

论 文

基于轨迹基的三维非刚体线性重建方法

刘侍刚^{①②}, 彭亚丽^{①②*}, 雷涛^③, 刘中华^④, 汪西莉^②

① 现代教学技术教育部重点实验室, 西安 710062

② 陕西师范大学计算机科学学院, 西安 710119

③ 兰州交通大学电子与信息工程学院, 兰州 730070

④ 河南科技大学电子信息工程学院, 洛阳 471023

* 通信作者. E-mail: pengylxa@gmail.com

收稿日期: 2015-12-14; 接受日期: 2016-01-24

国家自然科学基金(批准号: 61402274, 41471280, 61461025, 61202314, U1504610)、陕西省重点科技创新团队计划项目(批准号: 2014KTC-18)、陕西师范大学中央高校基本科研业务费项目(批准号: GK201402040)、中国博士后特别资助项目(批准号: 2014T-70937)和陕西师范大学学习科学交叉学科培育计划资助项目

摘要 为了实现非刚体的三维重建, 本文提出了一种基于轨迹基的三维非刚体线性重建方法。利用非刚体的运动轨迹构成一个低维子空间, 并由一组 Haar 小波基线性表示, 从而线性地实现三维非刚体的重建。由于该 Haar 小波基可以事先定义, 求解的未知数大大减少, 并且使三维非刚体的重建转化为线性求解问题, 提高了算法的鲁棒性。仿真实验和真实数据实验表明, 该方法能够有效地实现非刚体的三维重建。

关键词 非刚体 三维重建 针孔模型 轨迹基 Haar 小波 低维子空间

1 引言

近些年来, 随着虚拟现实、计算机视觉和计算机图形学等领域的不断发展, 三维重建技术受到了广泛的关注^[1,2], 该技术最大的优点就是可以直接从图像序列中重建出三维物体^[3]。

早期的三维重建技术都是基于物体为刚体的假设, 其中最具有代表性的是 Tomasi 等^[4]提出的基于因式分解的三维重建方法, 但基于刚体的假设对物体的运动提出了非常苛刻的条件, 要求物体在运动过程中任何两点之间的距离保持不变。然而现实生活中, 许多物体的运动并非刚体运动, 如手指的弯曲、面部表情的变化、旗帜的飘动等。非刚体运动比刚体运动要复杂得多, 因此, 重建的难度将增大。

为了重建出三维非刚体, Bregler 等^[5]首先提出了非刚体可以由若干个形状基元(shape basis)线性组成的假设, 并在正投影模型下, 重建了三维非刚体。虽然该方法的求解非常繁琐, 但它为三维非刚体的重建奠定了一定的基础, 后来许多三维非刚体重建方法都是基于 Bregler 的假设^[6~8]。其中 Xiao 等^[9]在正投影模型下, 利用投影轴的正交约束, 实现了非刚体的三维重建, 并且利用形状约束(shape constraints)克服了非刚体重建结果具有模糊性的缺点; 后来, 部分学者将 Xiao 等的方法^[9]推广至针孔模型下的三维非刚体重建^[10,11]。但是这些方法需要求解的参数比较多, 而且都需要非线性求解, 而

引用格式: 刘侍刚, 彭亚丽, 雷涛, 等. 基于轨迹基的三维非刚体线性重建方法. 中国科学: 信息科学, 2016, 46: 883–898, doi: 10.1360/N112015-00152

非线性求解需要一个较好的初值, 否则易收敛到局部极小值. 为此, Tao 等^[12]采用机器学习的方法学习非刚体的先验知识, 再对非刚体进行三维重建, 但在许多情况下, 非刚体的先验知识很难获取; Bue 和 Rehan 等将非刚体的运动分为刚体运动部分和非刚体运动部分^[13,14], 利用刚体运动部分对相机进行标定, 然后利用这些标定参数实现整个非刚体的重建, 但是对于一般的非刚体, 很难将非刚体的运动分成刚体运动部分和非刚体运动部分, 因此, 这种方法在实际应用中很难推广. 而且上述方法都基于 Bregler 的假设^[5], 这些方法可以将图像的次序任意颠倒, 没有利用非刚体运动具有连续性的约束, 导致求解过程不稳定, 对噪声极其敏感.

为了有效地实现非刚体的三维重建, 近年来, Dai 等^[15]利用非刚体结构为低秩矩阵的特性对三维非刚体进行重建, 但是该方法并没有利用非刚体的运动具有连续性约束. Akhter 等^[16]虽然利用了非刚体运动的连续性约束, 实现了三维非刚体的重建. 但是这些重建方法都是基于相机为正投影模型的假设. 正投影模型要求相机到物体的距离远大于物体的景深, 否则误差较大. 而针孔模型相对正投影模型更加符合真实情况, 重建精度将更高. 而且现有的三维非刚体重建方法都要求解一个非线性优化问题, 而非线性优化问题的求解, 需要一个好的初值, 否则, 容易陷入局部最优. 为此, 本文在针孔模型下, 充分利用了非刚体的运动具有连续性约束, 但同时, 利用了非刚体的运动轨迹可以由一组事先定义的 Haar 小波基线性表示的特性, 使求解的未知数大大减少, 同时, 使现有的三维非刚体重建转换为线性求解, 提高了重建的鲁棒性.

2 非刚体成像模型

假定相机为经典的针孔模型, 其成像过程为

$$\lambda \mathbf{u} = \mathbf{K} (\mathbf{R} \ \mathbf{t}) \mathbf{w} = \mathbf{P} \mathbf{w}, \quad (1)$$

式中 λ 为深度因子, $\mathbf{u} = (u \ v \ 1)^T$ 和 $\mathbf{w} = (x \ y \ z \ 1)^T$ 分别为图像点和三维空间点的齐次坐标, \mathbf{K} 为相机的内参矩阵; \mathbf{R} , \mathbf{t} 分别为相机在拍摄位置对应的旋转矩阵和平移向量, 即相机的外参矩阵, $\mathbf{P} = \mathbf{K} (\mathbf{R} \ \mathbf{t})$ 为相机的投影矩阵.

假设有 F 帧图像, N 个三维空间点, 对于第 f 帧图像, 由式 (1) 有

$$\mathbf{U}_f \Lambda_f = \mathbf{K} (\mathbf{R}_f \ \mathbf{t}_f) \mathbf{Y}_f, \quad (2)$$

式中 $\mathbf{U}_f = (\mathbf{u}_{f,1} \ \mathbf{u}_{f,2} \ \cdots \ \mathbf{u}_{f,N})$ 为第 f 幅图像点构成的图像矩阵, Λ_f 为所有深度因子 $\lambda_{f,i}$ 构成的对角矩阵, $\mathbf{Y}_f = (\mathbf{w}_{f,1} \ \mathbf{w}_{f,2} \ \cdots \ \mathbf{w}_{f,N})$ 为第 f 时刻所有三维空间点构成的矩阵.

当物体做刚体运动时, 三维空间点 \mathbf{Y}_f 在整个运动过程中保持不变. 当物体做非刚体运动时, \mathbf{Y}_f 在各个时刻 f 会发生变化.

3 非刚体轨迹基的表示

将第 i 个三维空间点在各个时刻 f 的 x , y 和 z 分量分别放在一起, 即为 $\mathbf{x}_i = (x_{1,i} \ x_{2,i} \ \cdots \ x_{F,i})^T$, $\mathbf{y}_i = (y_{1,i} \ y_{2,i} \ \cdots \ y_{F,i})^T$, $\mathbf{z}_i = (z_{1,i} \ z_{2,i} \ \cdots \ z_{F,i})^T$, 则 \mathbf{x}_i , \mathbf{y}_i 和 \mathbf{z}_i 构成了第 i 点的运动轨迹, 简称

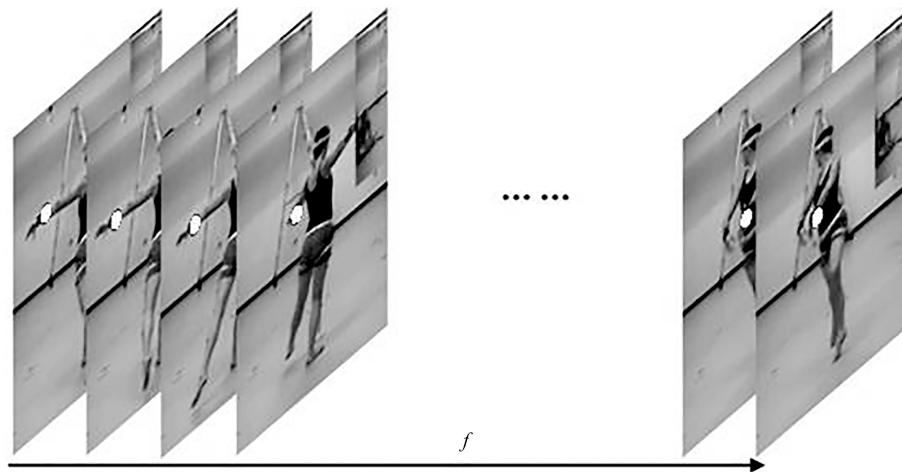
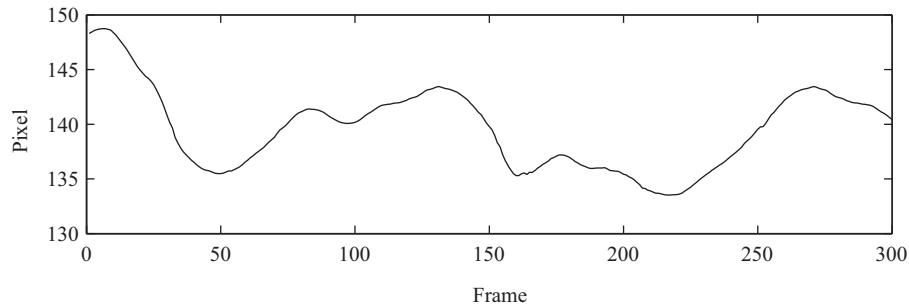


图 1 某一特征点的运动轨迹

Figure 1 Trace of a feature

图 2 某一特征点 y 分量的运动轨迹Figure 2 The y component of a feature trace

迹。如图 1 所示, 该人体手腕上的某一特征点在时间序列中构成了一条运动轨迹。图 2 为该特征点 y 分量的运动轨迹。

对于所有三维空间点的迹, 构成一个低维子空间, 那么该低维子空间中的任意向量都可以由该子空间的一组标准正交基 $(\sigma_1 \ \sigma_2 \ \dots \ \sigma_d)$ 线性表示, 即有

$$\mathbf{x}_i = \sum_{j=1}^d a_{xi,j} \sigma_j, \quad \mathbf{y}_i = \sum_{j=1}^d a_{yi,j} \sigma_j, \quad \mathbf{z}_i = \sum_{j=1}^d a_{zi,j} \sigma_j, \quad (3)$$

式中 d 表示该低维子空间的维数, d 越大, 表示三维空间点的运动越复杂; σ_j 表示基向量, $a_{xi,j}$, $a_{yi,j}$ 和 $a_{zi,j}$ 表示系数。

将向量 \mathbf{x}_i , \mathbf{y}_i 和 \mathbf{z}_i 放在一起, 根据式 (3) 可得

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{y}_i \\ \mathbf{z}_i \\ 1 \end{pmatrix}}_{(3F+1) \times 1} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^d a_{xi,j} \sigma_j \\ \sum_{j=1}^d a_{yi,j} \sigma_j \\ \sum_{j=1}^d a_{zi,j} \sigma_j \\ 1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \sigma_1 & \cdots & \sigma_d & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \sigma_1 & \cdots & \sigma_d & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \sigma_1 & \cdots & \sigma_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & & \cdots & \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}}_{M'_i (3F+1) \times (3d+1)} \begin{pmatrix} a_{xi,1} \\ \vdots \\ a_{xi,d} \\ a_{yi,1} \\ \vdots \\ a_{yi,d} \\ a_{zi,1} \\ \vdots \\ a_{zi,d} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

由于式 (4) 中 \mathbf{v}_i 为一个列向量, 当对 \mathbf{v}_i 元素位置进行调整时, \mathbf{a}_i 保持不变, 仅需对 M'_i 的行进行相应调整. 即对所有时刻第 i 个空间点 \mathbf{X}_i , 有

$$\mathbf{X}_i = M_{4F \times (3d+1)} \mathbf{a}_i, \quad (5)$$

式中 $\mathbf{X}_i = \left(x_{1,i} \ y_{1,i} \ z_{1,i} \ 1 \ x_{2,i} \ y_{2,i} \ z_{2,i} \ 1 \ \cdots \ x_{F,i} \ y_{F,i} \ z_{F,i} \ 1 \right)^T_{4F \times 1}$,

$$M_{4F \times (3d+1)} = \begin{pmatrix} \sigma_{1,1} & \cdots & \sigma_{1,d} & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_{1,1} & \cdots & \sigma_{1,d} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & \sigma_{1,1} & \cdots & \sigma_{1,d} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{F,1} & \cdots & \sigma_{F,d} & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_{F,1} & \cdots & \sigma_{F,d} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & \sigma_{F,1} & \cdots & \sigma_{F,d} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

将所有的空间点 \mathbf{X}_i 放入一个大矩阵中, 则有

$$\mathbf{X}_{4F \times N} = M_{4F \times (3d+1)} \mathbf{A}_{(3d+1) \times N}, \quad (6)$$

$$\text{式中 } \mathbf{X}_{4F \times N} = \left(\mathbf{X}_1 \ \mathbf{X}_2 \ \cdots \ \mathbf{X}_N \right) = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_F \end{pmatrix}, \mathbf{A}_{(3d+1) \times N} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_x \\ \mathbf{A}_y \\ \mathbf{A}_z \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}, \mathbf{A}_x = \begin{pmatrix} a_{x1,1} & a_{x2,1} & \cdots & a_{xN,1} \\ a_{x1,2} & a_{x2,2} & \cdots & a_{xN,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{x1,d} & a_{x2,d} & \cdots & a_{xN,d} \end{pmatrix},$$

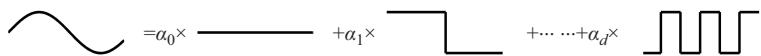


图 3 基于 Haar 小波基的展开

Figure 3 Represented as a linear combination of Haar wavelet basis

$$\mathbf{A}_y = \begin{pmatrix} a_{y1,1} & a_{y2,1} & \cdots & a_{yN,1} \\ a_{y1,2} & a_{y2,2} & \cdots & a_{yN,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{y1,d} & a_{y2,d} & \cdots & a_{yN,d} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_z = \begin{pmatrix} a_{z1,1} & a_{z2,1} & \cdots & a_{zN,1} \\ a_{z1,2} & a_{z2,2} & \cdots & a_{zN,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{z1,d} & a_{z2,d} & \cdots & a_{zN,d} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}.$$

根据小波理论, 连续可微函数 $f(x)$ 可以近似表示为一组 Haar 小波基的线性展开 (如图 3 所示)^[17], 即

$$f(x) = \alpha_0 + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{2^j-1} \alpha_{jk} \sigma_{jk}(x), \quad (7)$$

$$\text{式中 Haar 小波基 } \sigma_{jk}(x) = \sigma(2^j x - k), \quad \sigma(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < \frac{1}{2}, \\ -1, & \frac{1}{2} \leq x < 1, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad 0 \leq k \leq 2^j - 1.$$

因此, \mathbf{x}_i , \mathbf{y}_i 和 \mathbf{z}_i 也可以用一组 Haar 小波基展开, 即轨迹基. 为了表示方便, 将 Haar 小波基 $\sigma_{jk}(x)$ 重写为 $(\sigma_1 \ \sigma_2 \ \cdots \ \sigma_d)$. 由于可以事先定义 Haar 小波基, 即 $(\sigma_1 \ \sigma_2 \ \cdots \ \sigma_d)$ 可以事先给定, 即式 (6) 中的 $\mathbf{M}_{4F \times (3d+1)}$ 已知, 这样原来要求解的三维空间点 $\mathbf{X}_{4F \times N}$ 中含有 $3FN$ 个未知数, 现在变为求解含有 $3dN$ ($d \ll F$) 个未知数的 $\mathbf{A}_{(3d+1) \times N}$ (最后一行为 $\mathbf{1}$), 因此求解的未知数大大减少.

4 基于轨迹基的三维重建

将所有的图像点放入一个矩阵中, 由式 (2) 可得

$$\mathbf{U}_{3F \times N} = \mathbf{P}_{3F \times 4F} \mathbf{X}_{4F \times N}, \quad (8)$$

$$\text{式中 } \mathbf{U}_{3F \times N} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 \Lambda_1 \\ \mathbf{U}_2 \Lambda_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_F \Lambda_F \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_{3F \times 4F} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{P}_F \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}_{4F \times N} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_F \end{pmatrix}.$$

将式 (6) 代入式 (8) 中, 则有

$$\mathbf{U}_{3F \times N} = \mathbf{P}_{3F \times 4F} \mathbf{M}_{4F \times (3d+1)} \mathbf{A}_{(3d+1) \times N} = \mathbf{B}_{3F \times (3d+1)} \mathbf{A}_{(3d+1) \times N}, \quad (9)$$

式中 $\mathbf{B}_{3F \times (3d+1)} = \mathbf{P}_{3F \times 4F} \mathbf{M}_{4F \times (3d+1)}$.

将 $\mathbf{B}_{3F \times (3d+1)}$ 展开, 即有

$$\mathbf{B}_{3F \times (3d+1)} = \begin{pmatrix} \sigma_{1,1}\mathbf{p}_1^{(1)} & \cdots & \sigma_{1,d}\mathbf{p}_1^{(1)} & \sigma_{1,1}\mathbf{p}_2^{(1)} & \cdots & \sigma_{1,d}\mathbf{p}_2^{(1)} & \sigma_{1,1}\mathbf{p}_3^{(1)} & \cdots & \sigma_{1,d}\mathbf{p}_3^{(1)} & \mathbf{p}_4^{(1)} \\ \sigma_{2,1}\mathbf{p}_1^{(2)} & \cdots & \sigma_{2,d}\mathbf{p}_1^{(2)} & \sigma_{2,1}\mathbf{p}_2^{(2)} & \cdots & \sigma_{2,d}\mathbf{p}_2^{(2)} & \sigma_{2,1}\mathbf{p}_3^{(2)} & \cdots & \sigma_{2,d}\mathbf{p}_3^{(2)} & \mathbf{p}_4^{(2)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{F,1}\mathbf{p}_1^{(F)} & \cdots & \sigma_{F,d}\mathbf{p}_1^{(F)} & \sigma_{F,1}\mathbf{p}_2^{(F)} & \cdots & \sigma_{F,d}\mathbf{p}_2^{(F)} & \sigma_{F,1}\mathbf{p}_3^{(F)} & \cdots & \sigma_{F,d}\mathbf{p}_3^{(F)} & \mathbf{p}_4^{(F)} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

式中 $\mathbf{p}_k^{(f)}$ 表示第 f 个投影矩阵 \mathbf{P}_f 的第 k 列.

从式 (9) 可以看出, 矩阵 $\mathbf{U}_{3F \times N}$ 的秩为 $3d+1$. 同时, $\mathbf{U}_{3F \times N}$ 中含有深度因子 $\lambda_{f,i}$, 在重建之前, 可以利用 $\mathbf{U}_{3F \times N}$ 为一个低秩矩阵的特性求解出所有深度因子 $\lambda_{f,i}$, 目前有许多算法可以实现深度因子 $\lambda_{f,i}$ 的求解^[18, 19]. 若深度因子 $\lambda_{f,i}$ 已知, 对 $\mathbf{U}_{3F \times N}$ 进行 SVD 分解, 可以得到

$$\mathbf{U}_{3F \times N} = \mathbf{S}_{3F \times 3F} \mathbf{V}_{3F \times N} \mathbf{D}_{N \times N}^T. \quad (11)$$

由于矩阵 $\mathbf{U}_{3F \times N}$ 的秩为 $3d+1$, 因此, $\mathbf{V}_{3F \times N}$ 对角线上只有前 $3d+1$ 个元素为非 0, 其他元素全部为 0; 若在有噪声情况下, 可以保持 $\mathbf{V}_{3F \times N}$ 中对角线上前 $3d+1$ 个元素不变, 令其他元素全部为 0. 因此, 由式 (11) 可得

$$\mathbf{U}_{3F \times N} = \mathbf{S}'_{3F \times (3d+1)} \mathbf{V}'_{(3d+1) \times (3d+1)} \mathbf{D}'_{N \times (3d+1)}^T, \quad (12)$$

式中 $\mathbf{S}'_{3F \times (3d+1)}$ 和 $\mathbf{D}'_{N \times (3d+1)}$ 分别为 $\mathbf{S}_{3F \times 3F}$ 和 $\mathbf{D}_{N \times N}$ 的前 $3d+1$ 列, $\mathbf{V}'_{(3d+1) \times (3d+1)}$ 为 $\mathbf{V}_{3F \times N}$ 的左上角 $(3d+1) \times (3d+1)$ 的子矩阵.

令 $\tilde{\mathbf{B}}_{3F \times (3d+1)} = \mathbf{S}'_{3F \times (3d+1)} \mathbf{V}'^{\frac{1}{2}}_{(3d+1) \times (3d+1)}$, $\tilde{\mathbf{A}}_{(3d+1) \times N} = \mathbf{V}'^{\frac{1}{2}}_{(3d+1) \times (3d+1)} \mathbf{D}'_{N \times (3d+1)}^T$, 由式 (12) 可得

$$\mathbf{U}_{3F \times N} = \tilde{\mathbf{B}}_{3F \times (3d+1)} \tilde{\mathbf{A}}_{(3d+1) \times N}. \quad (13)$$

从上式可以看出, 对于任意的 $(3d+1) \times (3d+1)$ 非奇异矩阵 $\mathbf{Q}_{(3d+1) \times (3d+1)}$, 都有

$$\mathbf{U}_{3F \times N} = \tilde{\mathbf{B}}_{3F \times (3d+1)} \tilde{\mathbf{A}}_{(3d+1) \times N} = \tilde{\mathbf{B}}_{3F \times (3d+1)} \mathbf{Q} \mathbf{Q}^{-1} \tilde{\mathbf{A}}_{(3d+1) \times N} = \tilde{\mathbf{B}}'_{3F \times (3d+1)} \tilde{\mathbf{A}}'_{(3d+1) \times N}, \quad (14)$$

式中 $\tilde{\mathbf{B}}'_{3F \times (3d+1)} = \tilde{\mathbf{B}}_{3F \times (3d+1)} \mathbf{Q}_{(3d+1) \times (3d+1)}$, $\tilde{\mathbf{A}}'_{(3d+1) \times N} = \mathbf{Q}_{(3d+1) \times (3d+1)}^{-1} \tilde{\mathbf{A}}_{(3d+1) \times N}$.

即, 对于上式, 如果存在一组解 $\tilde{\mathbf{B}}_{3F \times (3d+1)}$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}_{(3d+1) \times N}$, 则同样存在另一组解 $\tilde{\mathbf{B}}'_{3F \times (3d+1)}$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}'_{(3d+1) \times N}$. 对于无穷多的非奇异矩阵 $\mathbf{Q}_{(3d+1) \times (3d+1)}$, 存在无穷多组解满足要求. 一般地, $\tilde{\mathbf{B}}_{3F \times (3d+1)}$ 和 $\mathbf{B}_{3F \times (3d+1)}$, $\tilde{\mathbf{A}}_{(3d+1) \times N}$ 和 $\mathbf{A}_{(3d+1) \times N}$ 并不相等, 而是相差一个 $(3d+1) \times (3d+1)$ 的可逆矩阵 $\mathbf{Q}_{(3d+1) \times (3d+1)}$, 即

$$\mathbf{A}_{(3d+1) \times N} = \mathbf{Q}_{(3d+1) \times (3d+1)}^{-1} \tilde{\mathbf{A}}_{(3d+1) \times N}, \quad \mathbf{B}_{3F \times (3d+1)} = \tilde{\mathbf{B}}_{3F \times (3d+1)} \mathbf{Q}_{(3d+1) \times (3d+1)}. \quad (15)$$

选取 $\mathbf{Q}_{(3d+1) \times (3d+1)}$ 中的第 j 列、第 $d+j$ 列及第 $2d+j$ 列, 组成矩阵 $\mathbf{Q}_{j,|||}$ ($j = 1, 2, \dots, d$), 由式 (10) 和 (15) 可得

$$\tilde{\mathbf{B}}_{3F \times (3d+1)} \mathbf{Q}_{j,|||} = \begin{pmatrix} \sigma_{1,j}\mathbf{p}_1^{(1)} & \sigma_{1,j}\mathbf{p}_2^{(1)} & \sigma_{1,j}\mathbf{p}_3^{(1)} \\ \sigma_{2,j}\mathbf{p}_1^{(2)} & \sigma_{2,j}\mathbf{p}_2^{(2)} & \sigma_{2,j}\mathbf{p}_3^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{F,j}\mathbf{p}_1^{(F)} & \sigma_{F,j}\mathbf{p}_2^{(F)} & \sigma_{F,j}\mathbf{p}_3^{(F)} \end{pmatrix}_{3F \times 3} = \begin{pmatrix} \sigma_{1,j} \mathbf{K} \mathbf{R}_1 \\ \sigma_{2,j} \mathbf{K} \mathbf{R}_2 \\ \vdots \\ \sigma_{F,j} \mathbf{K} \mathbf{R}_F \end{pmatrix}_{3F \times 3}. \quad (16)$$

取上式中的第 $(3f-2)$ 行到第 $3f$ 行，则有

$$\tilde{\mathbf{B}}_{3f-2:3f} \mathbf{Q}_{j,\parallel\parallel} = \sigma_{f,j} \mathbf{K} \mathbf{R}_f, \quad (17)$$

式中 $\tilde{\mathbf{B}}_{3f-2:3f}$ 表示矩阵 $\tilde{\mathbf{B}}_{3F \times (3d+1)}$ 中的第 $(3f-2)$ 行到第 $3f$ 行。

对式 (17) 两边各乘以其转置，并利用 \mathbf{R}_f 为旋转矩阵的特性，则上式可变为

$$\tilde{\mathbf{B}}_{3f-2:3f} \mathbf{Q}_{j,\parallel\parallel} \mathbf{Q}_{j,\parallel\parallel}^T \tilde{\mathbf{B}}_{3f-2:3f}^T = \sigma_{f,j}^2 \mathbf{K} \mathbf{K}^T. \quad (18)$$

令

$$\Xi_j = \mathbf{Q}_{j,\parallel\parallel} \mathbf{Q}_{j,\parallel\parallel}^T, \quad \Omega = \mathbf{K} \mathbf{K}^T, \quad (19)$$

式中 Ω 为绝对二次曲面的像。

将式 (19) 代入式 (18)，则有

$$\tilde{\mathbf{B}}_{3f-2:3f} \Xi_j \tilde{\mathbf{B}}_{3f-2:3f}^T = \sigma_{f,j}^2 \Omega. \quad (20)$$

Ξ_j 为 $(3d+1) \times (3d+1)$ 的对称矩阵，含有 $(3d+1) \times (3d+2)/2$ 个未知数，对于所有的 Ξ_j ，有 $(3d+1) \times (3d+2)d/2$ 个未知数； Ω 为绝对二次曲面的像，含有 5 个未知数，因此，总共的未知数为 $(9d^3/2 + 9d^2/2 + d + 5)$ 。而式 (20) 可提供 6 个线性方程，因此，对于整个图像序列，可提供 $6Fd$ 个线性方程。当 $6Fd \geq (9d^3/2 + 9d^2/2 + d + 5)$ 时，可以线性地求解出 Ξ_j 和 Ω 。

当 Ξ_j 已知时，可利用式 (19) 对 Ξ_j 和 Ω 进行矩阵分解，求解出 $\mathbf{Q}_{j,\parallel\parallel}$ 和相机内参矩阵 \mathbf{K} 。至此，矩阵 $\mathbf{Q}_{(3d+1) \times (3d+1)}$ 的前 $3d$ 列求解完毕，只剩下最后一列 $\mathbf{q}_{(3d+1) \times 1}$ 。可以令世界坐标系的原点位于物体的中心，即有

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{w}_{f,i} = \mathbf{0}, \quad (21)$$

对于第 f 幅图像，其平均值为

$$\bar{\lambda}_f \bar{\mathbf{u}}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_{f,i} \mathbf{u}_{f,i} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_f \begin{pmatrix} \mathbf{w}_{f,i} \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{p}_4^{(f)}. \quad (22)$$

对于所有的图像，则有

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{p}_4^{(1)} \\ \mathbf{p}_4^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{p}_4^{(F)} \end{pmatrix}}_{\mathbf{p}_{3F \times 1}} = \begin{pmatrix} \bar{\lambda}_1 \bar{\mathbf{u}}_1 \\ \bar{\lambda}_2 \bar{\mathbf{u}}_2 \\ \vdots \\ \bar{\lambda}_F \bar{\mathbf{u}}_F \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{B}}_{3F \times (3d+1)} \mathbf{q}_{(3d+1) \times 1}, \quad (23)$$

即 $\mathbf{q}_{(3d+1) \times 1}$ 为

$$\mathbf{q}_{(3d+1) \times 1} = \tilde{\mathbf{B}}_{3F \times (3d+1)}^+ \mathbf{p}_{(3F) \times 1}, \quad (24)$$

式中 $+$ 表示伪逆。

至此, 实现了变换矩阵 $\mathbf{Q}_{(3d+1) \times (3d+1)}$ 的求解。当变换矩阵 $\mathbf{Q}_{(3d+1) \times (3d+1)}$ 已知时, 可以利用式 (15), 实现矩阵 $\mathbf{A}_{(3d+1) \times N}$ 和 $\mathbf{B}_{3F \times (3d+1)}$ 的求解; 由于基 $(\sigma_1 \ \sigma_2 \ \dots \ \sigma_d)$ 事先已经定义, 因此 $\mathbf{M}_{4F \times (3d+1)}$ 已知。若 $\mathbf{A}_{(3d+1) \times N}$ 已知, 根据式 (6) 可以求到三维空间点矩阵 $\mathbf{X}_{4F \times N}$, 即实现三维非刚体的重建。

当三维空间点矩阵 $\mathbf{X}_{4F \times N}$ (即 \mathbf{Y}_f) 已知时, 利用式 (2) 可以求到相机的外参矩阵 $(\mathbf{R}_f \ \mathbf{t}_f)$ 。在前面的求解过程中, 由于深度因子 $\lambda_{f,i}$ 求解的不精确, 及式 (20) 组成的线性方程组的独立未知数的个数不详等原因, 导致求到的解不一定是最优解。因此, 有必要对所求到的解进一步优化。为此, 本文定义重投影误差 e 为

$$e = \frac{1}{FN} \sum_{f=1}^F \sum_{i=1}^N \left\| \begin{pmatrix} u_{f,i} \\ v_{f,i} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{\mathbf{h}_1^{(f)} \mathbf{w}_{f,i}}{\mathbf{h}_3^{(f)} \mathbf{w}_{f,i}} \\ \frac{\mathbf{h}_3^{(f)} \mathbf{w}_{f,i}}{\mathbf{h}_2^{(f)} \mathbf{w}_{f,i}} \end{pmatrix} \right\|^2, \quad (25)$$

式中 $\mathbf{h}_k^{(f)}$ 表示第 f 个投影矩阵 \mathbf{P}_f 的第 k 行。

则可以优化下列目标函数:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{K}, \mathbf{R}_f, \mathbf{t}_f, \mathbf{A}_{(3d+1) \times N}}{\text{minimize}} \quad e \\ & \text{s.t.} \quad \mathbf{P}_f = \mathbf{K} (\mathbf{R}_f \ \mathbf{t}_f), \\ & \quad \mathbf{R}_f \mathbf{R}_f^T = \mathbf{I}_{3 \times 3}, \\ & \quad \mathbf{X}_{4F \times N} = \mathbf{M}_{4F \times (3d+1)} \mathbf{A}_{(3d+1) \times N}. \end{aligned} \quad (26)$$

本文利用前面求到的 $\{\mathbf{K}, \mathbf{R}_f, \mathbf{t}_f, \mathbf{A}_{(3d+1) \times N}\}$ 作为初值, 采用 Levenberg-Marquardt 方法^[20] 对式 (26) 进行优化, 求到更加精确的 $\{\mathbf{K}, \mathbf{R}_f, \mathbf{t}_f, \mathbf{A}_{(3d+1) \times N}\}$ 。然后再利用优化后的矩阵 $\mathbf{A}_{(3d+1) \times N}$, 求到更加精确的三维空间点矩阵 $\mathbf{X}_{4F \times N}$, 实现精确的三维非刚体重建。

5 算法总结

1. 将所有图像点放入图像矩阵 $\mathbf{U}_{3F \times N}$ 中, 利用秩的约束, 求取深度因子 $\lambda_{f,i}$, 并利用式 (13) 对 $\mathbf{U}_{3F \times N}$ 进行 SVD 分解, 求取 $\tilde{\mathbf{B}}_{3F \times (3d+1)}$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}_{(3d+1) \times N}$;
2. 利用式 (20) 线性地求解出 Ξ_j 和 Ω , 并利用式 (19) 对 Ξ_j 和 Ω 进行分解, 求解出 $\mathbf{Q}_{j,|||}$ 和相机内参矩阵 \mathbf{K} ;
3. 利用式 (24) 求解出 $\mathbf{q}_{(3d+1) \times 1}$, 至此, 求解出变换矩阵 $\mathbf{Q}_{(3d+1) \times (3d+1)}$;
4. 利用式 (15), 实现矩阵 $\mathbf{A}_{(3d+1) \times N}$ 的求解;
5. 利用式 (6), 求到三维空间点矩阵 $\mathbf{X}_{4F \times N}$, 实现三维非刚体的重建;
6. 利用式 (2), 求到相机的外参矩阵 $(\mathbf{R}_f \ \mathbf{t}_f)$;
7. 利用前面求到的式 (6), 求到三维空间点矩阵 $\mathbf{X}_{4F \times N}$ 、相机内参矩阵 \mathbf{K} 、外参矩阵 $(\mathbf{R}_f \ \mathbf{t}_f)$, 以矩阵 $\mathbf{A}_{(3d+1) \times N}$ 作为初值, 对式 (26) 目标函数采用 L-M 方法进行优化求解, 实现更加精确的求解;
8. 再根据式 (6), 利用优化后的矩阵 $\mathbf{A}_{(3d+1) \times N}$, 求到更加精确的三维空间点矩阵 $\mathbf{X}_{4F \times N}$, 实现精确的三维非刚体重建。

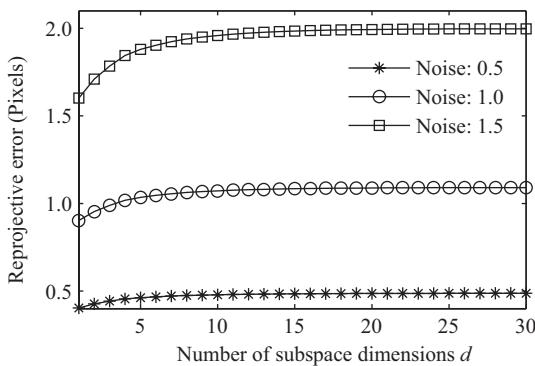


图 4 重投影误差随子空间维数变化图

Figure 4 Variation of reprojective error with the number of subspace dimensions

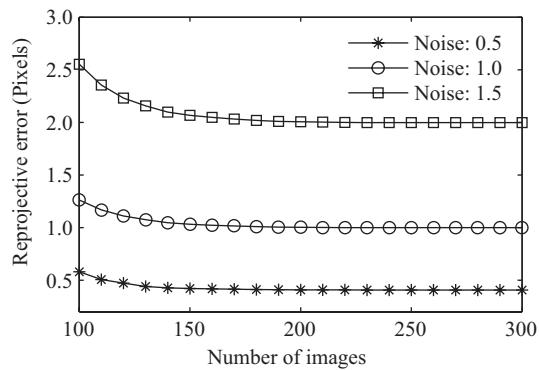


图 5 重投影误差随图像数变化图

Figure 5 Variation of reprojective error with the number of images

6 实验

6.1 仿真实验

从式(3)可以看出, 子空间的维数 d 反映了非刚体运动的复杂度, 因此, 为了验证子空间的维数 d 对本文方法的影响, 本文首先产生一个三维非刚体运动, 非刚体由 100 个三维空间点组成, 每个空间点的运动轨迹都由正交小波基的前 d 个基向量线性组成, 组成的系数为 [0 1] 的随机数. 同时, 为了产生图像序列, 假定相机内参矩阵

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 800 & 1 & 320 \\ 0 & 800 & 240 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

变化相机的外参矩阵, 以产生 200 幅大小为 640×480 的图像, 并在每幅图像中加入均值为 0, 方差分别为 0.5, 1, 1.5 个像素的 Gauss 噪声. 从 [1 30] 范围内变化子空间的维数 d , 在每个维数和方差下分别运行 100 次, 然后利用式(25)求取平均重投影误差 e , 实验结果如图 4 所示.

从图 4 可以看出, 随着子空间维数 d 的增加, 重投影误差越来越大, 最后变化趋于稳定, 原因是由于, 当子空间维数 d 越小时, 方程数的个数远大于未知数的个数, 约束更多, 求解更加稳定, 因此, 余差越小.

在实际应用中, d 的选取非常困难, 其选择主要依据非刚体的运动复杂度. 若非刚体运动越复杂, d 值应取越大; 相反, 若非刚体运动越简单, d 值应取越小; 当非刚体运动退化为刚体运动, $d = 1$. 但是若 d 选择过大, 会导致将噪声拟合成非刚体的运动, 同时求解也更加不稳定; 若 d 选择过小, 则容易将非刚体的运动细节丢失, 但求解更加稳定.

同时, 为了研究图像数和空间点数对本文方法的影响, 在每个空间点的运动轨迹都由 Haar 小波基的前 10 个基向量线性组成的情况下, 和上述方法一样, 产生图像序列. 首先保持 100 个空间点数不变, 产生 100~300 幅图像, 然后, 保持 200 幅图像数目不变, 空间点数由 40 变化至 400; 同时, 在每幅图像中加入均值为 0, 方差为 1 个像素的 Gauss 噪声, 并在每个图像数和空间点数下分别运行 100 次, 求取平均重投影误差 e , 实验结果如图 5 和 6 所示.

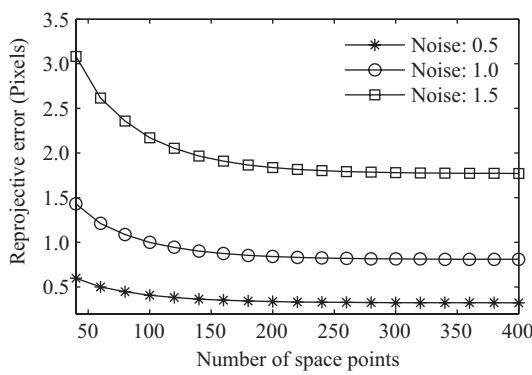


图 6 重投影误差随空间点数变化图

Figure 6 Variation of reprojective error with the number of space points

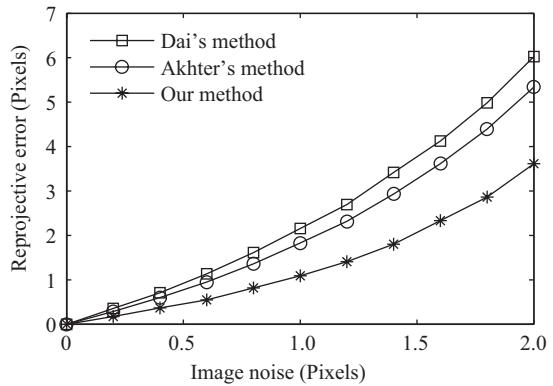


图 7 重投影误差随图像噪声变化图

Figure 7 Variation of reprojective error with image noises

从图 5 和 6 中可以看出, 本文方法随着图像数和空间点数的增加, 重投影误差会越来越小, 但后面减小的速度会越来越慢。原因是由于空间点数和图像数比较少时, 此时的方程数和未知数比较接近, 因此, 求解不稳定, 误差较大; 相反, 空间点数和图像数比较多时, 方程数要多于未知数, 因此, 约束更多, 求解更加稳定, 误差将更小。但随着空间点数和图像数的增加, 重投影误差变化会越来越小, 最终趋于稳定。

最后, 为了比较本文方法和 Akhter 方法^[16], Dai 方法^[15] 的三维非刚体重建性能, 利用上述方法产生 100 个三维空间点, 200 幅图像, 在图像像素中加入均值为 0, 不同方差的 Gauss 噪声, 并在每种噪声水平下用上述 3 种重建方法各进行 100 次仿真实验, 然后求取重投影误差 e 的平均值, 实验结果如图 7 所示。

从图 7 可以看出, 本文方法的重建精度要比 Akhter 方法和 Dai 方法的重建精度都要高, 原因是由于本文方法假定相机为针孔模型, 而 Akhter 方法和 Dai 方法都假定相机为正投影模型。只有当物体到相机的距离远大于物体的景深时, 正投影模型才能够近似表示相机的成像模型, 否则误差比较大。而针孔模型在各种情况下都能够较好地表示相机成像过程, 因此本文方法的重建精度要比 Akhter 方法和 Dai 方法都要高。同时还可以看出, Akhter 方法比 Dai 方法的重建精度要高, 原因是由于 Akhter 方法利用了非刚体运动轨迹的连续性约束, Dai 方法并没有利用该约束, 因此, Akhter 方法比 Dai 方法的重建精度要高。

6.2 真实数据实验

为了验证本文方法的有效性, 本文获得一个含有 300 帧的人体运动图像序列, 其中的第 10 帧, 第 100 帧, 第 250 帧如图 8 第一行所示。从该图像序列可以看出, 该人体运动为非刚体运动。在该图像序列中, 提取并跟踪了 75 个特征点(如图 8 中的 \circ 所示)。本文选择子空间的维数 $d = 15$, 利用这些特征点, 分别用本文方法, Akhter 方法^[16] 和 Dai 方法^[15] 进行三维非刚体重建, 重建结果如图 9 所示。其中第 1, 2 行为本文方法在不同视角下的重建结果, 第 3, 4 行和第 5, 6 行分别为 Akhter 方法和 Dai 方法在不同视角下的重建结果; 第 1, 2, 3 列分别为第 10, 100, 250 帧时刻的重建结果。同时, 为了更好地显示这 3 种方法的重建效果, 本文将一些关节上的点取出, 并将这些点联接以构成三维骨架图, 如图 10 所示。图 10 为图 9 相应时刻和相应视角下的三维骨架图。同时, 将 3 种方法重建的三维空间点



图 8 重投影误差对比图

Figure 8 Comparisons of re-projective errors. The first row is the original image sequence. The second, third and fourth rows are the re-projective errors of our method, Akhter's method and Dai's method, respectively. The first, second and third columns are the 10th, 100th and 250th frames, respectively. ‘○’ and ‘+’ denote the feature point and re-projective point, respectively.

及三维骨架进行重投影，重投影到原来图像中，投影结果如图 8 第 2~4 行中的 + 所示及图 11 所示。

从图 10 中三维空间点和图 11 中三维骨架的重建结果对比图可以看出，本文方法要优于 Akhter 方法和 Dai 方法。同时，从图 8 和 11 的重投影图也可以看出，本文方法的重投影结果更加接近原来的图像。最后，为了进一步衡量重建效果，计算了本文方法、Akhter 方法和 Dai 方法的重投影误差分别为 1.021, 1.841 和 2.314 个像素，本文方法具有更小的重投影误差，说明本文方法具有更高的重建精度。

7 结论

本文提出了一种基于轨迹基的三维非刚体线性重建方法，该方法利用非刚体的运动轨迹构成一个

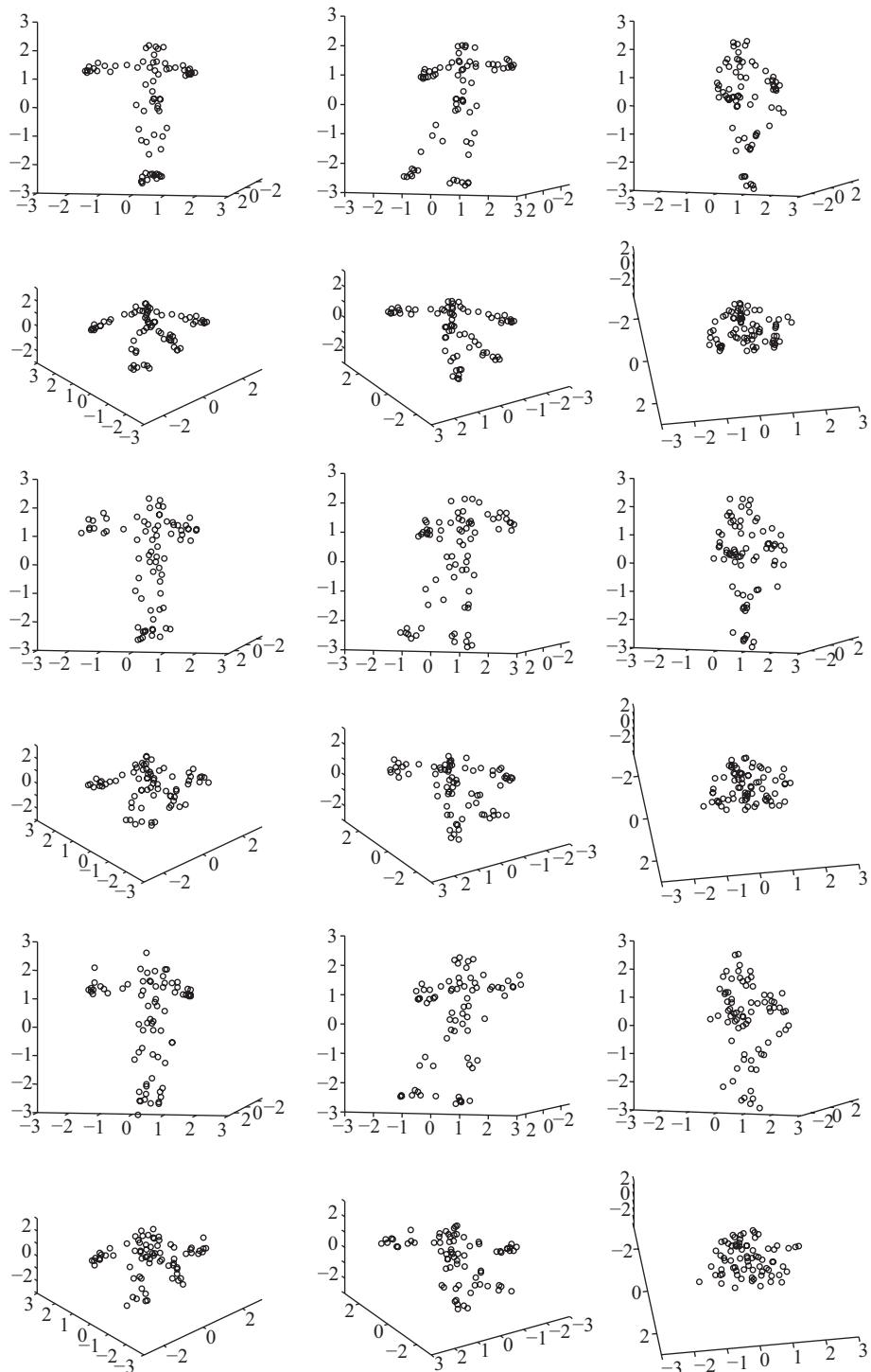


图 9 三维空间点重建结果对比图

Figure 9 Comparisons of 3D space point reconstruction. The (first and second), (third and fourth) and (fifth and sixth) rows are different views of the reconstruction results from our method, Akhter's method and Dai's method, respectively. The first, second and third columns are the 10th, 100th and 250th frames, respectively.

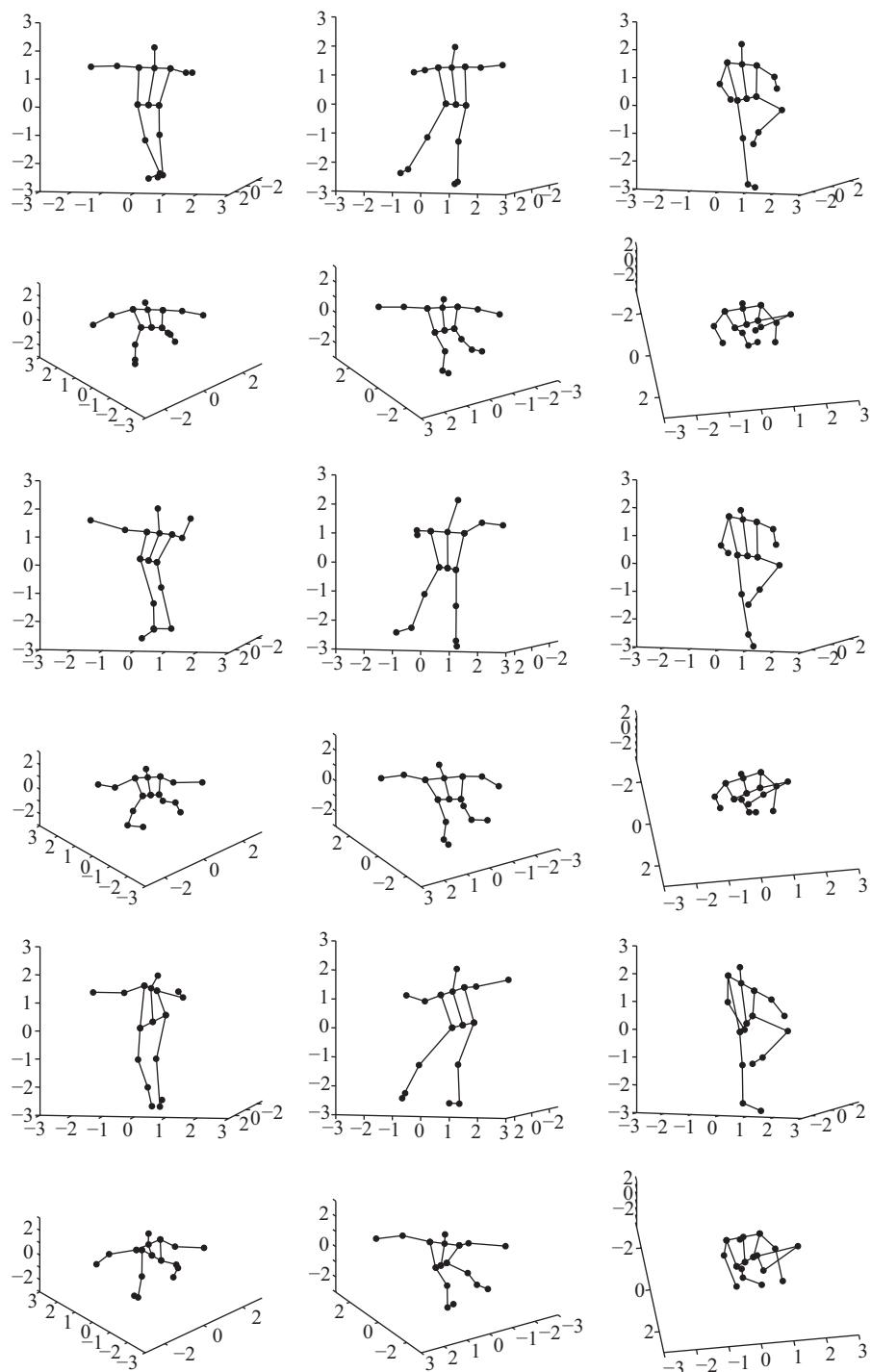


图 10 三维骨架重建结果对比图

Figure 10 Comparisons of 3D skeleton reconstruction. The (first and second), (third and fourth) and (fifth and sixth) rows are different views of the reconstruction results from our method, Akhter's method and Dai's method, respectively. The first, second and third columns are the 10th, 100th and 250th frames, respectively.

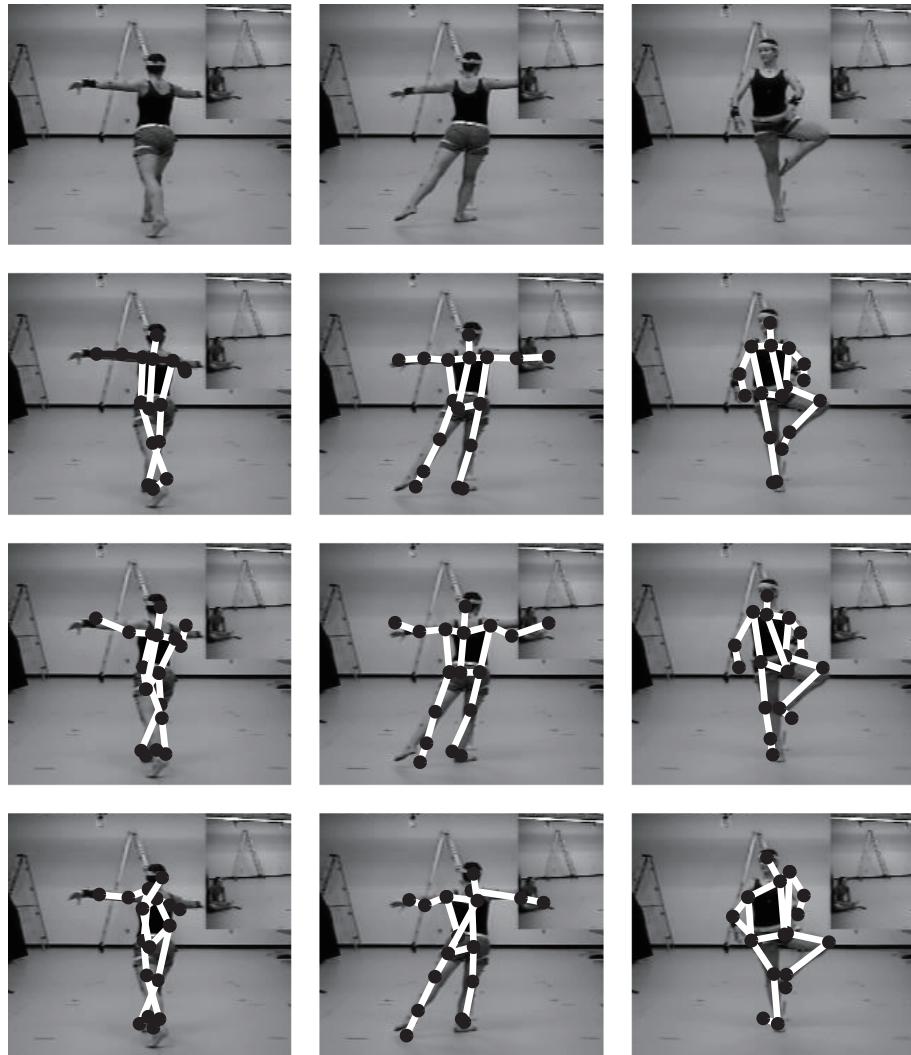


图 11 三维骨架投影对比图

Figure 11 Comparisons of re-projection of 3D skeleton reconstruction. The first row is the original image sequence. The second, third and fourth rows are the re-projections of 3D skeleton reconstruction from our method, Akhter's method and Dai's method, respectively. The first, second and third columns are the 10th, 100th and 250th frames, respectively.

低维子空间, 同时, 该低维子空间的基可以由一组事先定义的 Haar 小波基线性表示的特性, 线性实现三维非刚体的线性重建. 由于 Haar 小波基可以事先定义, 因此求解的未知数大大减少, 而且使现有的三维非刚体的重建转化为线性求解问题, 提高了算法的鲁棒性. 仿真实验和真实数据实验结果表明, 本文方法能够有效地实现三维非刚体的重建.

参考文献

- 1 Noguer F, Fua P. Stochastic exploration of ambiguities for nonrigid shape recovery. *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell*, 2013, 35: 463–475
- 2 Lee M, Choi C. Real-time facial shape recovery from a single image under general, unknown lighting by rank relaxation. *Comput Vis Image Underst*, 2014, 120: 59–69
- 3 Orghidan R, Salvi J, Gordan M, et al. Structured light self-calibration with vanishing points. *Mach Vision Appl*, 2014,

- 25: 489–500
- 4 Tomasi C, Kanade T. Shape and motion from image streams under orthography: a factorization method. *Int J Comput Vis*, 1992, 9: 137–154
 - 5 Bregler C, Hertzmann A, Biermann H. Recovering non-rigid 3D shape from image streams. In: Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Hilton Head Island, 2000, 2: 690–696
 - 6 Agudo A, Agapito L, Calvo B, et al. Good vibrations: a modal analysis approach for sequential non-rigid structure from motion. In: Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Columbus, 2014. 1558–1565
 - 7 Zhou Z, Shi F, Xiao J, et al. Non-rigid structure-from-motion on degenerate deformations with low-rank shape deformation model. *IEEE Trans Multimed*, 2015, 17: 171–185
 - 8 Alessio D. Adaptive non-rigid registration and structure from motion from image trajectories. *Int J Comput Vis*, 2013, 103: 226–239
 - 9 Xiao J, Chai J, Kanade T. A closed-form solution to non-rigid shape and motion recovery. *Int J Comput Vis*, 2006, 67: 233–246
 - 10 Hartley R, Vidal R. Perspective nonrigid shape and motion recovery. In: Proceedings of the 10th European Conference on Computer Vision, Marseille, 2008. 276–289
 - 11 Xiao J, Kanade T. Uncalibrated perspective reconstruction of deformable structures. In: Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision, Beijing, 2005. 1075–1082
 - 12 Tao L, Matuszewski B. Non-rigid structure from motion with diffusion maps prior. In: Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Portland, 2013. 1530–1537
 - 13 Bue A, Llado X, Agapito L. Non-rigid metric shape and motion recovery from uncalibrated images using priors. In: Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, New York, 2006. 1191–1198
 - 14 Rehan A, Zaheer A, Akhter I, et al. NRSfM using local rigidity. In: Proceedings of IEEE Winter Conference on Applications of Computer Vision, Steamboat Springs, 2014. 69–74
 - 15 Dai Y C, Li H C, He M Y. A simple prior-free method for non-rigid structure-from-motion factorization. *Int J Comput Vis*, 2014, 107: 101–122
 - 16 Akhter I, Simon T, Khan S, et al. Bilinear spatiotemporal basis models. *ACM Trans Graph*, 2012, 31: 1–12
 - 17 Stankovic S, Falkowski J. The Haar wavelet transform: its status and achievements. *Comput Elec Eng*, 2003, 29: 25–44
 - 18 Heyden A, Berthilsson R, Sparr G. An iterative factorization method for projective structure and motion from image sequences. *Image Vis Comput*, 1999, 17: 981–991
 - 19 Peng Y L, Liu S G, Qiu G Y. A linearly iterative method for non-rigid projective reconstruction. *J Xi'an Jiaotong Univ*, 2015, 49: 102–106 [彭亚丽, 刘侍刚, 裘国永. 一种线性迭代非刚体射影重建方法. 西安交通大学学报, 2015, 49: 102–106]
 - 20 Nocedal J, Wright S. Numerical Optimization. 2nd ed. Berlin: Springer, 2006, 421–447

Linear reconstruction method for 3D non-rigid based on trajectory basis

Shigang LIU^{1,2}, Yali PENG^{1,2*}, Tao LEI³, Zhonghua LIU⁴ & Xili WANG²

1 Key Laboratory of Modern Teaching Technology, Ministry of Education, Xi'an 710062, China;

2 School of Computer Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710119, China;

3 School of Electronic and Information Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;

4 College of Information Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471023, China

*E-mail: pengylxa@gmail.com

Abstract This paper presents a linear reconstruction method for the 3D non-rigid based on a trajectory basis. Reconstruction of the 3D rigid can be linearly realized based on the fact that the trajectories of a non-rigid span a low-dimensional subspace that can be spanned by a Haar wavelet basis. Because the wavelet basis can be predefined, the solved parameters are deduced and the 3D non-rigid reconstruction becomes a linear solution, which can improve the robustness of the algorithm. Experiments with both simulated and real data show that the presented method can efficiently reconstruct the 3D non-rigid.

Keywords non-rigid, 3D reconstruction, pinhole model, trajectory basis, Haar wavelet, low dimension subspace



Shigang LIU was born in Jiangxi, China in 1973. He received the B.S. and M.S. degrees from Harbin Engineering University, Harbin, China, in 1997 and 2001, respectively. In 2005, he received his Ph.D. degree from Xidian University of China. He undertook postdoctoral work at Xi'an Jiaotong University from 2007 to 2009. Since 2009, he has been an associate professor in the School of Computer Science, Shaanxi Normal University. His research interests include 3D reconstructions and image processing.



Yali PENG was born in Shaanxi, China in 1979. She obtained her M.S. and Ph.D. degrees from Harbin Engineering University and Xidian University, China, in 2005 and 2013, respectively. From 2005 to 2007, she worked as an engineer at the company DaTang telephone. She is an associate professor in the School of Computer Science, Shaanxi Normal University. Her research interests include 3D reconstructions and face recognition.



Tao LEI was born in Shaanxi, China in 1981. He received his Ph.D. degree in information and communication engineering from Northwestern Polytechnical University, Xi'an, in 2011. He is currently an associate professor at the School of Electronic and Information Engineering, Lanzhou Jiaotong University. His current research interests include image processing, computer vision, and machine learning.



Zhonghua LIU was born in Henan, China in 1975. He obtained his B.S., M.S. and Ph.D. degrees from the First Aeronautical Institute of the Air Force, Xihua University and Nanjing University of Science and Technology in 1998, 2005, and 2011, respectively. He is an associate professor in the Information Engineering College, Henan University of Science and Technology. His current research interests include pattern recognition, face recognition, and image processing.