



独立不同分布 Nakagami- m 信道下选择合并分集信噪比的统计特性及其应用

李婷婷¹, 雷宏江², 赵辉³, 潘高峰^{3*}

1. 西南大学数学与统计学院, 重庆 400715
2. 重庆邮电大学重庆市移动通信技术重点实验室, 重庆 400065
3. 西南大学重庆市非线性电路与智能信息处理重点实验室, 重庆 400715

* 通信作者. E-mail: gspan@swu.edu.cn

收稿日期: 2016-07-31; 接受日期: 2016-09-18; 网络出版日期: 2017-01-12

国家自然科学基金 (批准号: 61401372, 61531016)、重庆市基础与前沿研究计划 (批准号: cstc2013jcyjA40040, cstc2016jcyjA05-10)、重庆市教委科学技术研究项目 (批准号: KJ1600413) 和中央高校基本科研业务经费 (批准号: XDJK2015B023, XDJK2016-A011) 资助项目

摘要 本文推导了独立不同分布 Nakagami- m (m 为整数) 衰落信道模型下接收端采用选择合并方式时信噪比的概率密度函数 (probability density function, PDF) 的闭式表达式. 该表达式由有限多个幂函数与指数函数乘积的求和形式组成, 可作为一个非常有用的数学工具来分析在独立不同分布 Nakagami- m 衰落信道下采用选择合并分集技术时的无线通信系统的中断概率、误符号率和遍历容量等性能, 还可以用于研究物理层保密性能, 比如保密中断概率 (secrecy outage probability, SOP) 和平均保密容量 (average secrecy capacity, ASC). 在单输入多输出 (single-input multiple-output, SIMO) 的无线通信系统中, 本文以无线信息与能量同步传输 (simultaneous wireless information and power transfer, SWIPT) 通信系统为例, 利用所得信噪比的 PDF 表达式研究了该系统的保密性能, 进一步得到 SOP 和 ASC 的闭式表达式, 最后通过数值仿真和 Monte Carlo 仿真对推导得到的 SOP 和 ASC 闭式表达式的准确性和有效性进行了验证.

关键词 Nakagami- m 衰落信道, 保密中断概率, 平均保密容量, 单输入多输出, 无线信息与能量同步传输

1 引言

随着移动通信的广泛应用, 以及无线互联网日益增长的接入需求, 提高无线通信速率成为非常紧迫的研究任务. 因此必须设法突破传统无线通信系统的容量界限. 一般而言, 提高通信容量有 3 种办

引用格式: 李婷婷, 雷宏江, 赵辉, 等. 独立不同分布 Nakagami- m 信道下选择合并分集信噪比的统计特性及其应用. 中国科学: 信息科学, 2017, 47: 507-515, doi: 10.1360/N112016-00104
Li T T, Lei H J, Zhao H, et al. On the statistics of the outcome SNR of selective combiner over i.n.d. Nakagami- m channels and its applications (in Chinese). Sci Sin Inform, 2017, 47: 507-515, doi: 10.1360/N112016-00104

法: 一是设置更多的基站; 二是拓宽已有的使用频带; 三是提高频谱的使用效率. 第一种方法代价太高昂, 同时无限频谱资源日益紧张的现状已经成为不争的事实, 所以第二种方法实现起来非常困难. 目前最具潜力的就是提高频谱的使用效率, 其中多天线分集技术是提高频谱使用效率中最有效的方法之一 [1~3]. 目前, 随着多天线技术的成熟和广泛应用, 无线传输系统的传输速率得到了大大提高, 比传统的单天线系统传输速率提高了几个数量级, 从而突破了传统单天线系统的瓶颈. 因此, 多天线技术在未来 5G 乃至未来移动通信系统中有着非常广阔的应用前景 [4~6].

在传统的有线通信中, 基于物理层中无差错传输链路的假设, 密码协议被广泛地设计和应用在网络层中用以实现保密通信 [7]. 由于无线信道的开放性, 密钥的分布和管理开销很大且易受攻击, 因此保密通信在无线通信系统中受到很大的挑战 [8]. 物理层保密通信已被广泛地认为是一种可有效保护信息而不被窃密的技术 [9]. 物理层保密通信的主要目的是通过利用无线信道的不相关特性尽可能地实现信息的完全保密 [10~17].

近来, 已有很多文献对具有不同合并模式的多种无线保密通信系统的性能进行了研究, 比如文献 [13~15, 18, 19]. 然而, 大多数文献都是在独立同分布的衰落信道模型条件下研究无线系统的保密性能, 例如: Rayleigh 衰落信道、Nakagami- m 衰落信道以及 KG 衰落信道. 而在实际中, 系统中的多个通信链路往往彼此距离较远, 比如分布式天线系统, 每个链路可能服从的是独立但不同分布的衰落模型. 虽然目前也有一些研究考虑了独立不同分布 (Independent but not necessarily identically distributed, i.n.d.) 模型的情况, 例如, 文献 [20, 21] 考虑了 Rayleigh 衰落场景.

众所周知, Nakagami- m 衰落信道可以覆盖更多的无线信号传播场景, 例如 Rayleigh 分布以及单边指数分布等. 除去绝大多数研究工作集中于独立同分布 Nakagami- m 衰落信道外, 已有少部分研究人员对 i.n.d. Nakagami- m 衰落场景中的各种无线通信系统进行了研究 [22~32]. 其中, 文献 [22~28] 仅考虑了 i.n.d. Nakagami- m 衰落场景中的最大比合并方式. 在文献 [29] 中, 基于 i.n.d. Nakagami- m 衰落信道, 作者推导出了选择合并 (selection combining, SC) 后信号的累积分布函数 (cumulative probability density function, CDF) 的表达式. 文献 [30] 虽然考虑了 i.n.d. Nakagami- m 衰落信道中经过 SC 后信号的概率密度函数 (probability density function, PDF), 然而只给出了积分表达式, 而未给出其闭式解析表达式. 文献 [31] 仅仅研究了 i.n.d. Nakagami- m 衰落信道中两路信号经过 SC 合并后的性能. 显然, 该文献中的结论不能适用于更为一般的场景, 即多路信号进行选择合并的情况. 文献 [32] 推导了 i.n.d. Nakagami- m 衰落场景中经过 SC 后信号的 PDF 的闭式解析表达式. 然而, 观察文献 [32] 中式 (17), (21)~(25), 可以清晰地看出: 其推导出的表达式为两项之和的形式, 同时每一项中都含有重数繁多且形式复杂的累加 (特别是该文献中式 (17) 中的累加形式). 显然, 这样的结果不便于理解, 更不便于实际的工程运用.

有鉴于此, 本文推导出了 i.n.d. Nakagami- m (m 为整数) 衰落模型下 SC 信噪比的 PDF 的闭式表达式. 该表达式是由有限多个幂函数与指数函数乘积的求和形式组成. 与文献 [32] 中的式 (17), (21)~(25) 相比, 本文得到的表达式的形式更为简单, 更便于理解和运用. 因此, 可作为一个非常有用的数学工具来分析在 i.n.d. Nakagami- m 衰落信道下 SC 分集的无线通信系统的中断概率、误符号率和遍历容量等, 以及保密性能, 包括保密中断概率 (secrecy outage probability, SOP) 和平均保密容量 (average secrecy capacity, ASC). 本文以单输入多输出 (single-input multiple-output, SIMO) 的无线信息与能量同步传输 (simultaneous wireless information and power transfer, SWIPT) 通信系统为例, 利用 i.n.d. Nakagami- m 衰落模型下 SC 分集信噪比 PDF 的闭式表达式研究了该系统的保密性能, 进一步得出了 SOP 和 ASC 的闭式表达式, 最后通过 Monte Carlo 仿真对推导而得的 SOP 和 ASC 的解析表达式进行了验证.

2 选择合并信噪比的概率密度函数的闭式表达式

本文假设从信道的源节点到终端节点总共有 N 条链路 (起点和终点分别有 1 个天线和 N 个天线, 或者起点和终点分别有 N 个天线和 1 个天线), 而终端节点处采用 SC 的分集方式来处理这 N 个链路接收到的信号, 而这 N 个链路服从 i.n.d. Nakagami- m (m 为整数) 衰落.

运用文献 [33] 中式 (8.352.1), 每一条链路上的信道功率增益 $|h_i|^2$ ($i \in \{1, 2, \dots, N\}$) 的 PDF 和 CDF 分别表示为

$$f_i(x) = \left(\frac{m_{B_i}}{\Omega_{B_i}} \right)^{m_{B_i}} \frac{x^{m_{B_i}-1}}{\Gamma(m_{B_i})} e^{-\frac{m_{B_i}x}{\Omega_{B_i}}}, \quad (1)$$

$$F_i(x) = \frac{(m_{B_i}-1)!}{\Gamma(m_{B_i})} \left[1 - e^{-\lambda_i x} \sum_{k=0}^{m_{B_i}-1} \frac{(\lambda_i x)^k}{k!} \right], \quad (2)$$

其中, $\Omega_{B_i} = E[|h_i|^2]$, $m_{B_i} = E[|h_i|^2]/\text{Var}[|h_i|^2]$, $\lambda_i = \frac{m_{B_i}}{\Omega_{B_i}}$, $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数, $\gamma(x, \alpha) = \int_0^\alpha e^{-t} t^{x-1} dt$ 则为第一类不完全 Gamma 函数. 需要指出的是, 只有当 m_{B_i} ($i \in \{1, 2, \dots, N\}$) 为正整数时, 等式 (2) 才成立.

由于 N 条链路服从 i.n.d. Nakagami- m 信道, 经推导, SC 合并的信噪比的 PDF 如式 (3) 所示, 其中 $\theta_i = \frac{m_{B_i}^{m_{B_i}}}{\Omega_{B_i}^{m_{B_i}} \Gamma(m_{B_i})}$, $\Omega_{N,i} = \{1, 2, \dots, N\} - \{i\}$, $\Psi_p^{N,i} = \binom{\Omega_{N,i}}{p}$, $I_p = \underbrace{(1, 1, \dots, 1)}_p^T$, $\lambda_{p,m}$ 是属于集合 $\{\lambda_g, g \in \Omega_{N,i,p,m}\} \cup \{0\}$ 中的向量, 而 $\Omega_{N,i,p,m}$ 则为集合 $\Omega_{N,i}$ 中含有 p 个元素的所有子集中的第 m 个子集, $\Theta_{i,p,m} = \sum_{g \in \Omega_{N,i,p,m}} (m_g - 1)$, 系数 $\phi_{0,i,p,m} = 1$, $\phi_{n,i,p,m} = \sum_{(i_1, i_2, \dots, i_n) \in C} \frac{1}{\tau_g!} \lambda_{i_1} \lambda_{i_2} \cdots \lambda_{i_n}$, 其中 $C = \{(i_1, i_2, \dots, i_n) | i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_n \in \Omega_{N,i,p,m}\}$, τ_g 为下标向量 (i_1, i_2, \dots, i_n) 中集合 $\Omega_{N,i,p,m}$ 中各元素重复出现的次数并且 $\tau_g \leq m_g - 1$, $\Xi = \lambda_i + \lambda_{p,m}^T I_p$.

$$\begin{aligned} f_{r_{\max}}(x) &= \sum_{i=1}^N \theta_i x^{m_i-1} e^{-\lambda_i x} \prod_{j=1, j \neq i}^N \left\{ 1 - e^{-\lambda_j x} \sum_{k=0}^{m_j-1} \frac{(\lambda_j x)^k}{k!} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^N \theta_i x^{m_i-1} e^{-\lambda_i x} \sum_{p=0}^{N-1} (-1)^p \sum_{m=1}^{\Psi_p^{N,i}} e^{-\lambda_{p,m}^T I_p x} \sum_{n=0}^{\Theta_{i,p,m}} \phi_{n,i,p,m} x^n \\ &= \sum_{i=1}^N \theta_i \sum_{p=0}^{N-1} (-1)^p \sum_{m=1}^{\Psi_p^{N,i}} e^{-(\lambda_i + \lambda_{p,m}^T I_p) x} \sum_{n=0}^{\Theta_{i,p,m}} \phi_{n,i,p,m} x^{n+m_i-1} \\ &= \sum_{i=1}^N \theta_i \sum_{p=0}^{N-1} (-1)^p \sum_{m=1}^{\Psi_p^{N,i}} \sum_{n=0}^{\Theta_{i,p,m}} \phi_{n,i,p,m} x^{n+m_i-1} e^{-\Xi x}. \end{aligned} \quad (3)$$

3 SIMO SWIPT 通信系统的保密性能分析

为阐述 (3) 的应用, 本节将对 SIMO SWIPT 通信系统的保密性能进行分析, 给出 SOP 和 ASC 的表达式.

本文采用文献 [21] 中图 1 所示的多用户下 SIMO 的下行链路的 SWIPT 系统. 在该通信系统中, 信息接收器 (IR) 有多根接收天线并采用最大比合并方式对多个接收信号进行处理. 基站 (BS) 和每根在 IR 上天线的信道链路都服从独立同分布的 Nakagami- m 衰落, 而基站和能量接受器 (ER) 间的

链路却服从 i.n.d. Nakagami- m 衰落¹⁾. 同时, 从第 j ($j \in \{1, \dots, N_T\}$) 条 IR 天线上接收得到的下行链路信号和第 i ($i \in \{1, \dots, N\}$) 个 ER 上的信息解码单元 (ID) (潜在的窃听器) 的接收信号, 分别由式 $y_{IRj} = \sqrt{P_t}g_j s + n_{IRj}$ 和 $y_{EH_i} = \sqrt{\rho_i}(\sqrt{P_t}h_i s + n_{EH_i}) + z_i$ 表示, 其中 P_t 为基站的传输能量, s 定义为来自基站中的传输符号, h_i 为基站与第 i 个信息解码器间的信道增益, g_j ($g_j \in \mathbf{G}$) 则为基站与需求的第 j 个 IR 上的天线之间通信链路的信道增益, ρ_i 为第 i 个 ER (ER_i) 处功率分配因子 (即将 ρ_i 部分的信号功率用于信号解码), 而 n_{IRj} 和 n_{EH_i} 则分别表示在第 j 个需求的 IR 天线上和第 i 个 ID 上的复 Gauss 噪声. 为简化分析过程, 本文假设 n_{IRj} 和 n_{EH_i} 具有相同的均值 0 和方差 N_0 . z_i 为接收信号在第 i 个 ER (ER_i) 上通过 ID 处受到的信号处理噪声, 即为均值为 0、方差为 σ_i^2 的 Gauss 白噪声.

由于各个 ER 独立工作且鉴于 BS-IR 链路被窃听的信息量受制于多个 BS-ER 链路中最优的一个. 因此, 信息接收器 IR 和第 i 个能量接受器 (ER_i) 处的信息解码器 ID 的信噪比可分别表示为 $\gamma_{IR} = \frac{P_t \sum_{j=1}^{N_T} |g_j|^2}{N_0}$, $\gamma_{EH_i} = \frac{\rho_i P_t |h_i|^2}{\rho_i N_0 + \sigma_i^2}$. 瞬时保密容量则可由表达式 $C_s = [\log_2(1 + \gamma_{IR}) - \log_2(1 + \gamma_{\max})]^+$ 求得, 其中 $[x]^+ = \max\{x, 0\}$, $\gamma_{\max} = \max_{i \in \{1, \dots, N\}} \{\gamma_{EH_i}\}$.

假设每一条链路的信道功率增益 $|g_j|^2$ 和 $|h_i|^2$ 的 PDF 为 $f_{|g_j|^2}(x) = \left(\frac{m_g}{\Omega_g}\right)^{m_g} \frac{x^{m_g-1}}{\Gamma(m_g)} e^{-\frac{m_g x}{\Omega_g}}$ 和 $f_{|h_i|^2}(x) = \left(\frac{m_{h_i}}{\Omega_{h_i}}\right)^{m_{h_i}} \frac{x^{m_{h_i}-1}}{\Gamma(m_{h_i})} e^{-\frac{m_{h_i} x}{\Omega_{h_i}}}$, 其中, $i \in \{1, 2, \dots, N\}$, $j \in \{1, 2, \dots, N_T\}$, $\Omega_g = E[|g_j|^2]$, $m_g = E^2[|g_j|^2]/\text{Var}[|g_j|^2]$, $\Omega_{h_i} = E[|h_i|^2]$ 和 $m_{h_i} = E^2[|h_i|^2]/\text{Var}[|h_i|^2]$. 那么, $r_{IR} = \sum_{j=1}^{N_T} \frac{P_t}{N_0} |g_j|^2 \equiv \sum_{j=1}^{N_T} Y_j$ 为参数是 $\Omega_B = \frac{P_t}{N_0} \Omega_g$, $m_B = m_g$ 的独立同 Nakagami- m 分布的和, 故而 r_{IR} 的 PDF 和 CDF 分别为

$$f_{r_{IR}}(x) = \frac{m_B^{N_T m_B}}{\Omega_B^{N_T m_B} \Gamma(N_T m_B)} x^{N_T m_B - 1} e^{-\frac{m_B}{\Omega_B} x} \triangleq \theta_{IR} x^{N_T m_B - 1} \exp(-\lambda_{IR} x), \quad (4)$$

$$F_{r_{IR}}(x) = 1 - \frac{\Gamma\left(N_T m_B \frac{m_B}{\Omega_B} x\right)}{\Gamma(N_T m_B)} = 1 - e^{-\frac{m_B}{\Omega_B} x} \sum_{l=0}^{N_T m_B - 1} \frac{(\lambda_{IR} x)^l}{l!} = 1 - e^{-\lambda_{IR} x} \sum_{l=0}^{N_T m_B - 1} \varsigma_{IR, l} x^l, \quad (5)$$

其中, $\Gamma(a, x) = \int_x^\infty e^{-t} t^{a-1} dt$ 为上不完全 Gamma 函数, $\theta_{IR} = \frac{m_B^{N_T m_B}}{\Omega_B^{N_T m_B} \Gamma(N_T m_B)}$, $\lambda_{IR} = \frac{m_B}{\Omega_B}$, 并且 $\varsigma_{IR, l} = \frac{1}{l!} \left(\frac{m_B}{\Omega_B}\right)^l$.

因为 $r_{EH_i} = \frac{\rho_i P_t}{\rho_i N_0 + \sigma_i^2} |h_i|^2$ 服从参数为 $\Omega_{B_i} = \frac{\rho_i P_t}{\rho_i N_0 + \sigma_i^2} \Omega_{h_i}$, $m_{B_i} = m_{h_i}$ 的 Nakagami- m 分布, 所以 r_{\max} 为这 N 个独立不同 Nakagami- m 分布的变量中的最大值. 于是, 根据式 (3), 很容易得到 r_{\max} 的 PDF, 由式 (8) 表示, 其中 $\theta_{ER_i} = \frac{m_{B_i}^{m_{B_i}}}{\Omega_{B_i}^{m_{B_i}} \Gamma(m_{B_i})}$, $\lambda_{ER_i} = \frac{m_{B_i}}{\Omega_{B_i}}$. 接下来, 为书写方便起见, 将 $\sum_{i=1}^N \theta_{ER_i} \sum_{p=0}^{N-1} (-1)^p \sum_{m=1}^{\Psi_p^{N,i}} \sum_{n=0}^{\Theta_{i,p,m}} \phi_{n,i,p,m}$ 简写为 $\sum_{i,p,m,n}$.

$$f_{r_{\max}}(x) = \sum_{i=1}^N \theta_{ER_i} \sum_{p=0}^{N-1} (-1)^p \sum_{m=1}^{\Psi_p^{N,i}} \sum_{n=0}^{\Theta_{i,p,m}} \phi_{n,i,p,m} e^{-\Xi x} x^{n+m_{ER_i}-1} = \sum_{i,p,m,n} \phi_{n,i,p,m} x^{n+m_{ER_i}-1} e^{-\Xi x}. \quad (6)$$

3.1 保密中断分析

在本文中, SOP 被定义为瞬时保密容量低于保密速率阈值 C_{th} ($C_{th} \geq 0$) 的概率²⁾, 即 SOP 被表示为

$$P_{\text{out}}(C_{th}) = \Pr\{C_s \leq C_{th}\} = \Pr\left\{\frac{1 + \gamma_{IR}}{1 + \gamma_{\max}} \leq 2^{C_{th}}\right\} = \Pr\{\gamma_{IR} - \alpha \gamma_{\max} \leq \alpha - 1\}, \quad (7)$$

1) IR 处的多根天线在物理位置上接近, 信道衰落特征基本一致, 故此假设服从独立同分布; 由于 ER 在物理空间上随机的分布, 而不处于同一个物理位置上, 因此认为 BS 与每个 ER 之间的信道衰落服从 i.n.d.

2) SOP 用于衡量一个通信系统在被窃听的情况下, 保证一定信息量 (即保密速率阈值) 不被窃听的概率.

其中, $\alpha = 2^{C_{th}}$.

代入 r_{IR} 和 r_{max} 的 PDF, 可得到

$$\begin{aligned}
 P_{out}(C_{th}) &= \Pr\{\gamma_{IR} \leq \alpha\gamma_{max} + \alpha - 1\} = \int_0^\infty f_{r_{max}}(y) \int_0^{\alpha y + \alpha - 1} f_{r_{IR}}(x) dx dy \\
 &= \int_0^\infty f_{r_{max}}(y) \left(1 - e^{-\lambda_{IR}(\alpha-1)} e^{-\alpha\lambda_{IR}y} \sum_{l=0}^{N_T m_B - 1} \varsigma_{IR,l} \sum_{k=0}^l \binom{l}{k} \alpha^k (\alpha-1)^{l-k} y^k \right) dy \\
 &= 1 - e^{-\lambda_{IR}(\alpha-1)} \int_0^\infty f_{r_{max}}(y) \left(\sum_{l=0}^{N_T m_B - 1} \varsigma_{IR,l} \sum_{k=0}^l \binom{l}{k} \alpha^k (\alpha-1)^{l-k} y^k e^{-\alpha\lambda_{IR}y} \right) dy \\
 &= 1 - e^{-\lambda_{IR}(\alpha-1)} \sum_{l=0}^{N_T m_B - 1} \varsigma_{IR,l} \sum_{k=0}^l \binom{l}{k} \alpha^k (\alpha-1)^{l-k} \sum_{i,p,m,n} \frac{\Gamma(m_{ERi} + n + k)}{(\alpha\lambda_{IR} + \Xi)^{m_{ERi} + n + k}}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

3.2 保密容量分析

根据文献 [9] 中的式 (29), 平均保密容量可表示为³⁾

$$\bar{C}_s = \frac{1}{\ln 2} (\bar{C}_{s1} - \bar{C}_{s2}), \quad (9)$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \bar{C}_{s1} &= \int_0^\infty \ln(1 + r_{IR}) f_{r_{IR}}(r_{IR}) F_{r_{max}}(r_{IR}) dr_{IR}, \\
 \bar{C}_{s2} &= \int_0^\infty \ln(1 + r_{max}) f_{r_{max}}(r_{max}) (1 - F_{r_{IR}}(r_{max})) dr_{max}.
 \end{aligned}$$

对于 \bar{C}_{s1} , 容易推出

$$\begin{aligned}
 \bar{C}_{s1} &= \int_0^\infty \ln(1 + r_{IR}) f_{r_{IR}}(r_{IR}) F_{r_{max}}(r_{IR}) dr_{IR} \\
 &= \sum_{i,p,m,n} \frac{A_{i,n}}{\Xi!} \int_0^\infty \ln(1 + x) f_{r_{IR}}(x) dx \\
 &\quad - \sum_{i,p,m,n} \sum_{k=0}^{A_{i,n}} B_{i,n,k} \int_0^\infty \ln(1 + x) x^k e^{-\Xi x} f_{r_{IR}}(x) dx \\
 &\triangleq I_1 - I_2, \quad (10)
 \end{aligned}$$

其中, $A_{i,n} = (n + m_{ERi} - 1)!$, $B_{i,n,k} = \frac{A_{i,n}!}{k! \Xi^{n+m_{ERi}-k}}$.

运用 Meijer's G 函数的相关性质, 可得

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \sum_{i,p,m,n} \frac{A_{i,n}}{\Xi!} \int_0^\infty \ln(1 + x) f_{r_{IR}}(x) dx \\
 &= \sum_{i,p,m,n} \frac{A_{i,n}}{\Xi!} \theta_{IR} G_{2,3}^{3,1} \left[\lambda_{IR} \middle|_{0, -N_T m_B, -N_T m_B}^{-N_T m_B, 1 - N_T m_B} \right], \quad (11)
 \end{aligned}$$

³⁾ 平均保密容量是用于表征一个通信系统在被窃听的情况下, 基于一定的物理衰落环境中可以实现的统计平均通信容量.

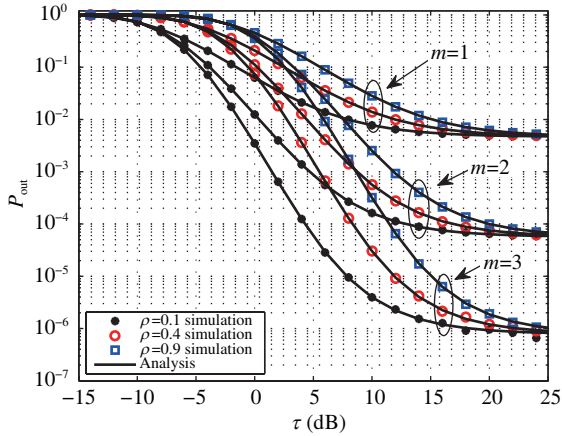

 图 1 (网络版彩图) 在不同 ρ 下的 SOP

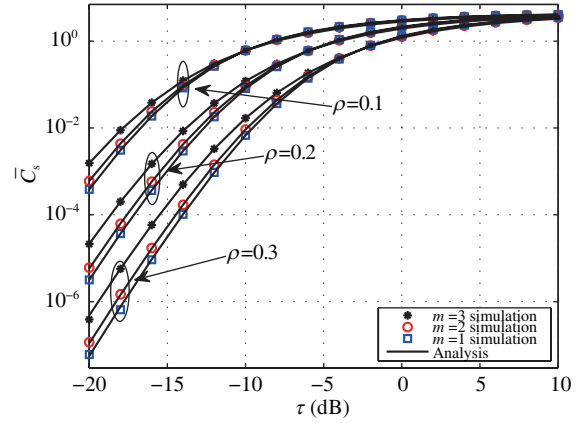
 Figure 1 (Color online) SOP versus τ for various ρ

 图 2 (网络版彩图) 在不同 ρ 下的 ASC

 Figure 2 (Color online) ASC versus τ for various ρ

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \sum_{i,p,m,n} \sum_{k=0}^{A_{i,n}} B_{i,n,k} \int_0^{\infty} \ln(1+x) x^k e^{-\Xi x} f_{r_{\text{IR}}}(x) dx \\
 &= \sum_{i,p,m,n} \sum_{k=0}^{n+m_{\text{ER}_i}-1} \theta_{\text{IR}} B_{i,n,k} G_{2,3}^{3,1} \left[\lambda_{\text{IR}} + \Xi \middle| \begin{matrix} -C, 1-C \\ 0, -C, -C \end{matrix} \right],
 \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $C = N_{\text{T}} m_{\text{B}} + k$, $G[\cdot]$ 是由文献 [33] 中的式 (9.301) 定义的 Meijer's G 函数。类似地,

$$\begin{aligned}
 \bar{C}_{s2} &= \int_0^{\infty} \ln(1+r_{\text{max}}) f_{r_{\text{max}}}(r_{\text{max}}) (1 - F_{r_{\text{IR}}}(r_{\text{max}})) dr_{\text{max}} \\
 &= \sum_{l=0}^{N_{\text{T}} m_{\text{B}} - 1} \varsigma_{\text{IR},l} \sum_{i,p,m,n} G_{2,3}^{3,1} \left[\Xi \middle| \begin{matrix} -D, 1-D \\ 0, -D, -D \end{matrix} \right],
 \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $D = n + m_{\text{ER}_i} + l$ 。

因此, 将式 (11)~(13) 代入式 (9) 得到 \bar{C}_s 。

4 数值结果和分析

本节将通过 Monte Carlo 和数值仿真验证 SOP 和 ASC 的解析结果, 主要参数分别设定为 $P_t = 10$ dB, $m_g = m = 1$, $\Omega_g = 1$, $m_{h_i} = 2$ ($i \in \{1, \dots, N\}$), $N_{\text{T}} = 3$, $N = 4$, $N_0 = 1$, $\sigma_i^2 = 1$, $\rho_i = \rho = 0.5$, ($i \in \{1, \dots, N\}$), $C_{\text{th}} = 0$ dB, 传输信息长度为 1×10^7 比特, $\tau = \Omega_g / \Omega_{h_i}$ ($i \in \{1, \dots, N\}$)。由图 1 可见, ρ 值较小, SOP 也较小, 因为 ρ 越大, 意味着越多的接收到的信号能量会被分到每个能量接收器的信息解码器 (ID) 处, 而高信噪比 (SNR) 则可能导致比较多的信息容量被窃取。并且, 在 τ 值比较大的区域, m 越大, SOP 越小, 这是因为 m 越小, 代表 BS 和 IR 之间的链路越糟糕, 从而导致越小的传输容量。

由图 2 可见, ρ 值较小, ASC 较高, 这是因为 ρ 越小意味着越少的信号功率会被分配到信息解码器 (ID) 处, 相应地更多的能量会分到每一个能量接收器 (ER) 的能量采集器处, 从而使得每一个能量

接收器 (ER) 处接收得到的信噪比更低, 即更低的信息容量会被窃取. 另外, m 值较大, ASC 较高, 这是因为 m 更大意味着基站 (BS) 与信息接收器 (IR) 间的信道链路更好, 因此会使得基站 (BS) 与信息接收器 (IR) 之间的传输能力变得更强.

很显然, 从图 1 和 2 中可见, 理论的解析结果和仿真结果是完全吻合的. 同时, SOP 和 ASC 也都随着 τ 的增加而逐渐得到改进, 因为一个比较高的 τ 代表的是基站 (BS) 与信息接收器 (IR) 间链路的信道条件明显优于基站 (BS) 与能量接收器 (ER) 中的某一条窃听链路的信道状态.

5 结论

本文主要推导了 i.n.d. Nakagami- m 衰落信道模型下 SC 分集信噪比的 PDF 闭式解析表达式, 且该表达式由有限多个幂函数与指数函数乘积的求和形式组成. 因此, 可作为一个非常有用的数学工具来分析在 i.n.d. Nakagami- m 衰落信道下 SC 合并的无线通信系统的中断概率、误符号率和遍历容量等, 以及保密性能, 包括 SOP 和 ASC. 为体现该表达式的实用性, 本文将其应用到 SIMO SWIPT 通信系统, 得到了 SOP 和 ASC 的解析表达式, 并利用数值和 Monte Carlo 计算验证了解析结果的准确性和有效性. 此外, 本文推导得出的表达式还可以进一步广泛应用到采用 SC 合并的 i.n.d. Nakagami- m 衰落信道模型下的一般性能分析的研究中, 如文献 [34, 35].

参考文献

- 1 Gans M J. The effect of Gaussian error in maximal ratio combiners. *IEEE Trans Commun Tech*, 1971, 19: 492–500
- 2 Tomiuk B R, Beaulieu N C, Abu-Dayya A A. General forms for maximal ratio diversity with weighting errors. *IEEE Trans Commun*, 1999, 47: 488–492
- 3 Alouini M-S, Goldsmith A J. Capacity of Rayleigh fading channels under different adaptive transmission and diversity-combining techniques. *IEEE Trans Veh Tech*, 1999, 48: 1165–1181
- 4 Khatalin S, Fonseka J P. On the channel capacity in Rician and Hoyt fading environment with MRC diversity. *IEEE Trans Veh Tech*, 2006, 55: 137–141
- 5 Choi S, Ko Y-C. Performance of selection MIMO systems with generalized selection criterion over Nakagami- m fading channels. *IEICE Trans Commun*, 2006, 89: 3467–3470
- 6 Elkashlan M, Wang L, Duong T Q, et al. On the security of cognitive radio networks. *IEEE Trans Veh Tech*, 2015, 64: 3790–3795
- 7 Shannon C E. Communication theory of secrecy systems. *Bell Syst Tech J*, 1949, 28: 656–715
- 8 Schneier B. Cryptographic design vulnerabilities. *Computer*, 1998, 31: 29–33
- 9 Wyner D. The wire-tap channel. *Bell Syst Tech J*, 2013, 54: 1355–1367
- 10 Pan G, Tang C, Zhang X, et al. Physical layer security over non-small scale fading channels. *IEEE Trans Veh Tech*, 2015, 65: 1326–1339
- 11 Zou Y, Champagne B, Zhu W-P, et al. Relay-selection improves the security-reliability trade-off in cognitive radio Systems. *IEEE Trans Commun*, 2014, 63: 215–228
- 12 Liu Y, Wang L, Zaidi R, et al. Secure D2D communication in large-scale cognitive cellular networks: a wireless power transfer model. *IEEE Trans Commun*, 2015, 64: 329–342
- 13 Zhao H, Pan G F. Analysis of secure communications for a DF and RF relaying SIMO system with Gauss errors. *Sci Sin Inform*, 2016, 46: 350–360 [赵辉, 潘高峰. Gauss 信道估计误差下 DF 与 RF 中继 SIMO 系统保密通信性能分析. *中国科学: 信息科学*, 2016, 46: 350–360]
- 14 Zhao H, Tan Y, Pan G, et al. Secrecy outage on transmit antenna selection/maximal ratio combining in MIMO cognitive radio networks. *IEEE Trans Veh Tech*, 2016, 65: 10236–10242

- 15 Wang H M, Yin Q Y, Xia X G. Distributed beamforming for physical-layer security of two-way relay networks. *IEEE Trans Sig Process*, 2012, 60: 3532–3545
- 16 Deng H, Wang H M, Guo W, et al. Secrecy transmission with a helper: to relay or to jam. *IEEE Trans Inf Foren Sec*, 2015, 10: 293–307
- 17 Zheng T X, Wang H M, Liu F, et al. Outage constrained secrecy throughput maximization for DF relay networks. *IEEE Trans Commun*, 2015, 63: 1741–1755
- 18 Yang N, Yeoh P L, Elkashlan M, et al. Transmit antenna selection for security enhancement in MIMO wiretap channels. *IEEE Trans Commun*, 2013, 61: 144–154
- 19 Lei H, Gao C, Guo Y, et al. On physical layer security over generalized Gamma fading channels. *IEEE Commun Lett*, 2015, 19: 1257–1260
- 20 Bao V N Q, Duong T Q, Costa-da D B, et al. Cognitive amplify-and-forward relaying with best relay selection in non-identical Rayleigh fading. *IEEE Commun Lett*, 2013, 17: 475–478
- 21 Pan G, Tang C, Li T, et al. Secrecy performance analysis for SIMO simultaneous wireless information and power transfer systems. *IEEE Trans Commun*, 2015, 63: 3423–3433
- 22 Huang Y, Al-Qahtani F, Duong T, et al. Secure transmission in spectrum sharing MIMO channels with generalized antenna selection over Nakagami- m channels. *IEEE Access*, in press. doi: 10.1109/ACCESS.2016.2593012
- 23 Dong Y, Hossain M J, Cheng J. Performance of wireless powered amplify and forward relaying over Nakagami- m fading channels with nonlinear energy harvester. *IEEE Commun Lett*, 2016, 20: 672–675
- 24 Romero-Jerez J M, Goldsmith A J. Exact error rates of MRC with transmit antenna selection in non-identically distributed Nakagami fading channels. In: *Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference, New Orleans, 2008*. 1–5
- 25 Lee B, Lee C. Performance analysis of cooperative multi-hop networks with hop selection in Nakagami- m fading channels. *IEEE Trans Wirel Commun*, 2013, 12: 3851–3859
- 26 Yang K, Yang N, Xing C, et al. Relay antenna selection in MIMO two-way relay networks over Nakagami- m fading channels. *IEEE Trans Veh Tech*, 2014, 63: 2349–2362
- 27 Hussain S, Fernando X N. Performance analysis of relay-based cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks over non-identical Nakagami- m channels. *IEEE Trans Commun*, 2014, 62: 2733–2746
- 28 Bilim M, Kapucu N, Develi I. A closed-form approximate BEP expression for cooperative IDMA systems over multipath Nakagami- m fading channels. *IEEE Commun Lett*, 2016, 20: 1599–1602
- 29 Dixit D, Sahu P R. Performance analysis of rectangular QAM with SC receiver over Nakagami- m fading channels. *IEEE Commun Lett*, 2014, 18: 1262–1265
- 30 Ren D, Ge J, Li J, et al. Cooperative spectrum sensing using opportunistic amplify-and-forward relaying over Nakagami- m fading channels. *IET Commun*, 2013, 7: 1377–1382
- 31 Shurman M M, Al-Mistarihi M F, Alhulayil M M. Performance analysis of amplify-and-forward cognitive relay networks with interference power constraints over Nakagami- m fading channels. *IET Commun*, 2016, 10: 594–605
- 32 Jia X, Zhu H, Yang L, et al. $N - R$ th dual best relays opportunistic cooperation schemes and performance analyses over Nakagami- m fading channels. *IET Commun*, 2013, 7: 349–359
- 33 Gradshteyn I S, Ryzhik I M. *Table of Integrals, Series and Products*. 7th ed. San Diego: Academic Press, 2007
- 34 Michalopoulos D, Karagiannidis G. Performance analysis of single relay selection in Rayleigh fading. *IEEE Trans Wirel Commun*, 2008, 7: 3718–3724
- 35 Chen H, Liu J, Zheng L, et al. An improved selection cooperation scheme for decode-and-forward relaying. *IEEE Commun Lett*, 2010, 14: 1143–1145

On the statistics of the outcome SNR of selective combiner over i.n.d. Nakagami- m channels and its applications

Tingting LI¹, Hongjiang LEI², Hui ZHAO³ & Gaofeng PAN^{3*}

1. *The School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715, China;*

2. *The Chongqing Key Laboratory of Mobile Communications Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China;*

3. *The Chongqing Key Laboratory of Nonlinear Circuits and Intelligent Information Processing, Southwest University, Chongqing 400715, China*

* Corresponding author. E-mail: gfpan@swu.edu.cn

Abstract The closed-form analytical expression of the probability density function (PDF) of the outcome signal-to-noise ratio at the selective combiner (SC) over independent but not necessarily identically distributed (i.n.d.) Nakagami- m fading channels is derived. The proposed expression is in the form of multiple finite summations of the product of the power and exponential functions. The obtained expression can be considered as a useful mathematical tool to analyze the performance of the wireless communication systems adopting SC over i.n.d., Nakagami- m fading channels, such as outage probability, bit/symbol error rate, and ergodic capacity as well as secrecy performance, including secrecy outage probability (SOP) and average secrecy capacity (ASC). As an example, closed-form analytical expressions are derived for the SOP and ASC of a single-input multiple-output simultaneous wireless information and power transfer system. The accuracy and validity of the derived expression are justified through extensive comparisons between numerical and simulation results.

Keywords Nakagami- m fading channels, secrecy outage probability, average secrecy capacity, single-input multiple-output, simultaneous wireless information and power transfer



Tingting LI was born in 1986. She received her B.S. in mathematics and applied mathematics in 2006 and the Ph.D. degree in computational mathematics in 2012 from Chongqing University, Chongqing, China. In July 2012, She joined the School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing, China where she is currently a lecturer. Her research interests include statistics and its applications.



Hongjiang LEI was born in 1976. He received the B.E., M.S. and Ph.D. degrees from Shenyang Institute of Aeronautical Engineering, Southwest Jiaotong University and Chongqing University in 1998, 2004 and 2015, respectively. Since 2004, he has been with School of Communication and Information Engineering of Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing, China, where he is currently an associate professor. His research interest spans special topics in communications theory and signal processing, including secure communications, and CR communications.