SCIENTIA SINICA Informationis

论文

## 基于三维平衡滑翔空间的高超声速再入 制导律设计

苏二龙12、罗建军1\*

① 西北工业大学航天飞行动力学技术重点实验室, 西安 710072

② 空间物理重点实验室,北京 100076

\* 通信作者. E-mail: jjluo@nwpu.edu.cn

收稿日期: 2015-10-28; 接受日期: 2015-12-26

**摘要** 本文首先将二维空间再入走廊扩展到了三维再入走廊,其中包括高度-速度-攻角 (H-V-α) 和阻力-速度-攻角 (D-V-α) 的三维再入走廊,为在线再入走廊快速获取提供了新的方法;同时基 于平衡滑翔条件提出了一种满足路程约束的三维平衡滑翔空间概念即倾侧角-速度-攻角空间 (σ-V-α),该三维平衡滑翔空间可以有效地将路径约束 (过载、热流和动压)转换为对控制变量 (攻角和 倾侧角)的约束,从而大大简化再入制导律的设计;其应用在文中得到进一步的分析.最后,将自适应 比例导引律与三维平衡滑翔空间相结合,并引入了空间裕度,设计了高超声速再入飞行器的制导律, 并通过仿真验证了制导律的自适应性和鲁棒性.

关键词 高超声速再入 路径约束转换 三维再入走廊 三维平衡滑翔空间 自适应制导律

#### 1 引言

再入制导律的设计是高超声速再入滑翔飞行器能否完成精确打击任务的核心技术. 再入制导的最终目的是在满足路径约束和终端约束的情况下, 实现将高超声速再入飞行器成功导引到指定的目标. 标准轨迹法作为非常成功的再入制导方法, 在航天飞机的轨道器返回过程中已经进行了多次的验证. Harpold 等<sup>[1,2]</sup>设计的航天飞机再入制导包括纵向制导和侧向制导. 航天飞机再入的纵向参考轨迹是在阻力加速度 – 速度剖面再入走廊内满足路径约束的多段线段, 且在一定范围可以在线调整剖面, 消除累计纵程误差. 航天飞机再入制导方法是基于大圆弧策略来预测航程, 当再入飞行器存在大范围侧向机动时其末端精度较低. Roenneke 等<sup>[3]</sup>基于速度 – 能量剖面设计了再入制导律, 其制导精度有了一定的提升. Mease 等<sup>[4~6]</sup>提出一种降阶的轨迹规划方法, 采用与航天飞机制导律相同的阻力加速度设计阻力剖面, 但该算法同时考虑了纵向运动和侧向运动, 因此其更适用于大横程的再入轨迹规划. 然而标准轨迹法需要离线规划参考轨迹, 由于没有很好的路径约束处理方法, 需要在考虑复杂路径约束的再入走廊内调整剖面, 设计过程复杂, 且不具有自主规划和自适应能力, 更难满足高超声速滑翔

**引用格式:** 苏二龙, 罗建军. 基于三维平衡滑翔空间的高超声速再入制导律设计. 中国科学: 信息科学, 2016, 46: 1339–1356, doi: 10.1360/N112015-00172

ⓒ 2016《中国科学》杂志社

飞行器目标重定位等任务.同时,以上制导律都是基于离线规划攻角速度剖面,通过调整倾侧角的大小实现对轨迹的跟踪控制,攻角的预先设计就极大地限制了轨迹在线调控能力和飞行器的机动能力.

对于解析预测 – 校正制导,由于再入飞行器动力学模型为高维的非线性动力学模型,不经过简化 几乎无法找到解析解,因此解析预测 – 校正制导的核心任务就是针对不同的任务以及飞行特点,对预 测模型进行合理的简化,推导出较为精确且具有一定通用性的预测模型,从而更精确地实现对末端条 件的预测.胡正东等<sup>[7]</sup>将二维零攻角再入解析解推广到了三维情况,提出了一种基于三维解析解的 再入预测制导方法.然而,对于高升阻比远程滑翔飞行器的制导,平衡攻角很难保持在零度.Xu等<sup>[8]</sup> 提出了一种平衡滑翔自适应解析预测 – 校正制导,基于平衡滑翔条件推导了末端速度的解析预测表达 式,实现了在非零攻角下对末端速度和射程的预测.解析预测校正制导虽然能满足具体的飞行任务要 求,但是这些解析预测 – 校正制导对多约束条件 (特别是路径约束)的处理存在一定的困难,在进行解 析求解时存在较为麻烦的约束处理问题,使得解析预测 – 校正制导的设计过程较为复杂.

数值预测校正法作为具有巨大潜力实现未来空天飞行器自主再入制导飞行任务的方法, 其核心就 是通过数值的方法寻找在满足约束条件情况下的可行解,通过对全阶再入非线性飞行动力学方程进行 数值积分, 预测在当前解情况下的飞行轨迹, 并通过校正算法来获得满足末端约束的解. Shen 等 [9,10] 将平衡滑翔条件应用到了再入路径约束中,有效地将路径约束转化为了对倾侧角的约束,在倾侧角的 约束走廊范围之内校正倾侧角,通过数值积分实现了对纵程的精确预测,该方法实现了在二维空间对 路径约束的转化,为路径处理提供了全新的思路. Xue 等<sup>[11]</sup> 对零阶平衡滑翔条件进行一定的补偿, 从而提高了高超声速飞行器在较高飞行高度的精度,从而更好地满足了对轨迹热流约束的调整. Lu 等[12] 提出了一种针对高升阻比高超声速滑翔飞行器的数值预测校正法, 通过将高度变化率的反馈控 制引入到制导律中,有效地抑制了轨迹的长周期振荡. Lu [13] 针对不同的再入飞行任务和不同升阻比 飞行器,给出了统一的再入制导律,通过对不同任务施加一定的约束,使得该制导律具有广泛的适用 性. Lu<sup>[14]</sup>还针对低升阻比再入飞行器研究了基于纵向模态的单参数搜索制导律和基于三维模态的双 参数搜索制导律,得出鲁棒化的纵向模态单参数制导律具有较好的性能,同时将一种简单的过载预测 方法应用到了制导律的设计当中,但为了简化制导律的设计,该方法并没有考虑路径约束.平衡滑翔 条件作为一种有效的路径约束转化方法,得到了一定的应用,然而只是在二维再入空间进行倾侧角调 整, 在一定程度上限制了对攻角的利用. 虽然预测 - 校正制导对不同的飞行任务具有较强的自适应性 和鲁棒性,但是预测-校正制导在每一个制导周期都要对终端状态偏差进行预测,需要大量的在线计 算, 对机载计算的性能提出了很高的要求, 相对于计算量较小的解析预测 - 校正制导, 数值预测 - 校 正制导的工程应用还有一定的困难.

再入飞行器在再入过程中受到严格的路径约束,然而传统算法对路径约束的处理一直比较困难, 给轨迹的在线生成和制导律的在线计算带了较大的困难.同时,由于极快的滑翔飞行速度对计算时间 提出了更高的要求,使得在线制导律指令生成的时间约束很强,对于目标重新定位的任务,要求算法 具有较强的自适应性和快速性.而且,对于高机动再入滑翔飞行器,基于传统的预先规划攻角 – 速度 剖面并通过控制倾侧角来获得所需机动的策略已经无法满足大机动飞行任务的要求.

本文首先将二维再入走廊扩展到了三维,建立了高度 – 速度 – 攻角 (H-V-α) 和阻力 – 速度 – 攻 角 (D-V-α) 三维再入走廊,实现了再入飞行走廊的扩展,为在线再入走廊快速生成提供了新的方法;其 次,基于平衡滑翔条件,将满足路径约束的高度 – 速度 – 攻角 (H-V-α) 三维再入走廊转化为三维倾侧 角 – 速度 – 攻角 (σ-V-α) 空间,即本文提出的三维平衡滑翔空间,将路径约束转换为对控制变量 (攻 角和倾侧角) 的约束.接着,将自适应比例导引律与三维平衡滑翔空间相结合,完成了再入制导律的设 计,实现了攻角和倾侧角同时对轨迹的控制;最后,为了提高制导律的安全性和鲁棒性,引入了空间裕 度,实现了对三维平衡滑翔空间的冗余设计,通过仿真验证了制导律的自适应性和鲁棒性.

#### 2 高超声速再入动力学模型

三自由度球形旋转地球坐标系下的高超声速再入飞行器动力学模型如下 [15]:

$$\dot{r} = V \sin \gamma, \tag{1}$$

$$\theta = V \cos \gamma \sin \psi / (r \cos \varphi), \tag{2}$$

$$\dot{\varphi} = V \cos \gamma \cos \psi / r, \tag{3}$$

$$\dot{V} = -D/m - g\sin\gamma + \Omega^2 r\cos\varphi \left(\sin\gamma\cos\varphi - \cos\gamma\sin\varphi\cos\psi\right),\tag{4}$$

$$\dot{\gamma} = 1/V[L\cos\sigma/m + (V^2/r - g)\cos\gamma + 2\Omega V\cos\varphi\sin\psi + \Omega^2 r\cos\varphi(\cos\gamma\cos\varphi + \sin\gamma\cos\psi\sin\varphi)],$$
(5)

$$\dot{\psi} = 1/V \left[ L \sin \sigma / (m \cos \gamma) + (V^2/r) \cos \gamma \sin \psi \tan \varphi - 2\Omega V (\tan \gamma \cos \psi \cos \varphi - \sin \varphi) + (\Omega^2 r / \cos \gamma) \sin \psi \sin \varphi \cos \varphi \right],$$
(6)

其中 r 为地球中心到飞行器重心的径向距离,  $\theta$  和  $\varphi$  分别为对应的经度和纬度, V 为飞行器相对于地 球的速度,  $\gamma$  为航迹角,  $\psi$  为航向角,  $\sigma$  为倾侧角,  $\Omega$  为地球旋转角速度; 其中航向角  $\psi$  是速度向量在当 地水平面的投影与正北方向的夹角, 顺时针方向旋转为正; L 和 D 分别为升力和阻力, 其表达式如下:

$$L = \frac{1}{2}\rho\left(H\right)V^2 S_{\rm ref}C_{\rm L},\tag{7}$$

$$D = \frac{1}{2}\rho\left(H\right)V^2 S_{\rm ref}C_{\rm D},\tag{8}$$

其中 S<sub>ref</sub> 为参考面积, C<sub>L</sub> 和 C<sub>D</sub> 分别为升力系数和阻力系数, ρ 和 H 分别为密度和飞行高度.通常情况, 热流、动压和过载被认为是路径约束, 以不等式的形式给出, 如热流约束

$$\dot{Q} = \frac{C_1}{\sqrt{R_{\rm d}}} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{0.5} \left(\frac{V}{V_{\rm c}}\right)^m \leqslant \dot{Q}_{\rm max},\tag{9}$$

这里  $R_d$  为再入飞行器头部热流驻点半径;  $\rho_0$  为海平面标准大气密度;  $V_c = 7.8 \times 10^3$  m/s 为地球第一 宇宙速度;  $C_1, m$  为常数; 过载约束的表达为

$$n = \frac{\sqrt{L^2 + D^2}}{mg} \leqslant n_{\max},\tag{10}$$

动压约束的表达式为

$$q = \frac{1}{2}\rho V^2 \leqslant q_{\max},\tag{11}$$

(准)平衡滑翔条件的不等式约束表达式为

$$\left(g - \frac{V^2}{r}\right) - \frac{L}{m}\cos\sigma_{\rm EQ} \leqslant 0.$$
(12)

方程 (13) 为大气密度函数:

$$\rho\left(H\right) = \rho_0 \mathrm{e}^{-\beta H},\tag{13}$$

这里 β 为大气密度常数. 将方程 (7) 和 (8) 和 (13) 代入约束表达式中,即可得到高度 – 速度剖面与约 束条件对应的再入走廊边界表达式为

$$H \ge \frac{2}{\beta} \ln \left[ \frac{C_1}{\dot{Q}_{\max} \sqrt{R_d}} \left( \frac{V}{V_c} \right)^m \right] = H_{\dot{Q}_{\max}} \left( V \right), \tag{14}$$

$$H \ge \frac{1}{\beta} \ln \left( \frac{\rho_0 V^2 S_{\text{ref}} \sqrt{C_D^2 + C_L^2}}{2n_{\text{max}} m g_0} \right) = H_{n_{\text{max}}} \left( V \right), \tag{15}$$

$$H \ge \frac{1}{\beta} \ln\left(\frac{\rho_0 V^2}{2q_{\max}}\right) = H_{q_{\max}}\left(V\right),\tag{16}$$

$$H \ge \frac{1}{\beta} \ln \left( \frac{\rho_0 V^2 C_{\rm L} S_{\rm ref} \cos \sigma_{\rm EQ}}{2m \left( g - \frac{V^2}{r} \right)} \right) = H_{\rm EQ} \left( V \right), \tag{17}$$

其中  $H_{\dot{Q}_{max}}, H_{n_{max}}, H_{q_{max}}, H_{EQ}$  分别为热流、过载、动压和平衡滑翔条件所对应的高度边界.因此,再入走廊的 H-V 剖面可以写成

$$H_{\rm up}\left(V\right) = H_{\rm EQ},\tag{18}$$

$$H_{\text{down}}(V) = \min\left(H_{\dot{Q}_{\max}}, H_{n_{\max}}, H_{q_{\max}}\right),\tag{19}$$

这里  $H_{up}(V)$ ,  $H_{down}(V)$  分别代表 H-V 剖面的上边界和下边界.

同样地,对于阻力 - 速度剖面,得到的再入走廊边界表达式为

$$\frac{D}{m} < \frac{1}{2m} C_{\rm D} S_{\rm ref} \frac{\rho_0 R_{\rm d} V_{\rm c}^{2m} Q_{\rm max}^2}{C_1^2 V^{2m-2}} = D_{\dot{Q}_{\rm max}},\tag{20}$$

$$\frac{D}{m} < \frac{n_{\max}g_0}{\sqrt{\left(C_{\rm L}/C_{\rm D}\right)^2 + 1}} = D_{n_{\max}},$$
(21)

$$\frac{D}{m} < q_{\max} \frac{C_{\rm D} S_{\rm ref}}{m} = D_{q_{\max}},\tag{22}$$

$$\frac{D}{m} \ge \frac{C_{\rm D}}{C_{\rm L}} \left( g - \frac{V^2}{R_0 + H_{\rm EQ}} \right) \frac{1}{\cos \sigma_{\rm EQ}} = D_{\rm EQ},\tag{23}$$

这里  $D_{\dot{Q}_{max}}, D_{n_{max}}, D_{eq}$  分别为热流、过载、动压以及平衡滑翔条件所对应的阻力边界.因此 D-V 剖面再入走廊可以写成

$$D_{\rm up}\left(V\right) = D_{\rm EQ},\tag{24}$$

$$D_{\text{down}}\left(V\right) = \min\left(D_{\dot{Q}_{\text{max}}}, D_{n_{\text{max}}}, D_{q_{\text{max}}}\right),\tag{25}$$

这里,  $D_{up}(V)$ ,  $D_{down}(V)$ 分别代表 D-V 剖面的上边界和下边界.



图 1 (网络版彩图) 二维 H-V 剖面再入走廊 Figure 1 (Color online) Two-dimensional corridor for H-V profile



图 2 (网络版彩图) H-V- $\alpha$  空间再入走廊 Figure 2 (Color online) 3D H-V- $\alpha$  entry corridor

#### 3 三维再入走廊和三维平衡滑翔空间

#### 3.1 基于 H-V- $\alpha$ 和 D-V- $\alpha$ 空间的三维再入走廊

本文采用 CAV 作为高超声速再入滑翔飞行器模型. 首先假设攻角在整个再入过程中保持恒定, 即在攻角 – 速度剖面中,随着速度的变化,攻角不变;通过对速度迭代得到满足路径约束和平衡滑翔 条件约束的二维高度 – 速度剖面再入走廊. 当攻角取最小  $\alpha_{\min}$  时,得到的二维再入走廊的上边界函 数为  $f_{up}(\alpha_{\min}, V)$ ,下边界函数为  $f_{down}(\alpha_{\min}, V)$ ,如图 1 所示,此时  $\alpha_{\min} = 5^{\circ}$ .

当攻角从最小值  $\alpha_{\min}$  连续变化到最大值  $\alpha_{\max}$  时,得到三维再入走廊的上边界曲面函数  $H_{up} = S_{up}(\alpha, V)$  和下边界曲面函数  $H_{down} = S_{down}(\alpha, V)$ , 三维再入走廊为位于上边界曲面函数  $S_{up}(\alpha, V)$  和下边界曲面函数  $S_{down}(\alpha, V)$  之间的空间,可以表示为  $F = S_{up}(\alpha, V) - S_{down}(\alpha, V)$  即 H-V- $\alpha$  再入 空间. 如图 2 所示,为对应的三维再入走廊,对应  $\alpha_{\max} = 25^{\circ}$ .

同样地,可以得到二维阻力 – 速度剖面再入走廊和阻力 – 速度 – 攻角 (D-V-α) 三维再入走廊如 图 3 和 4 所示.

基于前面的数值仿真,对于特定的飞行器,决定三维再入走廊的参数有升力系数和阻力系数 (*C*<sub>D</sub>,*C*<sub>L</sub>)、质量和参考面积 (*m*,*S*<sub>ref</sub>)、路径约束 (热流、过载和动压)和可用攻角范围.因此,三维 再入走廊可以离线计算并存储,从而为在线轨迹规划、制导律设计以及在线二维再入走廊快速生成提 供数据库.

#### 3.2 三维平衡滑翔空间

利用平衡滑翔条件, 二维 H-V 剖面再入走廊可以被转化为倾侧角和速度 (σ-V) 的二维再入边界 <sup>[10]</sup>, 这样利用该条件可以将图 1 二维 H-V 剖面再入走廊转换为二维倾侧角 – 速度 (σ-V) 再入边界, 如图 5 所示. 这里将满足路径约束的二维 H-V 剖面再入走廊转化为二维倾侧角 – 速度 (σ-V) 再入 边界, 为了满足路径约束, 在特定速度下, 倾侧角取值被限制在了对应的范围之内. 同样, 三维再入走 廊 H-V-α, 如图 2, 可以被转化为倾侧角 – 速度 – 攻角 (σ-V-α) 三维空间, 如图 6 所示, 这里三维空间 σ-V-α 被命名为三维平衡滑翔空间. 为了满足路径约束, 在特定的速度下, 攻角和倾侧角被限制在了



图 3 (网络版彩图) 基于 D-V 剖面的再入走廊 Figure 3 (Color online) Two-dimensional corridor for D-



图 4 (网络版彩图) 三维 D-V-α 空间再入走廊 **Figure 4** (Color online) 3D D-V- $\alpha$  entry corridor



图 6 (网络版彩图) 三维平衡滑翔空间  $\sigma$ -V- $\alpha$ Figure 6 (Color online) 3D equilibrium glide space

# V profile





从图 7 可以看出,路径约束 (热流、过载和动压)的施加使得控制变量 (攻角、倾侧角)的可用空 间收缩,从而将路径约束转化为了对控制变量的约束,在轨迹规划和制导律设计过程中有效地避开了 直接考虑路径约束,大大降低了设计的复杂度.

#### 不同升阻比三维再入走廊/平衡滑翔空间 3.3

对于中等升阻比的再入飞行器,如 X-33 外形亚轨道再入飞行器.其对应的升阻比约为 0.9. 攻角 范围约为 15° ≤ α ≤ 45°. 采用类似的方法,可以得到其对应的三维再入走廊和三维平衡滑翔空间.图 7 和 8 分别为中等升阻比再入飞行器对应的三维再入走廊 H-V-α 和三维平衡滑翔空间 σ-V-α.

对于具有较低升阻比的再入飞行器,如类似于 CEV 外形的再入飞行器,其对应的升阻比为 0.28. 采用类似的方法,可以得到其对应的三维再入走廊和三维平衡滑翔空间. 图 9 和 10 分别为低升阻比 再入飞行器对应的三维再入走廊 H-V- $\alpha$  和三维平衡滑翔空间  $\sigma$ -V- $\alpha$ .



图 7 (网络版彩图) 中等升阻比飞行器三维再入走廊 H-V-α

**Figure 7** (Color online) 3D H-V- $\alpha$  entry corridor for medium Lift/Drag





## 图 8 (网络版彩图) 中等升阻比飞行器三维平衡滑翔空 间 $\sigma$ -V- $\alpha$

Figure 8 (Color online) 3D  $\sigma\text{-}{\bf V}\text{-}\alpha$  entry corridor for medium Lift/Drag



(网络版彩图) 低升阻比飞行器三维再入走廊 H- 图 10 (网络版彩图) 低升阻比飞行器三维平衡滑翔空 间  $\sigma$ -V- $\alpha$ 

同  $\sigma$ -V- $\alpha$ Figure 10 (Color online) 3D  $\sigma$ -V- $\alpha$  entry corridor for low

通过以上计算可以得出,即使是低升阻比再入飞行器,其依然存在三维平衡滑翔空间和三维再入 走廊,但相对于高升阻比再入飞行器,低升阻比再入飞行器三维再入走廊和三维平衡滑翔空间对应的 空间范围较窄.

#### 3.4 优势和应用分析

图 9

 $V-\alpha$ 

以上对三维再入走廊和三维平衡滑翔空间的概念进行了详细的描述,并给出了 3 种典型飞行器 (高升阻比、中等升阻比和低升阻比)的三维再入走廊和三维平衡滑翔空间,验证了对不同升阻比飞行 器三维平衡滑翔空间的普遍存在性.下面给出其具有的优势和潜在的应用.

(1)利用离线计算获得的三维再入走廊和三维平衡滑翔空间,结合插值算法,可以在线快速获得二维再入走廊,降低在线规划时间,提升轨迹在线生成和制导律在线设计的能力.

(2) 一个长期困扰着再入制导的问题就是路径约束的处理. 三维平衡滑翔空间的引入可以有效地 将路径约束转化为对控制变量的约束, 避免了处理复杂的路径约束, 大大简化了轨迹设计和制导律设 计的过程. (3) 常规的标准攻角 – 速度剖面设计法仅通过改变倾侧角来控制飞行轨迹, 很难满足未来大机动 再入飞行器的任务要求. 三维平衡滑翔空间的提出使得同时控制倾侧角和攻角成为可能, 提高了再入 飞行器的机动能力.

(4) 对于临近空间高超声速飞行器,在临近空间对目标完成拦截必然成为未来的任务需求.三维 平衡滑翔空间可以将路径约束转化为对控制变量的约束,从而使得经典末制导律得以直接应用到临近 空间的拦截任务中.

#### 4 基于三维平衡滑翔空间的自适应制导律设计

对于再入飞行器制导律的设计,路径约束的处理一直比较困难.同时,极快的滑翔飞行速度对计 算时间具有更高的要求,要求制导算法具有快速性.而且,对于高机动滑翔飞行器,要求制导算法可以 实现对攻角和倾侧角的同时控制,以此来改变飞行轨迹.本节将再入制导分为开环初始下降段和平衡 滑翔段,结合三维平衡滑翔空间概念,针对平衡滑翔段设计了一种计算速度较快的自适应比例导引律 (本质为解析预测 – 校正制导),实现了将路径约束转化为对控制变量的约束,并实现了对攻角和倾侧 角的同时调控,通过仿真验证了制导律的自适应性和鲁棒性.

#### 4.1 再入导引律设计

根据高超声速再入飞行器再入弹道特点,将再入弹道分为初始下降段和平衡滑翔段.

#### 4.1.1 初始下降段制导

高超声速滑翔飞行器从临近空间再入,再入高度较高,飞行器所受到的气动力很小,随着高度的下降,飞行器从稀薄大气层向稠密大气层过渡,高度快速下降,速度变化不大,将这段气动控制力弱的 飞行阶段称为初始下降段.由于初始下降段的气动力小,所以该段主要采用开环制导方式,采用常值 倾侧角  $\sigma_0, \sigma_0$ 的符号由下式确定<sup>[8]</sup>:

$$\operatorname{sign}\left(\sigma_{0}\right) = -\operatorname{sign}\left(\Delta\psi_{0}\right),\tag{26}$$

其中  $\Delta \psi_0 = \psi_{\text{LOS}_0} - \psi_0$  为初始航向误差角,  $\psi_{\text{LOS}_0}$  为再入点到目标点的视线方位角,  $\psi_0$  为再入点航 向角.

倾侧角的大小 |σ<sub>0</sub>| 通过迭代求解, 迭代准则是使初始下降段的纵向轨迹进入再入走廊并平滑地转换到平衡滑翔状态, 即

$$\left|\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}V} - \left(\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}V}\right)_{\mathrm{EQ}}\right| < \delta,\tag{27}$$

其中 H 为再入飞行器的高度,  $\delta$  为事先确定的小量.根据再入动力学方程并忽略地球旋转的影响可以 得到

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}V} = \frac{V\sin\gamma}{-\frac{D}{m} - g\sin\gamma}.$$
(28)

当前状态 (*H*,*V*) 所对应的平衡滑翔条件斜率为 (d*H*/d*V*)<sub>EQ</sub>, 对于平衡滑翔情况, 高度 *H* 是速度 *V* 的 函数, 因此对 *H* 求 *V* 的导数可以得到

$$\left(\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}V}\right)_{\mathrm{EQ}} = \frac{Vh_s \left[2m\cos\gamma + C_{\mathrm{L}}\rho S_{\mathrm{ref}} \left(R_e + H\right)\cos\sigma\right]^2}{mg\cos\gamma \left[2mh_s\cos\gamma + C_{\mathrm{L}}\rho S_{\mathrm{ref}} \left(R_e + H\right)^2\cos\sigma\right]},\tag{29}$$

其中 h<sub>s</sub> = 7.11 km 为地球大气等效密度高度.

#### 4.1.2 平衡滑翔段制导

(1) 速度控制. 对于再入末端速度的预测, 根据平衡滑翔条件可以得到由于大气阻力所引起的速度耗散

$$\frac{\mathrm{d}V_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{D}{m} = -\frac{V_{\mathrm{D}}^2 S_{\mathrm{ref}} C_{\mathrm{D}}}{2m} \rho_0 \mathrm{e}^{-H/h_s},\tag{30}$$

其中 V<sub>D</sub>为由阻力耗散所引起的待预测速度.结合方程 (1),可以得到速度与高度的函数关系

$$\frac{\mathrm{d}V_{\mathrm{D}}}{V_{\mathrm{D}}} = -\frac{C_{\mathrm{D}}S_{\mathrm{ref}}\rho_{0}}{2m\sin\gamma}\mathrm{e}^{-H/h_{s}}\mathrm{d}H,\tag{31}$$

这里 γ 为当前时刻飞行器的航迹角, C<sub>D</sub> 为当前时刻的阻力系数, 实时更新; 对上述方程积分可以得到 仅考虑大气阻力所预测的末端速度

$$V_{Df} = V_{\rm now} e^{-[h_s \frac{C_D S_{\rm ref} \rho_0}{2m \sin \gamma}](e^{-H_f/h_s} - e^{-H_{\rm now}/h_s})},$$
(32)

其中 *H<sub>f</sub>* 为末端高度约束, *H<sub>now</sub>*, *V<sub>now</sub>* 为当前时刻高度和速度. 因此, 可以得到由于大气阻力所引起的 速度损失

$$\Delta V_{\text{aero}} = V_{\text{now}} - V_{Df}.$$
(33)

基于 Kepler 定律可以得到 (惯性飞行所引起的速度变化) 对应的末端速度为

$$V_f = \sqrt{V_{\rm now}^2 + 2\mu_M \left(\frac{1}{R_e + H_f} - \frac{1}{R_e + H_{\rm now}}\right)} + \Delta V_{\rm aero}.$$
 (34)

通过改变倾侧角幅值大小,再入飞行器的末端速度可以得到有效地控制,即增大倾侧角的幅值,再 入飞行器的轨迹高度将降低,从而进入稠密大气区域,降低末端速度;相反,如果减小倾侧角幅值则可 以抬高再入轨迹,进入稀薄大气区域而增大末端速度.因此,对应的末端速度控制律为

$$\Delta \sigma_v = k_v \text{sign} \left( V_{f_{\text{predict}}} - V_f^r \right), \tag{35}$$

其中, kv 为速度反馈控制参数, Vfpredict 末端预测速度, Vf 末端速度约束.

(2) 侧向制导逻辑. 再入飞行器当前位置相对于目标点  $(\theta_T, \varphi_T)$  的视线方位角满足

$$\tan\psi_{\rm LOS} = \frac{\sin\left(\theta_T - \theta\right)}{\cos\varphi \tan\varphi_T - \sin\varphi\cos\left(\theta_T - \theta\right)}.$$
(36)

航向误差角为

$$\Delta \psi = \psi_{\rm LOS} - \psi, \tag{37}$$

其中 ψ<sub>LOS</sub> 为当前视线方位角, 相应的角度关系如图 11 所示, 这里 HEV 代表高超声速再入飞行器. 航向误差角的控制律为

$$\sigma_{\psi} = k_{\psi} \left| \Delta \psi \right|, \tag{38}$$

其中 k<sub>v</sub> 为航向误差角反馈控制参数,结合速度反馈控制可以得到

$$\sigma_r = \sigma_\psi + \Delta \sigma_v, \tag{39}$$



图 11 (网络版彩图) 航向误差角示意图 Figure 11 (Color online) Heading error sketch



图 12 (网络版彩图) 考虑空间裕度的三维平衡滑翔空间 Figure 12 (Color online) 3D equilibrium glide space considering margin

其中  $\sigma_r$  为需求倾侧角.

在设计三维平衡滑翔空间时,考虑的是最大约束情况下所得到的平衡滑翔空间,如果取最大的边界值,那么对应的路径约束将会接近最大约束值,在受到强扰动的作用下会轻易超越边界约束,制导律的鲁棒性较差,并且威胁飞行安全.因此,为了保证飞行器的安全飞行,提高制导律的鲁棒性,这里引入空间裕度,即在三维平衡滑翔空间的基础上设计一定的空间冗余,如图 12 所示,外曲面为满足约束对应的最大边界,内曲面为考虑空间裕度后的可用空间,外曲面和内曲面所夹的空间称为空间裕度, 其中  $\Delta \sigma_s$ 为对应的倾侧角裕度,可以得到考虑空间裕度后倾侧角最大的可用值为

$$\sigma_{r_{-}\max} = \sigma_{\max} - \Delta \sigma_s, \tag{40}$$

这里  $\sigma_{r_{\text{max}}}$  为最大可用倾侧角.

对于模型气动参数精度较低情况 (如试飞的新型再入飞行器), 应合理地放大空间裕度, 提高制导 律鲁棒性能, 保证在扰动较大情况下再入过程不违背路径约束, 保护飞行器免于受损; 对于气动参数精 度较高的模型 (多次飞行的成熟型号飞行器), 可以适当缩小空间裕度, 增大飞行器的机动性能, 这是 常规制导律所不具有的性能.

倾侧角反转逻辑为当航向误差角位于预先设计的误差走廊边界内时,倾侧角的符号保持不变;当 航向误差角超出预先设计的误差走廊上边界时,倾侧角的符号应为负值,此时如果倾侧角的数值为正



图 13 (网络版彩图) 航向误差角走廊 Figure 13 (Color online) The heading error corridor

时,则要发生一次反转,如果为负值则依然保持为负;反之,如果航向误差角超出误差走廊的下边界, 对应的反转逻辑与超越上边界相反.其对应的数学逻辑表达式为

$$\operatorname{sign}\left(\sigma^{i}\left(V\right)\right) = \begin{cases} -1, & \Delta\psi \geqslant \Delta\psi_{\operatorname{threshold}}\left(V\right), \\ 1, & \Delta\psi \leqslant -\Delta\psi_{\operatorname{threshold}}\left(V\right), \\ \operatorname{sign}\left(\sigma^{i-1}\left(V\right)\right), & -\Delta\psi_{\operatorname{threshold}}\left(V\right) \leqslant \Delta\psi \leqslant \Delta\psi_{\operatorname{threshold}}\left(V\right), \end{cases}$$
(41)

这里 sign  $(\sigma^{i-1}(V))$  表示前一个制导周期所对应的倾侧角的符号,  $\Delta \psi_{\text{threshold}}(V)$  为航向误差角对应 的边界值, 其一般情况下为速度的分段线性函数

$$\Delta \psi_{\text{threshold}} \left( V \right) = \begin{cases} \Delta \psi_1, & V > V_{\text{th}1}, \\ \Delta \psi_2, & V_{\text{th}2} < V \leqslant V_{\text{th}1}, \\ \Delta \psi_2 + \frac{\Delta \psi_2 - \Delta \psi_3}{V_{\text{th}2} - V_{\text{th}3}} \left( V - V_{\text{th}2} \right), & V \leqslant V_{\text{th}2}, \end{cases}$$
(42)

其中 Δψ<sub>1</sub>, Δψ<sub>2</sub>, Δψ<sub>3</sub>, 为表示误差走廊宽度的 3 个参数, V<sub>th1</sub>, V<sub>th2</sub>, V<sub>th3</sub> 为对应的分段点的速度, 不同 飞行器需要进行反复的调整或优化从而满足再入终端位置约束要求. 图 13 为本文所采用的航向误差 角走廊.

(3) 纵向比例导引律. 根据经典比例导引律可以得到 [16]

$$\dot{\gamma} = k \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t},\tag{43}$$

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \sin\left(q - \gamma\right) V/r_{\mathrm{relative}},\tag{44}$$

$$\dot{\gamma} = k \sin\left(q - \gamma\right) V / r_{\text{relative}},\tag{45}$$

其中 q 为目标视线角, r<sub>relative</sub> 为再入飞行器与目标点相对距离. 图 14 为其对应的角度关系, 以及从 极坐标系到 Cartesian 坐标系的比例导引律转换.



图 14 (网络版彩图) 比例导引律从极坐标系到笛卡尔坐标系的转化

Figure 14 (Color online) Transformation from polar coordinate to Cartesian coordinate for proportional guidance

根据再入动力学方程,并忽略地球旋转影响可以得到

$$\dot{\gamma} = \frac{C_{\rm L}\rho V S_{\rm ref}}{2m} \cos\sigma - \frac{g\cos\gamma}{V} + \frac{V\cos\gamma}{r},\tag{46}$$

结合方程 (45) 和 (46) 可以得到

$$k\sin\left(q-\gamma\right)V/r_{\text{relative}} = \frac{C_{\text{L}}\rho V S_{\text{ref}}}{2m}\cos\sigma - \frac{g\cos\gamma}{V} + \frac{V\cos\gamma}{r},\tag{47}$$

解出需求的升力系数

$$(C_{\rm L})_{\rm need} = 2m \frac{k \sin(q-\gamma) V / r_{\rm relative} + \frac{g \cos \gamma}{V} - \frac{V \cos \gamma}{r}}{\rho V S_{\rm ref} \cos \sigma},$$
(48)

采用反插值方法,可以得到需求的攻角

$$\alpha_{\text{need}} = 2m \frac{k \sin\left(q - \gamma\right) V \left/ r_{\text{relative}} + \frac{g \cos \gamma}{V} - \frac{V \cos \gamma}{r}}{\rho V S_{\text{ref}} \cos \sigma C_{\text{L}}^{\alpha}},\tag{49}$$

其中  $\alpha_{need}$  为需求的攻角.

图 15 为平衡滑翔段, 基于三维平衡滑翔空间的再入制导逻辑流程图, 具体步骤如下:

步骤 1. 根据高超声速再入飞行器的总体参数得到路径约束 (热流、过载和动压);

步骤 2. 根据升力阻力系数 (*C*<sub>D</sub>, *C*<sub>L</sub>), 质量和参考面积 (*m*, *S*<sub>ref</sub>), 路径约束 (热流、过载和动压) 和可用攻角范围, 离线计算三维平衡滑翔空间;

步骤 3. 根据当前所测量的高超声速再入飞行器的速度平面截取三维平衡滑翔空间,获得当前速度下对应的攻角和倾侧角可用范围;

步骤 4. 根据设计的比例导引律得到需求的 α<sub>need</sub>, 并和三维平衡滑翔空间边界曲面所允许的攻角 范围对比;

步骤 5. 当需求攻角  $\alpha_{need} < \alpha_{max}$ ,则攻角为  $\alpha_{need}$ , 否则攻角为  $\alpha_{max}$ ;





步骤 6. 由侧向制导逻辑和速度控制律得到需求 σ<sub>need</sub>, 并和当前攻角对应的三维平衡滑翔空间边 界曲面所允许的倾侧角范围对比:

步骤 7. 当需求倾侧角  $\sigma_{\text{need}} < \sigma_{\text{max}}$ ,则倾侧角为  $\sigma_{\text{need}}$ ,否则倾侧角为  $\sigma_{\text{max}}$ .

该制导律可以充分利用比例导引律末端高精度的特性,并且避免了再入制导和末制导的切换,实现了再入制导和末端制导一体化设计,降低了制导律的设计复杂度.

#### 4.2 再入制导仿真分析

仿真对象为 CAV 高超声速再入滑翔飞行器, 质量为 m = 907 kg, 参考面积  $S_{ref} = 0.35$  m<sup>2</sup>. 飞行器路径约束为  $\dot{Q}_{max} = 1000$  kW/m<sup>2</sup>,  $q_{max} = 500$  kPa,  $n_{max} = 4$ ; 末端高度速度约束分别为  $H = 20\pm 2$  km,  $V = 1500\pm 40$  m/s; 末端位置误差约束为  $S_{error} = 10$  km; 倾侧角取值范围为  $-80^{\circ} \leq \sigma \leq 80^{\circ}$ ,



图 16 (网络版彩图) 多再入点三维再入轨迹 Figure 16 (Color online) 3D trajectory for multi-entry points



图 18 (网络版彩图) 多再入点攻角  $\alpha$  随速度的变化 Figure 18 (Color online) Change of attack angle with respect to velocity for multi-entry points



图 17 (网络版彩图) 多再入点高度 H 随速度的变化 Figure 17 (Color online) Change of altitude with respect to velocity for multi-entry points



图 19 (网络版彩图) 多再入点倾侧角  $\sigma$  随速度的变化 Figure 19 (Color online) Change of bank angle with respect to velocity for multi-entry points

攻角取值范围为 5°  $\leq \alpha \leq 25^{\circ}$ . 仿真的初始条件为  $H_0 = 70$  km,  $V_0 = 6500$  m/s,  $\gamma_0 = 0^{\circ}$ . 对再入制导 律性能的验证主要是通过仿真来完成,这里进行的性能仿真验证有多再入点自适应性能验证和鲁棒性 能仿真 (即再入点初始轨迹参数扰动分析和总体参数扰动分析).

#### 4.2.1 自适应性能仿真分析

为了验证制导律对多再入点的自适应能力,仿真选择了不同的再入点位置作为不同的工况进行仿 真,目标点经纬度为 (80°,0°),再入点所选择的初始经纬度分别为 (0°,0°), (0°,10°), (0°,-10°), (0°,20°), (0°,-20°), (0°,30°), (0°,-30°), (0°,40°), (0°,-40°), (0°,50°), (0°,-50°). 图 16~21 为多再入点制导律仿 真结果.

通过对图 16~23 分析可以得出,该制导律可以在满足约束的情况下,将高超声速再入飞行器精确 地导引到指定目标 (末端精度小于 2 km). 通过进一步对图 16 和 17 分析可以得出,在再入轨迹的初 期,轨迹存在两次较小范围的跳跃,之后以较为平滑的轨迹飞行.



图 20 (网络版彩图) 多再入点热流率  $\dot{Q}$  随时间的变化 Figure 20 (Color online) Change of heating rate with respect to velocity for multi-entry points



图 21 (网络版彩图) 多再入点过载 *n* 随时间的变化 Figure 21 (Color online) Change of g-load with respect to velocity for multi-entry points

Initial dispersion	$S_{ m error}$ (km)	H (km)	$V(\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1})$	$\dot{Q}_{ m max}~({ m kW}\cdot{ m m}^{-2})$	$n_{\max}$	$q_{ax}$ (kPa)
$H_0+600~\mathrm{m}$	2.85	21.28	1503.53	942.43	3.79	168.43
$H_0-600~{\rm m}$	4.35	20.42	1504.12	912.35	3.42	147.86
$\gamma_0 + 0.2^\circ$	0.12	21.51	1495.02	931.92	3.38	152.21
$\gamma_0 - 0.2^\circ$	1.54	21.11	1502.64	913.35	3.74	165.66
$V_0 + 40 \text{ m/s}$	2.67	20.91	1504.12	948.32	3.78	168.71
$V_0 - 40 \text{ m/s}$	2.54	20.62	1495.91	907.52	3.31	143.48

表 1 初始再入点轨迹参数扰动仿真结果 Table 1 Results for Initial entry point trajectory parameters

通过对图 18 和 19 分析得出, 在整个再入过程, 倾侧角共反转六次, 攻角在一定的范围内较为平 缓地变化. 由三维平衡滑翔空间对应的倾侧角边界 (图 23) 可以得出, 再入过程中, 在给定攻角的情况 下, 对应的倾侧角在三维平衡滑翔空间对应的边界范围之内, 且再入轨迹满足路径约束, 验证了三维 平衡滑翔空间对路径约束转化的有效性, 即结合三维平衡滑翔空间设计的制导律无需判断是否违背路 径约束. 通过以上仿真结果可以得出, 在满足路径约束、目标终端约束的情况下, 再入飞行器对不同的 初始再入点具有较强的自适应能力.

#### 4.2.2 鲁棒性能仿真分析

(1) 再入点轨迹参数扰动性能仿真. 在仿真中加入初始再入点参数扰动, 给定的初始参数扰动范围如下:  $H_0 \subset (-600 \text{ m}, 600 \text{ m}), \gamma_0 \subset (-0.2^\circ, 0.2^\circ), V_0 \subset (-40 \text{ m}, 40 \text{ m}).$  表 1 为初始再入点轨迹参数扰动仿真结果.

通过对表 1 分析可以得出, 在存在初始扰动的情况下, 再入制导律可以较好地满足路径约束和末端约束. 因此, 该制导律具有较强的抗初始参数扰动能力.

- (2) 总体参数偏差分析. 仿真中加入的总体参数偏差如下所示:
- (a) 大气密度 ρ 偏差 (±25%);
- (b) 质量 m 偏差 (±5%)、升力系数 CL 偏差 (±10%) 和阻力系数 CD 偏差 (±10%).



图 22 (网络版彩图) 多再入点动压 q 随时间的变化 Figure 22 (Color online) Change of dynamic pressure with respect to velocity for multi-entry points



图 23 (网络版彩图) 三维平衡滑翔空间对应倾侧角  $\sigma$  边界





图 24 (网络版彩图) Monte Carlo 打靶终端位置偏差 Figure 24 (Color online) Terminal error of position for Monte Carlo simulation



图 25 Monte Carlo 打靶终端高度/速度偏差 Figure 25 Terminal error of altitude/velocity for Monte Carlo simulation

为了验证制导方法在总体参数偏差下的鲁棒性能,进行 Monte Carlo 打靶仿真,在再入制导律的 每一个制导周期随机加入偏差.为了保证飞行器的飞行安全且具有一定的鲁棒性,仿真中引入了空 间裕度.扰动情况下,合理地放大空间裕度,可以提高制导律的鲁棒性.图 24 和 25 分别为 1000 次 Monte Carlo 模拟打靶对应的终端位置偏差和终端速度高度偏差.通过对仿真结果分析得出,终端位置 偏差绝大多数位于 5 km 范围以内,所对应的 50% 圆概率偏差 (CEP) 小于 2.5 km,终端速度偏差小于 35 m/s,终端高度偏差小于 2 km,可以得出制导律在加入强参数扰动情况下依然具有较高的末端精度. 因此,本文设计的基于三维平衡滑翔空间的自适应比例制导律具有较强的鲁棒性能.

通过分析可以得出,基于三维平衡滑翔空间的自适应比例导引法相对于传统的再入制导方法主要 有以下 5 个优点:

(1) 不依赖于给定的标准轨迹, 无需调整制导参数, 能够自动适应飞行环境和制导任务的变化, 灵活性较大;

(2) 制导算法生成的再入轨迹较为平滑,除了弹道末段略有曲率外,其大部分飞行弹道比较平滑;

(3) 借助三维平衡滑翔空间实现了将路径约束转化为攻角和倾侧角的约束, 降低了制导律的设计 难度;

(4) 通过引入空间裕度,保证在较大扰动情况下再入过程不违背路径约束,实现了制导律机动性能和鲁棒性能的兼顾,这是常规制导律所不具备的性能;

(5) 该方法整个制导律的设计过程均采用解析表达式, 计算量小, 易于在线实现.

#### 5 小结

本文在二维再入走廊的基础之上提出了三维再入走廊, 拓展了再入飞行走廊; 同时基于平衡滑翔 条件, 将高度 – 速度 – 攻角 (H-V-α) 三维再入走廊转化为了一种满足路程约束 (热流、过载和动压) 的三维平衡滑翔空间, 即倾侧角 – 速度 – 攻角 (σ-V-α), 将路径约束转化为对控制变量的约束, 避免了 在制导律的设计过程中对路径约束的考虑, 同时可以将离线计算获得的三维再入走廊和三维平衡滑翔 空间与插值算法结合, 在线快速获得再入走廊. 基于三维平衡滑翔空间, 将自适应比例制导律引入到了 再入制导律的设计中, 为了保证飞行器的安全飞行, 且使制导具有一定的鲁棒性, 引入了空间裕度, 即 在三维平衡滑翔空间的基础上进一步收缩可用空间, 实现了制导律机动性能和鲁棒性能的兼顾; 最后 针对制导律的自适应性和鲁棒性进行了综合仿真, 研究表明, 该制导律不但具有较强的自适应性和鲁 棒性, 同时还兼有较快的计算速度.

#### 参考文献 —

- 1 Harpold J C, Graves C A. Shuttle entry guidance. J Astronaut Sci, 1979, 27: 239–268
- 2 Harpold J C, Gavert D E. Space shuttle entry guidance performance results. J Guid Control Dyna, 1983, 6: 442–447
- 3 Roenneke A J, Markl A. Reentry control of a drag vs. energy profile. J Guid Control Dyna, 1994, 17: 916–920
- 4 Bharadwaj S, Anil R, Mease K D. Tracking law for a new entry guidance concept. In: Proceedings of the 22nd Atmospheric Flight Mechanics Conference, New Orleans, 1997. AIAA 97-3581
- 5 Mease K D, Teufel P, Schonenberger H, et al. Reentry trajectory planning for a reusable launch vehicle. In: Proceedings of the 22nd Atmospheric Flight Mechanics Conference, Portland, 1999, 3: 1930–1935
- 6 Mease K D, Chen D T, Teufel P. Reduced-order entry trajectory planning for acceleration guidance. J Guid Control Dyna, 2002, 25: 257–266
- 7 Hu Z D, Guo C F, Cai H. Analytical predictive guidance for space-to-ground kinetic weapon in reentry. J Astronautics, 2009, 30: 1039–1051 [胡正东, 郭才发, 蔡洪. 天基对地打击动能武器再入解析预测制导技术. 宇航学报, 2009, 30: 1039–1051]
- 8 Xu M L, Chen K J, Liu L H, et al. Quasi-equilibrium glide adaptive guidance for hypersonic vehicles. Sci China Tech Sci, 2012, 55: 856–866
- 9 Shen Z, Lu P. On-board generation of three-dimensional constrained entry trajectories. J Guid Control Dyna, 2003, 26: 111–121
- 10 Shen Z, Lu P. On-board entry trajectory planning for sub-orbital flight. Acta Astronautica, 2005, 56: 573-591
- 11 Xue S, Lu P. Constrained predictor-corrector entry guidance. J Guid Control Dyna, 2010, 33: 1273–1280
- 12 Lu P, Forbes S, Baldwin M. Gliding guidance of high L/D hypersonic vehicles. In: Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference, Boston, 2013. AIAA 2013-4648
- 13 Lu P. Entry guidance: a unified method. J Guid Control Dyna, 2014, 37: 713–728
- 14 Lu P. Predictor-corrector entry guidance for low lifting vehicles. J Guid Control Dyna, 2008, 31: 1067–1075

- 15 Vinh N X, Busemann A, Culp R D. Hypersonic and Planetary Entry Flight Mechanics. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1980
- 16 Fang Z P, Chen W C, Zhang X G. Flight Dynamics for Aircraft. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2005 [方振平, 陈万春, 张曙光. 航空飞行器飞行动力学. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005]

### Hypersonic entry guidance design based on three-dimensional equilibrium glide space

Erlong SU<sup>1,2</sup> & Jianjun LUO<sup>1\*</sup>

1 Science and Technology on Aerospace Flight Dynamics Laboratory, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2 Science and Technology on Space Physics Laboratory, Beijing 100076, China \*E-mail: jjluo@nwpu.edu.cn

Abstract Three-dimensional entry corridors and three-dimensional equilibrium glide space concepts subject to path constraints are proposed in this paper for the first time. The three-dimensional entry corridors including H-V- $\alpha$  (altitude-velocity-attack angle) space and D-V- $\alpha$  (drag-velocity-attack angle) space are obtained offline within which the entry vehicle flights will observe inequality path constraints. The  $\alpha$  (bank angle-velocity-attack angle) three-dimensional equilibrium glide space is achieved based on quasi-equilibrium glide condition. The pivotal trait of this three-dimensional equilibrium glide space concept is that it is capable of successfully converting inequality path constraints consisting of heating rate, dynamic pressure and load into control variable constraints which are bank angle and attack angle. The advantages and potential applications are investigated and presented in this paper. The proportional terminal guidance law is introduced in the entry guidance which can fulfill the integrated design of entry guidance and terminal guidance through applying the 3D equilibrium glide space. The robustness and adaptiveness of the proportional guidance law based on 3D equilibrium glide space are verified through simulations

**Keywords** hypersonic entry, path constraints conversion, three-dimensional entry corridor, three-dimensional equilibrium glide space, adaptive guidance law



Erlong SU was born in 1985. He received his Master degree in aerospace engineering from the Northwestern Polytechnic University, Xi'an, in 2012. Currently, he is a Ph.D. candidate at School of Astronautics, Northwestern Polytechnic University. His research interests include guidance, dynamics and control of hypersonic entry vehicle.



Jianjun LUO was born in 1965. He received the Ph.D. degree in aerospace engineering from the Northwestern Polytechnic University, Xi'an, in 1999. Currently, he is a professor in the School of Astronautics in Northwestern Polytechnic University and the vice chairman of Science and Technology on Aerospace Flight Dynamics Laboratory (State Key Laboratory). His research interests include guidance and control for aerospace vehicle.