中国科学: 信息科学 2016 年 第 46 卷 第 11 期: 1608–1620
SCIENTIA SINICA Informationis
《中国科学》杂志社
SCIENCE CHINA PRESS

不确定信息网络专题

随机扰动下不确定网络化 Euler-Lagrange 系统的分群一致性

苗中华①, 刘军②③, 王国强②, 周进②*

① 上海大学机电工程与自动化学院, 上海 200072
② 上海大学应用数学和力学研究所, 上海 200072
③ 济宁学院数学系, 曲阜 273155
* 通信作者. E-mail: jzhou@shu.edu.cn

收稿日期: 2016–08–25; 接受日期: 2016–09–12; 网络出版日期: 2016–11–09
国家自然科学基金 (批准号: 51375293, 11672169, 11272191) 和山东省自然科学基金 (批准号: ZR2015FL026) 资助项目

摘要 本文研究了随机扰动下网络化 Euler-Lagrange 系统在无循环划分网络拓扑下自适应分群一致问题, 在没有引导者和具有引导者的两种情形下, 分别提出了在随机环境下不确定网络系统分布式自适应的分群一致算法, 基于无循环划分网络拓扑结构的特征, 进一步给出了具有随机扰动输入网络化 Euler-Lagrange 系统实现在均方意义下分群一致的充分必要条件. 本文提出的分群一致算法的主要特征是所得结果仅依赖于无循环划分的网络拓扑结构, 因而给出的条件易于验证、便于实际应用. 最后, 本文给出了数值模拟来验证所给理论结果的有效性和正确性.

关键词 分群一致 网络化 Euler-Lagrange 系统 随机扰动 无循环划分 多智能体系统

1 引言

近年来, 随着现代工业生产的规模化、智能化、精细化和高效率化的深度融合发展模式, 协同合作的多机器人系统受到了越来越多关注. 由于网络化多机器人系统相对于独立工作的机器人系统更能高效率完成一些复杂的工作, 因此网络化多机器人系统合作与协调控制是当今网络科学与工程理论及应用领域富有生机而又充满活力的研究课题之一. 在许多实际工业生产中, 一项复杂的生产任务被分成若干个子任务, 相应的多机器人系统被分成了若干个群组. 每个机器人不仅接受来自群组内部其他个体的信息, 而且也受到来自其他群组机器人信息的干扰. 在同一个群组中机器人相互协同完成一个子任务, 同时其他群组的机器人也相应完成各自对应的子任务, 但是不同群组的子任务可能相同也可能不同. 很明显, 相对于多智能体系统的完全一致性 (complete consensus), 分群一致性 (group consensus) 概念能更好地刻画上述生产过程, 它也是研究在复杂网络环境下多个体系统多目标协调行为的一个重要切入点, 因而分群一致性问题近年来已受到了国内外许多不同领域学者的广泛关注 [1~5]. 在文献 [3] 中, 作者提出了一种特殊的网络拓扑结构 — 无循环划分网络, 这种结构能够很好地揭示多个体系统

引用格式: 苗中华, 刘军, 王国强, 等. 随机扰动下不确定网络化 Euler-Lagrange 系统的分群一致性. 中国科学: 信息科学, 2016, 46: 1608–1620, doi: 10.1360/N112016-00113

© 2016《中国科学》杂志社

分群演化的协调机制, 它的一个特点是后面的子群可以接收到前面子群的信息, 但前面的子群不能接收到后面子群的信息. 同时, 这种拓扑结构也可以解释现代生产中流水线的生产特点. 众所周知, 一个产品在流水线式的生产过程中, 按照一定方向不可逆转地进行下去, 前面生产步骤的信息可以传递到下一个生产步骤, 但是后面生产步骤的信息无法逆向传递. 因此, 本文基于文献 [1] 提出的分群一致性的概念在无循环划分的网络结构下考虑网络化多机器人系统分群一致性问题.

另一方面, 经典 Euler-Lagrange (EL) 动力学具有坐标形式不变性和刻画复杂动力学的简单性, 它能描述现代应用最广泛、最成熟工业机器人主体和核心部件的机械手臂的动力学特征, 基于图论刻画的网络化 EL 系统被认为是研究在复杂条件约束下大规模协作机器人系统一类最为普遍的动力学模型. 近年来, 网络化 EL 系统的一致问题已经成为引人注目的前沿研究课题之一 [6~14]. 然而, 上述大多数的工作都是对网络化 EL 系统完全一致或者同步问题的讨论, 而相对于网络化 EL 系统分群一致性的结果还较为少见. 例如文献 [5] 讨论了网络化 EL 系统的分群一致性问题, 其中就无循环划分和平衡耦合两种拓扑结构进行了讨论, 但是文献 [5] 中并没有考虑实际生产过程中经常遇到的控制扰动输入问题. 一般地, 由于在实际的工业生产中大量的物理约束和外部扰动因素, 不可避免地会导致控制输入的随机扰动 [13~20]. 据作者所知, 目前还没有文献讨论随机扰动下网络化 EL 的分群一致问题. 因此, 研究在随机噪声干扰的网络环境下 EL 系统的分群一致问题无论从理论上和应用上都是不可缺少的.

本文主要研究在无循环划分拓扑结构下参数不确定网络化 EL 系统在随机扰动下的分群一致性问题. 通过考虑具有“白噪声”控制输入特征, 分别在没有引导者和具有引导者的两种情形下, 提出了一种分布式随机自适应分群一致性协议. 基于无循环划分网络拓扑结构的特点和随机动力系统的稳定性理论, 给出了一个实现网络化 EL 系统在均方意义下分群一致的充分必要条件. 所得结果表明: 具有非循环划分的网络拓扑结构在实现 EL 系统分群一致协调演化过程中具有非常重要的作用, 由于得到的充分必要条件仅与在此网络结构下的拓扑特征有关, 而不依赖于 EL 方程的复杂动力学, 因而此条件容易验证便于在实际中应用.

本文的结构如下: 第 2 节介绍问题描述和一些必要的基础知识, 第 3 节介绍本文的主要结果, 在没有引导者和具有引导者的两种情形下, 分别讨论了随机扰动下具有无循环划分网络拓扑结构的 EL 系统自适应分群一致性问题, 第 4 节通过给出的数值模拟来验证所得理论结果的有效性和正确性, 第 5 节给出本文工作一个简短的总结.

2 问题描述

2.1 预备知识与图论

本文将用到以下符号: 记 $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^n$ 和 $\mathbb{R}^{n\times m}$ 分别表示实数集合, n 维 Euclidean 空间和 $m\times n$ 阶实数向量和实矩阵组成的集合, $\boldsymbol{I}_n$ 代表 $n\times n$ 单位矩阵, $\mathbf{1}_n=(1,1,\ldots,1)^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^n$, $\mathbf{0}_{m\times n}\in\mathbb{R}^{n\times m}$ 表示零矩阵, $\mathrm{diag}(c_1,c_2,\ldots,c_n)\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 表示主对角元素为 $c_i\,(i=1,2,\ldots,n)$ 的对角矩阵. 对于一个向量或者矩阵 $\mathcal{A}$, $\mathcal{A}^{\mathrm{T}}$ 表示它的转置, $\|\mathcal{A}\|$ 表示它的 Frobenius 范数并定义为 $\|\mathcal{A}\|=(\mathrm{T}r\{\mathcal{A}^{\mathrm{T}}\mathcal{A}\})^{\frac{1}{2}}$, 这里 $\mathrm{Tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹. 对于一个给定的方阵 $\mathcal{A}$, $\mathcal{A}^{-1}$ 表示它的逆, $\mathcal{A}>0$ (resp. $\geqslant 0$) 表示 $\mathcal{A}$ 是一个正定矩阵 (半正定矩阵), 相应记 $\lambda_{\max}(\mathcal{A})$ 和 $\lambda_{\min}(\mathcal{A})$ 分别表示它的的最大和最小特征值. 对任意的同阶方阵 $\mathcal{A}$ 和 $\mathcal{B}$, $\mathcal{A}\leqslant\mathcal{B}$ 表示 $\mathcal{B}-\mathcal{A}\geqslant 0$, 符号 $\otimes$ 表示两个矩阵的 Kronecker 积. 对于一个给定的随机变量 $x,\mathrm{E}[x]$ 表示它的数学期望. 对于一族随机变量 $(r.v.s)\,\{\xi_\lambda,\,\lambda\in\Lambda\}$, $\sigma(\xi_\lambda,\lambda\in\Lambda)$ 表示一 σ- 代数

$\sigma(\{\xi_\lambda \in B\}, B \in \mathfrak{B}, \lambda \in \Lambda)$, 这里 $\mathfrak{B}$ 表示一维的 Borel 集.

设 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 是一个带权重的 d 阶有向图, 其中 $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \ldots, v_d\}$ 为图中节点集合, $\mathcal{E} \in \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 为边集, 即如果存在从节点 v_i 到节点 v_j 的边, 则 $e_{ij} = (v_i, v_j) \in \mathcal{E}$. 矩阵 $\mathcal{A} = [a_{ij}]_{d\times d}$ 是连接矩阵, 使得对任意的 $i, j \in \{1, 2, \ldots, d\}$, $a_{ij} \neq 0$ 当且仅当 $i \neq j$ 且 $e_{ji} \in \mathcal{E}$, 此外还假定 $a_{ii} = 0$ 对于所有 $i = 1, 2, \ldots, d$. 一个从节点 v_i 到节点 v_j 的长度为 r 的有向路径是一个由 $r+1$ 个不同节点构成有序序列 $v_{k_1}, v_{k_2}, \ldots, v_{k_r}$, 其中 $v_{k_1} = v_i$, $v_{k_r} = v_j$ 且 $(v_{i_s}, v_{i_{s+1}}) \in \mathcal{E}$. 如果在有向图 $\mathcal{G}$ 中存在一个节点 v_r, 使得任何其他节点 $v_i \in \mathcal{V}$, 都存在一个 v_r 从到 v_i 的有向路径, 则称图 $\mathcal{G}$ 含有生成树. 如果存在 $\mathcal{G}$ 的一个与 $\mathcal{G}$ 具有相同节点集的子图是生成树, 称该节点 v_r 为有向图 $\mathcal{G}$ 的一个根节点. 一个相应于有向图的 Laplician 矩阵 $\mathcal{L} = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{d\times d}$ 定义为 $l_{ii} = \sum_{j=1}^{d} a_{ij}$, $l_{ij} = -a_{ij}$, $i \neq j$. 为了简便, 下文中用 i 代表节点 v_i.

2.2 网络化的 EL 系统

考虑由 d 个个体构成的网络化 EL 系统, 其中第 i 个个体的动力学可由如下 EL 方程表示:

$$M_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + g_i(q_i) = \tau_i, \quad i = 1, 2, \ldots, d, \tag{1}$$

其中 $q_i \in \mathbb{R}^p$ 为第 i 个个体的广义坐标, $M_i(q_i) \in \mathbb{R}^{p\times p}$ 是对称的惯量矩阵 (广义质量矩阵), $C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i \in \mathbb{R}^p$ 是离心科氏 (Coriolis) 力和力矩, $g_i(q_i) \in \mathbb{R}^p$ 是重力矩, $\tau_i \in \mathbb{R}^p$ 是作用在第 i 个个体的控制输入广义力或者力矩.

基于一般的 EL 动力学特性, 本文做如下基本假设 [5~10]:

假设1 (有界性) 存在正实数 k_i, K_i, c_i 和 k_{gi}, 使得 $0 < k_i I_p \leqslant M_i(q_i) \leqslant K_i I_p$, $\|C_i(x, y)z\| \leqslant c_i\|y\|\|z\|$ 以及 $\|g_i(q_i)\| \leqslant k_{gi}$, 对所有的向量 x, y, $z \in \mathbb{R}^p$ 都成立.

假设2 (反对称性) 矩阵 $\dot{M}_i(q_i) - 2C_i(q_i, \dot{q}_i)$ 是反对称的.

假设3 (参数线性化) 对 $\forall x, y \in \mathbb{R}^p$, 有

$$M_i(q_i)x + C_i(q_i, \dot{q}_i)y + g_i(q_i) = Y_i(q_i, \dot{q}_i, x, y)\theta_i, \tag{2}$$

这里 $Y_i(q_i, \dot{q}_i, x, y)$ 是动力学回归矩阵, 它是一个依赖于参数 $q_i, \dot{q}_i, x, y$ 的已知函数矩阵, 而 θ_i 是一个由未知参数构成的常向量.

假设由 d 个 EL 系统组成网络的连接拓扑相应于有向图 $\mathcal{G}$, 不失一般性, 它的节点集可以简单标记为 $\mathcal{V} = \{1, 2, \ldots, d\}$, 其对应的一个划分为 $\{\mathcal{V}_1, \ldots, \mathcal{V}_k\}$, 即 $\mathcal{V}_i \neq \emptyset$, $\cup_{l=1}^{k}\mathcal{V}_l = \mathcal{V}$ 且 $\mathcal{V}_i \cap \mathcal{V}_j = \emptyset$, $i \neq j$, $i, j \in \{1, 2, \ldots, k\}$. 令 $\mathcal{V}_l = \{\sum_{j=0}^{l-1} n_j + 1, \ldots, \sum_{j=0}^{l} n_j\}$, $1 \leqslant l \leqslant k$, 这里 $n_0 = 0$, 满足 $\sum_{l=1}^{k} n_l = d$. 为方便, 记 $h_j = \sum_{i=1}^{j} n_j$, $j = 1, 2, \ldots, k$, 即 $h_1 = n_1$, $h_2 = n_1 + n_2$, …, $h_k = n_1 + n_2 + \ldots + n_k$, 同时 $\mathcal{G}_i$ 表示相应节点子集 $\mathcal{V}_i$ 的拓扑图. 另外, 记 $\hat{i}$ 表示 i 所在子集的指标, 即 $i \in \mathcal{V}_{\hat{i}}$. 显然, $1 \leqslant \hat{i} \leqslant k$. 称节点 i 和 j 在同一个子群中, 若 $\hat{i} = \hat{j}$.

本文主要目的是对于具有划分的 $\{\mathcal{V}_1, \ldots, \mathcal{V}_k\}$ 有向图 $\mathcal{G}$, 通过设计合适的随机控制输入协议 τ_i, $i = 1, \ldots, d$, 使得具有随机扰动控制输入的网络化 EL 系统在均方意义下达到所期望的分群一致. 以下通过扩展已有分群一致概念 [3~5] 来定义网络化 EL 系统在均方意义下的分群一致性.

定义1 称相应于有向图 $\mathcal{G}$ 的网络化EL 系统 (1) 在随机控制协议 τ_i, $i = 1, \ldots, d$, 和划分 $\{\mathcal{V}_1, \ldots, \mathcal{V}_k\}$ 下达到均方意义下的分群一致, 若对任意的 $i, j \in \mathcal{V}_{\hat{i}}$, $\hat{i} = 1, 2, \ldots, k$, 满足 $\lim_{t\to\infty} \mathrm{E}[q_i - q_j]^2 = \lim_{t\to\infty} \mathrm{E}[\dot{q}_i - \dot{q}_j]^2 = 0$.

2.3 无循环图的拓扑

考虑具有无循环划分 $\{\mathcal{V}_1,\ldots,\mathcal{V}_k\}$ 的有向图 $\mathcal{G}$, 则它对应的 Laplacian 矩阵具有如下分块的下三角形式 [3,5]:

$$\mathcal{L}=[l_{ij}]=\begin{bmatrix}\mathcal{L}_{11} & \ldots & \mathbf{0}_{n_1\times n_k}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \mathcal{L}_{k1} & \ldots & \mathcal{L}_{kk}\end{bmatrix}, \tag{3}$$

这里 $\mathcal{L}_{ii}$ 表示第 i 个子图 $\mathcal{G}_i$ 内部信息交换情况, 而 $\mathcal{L}_{ij}$ 表示由第 j 个子图 $\mathcal{G}_j$ 到第 i 个子图 $\mathcal{G}_i$ 之间的信息交换情况, $i,j=1,2,\ldots,k$, 其分块的下三角结构表明后面子群的信息无法传递到前面的子群.

为实现具有无循环划分拓扑的有向图 $\mathcal{G}$ 在均方意义下分群一致性, 本文还需作如下假设 [3~5]:

假设4 $\mathcal{L}_{ij}$ 每一个行和均为 0.

假设5 每一个 $\mathcal{G}_i$, $i=1,2,\ldots,k$, 都有一棵生成树.

假设 4 和 5 都具有明确的物理含义, 假设 4 代表每个分群内部的影响是平衡的, 而假设 5 表示每个分群内没有孤立节点, 它们充分反映了分群内部的平衡性和整体性. 本文下面的主要结果表明, 它们在揭示具有非循环图拓扑网络化 EL 系统分群协调演化过程中具有相当重要的作用.

3 主要结果

3.1 无引导者情形

首先考虑在无引导者情况下网络化 EL 系统带随机扰动输入下分群一致问题, 定义辅助变量 $\dot{q}_{ri}$ 和 s_i 分别如下:

$$\dot{q}_{ri}=-\sum_{j\in\mathcal{V}}a_{ij}(q_i-q_j),\quad i\in\mathcal{V}, \tag{4}$$

$$s_i=\dot{q}_i-\dot{q}_{ri},\quad i\in\mathcal{V}. \tag{5}$$

于是

$$\ddot{q}_{ri}=-\sum_{j\in\mathcal{V}}a_{ij}(\dot{q}_i-\dot{q}_j),\quad i\in\mathcal{V}. \tag{6}$$

让带随机扰动输入的控制器设计为

$$\tau_i=Y_i(q_i,\dot{q}_i,\ddot{q}_{ri},\dot{q}_{ri})\hat{\theta}_i-K_is_i+\alpha(t)\eta_i,\quad i\in\mathcal{V}, \tag{7}$$

这里反馈控制增益 K_i 是一个对称正定矩阵, η_i 表示标准的白噪声, 噪声增益函数 $\alpha(t):[0,\infty)\to(0,\infty)$ 是分段连续的, 通常需要满足 [15~17]: $\int_0^\infty\alpha(t)dt=\infty$ 和 $\int_0^\infty\alpha^2(t)dt<\infty$.

假设 $\hat{\theta}_i$ 为 θ_i 的估计值, 相应未知参数向量 $\hat{\theta}_i$ 的自适应律定义为

$$\dot{\hat{\theta}}_i=-\Lambda_iY_i^{\mathrm{T}}(q_i,\dot{q}_i,\ddot{q}_{ri},\dot{q}_{ri})s_i,\quad i\in\mathcal{V}, \tag{8}$$

这里 Λ_i 是一个对称正定矩阵.

注1 上面提出的自适应律 (8) 并没有考虑随机扰动的因素. 实际上, 这里可以考虑带随机扰动的自适应律:

$$d\hat{\theta}_i = -\Lambda_i Y_i^{\mathrm{T}}(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_{ri}, \dot{q}_{ri}) s_i dt + \beta(t) dW_i(t), \quad i \in \mathcal{V}, \tag{9}$$

这里 $\beta(t)$ 类似 (7) 中 $\alpha(t)$ 的定义, W_i 是 p 维标准布朗运动(Brownian motion), 在这种情形容易验证其控制闭环系统分群一致性的稳定性分析与稍后采用自适应律 (8) 时并没有太多的区别. 为简单起见, 本文仅采用自适应律 (8).

为了给出 EL 系统分群一致性的稳定性分析, 需要利用作者在文献 [5] 中发展的一种关于无循环划分拓扑图 $\mathcal{G}$ 的 Laplacian 矩阵 $\mathcal{L}$ 的分解变换的框架. 在假设 4 和假设 5 下由文献 [5] 中的引理 1, 可以得到矩阵 $\mathcal{L}$ 有 k 个零特征值, 而且其对应于零特征值有 k 个线性无关的左特征向量, 它们可取为

$$\begin{aligned}
&\pi_1 = (\mu_{11}, \mu_{12}, \ldots, \mu_{1n_1}, 0, \ldots, 0)^{\mathrm{T}},\\
&\pi_2 = (\varrho_{11}^{(2)}, \varrho_{12}^{(2)}, \ldots, \varrho_{1n_1}^{(2)}, \mu_{21}, \mu_{22}, \ldots, \mu_{2n_2}, 0, \ldots, 0)^{\mathrm{T}},\\
&\pi_3 = (\varrho_{11}^{(3)}, \varrho_{12}^{(3)}, \ldots, \varrho_{1n_1}^{(3)}, \varrho_{21}^{(3)}, \varrho_{22}^{(3)}, \ldots, \varrho_{2n_2}^{(3)}, \mu_{31}, \mu_{32}, \ldots, \mu_{3n_3}, 0, \ldots, 0)^{\mathrm{T}},\\
&\vdots\\
&\pi_k = (\varrho_{11}^{(k)}, \varrho_{12}^{(k)}, \ldots, \varrho_{1n_1}^{(k)}, \varrho_{21}^{(k)}, \varrho_{22}^{(k)}, \ldots, \varrho_{2n_2}^{(k)}, \ldots, \varrho_{k-1,1}^{(k)}, \varrho_{k-1,2}^{(k)}, \ldots, \varrho_{k-1,n_{k-1}}^{(k)}, \mu_{k1}, \mu_{k2},\\
&\qquad \ldots, \mu_{kn_k})^{\mathrm{T}},
\end{aligned}$$

满足 $\sum_{\lambda=1}^{n_i} \varrho_{i\lambda}^{(j)} = 0$, $\forall j = 2, 3, \ldots, k$, $i = 1, 2, \ldots, j-1$; $\mu_{xy} \geqslant 0$, $\forall x = 1, 2, \ldots, k$, $y = 1, 2, \ldots, n_x$; $\sum_{l=1}^{n_i} \mu_{il} = 1$, $\forall i = 1, 2, \ldots, k$. 由此可以构造非奇异的变换矩阵 $C \in \mathbb{R}^{d\times d}$: $C = \begin{bmatrix} \prod^{\mathrm{T}} & \bar{C}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$, 这里

$$\prod = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k)^{\mathrm{T}}, \quad \bar{C} = \begin{bmatrix} C_1 & & \\ & \ddots & \\ & & C_k \end{bmatrix},$$

$$C_i = \begin{bmatrix} -1 & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -1 & 0 & \ldots & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n_i-1)\times n_i}, \quad i = 1, 2, \ldots, k.$$

现引入坐标变换:

$$\omega = (C \otimes I_p)\mathbf{q}, \tag{10}$$

则 ω 可表示为 $\omega = (\omega_1^{\mathrm{T}}, \ldots, \omega_k^{\mathrm{T}}, \omega_R^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, 其中 $\omega_i = (\pi_i^{\mathrm{T}} \otimes I_p)\mathbf{q}$, $i = 1, 2, \ldots, k$, 和 $\omega_R = [\omega_{R_1}^{\mathrm{T}}, \omega_{R_2}^{\mathrm{T}}, \ldots, \omega_{R_k}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, 这里 $\omega_{R_1} = [(q_2 - q_1)^{\mathrm{T}}, (q_3 - q_1)^{\mathrm{T}}, \ldots, (q_{h_1} - q_1)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\omega_{R_2} = [(q_{h_1+2} - q_{h_1+1})^{\mathrm{T}}, \ldots, (q_{h_2} - q_{h_1+1})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\ldots$, $\omega_{R_k} = [(q_d - q_{h_{k-1}+1})^{\mathrm{T}}, \ldots, (q_d - q_{h_{k-1}+1})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$. 在此变换下，系统 (5) 可以化为

$$\dot{\omega} = -(C\mathcal{L}C^{-1} \otimes I_p)\omega + (C \otimes I_p)\mathbf{s}, \tag{11}$$

$$C\mathcal{L}C^{-1} = \mathrm{diag}\{0_{k\times k}, \mathcal{L}_r\}, \tag{12}$$

其中 $-\mathcal{L}_r$ 是 Hurwitz 稳定的, 于是得到:

$$\dot{\omega}_i = (\pi_i \otimes I_p)\mathbf{s},\ i = 1, 2, \ldots, k, \tag{13}$$

$$\dot{\omega}_{_R} = -(\mathcal{L}_r \otimes I_p)\omega_{_R} + s_{_R}, \tag{14}$$

这里 $s_{_R} = \big((s_2 - s_1)^{\mathrm{T}}, \ldots, (s_{h_1} - s_1)^{\mathrm{T}}, (s_{h_1+2} - s_{h_1+1})^{\mathrm{T}}, \ldots, (s_{h_2} - s_{h_1+1})^{\mathrm{T}}, \ldots, (s_d - s_{h_{k-1}+1})^{\mathrm{T}}\big)^{\mathrm{T}}$.

下面给出本文的第一个主要结果.

定理1 在假设 4 条件下, 网络化 EL 系统 (1) 在随机的控制协议 (7) 下总可以达到均方意义下的分群一致, 当且仅当假设 5 成立.

证明 充分性: 在随机输入协议 (7) 和自适应律 (8) 下, 系统 (1) 可化为如下闭环控制系统:

$$ds_i = M_i^{-1}(q_i)[-C_i(q_i, \dot{q}_i)s_i - Y_i(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_{ri}, \dot{q}_{ri})\tilde{\theta}_i - K_i s_i]dt + \alpha(t)M_i^{-1}dW_i, \tag{15}$$

这里 $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$ 是参数估计误差.

构造如下形式的 Lyapunov 函数:

$$V_i = \frac{1}{2}s_i^{\mathrm{T}}M_i(q_i)s_i + \frac{1}{2}\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}\Lambda_i^{-1}\tilde{\theta}_i. \tag{16}$$

利用 Itô 微分公式并利用假设 2, 注意到 $\dot{\hat{\theta}} = -\dot{\tilde{\theta}}$, 经过简单计算可得

$$dV_i = \mathcal{L}V_i + \alpha(t)\Big[-C_i s_i - Y_i\tilde{\theta}_i - K_i s_i\Big]dW_i, \tag{17}$$

其中

$$\mathcal{L}V_i = -s_i^{\mathrm{T}}K_i s_i + \alpha^2(t)\mathrm{Tr}\{M_i^{-1}(q_i)\}. \tag{18}$$

由于 $\mathrm{E}\Big[\alpha(t)(-C_i s_i - Y_i\tilde{\theta}_i - K_i s_i)dW_i\Big] = 0$, 因此对 (17) 两边同时从 0 到 t 积分得

$$\mathrm{E}[V_i(t)] = \mathrm{E}[V_i(0)] + \int_0^t \mathrm{E}\Big[-s_i^{\mathrm{T}}K_i s_i + \alpha^2(\tau)\mathrm{Tr}\{M_i^{-1}(q_i)\}\Big]d\tau. \tag{19}$$

利用 $\mathrm{E}[V_i(t)]$ 在 $t \geqslant 0$ 上的绝对连续性 [19], 注意到 Lyapunov 函数 $V_i(t)$ 的结构, 于是对 $t > 0$ 可以推出:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathrm{E}[V_i(t)]}{dt} &= -\mathrm{E}[s_i^{\mathrm{T}}K_i s_i] + \alpha^2(t)\mathrm{E}\Big[\mathrm{Tr}\{M_i^{-1}(q_i)\}\Big] \\ &\leqslant -c_i\mathrm{E}[V_i(t)] + \frac{c_i}{2}\mathrm{E}[\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}\Lambda_i^{-1}\tilde{\theta}_i] + \sqrt{p}\alpha^2(t)\|M_i^{-1}\|, \quad a.e.\end{aligned} \tag{20}$$

这里 $c_i = \frac{2\lambda_{\min}(K_i)}{k_i} > 0$, k_i 在假设 1 中定义.

在上式两边同时乘以 $\exp\{c_i t\}$, 可得

$$\frac{d}{dt}(\exp\{c_i t\}\mathrm{E}[V_i(t)]) \leqslant \frac{c_i}{2}\lambda_{\max}(\Lambda_i^{-1})\exp\{c_i t\}\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_i + \sqrt{p}\exp\{c_i t\}\alpha^2(t)\|M_i^{-1}\|. \tag{21}$$

再对 (21) 两边同时从 0 到 t 积分:

$$\exp\{c_i t\}\mathrm{E}[V_i(t)] \leqslant V_i(0) + \frac{c_i}{2}\int_0^t \exp\{c_i\tau\}\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}(\tau)\Lambda_i^{-1}\tilde{\theta}_i(\tau)d\tau + \sqrt{p}\|M_i^{-1}\|\int_0^t \exp\{c_i\tau\}\alpha^2(\tau)d\tau. \tag{22}$$

从而进一步得到:

$$\begin{aligned}\mathrm{E}[V_i(t)] \leqslant & \exp\{-c_it\}V_i(0)+\frac{c_i}{2}\exp\{-c_it\}\int_0^t\exp\{c\tau\}\mathrm{E}[\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}(\tau)\Lambda_i^{-1}\tilde{\theta}_i(\tau)]d\tau\\ &+\sqrt{p}\exp\{-c_it\}\|M_i^{-1}\|\int_0^t\exp\{c_i\tau\}\alpha^2(\tau)d\tau\\ =&I_1+I_2+I_3,\end{aligned}\tag{23}$$

这里

$$\begin{aligned}&I_1=\exp\{-c_it\}V_i(0);\\ &I_2=\frac{c_i}{2}\exp\{-c_it\}\int_0^t\exp\{c_i\tau\}\mathrm{E}[\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}(\tau)\Lambda_i^{-1}\tilde{\theta}_i(\tau)]d\tau;\\ &I_3=\sqrt{p}\exp\{-c_it\}\|M_i^{-1}\|\int_0^t\exp\{c_i\tau\}\alpha^2(\tau)d\tau.\end{aligned}$$

下面讨论当 $t\to\infty$ 时, I_1,I_2 和 I_3 的极限, 显然 $\lim_{t\to\infty}I_1=0$.

对于 I_3: 若 $\lim_{t\to\infty}\int_0^t\exp\{c_i\tau\}\alpha^2(\tau)d\tau<\infty$, 显然有 $\lim_{t\to\infty}I_3=0$; 若 $\lim_{t\to\infty}\int_0^t\exp\{c_i\tau\}\alpha^2(\tau)d\tau=\infty$, 利用 L'Hospitol 法则可得

$$\lim_{t\to\infty}I_3=\lim_{t\to\infty}\frac{\sqrt{p}}{c_i}\alpha^2(t)=0.\tag{24}$$

而对于 I_2: 若 $\int_0^t\exp\{c_i\tau\}\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}(\tau)\tilde{\theta}_i(\tau)d\tau<\infty$, 显然有 $\lim_{t\to\infty}I_2=0$; 若 $\int_0^t\exp\{c_i\tau\}\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}(\tau)\tilde{\theta}_i(\tau)d\tau=\infty$, 由 L'Hospitol 法则可得

$$\lim_{t\to\infty}I_2=\frac{1}{2}\lim_{t\to\infty}E[\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}(t)\Lambda_i^{-1}\tilde{\theta}_i(t)].\tag{25}$$

因此, 考虑到 $V_i(t)$ 的结构, 无论当 I_2 何种情况, 总可以推出 $\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}[s_i^{\mathrm{T}}s_i]=0$.

最后, 利用 (14) 式来证明 $\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}[\omega_R^{\mathrm{T}}\omega_R]=0$. 由于 $-\mathcal{L}_r$ 是 Hurwitz 稳定的, 显然 $-\mathcal{L}_r\otimes I_p$ 也是 Hurwitz 稳定的, 从而存在正定矩阵 $P>0$, 使

$$(\mathcal{L}_r\otimes I_p)^{\mathrm{T}}P+P^{\mathrm{T}}(\mathcal{L}_r\otimes I_p)=I_{(d-2)p}.\tag{26}$$

这样就可以定义 Lyapunov 函数:

$$U_R(t)=\omega_R^{\mathrm{T}}P\omega_R.\tag{27}$$

利用 Itô 微分公式:

$$dU_R=\Big[-\omega_R^{\mathrm{T}}\omega_R+2\omega_R^{\mathrm{T}}Ps_{_R}\Big]dt.\tag{28}$$

类似于 (20) 的推导, 对于一个给定的 $0<\varepsilon<1$ 并利用 Young 不等式, 同样对 $t>0$ 有

$$\begin{aligned}\frac{d\mathrm{E}[U_R(t)]}{dt}&=-\mathrm{E}[\omega_R^{\mathrm{T}}\omega_R]+2\mathrm{E}[\omega_R^{\mathrm{T}}Ps_{_R}]\\ &\leqslant-(1-\varepsilon)\frac{\lambda_{\min}(P)}{\lambda_{\max}(P)}\mathrm{E}[U_R(t)]+\frac{\lambda_{\max}(P)}{\varepsilon}\mathrm{E}[s_{_R}^{\mathrm{T}}s_{_R}],\quad a.e.\end{aligned}\tag{29}$$

由此利用 $\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}[s_i^{\mathrm{T}}s_i]=0$ 不难推出 $\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}[s_{_R}^{\mathrm{T}}s_{_R}]=0$, 利用上式进一步可得 $\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}[U_R(t)]=0$, 即所证结论成立.

必要性: 若假设 5 不成立, 则至少存在一个分群 $\mathcal{V}_l$, 使得在 $\mathcal{V}_l$ 中至少有一个节点无法得到此群中任意其他节点的信息, 因而分群一致无法实现, 矛盾. 证毕.

注2 定理 1 给出了在随机输入协议 (7) 下网络化EL系统实现均方意义下分群一致的充分必要条件, 这个条件仅与网络拓扑特征有关而不依赖于 EL 方程的复杂动力学, 因而此条件在实际中容易验证. 不难看出当 $\alpha(t)\equiv 0$ 时, 定理 1 就是文献 [5] 中的主要结果定理 1, 很明显本文提出网络化EL系统随机分群一致性协议 (7) 是文献 [5] 相应结果的自然扩展, 然而从定理 1 的证明可以看出, 在随机框架下 EL 系统分群一致性的稳定性分析的方法已完全不同于确定性框架下的相应结果的证明, 因此本文提出的网络化EL系统随机分群一致性协议并不是文献 [5] 的平凡推广.

注3 定理 1 的证明表明: 在随机输入协议 (7) 中, 反馈控制增益 K_i 和噪声增益 $\alpha(t)$ 对于网络化EL系统分群一致的收敛性能具有非常重要的影响. 事实上, 从 Lyapunov 函数 $V_i(t)$ 的结构和 (23) 不难得到:

$$\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}\Big[s_i^{\mathrm{T}}M_i(q_i)s_i\Big]\leqslant 2\lim_{t\to\infty}\left[\exp\{-c_it\}V_i(0)+\sqrt{p}\exp\{-c_it\}\|M_i^{-1}\|\int_0^t\exp\{c_i\tau\}\alpha^2(\tau)d\tau\right],\tag{30}$$

注意到假设 1, 从上式可以看出, 当 c_i 越大同时 $\alpha(t)$ 以更快的速度收敛到零时, 则 $\mathrm{E}[s_i^{\mathrm{T}}s_i]$ 也以更快的速度收敛到零. 这表明 K_i 的最小特征值 $\lambda_{\max}(P)$ 的大小和 $\alpha(t)$ 收敛到零的快慢程度将影响到辅助变量 s_i 在均方意义下的收敛性能, 进而影响到整个 EL 系统的分群一致性的协调性能.

3.2 有引导者情形

首先考虑静止引导者情况. 假设对于第 i 个个体所在的第 $\hat{i}$ 个分群 $\mathcal{G}_{\hat{i}}$ 有一个静止引导者 $l_{\hat{i}}$, 其广义坐标记为 $q_{l_{\hat{i}}}$, 相应的广义速度为 0. 于是对于第 i 个节点, 定义如下辅助变量:

$$\dot{\tilde{q}}_{ri}=-\sum_{j\in\mathcal{V}}a_{ij}(q_i-q_j)+c_{\hat{i}}(q_i-q_{l_{\hat{i}}}),\tag{31}$$

$$\tilde{s}_i=\dot{q}_i-\dot{\tilde{q}}_{ri},\quad i\in\mathcal{V},\tag{32}$$

这里的 $c_{\hat{i}}$ 不全为零.

在这种情形让带随机扰动输入的控制器设计为

$$\tau_i=Y_i(q_i,\dot{q}_i,\ddot{\tilde{q}}_{ri},\dot{\tilde{q}}_{ri})\hat{\theta}_i-\tilde{K}_is_i+\alpha(t)\eta_i,\quad i\in\mathcal{V},\tag{33}$$

相应的参数估计适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_i=-\tilde{\Lambda}_iY_i^{\mathrm{T}}(q_i,\dot{q}_i,\ddot{\tilde{q}}_{ri},\dot{\tilde{q}}_{ri})\tilde{s}_i,\quad i\in\mathcal{V},\tag{34}$$

在上两式中相应的变量和参数同上一小节 (7) 和 (8) 的定义相同.

类似于定理 1 的证明, 可得本文第二个主要结果如下.

定理2 如果每一个子群 $\mathcal{G}_{\hat{i}}$, $\hat{i}=1,2,\ldots,k$, 在加入相应的引导者后所形成的新网络包含一棵有向生成树, 则网络化 EL 系统 (1) 在随机控制协议 (33) 下可以达到均方意义下的分群一致 (跟踪分群一致), 即对所有的 $i\in\mathcal{V}_{\hat{i}}$, $\hat{i}=1,2,\ldots,k$, 成立 $\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}[q_i-q_{l_{\hat{i}}}]^2=\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}[\dot{q}_i-\dot{q}_{l_{\hat{i}}}]^2=0$.

注4 定理 2 给出了在有静止引导者情形下网络化 EL 系统达到均方意义下分群一致的充分条件, 不难看出上述控制算法 (33) 仍然是分布式的, 而当引导者为动态引导者的情形时, 则可以假设每个节点都可以得到相应引导者的速度信息, 此时可以设计分群一致的算法如下: 假设对于第 i 节点所在的第 $\hat{i}$ 个分群 $\mathcal{G}_{\hat{i}}$ 有一个动态引导者 $l_{\hat{i}}$, 其广义坐标记为 $q_{l_{\hat{i}}}$, 相应广义速度为 $\dot{q}_{l_{\hat{i}}}$, 这样就可以定义如下辅助变量:

$$\dot{\hat{q}}_{ri}=\dot{q}_{l_{\hat{i}}}-\sum_{j\in\mathcal{V}}a_{ij}(q_i-q_j)+c_{\hat{i}}(q_i-q_{l_{\hat{i}}}),\tag{35}$$

$$\hat{s}_i = \dot{q}_i - \dot{\hat{q}}_{ri}, \quad i \in \mathcal{V}. \tag{36}$$

考虑带随机扰动输入的算法如下:

$$\tau_i = Y_i(q_i, \dot{q}_i, \ddot{\hat{q}}_{ri}, \dot{\hat{q}}_{ri})\hat{\theta}_i - \hat{K}_i\hat{s}_i + \alpha(t)\eta_i, \quad i \in \mathcal{V}, \tag{37}$$

相应的参数估计律为

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\hat{\Lambda}_i Y_i^{\mathrm{T}}(q_i, \dot{q}_i, \ddot{\hat{q}}_{ri}, \dot{\hat{q}}_{ri})\hat{s}_i, \quad i \in \mathcal{V}, \tag{38}$$

同样在上两式中相应的变量和参数同上述已有的定义一致. 类似于定理 2, 可以证明: 如果每一个子群 $\mathcal{G}_{\hat{i}}\,(\hat{i} = 1, 2, \ldots, k)$, 在加入相应的引导者后形成的新网络都包含一棵有向生成树, 则网络化 EL 系统 (1) 在随机的控制协议 (37) 下可以达到均方意义下跟踪分群一致, 值得注意的是上述控制算法 (37) 已不再是分布式的, 因为网络中每个个体都要求能得到相应引导者的速度信息.

4 数值模拟

本节将给出一个数值模拟的例子来验证上述理论结果的正确性, 这里考虑 7 个 2 关节机械臂组成的 EL 网络, 第 $i\,(i = 1, 2, \ldots, 7)$ 个机械手臂的动力学方程可由 EL 方程 (1) 给出, 其中

$$M_i(q_i) = \begin{bmatrix} u_{i1} + 2u_{i2}\cos q_{i2} & u_{i3} + u_{i2}\cos q_{i2} \\ u_{i3} + u_{i2}\cos q_{i2} & u_{i3} \end{bmatrix},$$

$$C_i(q_i, \dot{q}_i) = \begin{bmatrix} -u_{i2}\dot{q}_{i2}\sin q_{i2} & -u_{i2}(\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2})\sin q_{i2} \\ u_{i2}\dot{q}_{i1}\sin q_{i2} & 0 \end{bmatrix},$$

$$g_i(q_i) = \begin{bmatrix} u_{i4}g\dot{q}_{i2}\cos q_{i1} + u_{i5}g\cos(q_{i1} + q_{i2}) \\ u_{i5}g\cos(q_{i1} + q_{i2}) \end{bmatrix},$$

这里 $q_i = (q_{i1}, q_{i2})^{\mathrm{T}}$, $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$, $u_{i1} = m_{i1}l_{ci1}^2 + m_{i2}(l_{i1}^2 + l_{ci2}^2) + J_{i1} + J_{i2}$, $u_{i2} = m_{i2}l_{i1}l_{ci1}$, $u_{i3} = m_{i2}l_{ci2}^2 + J_{i2}$, $u_{i4} = m_{i1}l_{ci1} + m_{i2}l_{i1}$, $u_{i5} = m_{i2}l_{ci2}$, $m_{i1} = 1.2 + 0.2\,i$ kg, $m_{i2} = 1.4 + 0.12\,i$ kg, $l_{i1} = 1.8 + 0.08\,i$ m, $l_{i2} = 2.3 + 0.04\,i$ m, $l_{ci1} = l_{i1}/2$, $l_{ci2} = l_{i2}/2$, $J_{i1} = m_{i1}l_{ci1}^2/3$ kg·m^2, $J_{i2} = m_{i2}l_{ci2}^2/3$ kg·m^2, $i = 1, 2, \ldots, 7$.

从上面可以看出, 第 i 个机械手臂的动力学方程完全由系数 $u_{ik}\,(k = 1, 2, 3, 4, 5)$ 确定. 由 EL 动力学方程的参数线性化性质, 可以定出其相应的的动力学回归矩阵:

$$Y_i(q_i, \dot{q}_i, x, y) = \begin{bmatrix} x_1 & Y_{12} & x_2 & g\cos q_{i1} & g\cos(q_{i1} + q_{i2}) \\ 0 & Y_{22} & x_1 + x_2 & 0 & g\cos(q_{i1} + q_{i2}) \end{bmatrix} \tag{39}$$

和常数向量

$$\theta = (u_{i1}, u_{i2}, u_{i3}, u_{i4}, u_{i5})^{\mathrm{T}}, \tag{40}$$

这里 $x = (x_1, x_2)^{\mathrm{T}}$, $y = (y_1, y_2)^{\mathrm{T}}$, $Y_{12} = 2x_1\cos q_{i2} + x_2\cos q_{i2} - \dot{q}_{i2}y_1\sin q_{i2} - (\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2})y_2\sin q_{i2}$, $Y_{21} = x_1\cos q_{i2} + \dot{q}_{i1}y_1\sin q_{i2}$.

图 1 表示 7 个节点具有 3 个子群 $\{\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2, \mathcal{V}_3\}$ 的无循环划分有向网络拓扑图, 这里 $\mathcal{V}_1 = \{1, 2\}$, $\mathcal{V}_2 = \{3, 4\}$ 以及 $\mathcal{V}_3 = \{5, 6, 7\}$. 显然, 此网络拓扑结构满足假设 4 和 5. 分别取反馈控制增益

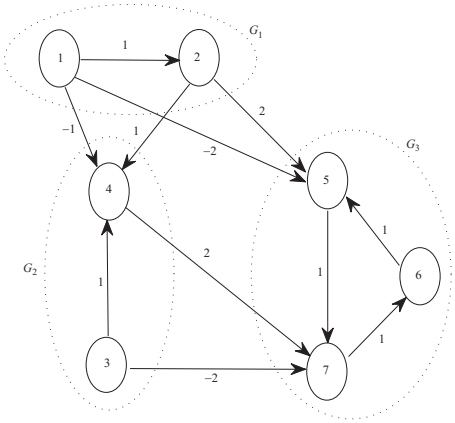

图 1 网络拓扑结构

Figure 1 The topology of network

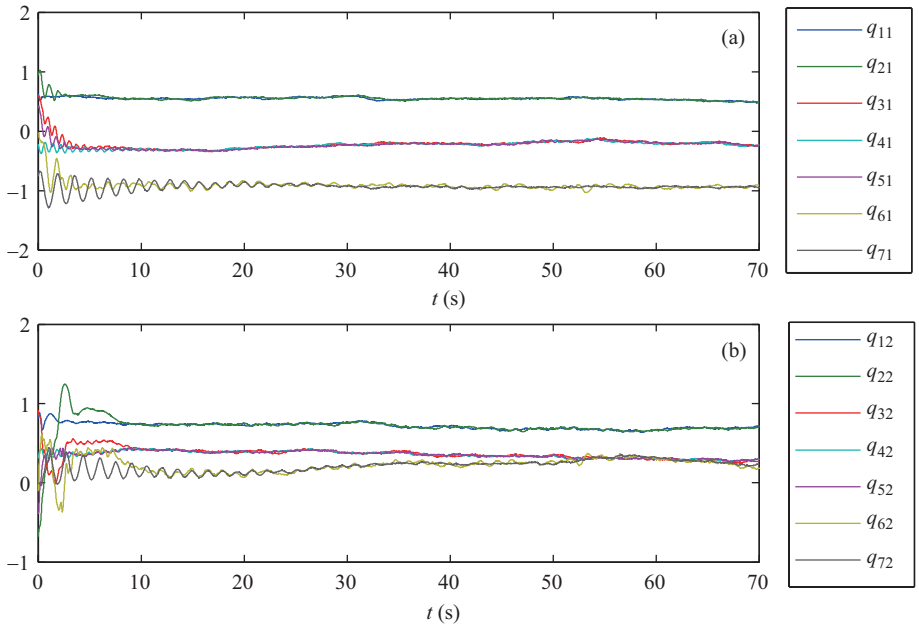

图 2 (网络版彩图) 机械臂位置分群一致过程

Figure 2 (Color online)Positions of group consensus of the revolute arms agents. (a) First coordinate; (b) second coordinate

$K_i = 20\,\mathrm{diag}\{1.3, 0.6\}$, $(i = 1, 2, \ldots, 7)$, 噪声增益 $\alpha(t) = \frac{\log(t+2)}{t+2}$ 和自适应控制增益 $\Lambda_i = 10\,I_2\,(i = 1, 2, \ldots, 7)$, 不难验证它们满足本文的假设和定理 1 的条件, 由此网络化 EL 系统 (1) 在随机控制协议 (7) 下可以达到均方意义下的分群一致. 图 2 和图 3 分别给出了 7 个节点广义坐标 q_i 和广义速度 $\dot{q}_i$ 随时间演化的过程. 可以看出在每一个分群中的节点的广义坐标逐渐趋于一致而所有节点速度逐渐趋于零, 这完全与定理 1 的结论相符合.

5 结论

本文分别在没有引导者和具有引导者的两种情形下, 研究了带随机扰动输入具有无循环划分拓扑

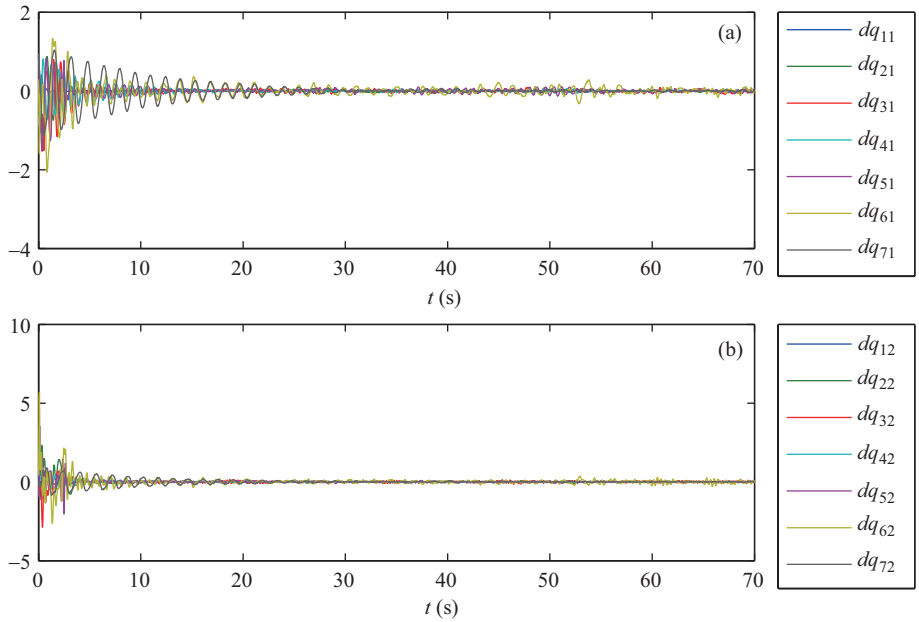

图 3 (网络版彩图) 机械臂速度分群一致过程

Figure 3 (Color online) Velocities of group consensus of the revolute arm agents. (a) First coordinate; (b) second coordinate

的网络化 EL 系统在均方意义下分群一致问题. 基于无循环划分网络拓扑结构的特征, 本文给出了一种分布式的带随机扰动输入的分群一致性算法并给出了相应的收敛性分析, 由于这里考虑了随机扰动的因素, 因而本文的结果相对于已有的工作能更好地反映真实世界中多机器人系统物理模型的结构和特征. 最后, 选取了由 7 个节点的 2 关节机械臂组成的无循环划分网络进行数值模拟来验证所获理论结果的正确性. 本文研究的是均方意义下网络化 EL 系统的分群一致性问题, 将来值得关注的工作包括在更为一般随机框架下, 如在一般概率分布意义下网络化 EL 系统的分群一致性问题.

参考文献

1 Yu J, Wang L. Group consensus in multi-agent systems with switching topologies and communication delays. Syst Control Lett, 2010, 59: 340–348

2 Liu J, Zhou J. Distributed impulsive group consensus in second-order multi-agent systems under directed topology. Int J Control, 2015, 88: 910–919

3 Qin J, Yu C. Cluster consensus control of generic linear multi-agent systems under directed topology with acyclic partition. Automatica, 2013, 49: 2898–2905

4 Yu J, Wang L. Group consensus of multi-agent systems with directed information exchange. Int J Syst Sci, 2012, 43: 334–348

5 Liu J, Ji J C, Zhou J, et al. Adaptive group consensus in uncertain networked Euler-Lagrange systems under directed topology. Nonlinear Dyn, 2015, 82: 1145–1157

6 Zhou J, Wu X J, Liu Z R. Distributed coordinated adaptive tracking in networked redundant robotic systems with a dynamic leader. Sci China Technol Sci, 2014, 57: 905–913

7 Wu X J, Zhou J, Xiang L, et al. Impulsive synchronization motion in networked open-loop multiboday systems. Multibody Syst Dyn, 2013, 30: 37–52

8 Ma M, Cai J, Zhou J. Adaptive practical synchronisation of Lagrangian networks with a directed graph via pinning control. IET Control Theory Appl, 2015, 9: 2157–2164

9 Chung S J, Slotine J J E. Cooperative robot control and concurrent synchronization of Lagrangian systems. IEEE Trans Robot, 2009, 25: 686–700
10 Wang H. Flocking of networked uncertain Euler-Lagrange systems on directed graphs. Automatica, 2013, 49: 2774–2779
11 Wang H. Consensus of networked mechanical systems with communication delays: a unified framework. IEEE Trans Autom Control, 2014, 59: 1571–1576
12 Mei J, Ren W, Ma G. Distributed containment control for Lagrangian networks with parametric uncertainties under a directed graph. Automatica, 2012, 48: 653–659
13 Cui M Y, Wu Z J, Xie X J, et al. Modeling and adaptive tracking for a class of stochastic Lagrangian control systems. Automatica, 2013, 49: 770–779
14 Cui M Y, Wu Z J, Xie X J. Output feedback tracking control of stochastic Lagrangian systems and its application. Automatica, 2014, 50: 1424–1433
15 Li T, Zhang J F. Mean square average-consensus under measurement noises and fixed topologies: necessary and sufficient conditions. Automatica, 2009, 45: 1929–1936
16 Li T, Wu F K, Zhang J F. Multi-agent consensus with relative-state-dependent measurement noises. IEEE Trans Autom Control, 2014, 59: 2463–2468
17 Liu J, Liu X Z, Xie W, et al. Stochastic consensus seeking with communication delays. Automatica, 2011, 47: 2689–2696
18 Wen G, Duan Z, Li Z. Stochastic consensus in directed networks of agents with non-linear dynamics and repairable actuator failures. IET Control Theory Appl, 2012, 6: 1583–1593
19 Ni Y H, Li L. Consensus seeking in multi-agent systems with multiplicative measurement noises. Syst Control Lett, 2013, 62: 430–437
20 Djaidja S, Wu Q. Stochastic consensus of leader-following multi-agent systems under additive measurement noise and time-delays. Eur J Control, 2015, 23: 55–61

Group consensus in uncertain networked Euler-Lagrange systems with stochastic disturbances

Zhonghua MIAO[1], Jun LIU[2,3], Guoqiang WANG[2] & Jin ZHOU[2*]

1 *School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai* 200072*, China*;
2 *Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai* 200072*, China*;
3 *Department of Mathematics, Jining University, Qufu* 273155*, China*
*E-mail: jzhou@shu.edu.cn

Abstract This paper considers adaptive group consensus in uncertain networked Euler-Lagrange systems under directed acyclic topology graph. By considering input stochastic noises disturbances, the distributed adaptive group consensus protocols are proposed for two cases respectively, namely, the case where there do not exist the leaders and the case where there exist the leaders. Furthermore, a necessary and sufficient condition for solving group consensus problems in the sense of mean square is presented based on the specific structure of acyclic network topology. It is demonstrated that the developed group consensus condition is only dependent on the directed network topology with acyclic partition, and so it is easy to verify in practical applications. Finally, numerical simulations are given to show the effectiveness and validity of the theoretical results.

Keywords group consensus, networked Euler-Lagrange systems, stochastic disturbances, directed acyclic graphs, multi-agent systems

Zhonghua MIAO was born in 1977. He received the Ph.D. degree in mechatronic engineering from Shanghai Jiao-Tong University, China, in 2010. Currently, he is an associate professor in the School of Mechatronic Engineering and Automation at Shanghai University. His research interests include robotics, measurement and control, and fault diagnosis.

Jun LIU was born in 1982. He received his M. S. degree in applied mathematics from Harbin Engineering University, China, in 2006. He is currently pursuing the Ph. D. degree in dynamics and control in the Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics at Shanghai University. His research interests mainly focus on dynamics and control of complex systems and complex networks.

Guoqiang WANG was born in 1981. He received his M. S. degree in applied mathematics from Central South University, China, in 2008. He is currently pursuing the Ph. D. degree in dynamics and control in the Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics at Shanghai University. His research interests mainly focus on analysis and control of stochastic dynamical systems.

Jin ZHOU was born in China in 1963. He received the Ph.D. degree in operations research and cybernetics from the Shanghai University, China, in 2003. He is currently a full professor and doctoral advisor of Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics at Shanghai University. His research interests include dynamics and control of nonlinear systems, complex systems and complex networks, and different equations and system controls.