEE Trans Autom Control*, 2015, 60: 2863–2878
- 11 Yi P, Hong Y, Liu F. Distributed gradient algorithm for constrained optimization with application to load sharing in power systems. *Syst & Control Lett*, 2015, 83: 45–52
- 12 Xu Y, Li Z. Distributed optimal resource management based on the consensus algorithm in a microgrid. *IEEE Trans Ind Electron*, 2015, 62: 2584–2592
- 13 Zhang Z, Chow M Y. Convergence analysis of the incremental cost consensus algorithm under different communication network topologies in a smart grid. *IEEE Trans Power Syst*, 2012, 27: 1761–1768
- 14 Yang S, Tan S, Xu J X. Consensus based approach for economic dispatch problem in a smart grid. *IEEE Trans Power Syst*, 2013, 28: 4416–4426
- 15 Cherukuri A, Cortés J. Distributed generator coordination for initialization and anytime optimization in economic dispatch. *IEEE Trans Control Network Syst*, 2015, 2: 226–237
- 16 Li C, Yu X, Yu W, et al. Distributed event-triggered scheme for economic dispatch in smart grids. *IEEE Trans Industr Inform*, 2015: 1
- 17 Pinson P, O'Malley M. Foreword for the special section on wind and solar energy: uncovering and accommodating their impacts on electricity markets. *IEEE Trans Power Syst*, 2015, 30: 1557–1559
- 18 Kar S, Hug G. Distributed robust economic dispatch in power systems: a consensus+ innovations approach. In: *Proceedings of Power and Energy Society General Meeting, San Diego*. 2012: 1–8
- 19 Wang C S. *Analysis and Simulation Theory of Microgrid*. Beijing: Science Press 2013: 30–80 [王成山. 微电网分析与仿真理论. 北京: 科学出版社, 2013: 30–80]
- 20 Gamez Urias M E, Sanchez E N, Ricalde L J. Electrical microgrid optimization via a new recurrent neural network. *IEEE Syst J*, 2015, 9: 945–953
- 21 Boyd S, Vandenberghe L. *Convex Optimization*. New York: Cambridge University Press, 2004: 302–450
- 22 Yao Y R, Zhang L S. A penalty interior-point method for nonlinear programming. *Chinese Ann Math*, 2008, 29: 151–158 [姚奕荣, 张连生. 非线性规划的一个罚内点方法. *数学年刊: 中文版*, 2008, 29: 151–158]

- 23 Wan Y, Wen G, Cao J, et al. Distributed node-to-node consensus of multi-agent systems with stochastic sampling. *Int J Robust & Nonlin*, 2015, 26: 110–124
- 24 Eddy F, Gooi H B, Chen S X. Multi-agent system for distributed management of microgrids. *IEEE Trans Power Syst*, 2015, 30: 24–34
- 25 Lasalle J P. Stability theory and invariance principles. *Dynam Syst*, 1976, 1: 211–222
- 26 Goldhirsch I, Sulem P L, Orszag S A. Stability and lyapunov stability of dynamical systems: a differential approach and a numerical method. *Physica D*, 1987, 27: 311–337

Application of distributed consensus algorithm to maximize social welfare in a micro grid

Zao FU^{1,2}, Xing HE^{1,2*}, Chuandong LI^{1,2} & Tingwen HUANG^{3,4*}

1. *College of Electronic Information Engineering, Southwest University, Chongqing 400715, China;*
2. *Chongqing Key Laboratory Of Nonlinear Circuits and Intelligent Information Processing, Chongqing 400715, China;*
3. *Texas A&M University at Qatar, Doha 5825, Qatar;*
4. *Smart Grid Center of Qatar, Doha 5825, Qatar*

*Corresponding author. E-mail: hexingdoc@swu.edu.cn, tingwen.huang@qatar.tamu.edu

Abstract Micro grid is a new network structure, which consists of a variety of distributed energy sources, and the problem of maximizing social welfare by optimizing the micro grid is extensive. By considering the electricity constraints (power generation and electricity supply) and the lack of renewable energy, a distributed consensus algorithm, based on the logarithmic barrier penalty function, is proposed to solve the problem of maximizing social welfare, which could reduce the cost of the micro network and allow users to gain maximum benefit. The accuracy and stability of this algorithm is proved in this paper. The use of flywheel energy-storage system overcomes the instability and intermittent operation of the renewable energy generator. The simulation results show that in a single adjustment cycle, the proposed algorithm has a good performance in achieving the optimal goal of overcoming all kinds of restrictions. In a multiple adjustment cycle, by considering the renewable energy generators with time-varying capacities, the algorithm could find a stable and accurate optimization solution, in a relatively short period. Moreover, the fluctuation and small amplitude mismatch of the micro grid, caused by the algorithm during optimization, will not have any significant effect on the stability of the micro grid.

Keywords distributed, consensus algorithm, logarithmic barrier, micro grid, renewable energy



Zao FU was born in 1992. He received his B.S. degree in Communication Engineering from Jiangxi Normal University, Nanchang, China, in 2014. Currently he is pursuing a Master's degree at the Southwest University, Chongqing, China. His current research interests include neural networks, smart grid, and optimization theory and its applications.



Xing HE was born in 1986. He received his B.S. degree in Mathematics and Applied Mathematics from the Department of Mathematics, Guizhou University, Guiyang, China, in 2009, and Ph.D. degree in Computer Science and Technology from Chongqing University, Chongqing, China, in 2013. Currently, he is an associate professor at the School of Electronics and Information Engineering, Southwest University, Chongqing, P R China. From November 2012 to October 2013, he was a research assistant with the Texas A&M University at Qatar, Doha, Qatar. From December 2015 to February 2016, he was a senior research associate at the City University of Hong Kong. His research interests include neural networks, bifurcation theory, optimization method, smart grid, and nonlinear dynamical system.



Chuandong LI was born in 1969. He received his B.S. degree in Applied Mathematics from Sichuan University, Chengdu, China, in 1992, and M.S. degree in Operational Research and Control Theory and Ph.D. degree in Computer Software and Theory from Chongqing University, Chongqing, China, in 2001 and in 2005, respectively. He has been a professor at the College of Computer Science, Chongqing University, Chongqing, China, from 2007 to 2012. Currently, he is a professor at the School of Electronics and Information Engineering, Southwest University, Chongqing, China. He has published more than 100 journal papers. His current research interest covers computational intelligence, neural networks, memristive systems, chaos control and synchronization, and impulsive dynamical systems.



Tingwen HUANG was born in 1966. He is a professor at the Texas A&M University at Qatar, Doha, Qatar. He received his B.S. degree from the Southwest Normal University (now Southwest University), China, in 1990, his M.S. degree from Sichuan University, China, in 1993, and his Ph.D. from Texas A&M University, College Station, Texas, in 2002. He has expertise in chaotic dynamical systems, neural networks, optimization and control, and traveling wave phenomena. He has published more than 100 peer reviewed journal papers. He is one of the editors for the 5 volumes of the proceedings of the 19th International Conference on Neural Information Processing, which were published as lecture notes in computer science by Springer. In addition, he is one of the editors for a book *Advances in Intelligent and Soft Computing* published by Springer. His research on chaotic dynamical systems received the Qatar National Priority Research Project Support from the Qatar Research Fund. Currently, he serves as an editorial board member for four international journals: *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, *Cognitive Computation*, *Advances in Artificial Neural Systems*, *Intelligent Control and Automation*.